О. Д. Кечина
(БГУ, Минск)

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛОВ С СКА MATHEMATICA

Рассматривается система дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = P(x,y) \qquad \frac{dy}{dt} = Q(x,y), \tag{1}$$

где переменные x и y зависят от t, $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ являются многочленами от переменных x и y с комплексными коэффициентами, Определим $m = \max\{\deg P(x,y), \deg Q(x,y)\}$ как степень системы (1).

Инвариантная алгебраическая кривая f системы (1) находится из уравнения

$P(x,y)\frac{\partial f}{\partial x} + Q(x,y)\frac{\partial f}{\partial y} = K\,f$, где многочлен K – кофактор инвариантной алгебраической кривой f , имеющий степень $m-1$.

Представляя K и f в виде многочленов с неопределенными коэффициентами, в *Mathematica* по определенным алгоритмам находим все инвариантные кривые системы (1) и соответствующие им кофакторы.

Аналогично, из уравнения $P(x,y)\frac{\partial e^{g/h}}{\partial x} + Q(x,y)\frac{\partial e^{g/h}}{\partial y} = Le^{g/h}$, где $g, h \in \mathbb{C}[x,y]$, находим экспоненциальный множитель $e^{g/h}$ и его кофактор L.

Мы получили p инвариантных алгебраических кривых $f_i = 0$ с кофакторами K_i , $i = \overline{1,p}$ и q экспоненциальных множителей e^{g_j/h_j} с кофакторами L_j , $j = \overline{1,q}$. Величины $\lambda_i, \mu_j \in \mathbb{C}$ не все равные нулю, находятся, используя теорему Дарбу, из соотношения

$$\sum_{i=1}^{p} \lambda_i K_i + \sum_{j=1}^{q} \mu_j L_i = 0.$$

Тогда первый интеграл системы дифференциальных уравнений (1) можно представить в виде $f_1^{\lambda_1} \cdots f_p^{\lambda_p} (e^{g_1/h_1})^{\mu_1} \cdots (e^{g_q/h_q})^{\mu_q}$

Таким образом, использование пакета *Mathematica* значительно упрощает процедуру вычисления инвариантных алгебраических кривых, экспоненциальных множителей и первых интегралов системы дифференциальных уравнений.

Литература

1. Dumortier, F. Qualitative theory of planar differential systems,Universitext / F. Dumortier, J. Llibre, and J. C. Artes. – Berlin: Springer, 2006. – 298 с.

2. Romanovski, V. The center and cyclicity problems: a computational algebra approach/ V. Romanovski, Douglas S. Shafer. – Berlin: Springer, 2009. –330 с.