The Sequel / T. Feldmann, P. Kroll, B. Stech // Phys. Lett. – 1999. – V. B449. – P. 339–346.

10. Andreev, V. Radiative decays of light vector mesons in Poincare invariant quantum mechanics/ V. Andreev, V. Haurysh // J. Phys. Conf. Ser. – 2016. –Vol. 678. – P. 012041.

11. Petronzio, R. Possible evidence of extended objects inside the proton/ R. Petronzio, S. Simula, G. Ricco // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67. – P. 094004.

В.В. Андреев, Н.В. Максименко, О.М. Дерюжкова
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ БЕССПИНОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ ДИПОЛЬНЫХ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ

Изучение механизмов электромагнитных взаимодействий адронов, а также физическая интерпретация их свойств и характеристик, проявляющихся при данных взаимодействиях, возможно на основе использования эффективных лагранжианов, полученных в рамках теоретико-полевых подходов и согласующихся с низкоэнергетическими теоремами [1, 2].

Чтобы получить уравнения движения заряженной структурной частицы спина *0* в электромагнитном поле используем релятивистские уравнения Лагранжа-Эйлера. При этом лагранжиан будет содержать электрическую α и магнитную β поляризуемости структурной частицы. Чтобы согласовать поляризуемости α и β с поляризуемостями, которые входят в амплитуду комптоновского рассеяния на бесспиновой частице, выполним вычисления этой амплитуды. На основании принципа соответствия с релятивистской классической электродинамикой определим лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля со структурной бесспиновой частицей с учетом дипольных поляризуемостей, следующим образом [3]:

$$L = -\frac{1}{4}F^2 + \partial_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi - m^2(\varphi^* \varphi) + L_I^{(e)} + L_I^{(\alpha)}, \qquad (1)$$

где $F^2 = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, A_μ – векторный потенциал электромагнитного поля, $\mu = 0,1,2,3$, ∂_μ – 4-мерная производная, $\varphi = \varphi(x)$ – волновая функция бесспиновой частицы, $\varphi^* = \varphi^*(x)$ – комплексно сопряженная волновая функция, m – масса структурной бесспиновой частицы. В уравнении (1) члены, отвечающие за вклады от взаимодействия заряда бесспиновой частицы с электромагнитным полем $L_I^{(e)}$ и вклады от учета дипольных поляризуемостей, связанных с электрическими и магнитными дипольными моментами адронов $L_I^{(\alpha)}$, определены следующим образом [4]:

$$L_I^{(e)} = j_\mu A^\mu + e^2 A^2(\varphi^*\varphi),$$

где j_μ – сохраняющийся ток, $j_\mu A^\mu = -ieA_\mu\varphi^*\partial^\mu\varphi + ieA^\mu\partial_\mu\varphi^*\varphi$; e – элементарный заряд;

$$L_I^{(\alpha)} = \frac{2\pi}{m}\left[\partial_\mu\varphi^*\partial^\nu\varphi + \partial^\nu\varphi^*\partial_\mu\varphi\right]\left[(\alpha+\beta)F^{\rho\mu}F_{\rho\nu} - \frac{\beta}{2}\delta_\nu^\mu F^2\right]. \qquad (2)$$

В этом уравнении α и β – электрическая и магнитная поляризуемости структурной бесспиновой частицы, δ_ν^ρ – дельта-символ Кронекера.

Тогда полный лагранжиан имеет вид:

$$L = -\frac{1}{4}F^2 + \partial_\mu\varphi^*\partial^\mu\varphi - m^2(\varphi^*\varphi) - ieA_\mu\varphi^*\partial^\mu\varphi + ieA^\mu\partial_\mu\varphi^*\varphi + e^2A^2(\varphi^*\varphi) +$$
$$+\frac{2\pi}{m}\left[\partial_\mu\varphi^*\partial^\nu\varphi + \partial^\nu\varphi^*\partial_\mu\varphi\right]\left[(\alpha+\beta)F^{\rho\mu}F_{\rho\nu} - \frac{\beta}{2}\delta_\nu^\mu F^2\right]. \qquad (3)$$

