гетическим переходам. По-видимому, эти спектральные линии поглощения ErI, как и все остальные, возникают при переходах с нулевого уровня основного $4f^{12}6s^2\ ^3H$-состояния атома эрбия. Дело в том, что ближайший от основного уровень $4f^{12}6s^2\ ^3F_4$ имеет энергию 5035 см$^{-1}$ и в нашем эксперименте был заселен очень слабо. Поэтому для вышеуказанных спектральных линий можно было вычислить энергию верхних уровней.

Сила осциллятора самой сильной линии поглощения ErI $\lambda=4007.96$ Å была принята за 1000.

Как видно из табл. 1, наибольшие силы осцилляторов, как и для случая других редкоземельных элементов, имеют спектральные линии, возникающие при $4f^n6s^2$—$4f^n6s6p$-переходах [3].

Коэффициенты вариации чисел $f_{\text{отн.}}$, представленных в табл. 1, колеблются в пределах от 2 до 10%.

Кроме наших данных, по силам осцилляторов ErI имеется работа Коуэна [4], в которой приведены результаты расчета вероятностей переходов 9 спектральных линий атома эрбия, возникающих при $4f^{12}6s^2$—$4f^{12}6s6p$-переходах. В табл. 2, там, где

Таблица 2

**Сравнение $A_{ki}$ (теор.) с $A_{ki}$ (эксп.) для атома эрбия ($4f^{12}6s^2$—$4f^{12}6s6p$-пореходы)**

| Переход | $A_{ki}\cdot 10^{-8}$ с$^{-1}$ | |
|---|---|---|
| | Коуэн [4] | наши измерения |
| $^3H_6$—$(^3H_6,\ ^1P_1)_5$ | 4.52 | 2.9 |
| $^3H_6$—$(^3H_6,\ ^1P_1)_6$ | 5.22 | 3.7 |
| $^3H_6$—$(^3H_6,\ ^1P_1)_7$ | 4.76 | 4.76 |
| $^3H_6$—$(^3H_6,\ ^3P_1)_5$ | 0.037 | 0.082 |
| $^3H_6$—$(^3H_6,\ ^3P_1)_6$ | 0.020 | |
| $^3H_6$—$(^3H_6,\ ^3P_1)_7$ | 0.040 | 0.076 |
| $^3H_5$—$(^3H_5,\ ^1P_1)_4$ | 4.41 | — |
| $^3H_5$—$(^3H_5,\ ^1P_1)_5$ | 5.19 | — |
| $^3H_5$—$(^3H_5,\ ^1P_1)_6$ | 4.77 | — |

это было возможно, проведено сравнение наших данных с результатами вычислений Коуэна. Относительные числа $f$, полученные нами, были пересчитаны в $A_{ki}$, причем привязка осуществлялась по спектральному переходу $^3H_6-(^3H_6,\ ^1P_1)_7$ ($\lambda=4007.96$ Å). Как видно из сравнения, наши данные с коэффициентом 2 согласуются с результатами вычислений Коуэна.

Авторы выражают глубокую благодарность Н. П. Пенкину за постоянный интерес к работе и полезное обсуждение результатов.

### Литература

[1] V. G. Mossotti, V. A. Fassel. Spectrochim. Acta, *20*, 1117, 1964.
[2] J. S. Ross. J. Opt. Soc. Am., *62*, 548, 1972.
[3] N. P. Penkin, V. A. Komarovsky. J. Q. S. R. T., *16*, 217, 1976.
[4] R. D. Cowan. Nucl. Instr. and Meth., *110*, 173, 1973.

Поступило в Редакцию 29 октября 1976 г.

