

УДК 535.42

## ГЕНЕРАЦИЯ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ УДВОЕННОЙ ЧАСТОТЫ В КВАДРАТИЧНО-НЕЛИНЕЙНЫХ КРИСТАЛЛАХ С РАДИАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СТРУКТУРОЙ ДОМЕНОВ

П.А. Хило<sup>1</sup>, Е.С. Петрова<sup>1</sup>, Н.А. Хило<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель

<sup>2</sup>Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси, Минск

## GENERATION OF BESSEL LIGHT BEAMS FREQUENCY DOUBLING IN QUADRATIC NONLINEAR CRYSTALS WITH RADIAL STRUCTURE OF THE DOMAIN POLARIZED

P.A. Khilo<sup>1</sup>, E.S. Petrova<sup>1</sup>, N.A. Khilo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>P.O. Sukhoi Gomel State Technical University, Gomel

<sup>2</sup>B.I. Stepanov Institute of Physics of NAS Belarus, Minsk

Предложена и исследована схема генерации второй гармоники бesselевых световых пучков в квадратично-нелинейных кристаллах с радиально-периодической структурой доменов. Рассчитана нелинейная поляризация, найдена пространственная структура взаимодействующих полей. Численно исследованы интегралы перекрытия, характеризующие эффективность процесса удвоения частоты бesselевых световых пучков произвольных порядков.

**Ключевые слова:** генерация второй гармоники, квадратично-нелинейные кристаллы с радиально-поляризованной структурой доменов, бesselев световой пучок.

In the paper the scheme of the second harmonic generation of Bessel light beams in quadratic nonlinear crystals with radial periodic structure of domains is described. Nonlinear polarization at the fundamental and double frequencies is calculated and spatial structure of interacting fields is founded. The overlap integrals that characterize the efficiency of the frequency doubling of Bessel light beams of arbitrary order are numerically investigated.

**Keywords:** second harmonic generation, quadratic nonlinear crystals with radial periodic structure of domains, Bessel light beams.

### Введение

Разработка методов динамической трансформации бesselевых световых пучков (БСП), в том числе изменение их порядка, управление поляризацией и направлением распространения представляет как научный, так и практический интерес. В частности, манипуляция параметрами БСП актуальна в многообразных задачах, связанных с использованием оптических пинцетов [1].

Одним из важнейших направлений исследований в оптике бesselевых световых пучков является формирование бesselевых пучков ТН и ТЕ поляризаций и преобразование ТН ↔ ТЕ мод в анизотропных кристаллах. Использование азимутально ТЕ и радиально ТН поляризованных бesselевых пучков имеет преимущество перед линейно- или циркулярно- поляризованными пучками, т. к. позволяет получать более высокую концентрацию светового поля в приосевой области, что перспективно для использования в фотолитографии, конфокальной микроскопии, устройствах записи-считывания информации, оптической когерентной томографии [2], [3].

Периодическая модуляция нелинейной восприимчивости широко используется для квазисинхронного преобразования частоты световых

волн и, в частности, БСП [4]. При этом рассматривается геометрия взаимодействия, в которой световые пучки основной и удвоенной частоты распространяются вдоль (или под малым углом) к направлению вектора модуляции нелинейной восприимчивости. В работе [5] предложен новый тип периодической структуры с радиальной модуляцией нелинейной восприимчивости для квазисинхронного преобразования частоты световых волн, и в [6] была показана возможность генерации БСП первого порядка удвоенной частоты при падении на периодически-поляризованный нелинейный кристалл пучка гауссова типа.

В данной работе предложена и исследована схема генерации БСП удвоенной частоты в квадратично-нелинейных кристаллах с радиально-поляризованной структурой доменов при падении на кристалл бesselева светового пучка. Для достижения азимутально-симметричного режима генерации второй гармоники рассматривается геометрия взаимодействия, когда направление распространения БСП совпадает с оптической осью кристалла, и за счет поперечной модуляции тензора нелинейной восприимчивости достигается генерация второй гармоники в пределах всего конуса синхронизма.

**1 Генерация второй гармоники в кристаллах класса 4mm с радиально-периодической структурой доменов**

Рассмотрим наиболее симметричный тип взаимодействия, когда падающий БСП азимутально или радиально поляризован [7]. Ранее [8] нами было показано, что уравнения Максвелла в одноосном кристалле для бesselева светового пучка нулевого порядка по продольной компоненте имеют два решения, соответствующие плоским волнам в теории одноосных кристаллов (бesselевы световые пучки *o*- и *e*- типа). Компоненты векторов напряженности электрического поля с точностью до фазового множителя  $\exp[i(k_{o,e}z + m\phi)]$  выражаются через функции Бесселя первого рода *m*-го порядка  $J_m(q\rho)$  и их производные следующим образом:

$$\begin{aligned} E_{o\rho} &= ik_0 n_o \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho), \\ E_{o\phi} &= -k_0 n_o J'_m(q\rho), \\ E_{oz} &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

для обыкновенного пучка и

$$\begin{aligned} E_{e\rho} &= ik_0 n_e J'_m(q\rho), \\ E_{e\phi} &= -k_0 n_e \cos(\gamma_e) \frac{m}{q\rho} J_m(q\rho), \\ E_{ez} &= k_0 n_e \sin(\gamma_e) \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} J_m(q\rho) \end{aligned} \quad (1.2)$$

для необыкновенного пучка.

Для БСП *o*- и *e*- типов продольные компоненты волновых векторов равны соответственно

$$\begin{aligned} k_{oz} &= k_0 n_o \cos(\gamma_o), \quad k_{ez} = k_0 n_e \cos(\gamma_e), \\ k_0 &= \omega/c, \end{aligned}$$

$\gamma_{o,e}$  – углы конусности БСП.