Используя выражение для лагранжиана (3) получим уравнения движения структурной заряженной бесспиновой частицы в электромагнитном поле. Запишем релятивистские уравнения Лагранжа-Эйлера для волновой функции φ бесспиновой частицы, комплексно сопряженной волновой функции φ^* и векторного потенциала электромагнитного поля A_μ:

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_\mu\varphi\right)}\right)-\frac{\partial L}{\partial\varphi}=0,\qquad \partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_\mu\varphi^*\right)}\right)-\frac{\partial L}{\partial\varphi^*}=0,$$

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_\mu A_\nu\right)}\right)-\frac{\partial L}{\partial A_\nu}=0.$$

Вычисляя частные производные ∂_μ от лагранжиана (3) по φ,φ^* и A_μ получим уравнения движения в виде:

$$\partial_\mu\partial^\mu\varphi+m^2\varphi+ie\partial_\mu A^\mu\varphi+ieA_\mu\partial^\mu\varphi-e^2A^2\varphi+2\partial_\mu K_\nu^\mu\partial^\nu\varphi=0, \tag{4}$$

$$\partial_\mu\partial^\mu\varphi^*+m^2\varphi^*-ie\partial_\mu A^\mu\varphi^*-ieA^\mu\partial_\mu\varphi^*-e^2A^2\varphi^*+2\partial_\mu K_\nu^\mu\partial^\nu\varphi^*=0, \tag{5}$$

где в уравнениях (4) и (5) использовано обозначение:

$$K_\nu^\mu=\frac{2\pi}{m}\left\{(\alpha+\beta)F^{\rho\mu}F_{\rho\nu}-\frac{\beta}{2}\delta_\nu^\mu F^2\right\}.$$

$$-\partial_\mu F^{\mu\nu}+ie\varphi^*\partial^\nu\varphi-ie\partial^\nu\varphi^*\varphi-2e^2A^\nu\varphi^*\varphi+\partial_\mu G^{\mu\nu}=0. \tag{6}$$

В уравнении (6) введено обозначение в слагаемом, отвечающее за учет дипольных поляризуемостей:

$$G^{\mu\nu}=\frac{2\pi}{m}\left\{(\alpha+\beta)\left(\theta^{\nu\rho}F_\rho^\mu-\theta^{\mu\rho}F_\rho^\nu+\theta_\sigma^\nu F^{\mu\sigma}-\theta_\sigma^\mu F^{\sigma\nu}\right)-\frac{\beta}{2}4\theta_\sigma^\sigma F^{\mu\nu}\right\}.$$

Уравнения (4)–(6) можно представить в виде, удобном для интерпретации, а именно:

$$\Box\varphi+m^2\varphi=-\partial_\mu\pi_I^\mu(\varphi)-ieA_\mu\partial^\mu\varphi+e^2A^2\varphi, \tag{7}$$

где $\pi_I^\mu(\varphi)=ieA^\mu\varphi+\dfrac{4\pi}{m}K_\nu^\mu\partial^\nu\varphi.$

$$\Box\varphi^*+m^2\varphi^*=-\partial_\mu\pi_I^\mu(\varphi^*)+ieA^\mu\partial_\mu\varphi^*+e^2A^2\varphi^*, \tag{8}$$

где $\pi_I^\mu(\varphi^*)=-ieA^\mu\varphi^*+\dfrac{4\pi}{m}K_\nu^\mu\partial^\nu\varphi^*.$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}=j^\nu-\partial_\mu G^{\mu\nu}, \tag{9}$$

где $j^\nu=ie\left(\varphi^*\partial^\nu\varphi-\partial^\nu\varphi^*\varphi\right)-2e^2A^\nu\varphi^*\varphi.$

В уравнениях (7) и (8) правая часть отвечает за взаимодействие заряженной структурной частицы спина *0* с электромагнитным полем с учетом вкладов дипольных поляризуемостей. Эти уравнения переходят в уравнения Клейна-Гордона-Фока, т.е. уравнения движения свободной заряженной частицы относительно φ и φ^*, если положить правую часть выражений равной нулю.