---

УДК 535.2+538.12

# ПОВЕДЕНИЕ ПОТОКА ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ, ПОМЕЩЕННОЙ В МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

*В. В. Филиппов*

Обычно при рассмотрении эффекта Фарадея ограничиваются только исследованием поляризации электромагнитных волн. Между тем действие магнитного поля на распространяющееся в среде излучение приводит и к специфическому поведению потока энергии. Рассмотрим это поведение в простейшем случае изотропной немагнитной среды. Уравнения Максвелла и материальные уравнения для плоских волн с учетом эффекта Фарадея имеют вид

$$\mathbf{H}=[\mathbf{mE}],\ \mathbf{D}=-[\mathbf{mH}],\ \mathbf{D}=(\varepsilon+i\mathbf{G}^{\times})\,\mathbf{E}. \tag{1}$$

Здесь $G^{\times}$ — антисимметричный тензор второго ранга, дуальный вектору гирации $\mathbf{G}$ ($G^{\times}\mathbf{E}=[\mathbf{GE}]$), $\mathbf{m}$ — вектор рефракции. Последнее уравнение, учитывая, что обратный тензор пропорционален взаимному, и используя для нахождения последнего формулы [1] (§ 12), перепишем в виде

$$\mathbf{E}=\frac{1}{\varepsilon}\left(1-\frac{i}{\varepsilon}\,G^{\times}\right)\mathbf{D}. \tag{2}$$

Здесь опущены члены, пропорциональные второй степени вектора $\mathbf{G}$. С помощью (2) и первых двух уравнений (1) обычным путем получаем волновое уравнение для вектора $\mathbf{H}$

$$\left(1-\frac{\mathbf{m}^2}{\varepsilon}+\frac{i}{\varepsilon^2}\,\mathbf{mG}\cdot\mathbf{m}^{\times}\right)\mathbf{H}=0. \tag{3}$$

Известно, что в изотропной среде, помещенной в магнитное поле, распространяются две изонормальные волны с круговой поляризацией магнитного поля $\mathbf{H}$ и индукции $\mathbf{D}$ (т. е. $\mathbf{H}^2=\mathbf{D}^2=0$ [2]). Из условия $\mathbf{H}^2=0$ с учетом первого уравнения (1) имеем $\mathbf{m}^2\mathbf{E}^2-(\mathbf{mE})^2=0$, т. е. для однородных волн ($\mathbf{m}$ — действительный линейный [2] вектор) поляризация электрического поля будет также круговой, если $\mathbf{mE}=0$, или [см. (2)]

$$\mathbf{m}[\mathbf{GD}]=-[\mathbf{mG}]\,[\mathbf{mH}]=-\mathbf{m}^2\cdot\mathbf{GH}=0. \tag{4}$$

Соотношение (4) выполняется только при $\mathbf{GH}=0$, т. е. когда $\mathbf{G}\parallel\mathbf{m}$. В остальных случаях кривые, описываемые векторами $\mathbf{H}$ ($\mathbf{D}$) и $\mathbf{E}$, различны по форме и лежат в разных плоскостях.

Разберем наиболее простой случай, когда волна в отсутствие поля поляризована линейно, а внешнее магнитное поле параллельно $\mathbf{H}$ (т. е. $\mathbf{m}\perp\mathbf{G}\perp\mathbf{D}$). Как известно [3], при такой ориентации внешнего поля в среде не возникает кругового двулучепреломления, поэтому вращение плоскости поляризации не наблюдается. Векторы $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$ по-прежнему поляризованы линейно. Однако, как видим из (2), внешнее магнитное поле влияет на поляризацию вектора $\mathbf{E}$ и, как следствие, — на поведение потока энергии волны. Вектор $\mathbf{E}$ теперь оказывается поляризованным эллиптически с отношением полуосей