Вычислим теперь амплитуду комптоновского рассеяния на скалярной частице в релятивистски-инвариантной форме с учетом поляризуемостей для проверки правильности выбранного лагранжиана (2). Из низкоэнергетической теоремы следует, что амплитуда комптоновского рассеяния в области низких энергий определяется борновской частью, а также вкладом поляризуемостей и среднеквадратичного радиуса частицы. Воспользуемся определением *S*-матричного элемента согласно работам [5, 6]. Его можно определить, используя правую часть уравнений (7) или (8) с помощью функции Грина и асимптотических условий. Тогда для *S*-матричного элемента, учитывающего поляризуемость структурной частицы, получим:

$$S_{fi} = i\frac{2\pi}{m}\int d^4x\left[\partial_\rho\varphi^*\partial^\nu\varphi + \partial^\nu\varphi^*\partial_\rho\varphi\right]\left[\alpha F^{\mu\rho}F_{\mu\nu} + \beta\tilde{F}^{\mu\rho}\tilde{F}_{\mu\nu}\right], \qquad (10)$$

где $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$ – дуальный тензор электромагнитного поля, $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ – 4-мерный тензор Леви-Чивита. Если в выражении (10) воспользоваться соотношением $\tilde{F}^{\mu\rho}\tilde{F}_{\mu\nu} = \left(F^{\mu\rho}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta^\rho_\nu F^2\right)$, то амплитуду можно представить в виде:

$$S_{fi} = i\frac{2\pi}{m}\int d^4x\left[\partial_\rho\varphi^*\partial^\nu\varphi + \partial^\nu\varphi^*\partial_\rho\varphi\right]\left[(\alpha+\beta)F^{\mu\rho}F_{\mu\nu} - \frac{\beta}{2}\delta^\rho_\nu F^2\right]. \qquad (11)$$

В импульсном представлении амплитуда (11) определяется следующим образом:

$$S_{fi} = \frac{(-i)(2\pi)^4\delta\left(k_1 + p_1 - k_2 - p_2\right)}{(2\pi)^6\sqrt{16\omega_1\omega_2E_1E_2}}M\,, \qquad (12)$$

где ω – частота излучения, k_1, p_1 и k_2, p_2 – импульсы падающего и рассеянного фотонов и скалярной частицы в начальном и конечном состоянии соответственно, $\delta\left(k_1 + p_1 - k_2 - p_2\right)$ – дельта-функция Дирака, позволяющая учесть закон сохранения 4-мерных импульсов в процессе комптоновского рассеяния. В выражении (12) введена матрица *M*, которая представляет собой два слагаемых:

$$M=M_1+M_2, \tag{13}$$

$$M_1=e^2\left[\frac{\left(e^{\lambda_2}\left(2p_2+k_2\right)\right)\left(e^{\lambda_1}\left(2p_1+k_1\right)\right)}{\left(p_1+k_1\right)^2-m^2}+\frac{\left(e^{\lambda_1}\left(2p_2-k_1\right)\right)\left(e^{\lambda_2}\left(2p_1-k_2\right)\right)}{\left(p_1+k_1\right)^2-m^2}-2\left(e^{\lambda_2}e^{\lambda_1}\right)\right],$$

$$M_2=-\frac{2\pi}{m}\left(p_{2\nu}p_1^{\mu}+p_2^{\mu}p_{1\nu}\right)\left[(\alpha+\beta)\left(F_{\mu\rho}^{(2)}F_{(1)}^{\rho\nu}+F_{\mu\rho}^{(1)}F_{(2)}^{\rho\nu}\right)-\beta\delta_{\rho}^{\nu}F_{(2)}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}^{(1)}\right],$$

где e^{λ_1} и e^{λ_2} – векторы поляризации падающего и рассеянного фотонов соответственно, через которые определяются тензоры энергии электромагнитного поля: $F_{(1)}^{\mu\nu}=k_1^{\mu}e^{(\lambda_1)\nu}-k_1^{\nu}e^{(\lambda_1)\mu}$, $F_{(2)}^{\mu\nu}=k_2^{\mu}e^{(\lambda_2)\nu}-k_2^{\nu}e^{(\lambda_2)\mu}$. Выражение M_1 дает борновскую часть амплитуды рассеяния, а M_2 определяет релятивистский вклад поляризуемостей в амплитуду.

Из соотношения (13) следует калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды комптоновского рассеяния на структурной частице спина *0* с учетом поляризуемостей. Данная амплитуда удовлетворяет условию перекресной симметрии.

Если перейти в систему покоя мишени, то для рассеяния фотона на произвольный угол на любой бесспиновой частице амплитуда (12) с учетом (13) примет вид:

$$S_{fi}=\frac{(-i)\delta\left(k_1+p_1-k_2-p_2\right)}{(2\pi)^2\sqrt{16\omega_1\omega_2E_1E_2}}\times$$

$$\times\left\{-2e^2\left(\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right)+8\pi m\omega_1\omega_2\left(\alpha\left(\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right)+\beta\left(\left[\vec{k}_2\vec{e}^{(\lambda_2)}\right]\left[\vec{k}_1\vec{e}^{(\lambda_1)}\right]\right)\right)\right\}.$$

Таким образом, в низкоэнергетическом пределе, введенные в лагранжиан (2) поляризуемости согласуются с комптоновскими поляризуемостями, установленными в работах [7-9]. Данный лагранжиан и амплитуда комптоновского рассеяния на бесспиновой частице с учетом ее дипольных поляризуемостей получены опираясь на калибровочно-инвариантный подход и решения электродинамических уравнений методом функции Грина. С использованием релятивистских уравнений Лагранжа-Эйлера получены уравнения движения структурной заряженной бесспиновой частицы в электромагнитном поле.

Литература

1. Paz, G. An introduction to NRQED / G. Paz // [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access: http://hep-ph/1503.07216. – Date of access: 24.03.2015.

2. Hill, R.J. The NRQED lagrangian at order $\frac{1}{M^4}$ / R.J. Hill, G. Lee, G. Paz, M.P. Solon // Phys. Rev. D. – 2013. – Vol. 87, № 5. – P. 053017–1–13.

3. Anandan, J. S. Classical and quantum interaction of the dipole / J.S. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.

4. Максименко, Н.В. Ковариантный калибровочно-инвариантный формализм Лагранжа с учетом поляризуемостей частиц / Н.В. Максименко, О.М. Дерюжкова // Весці НАН Беларусі, серыя фіз.-мат. навук. – М.: «Беларуская навука», 2011. – № 2. – С. 27–30.

5. Богуш, А. А. Введение в теорию классических полей / А. А. Богуш, Л.Г. Мороз. – Минск: Наука и техника, 1968. – 387 с.

6. Богуш, А. А. Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий / А. А. Богуш. – Минск: Наука и техника, 1987. – 359 с.

7. Петрунькин, В.А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В.А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12. – С. 692–753.

8. Максименко, Н.В. Низкоэнергетическое разложение амплитуды комптоновского рассеяния на адроне и одновременные коммутаторы токов / Н.В. Максименко, С.Г. Шульга // Ядерная физика. – 1990. – Т. 52. – Вып. 2(8). – С. 524–534.

9. Feinberg, G. General Theory of the van der Waals interaction: a model-independent approach / G. Feinberg, J. Sucher // Phys. Rev. A2. – 1970. – P. 2395–2415.

Н.А. Ахраменко, А.П. Павленко

УО «Белорусский государственный университет транспорта»,
Гомель, Беларусь

ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ МАССИВНОЙ ПЛОСКОСТИ

Введение

Гравитационная масса в теории тяготения Ньютона является источником гравитационного поля. Напряженность гравитационного