$$k=\frac{|\mathbf{G}|}{\varepsilon}, \tag{5}$$

причем меньшая ось эллипса направлена в силу условия $\mathbf{m}\perp\mathbf{G}\perp\mathbf{D}$ вдоль вектора $\mathbf{m}$, тогда как большая параллельна $\mathbf{D}$. Таким образом, в отличие от обычной плоской волны, в которой все векторы поля и индукции поляризованы одинаковым образом, в данном случае волна в среде, помещенной в магнитное поле, имеет поляризацию вектора $\mathbf{E}$, отличную от поляризации векторов $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$. Этот результат вытекает и из классических представлений о процессе распространения волны в среде. Действительно, на диполи в среде, совершающие в поле волны периодически линейные колебания, действует во внешнем магнитном поле сила Лоренца. В результате колебания диполей становятся эллиптическими, т. е. конец каждого вектора дипольного момента в течение периода волны описывает эллипс. Поэтому электрическое поле излучения этих диполей будет поляризовано эллиптически.

Особый интерес представляет поведение энергии в рассматриваемом случае. Найдем мгновенный вектор потока плотности энергии. Для этого перейдем к вещественным векторам поля. Тогда в (2) мы должны положить $\mathbf{D}=\mathbf{D}_0\exp(i\varphi)=D_0(\cos\varphi+i\sin\varphi)=\mathbf{D}'+i\mathbf{D}''$, где $\mathbf{D}_0$ — постоянный вещественный вектор, $\varphi=\omega(t-1/c\,\mathbf{mr})$, и ограничиться действительной частью $\mathbf{E}'$ комплексного вектора $\mathbf{E}$. После этого находим вектор плотности потока энергии $\mathbf{P}$

$$\mathbf{P}=\frac{c}{4\pi}[\mathbf{E}'\mathbf{H}']=\frac{c\mathbf{D}_0^2}{4\pi\varepsilon\sqrt{\varepsilon}}\left(\cos^2\varphi\,\mathbf{n}+\frac{G}{2\varepsilon}\sin2\varphi\,\mathbf{d}\right). \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{n}$ — вектор фазовой нормали волны, $\mathbf{d}$ — единичный вектор, параллельный $\mathbf{D}_0$ ($\mathbf{n}^2=\mathbf{d}^2=1$, $\mathbf{nd}=0$), $G$ — величина вектора $\mathbf{G}$. Таким образом, вектор $\mathbf{P}$ в зависимости от $\varphi$ имеет различное направление и величину, которая в принятом нами приближении не зависит от $\mathbf{G}$,

$$P=\frac{c\mathbf{D}_0^2\cos^2\varphi}{4\pi\varepsilon\sqrt{\varepsilon}}. \tag{7}$$

Для угла $\varkappa$ между векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{P}$ имеем

$$\operatorname{tg}\chi=\frac{G}{\varepsilon}\operatorname{tg}\varphi. \tag{8}$$

Получим также выражение для плотности энергии волны $w$. Умножив вещественные части первых двух уравнений (1) скалярно на $\mathbf{H}'$ и $\mathbf{E}'$, соответственно найдем, что

$$w=\frac{1}{c}\,\mathbf{m}P. \tag{9}$$

Поэтому для составляющей скорости переноса энергии $\mathbf{u}=\frac{\mathbf{P}}{w}$ в направлении движения фазы имеем

$$\mathbf{un}=\frac{\mathbf{Pn}}{w}=\frac{c}{n}, \tag{10}$$

т. е. она равна величине фазовой скорости волны $v$. С учетом полученных соотношений рассмотрим, что происходит при нормальном падении волны на плоскопараллельную изотопную пластинку, помещенную в магнитное поле. Полагаем, что падающая волна поляризована линейно, внешнее магнитное поле параллельно $\mathbf{H}$. Как следует из (6), внутри пластинки мгновенный вектор плотности потока энергии волны принимает различные направления от $\chi=-\pi/2$ [при $\varphi=-(2k+1)\ \pi/2$] до $\chi=\pi/2$ [при $\varphi=(2k+1)\ \pi/2$]. Пусть в какой-то момент времени в точках входной грани пластинки фаза волны равна $\varphi_0$. При этом, согласно (6), (8), энергия волны должна переноситься в направлении вектора $\mathbf{P}\ (\varphi_0)$, образующем с направлением распространения фазы угол $\chi\ (\varphi_0)$. За некоторое время $\Delta t$ фаза $\varphi_0$ сместится внутрь пластинки на расстояние $\Delta z$; плоскость, отстоящая от входной грани на $\Delta z$ и параллельная ей, будет являться плоскостью фазы $\varphi_0$. За это время энергия волны переместится в направлении вектора $\mathbf{P}\ (\varphi_0)$, однако в силу (10) окажется снова в точке с фазой $\varphi_0$. Поэтому энергия волны, локализованная в момент времени $t_0$ в точках входной грани пластинки, переносится внутри пластинки параллельно вектору $\mathbf{P}\ (\varphi_0)$. В следующий момент времени в точках входной грани пластинки изменяется как плотность энергии, так и направление ее перемещения. Однако в процессе переноса энергии волны, поскольку $\varphi$ не изменяется, траектории перемещения будут прямыми линиями.[1] Но для фиксированных точек входной грани пластинки $\varphi$ является переменной величиной. Изменяя в выражениях (6)—(8) $\varphi\sim\omega t$ найдем все траектории перемещения энергии волны, а также интенсивность волны в этих направлениях. За полупериод при изменении $\varphi$, например, от $-\pi/2$ до $\pi/2$ энергия волны от точек входной грани пластинки перемещается вдоль прямолинейных траекторий, заполняющих последовательно угловой раствор в $\pi$ рад от $\chi=-\pi/2$ до $\chi=\pi/2$ [см. (8)]. Этот процесс повторяется в течение следующих полупериодов. Таким образом, происходит как бы быстропеременное сканирование луча в угловом растворе $\pi$ рад.

Пусть на пластинку падает не плоская волна, а бесконечно узкий пучок. В связи со сказанным понятно, что на выходе из пластинки этот пучок будет не бесконечно узким, а иметь некоторое распределение плотности энергии $w\ (x)$ в плоскости векторов $\mathbf{n}$, $\mathbf{d}$, где координатная ось $x$ параллельна $\mathbf{d}$. Если толщина пластинки $l$, то с помощью (7)—(9) находим

$$w\ (x)=\frac{c\mathbf{D}_0^2\mathbf{G}^2}{4\pi\varepsilon\sqrt{\varepsilon}\ (\mathbf{G}^2+\varepsilon^2\operatorname{tg}^2\chi)}=\frac{c\mathbf{D}_0^2\mathbf{G}^2l^2}{4\pi\varepsilon\sqrt{\varepsilon}\ (l^2\mathbf{G}^2+\varepsilon^2x^2)}. \tag{11}$$

Оценим величину угла $\chi$. Максимум $w\ (x)$ имеет место при $\varphi=0$, когда $\chi=0$. Согласно (7), $w\ (x)$ падает в 4 раза при $\varphi=60°$. При этом для угла между крайними лучами с такой интенсивностью имеем $\operatorname{tg} 2\chi\approx 2\chi=(2G/\varepsilon)\sqrt{3}$. Для $G\sim 10^{-3}$ и $\varepsilon\sim 3$ находим $2\chi\approx 1.2\ 10^{-3}$ рад. Эта величина в 2—3 раза превышает расходимость излучения газовых лазеров. Использование мощных источников излучения оптического диапазона позволяет ограничиться лучами, интенсивность которых в десятки раз меньше интенсивности центральной части пучка в пластинке. При этом $\chi$ будет составлять десятки минут.

## Литература


[1] Ф. И. Федоров. Теория упругих волн в кристаллах. «Наука», М., 1965.
[2] Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред. Изд. АН БССР, Минск, 1958.
[3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М., 1957.
[4] Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов. Опт. и спектр., 3, 530, 1972.


Поступило в Редакцию 20 апреля 1976 г.

---

[1] Отличная от этой ситуация имеет место в процессе переноса энергии неоднородной волны [4].