Рассчитаем нелинейную поляризацию для кристалла класса 4mm с радиально-периодической структурой доменов. Радиально-периодическая модуляция нелинейной восприимчивости *d* может быть представлена в виде

$$d(\rho) = d_0 g(\rho),$$

где  $g(\rho) = \cos(2\pi\rho/\Lambda)$ ,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  – поперечная радиальная координата,  $\Lambda$  – период структуры.

Ненулевая компонента вектора нелинейной поляризации на удвоенной частоте для данного класса кристаллов равна

$$P_{2z} = d_{31} [E_{ox}^2(\omega) + E_{oy}^2(\omega)], \quad (1.3)$$

или в цилиндрических координатах получаем

$$P_{2z} = d_{31} (E_{o\rho}^2(\omega) + E_{o\phi}^2(\omega)), \quad (1.4)$$

где  $d_{31}$  – компонента тензора нелинейной восприимчивости.

Запишем поле обыкновенной волны на основной частоте для БСП произвольного порядка в виде

$$\begin{aligned} \vec{E}_1^\omega(\rho, \phi, z) &= \\ &= k_0 n_o A_1 \left( i \frac{m}{q_1 \rho} J_m(q_1 \rho) \vec{e}_\rho - J'_m(q_1 \rho) \vec{e}_\phi \right) \times \\ &\times \exp[ik_{oz} z + im\phi - i\omega t], \end{aligned} \quad (1.5)$$

где  $\rho, \phi, z$  – цилиндрические координаты, *m*- порядок бesselевой функции,  $\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi$  – цилиндрические орты.

Для вектора НЛ поляризации (1.4) в цилиндрических координатах имеем:

$$\begin{aligned} P_{2z}(\rho, \phi, z) &= \\ &= d_{31} k_0^2 n_o^2 A_1^2(z) \left( J_m'^2(q\rho) - \left(\frac{m}{q\rho}\right)^2 J_m^2(q\rho) \right) \times \\ &\times \exp[ik_{oz} z + 2im\phi]. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Характерной особенностью (1.6) является то, что нелинейная поляризация на удвоенной частоте не зависит от азимутального угла, в то время как для падающего на кристалл БСП циркулярной поляризации азимутальная зависимость проявляется в компонентах поля.

Известная функция НЛ поляризации позволяет рассчитать продольную компоненту поля второй гармоники. Для этого используется уравнение Гельмгольца

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\varepsilon}{c^2} (2\omega)^2 \right] E_{2\omega,z} = \frac{-4\pi}{c^2} (2\omega)^2 P_{2z}. \quad (1.7)$$

Решение уравнения (1.7) представим в виде

$$E_{2z} \sim J_m(q_2 \rho) \exp[ik_{2z} z + 2im\phi].$$

В приближении медленно меняющейся амплитуды  $A_2(z)$  данное решение трансформируется к виду

$$E_{2z} = A_2(z) J_m(q_2 \rho) \exp[ik_{2z} z + 2im\phi]. \quad (1.8)$$

Для удобства дальнейшего анализа в амплитуды полей (1.5) и (1.8) введены нормировочные структурные функции  $b_{1,2}(q)$  вида

$$b_1(q) = \pi \int_0^R [J_{m+1}^2(q\rho) + J_{m-1}^2(q\rho)] \rho d\rho,$$

$$b_2(q) = 2\pi \int_0^R J_m^2(q_2 \rho) \rho d\rho,$$

где  $R$  – радиус БСП,  $q_2$  – волновое число БСП на удвоенной частоте.

Используя формулы (1.5)–(1.8), получим укороченное уравнение для амплитуды поля второй гармоники

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = i\delta A_1^2(z) g(q_2, k_g), \quad (1.9)$$

$$\text{где } \delta = \frac{4\pi(2\omega)^2}{c^2 q_2 2k_{2z}} k_0^2 n_o^2 d_{31}, \quad k_g = \frac{2\pi}{\Lambda}.$$

Уравнение (1.9) не содержит волновой расстройки, т. к. обеспечение продольного синхронизма в данной схеме не представляет труда за счет волнового вектора периодической структуры.

Особенность данного уравнения состоит в структуре интеграла перекрытия

$$g(q_2, k_g) = \frac{2\pi}{b_1(q_1)\sqrt{b_2(q_2)}} \times \int_0^R J_{m-1}(q_1\rho)J_{m+1}(q_1\rho)J_m(q_2\rho)\cos(k_g\rho)\rho d\rho. \quad (1.10)$$

Интеграл перекрытия (1.10) определяет зависимость эффективности процесса ГВГ от поперечного волнового числа БСП на удвоенной частоте  $q_2$  и волнового числа  $k_g$  периодической структуры при учете первой Фурье-компоненты радиально-периодической модуляции нелинейности. Поперечные компоненты поля  $E_{x,y}^{2\omega}$  могут быть

получены из решений уравнений Максвелла с учетом (1.8).

Проведем расчет величины волнового числа  $k_g$ , необходимого для устранения геометрической расстройки поперечных волновых чисел взаимодействующих бesselевых пучков

$$k_g = 2k_0[n_{2e}(\gamma_e)\sin(\gamma_2) - n_{1o}\sin(\gamma_1)], \quad (1.11)$$

где  $\text{tg}(\gamma_2) = n_{2e}\sqrt{n_{1o}^{-2}\cos(\gamma_1)^{-2} - n_{2o}^{-2}}$ ,  $\gamma_{1,2}$  — угол конусности БСП на основной и удвоенной частоте. Далее в расчетах интегралов перекрытия величина  $k_g$  выбиралась в соответствии с уравнением (1.11). При этом автоматически обеспечивалось выполнение условия продольного синхронизма.

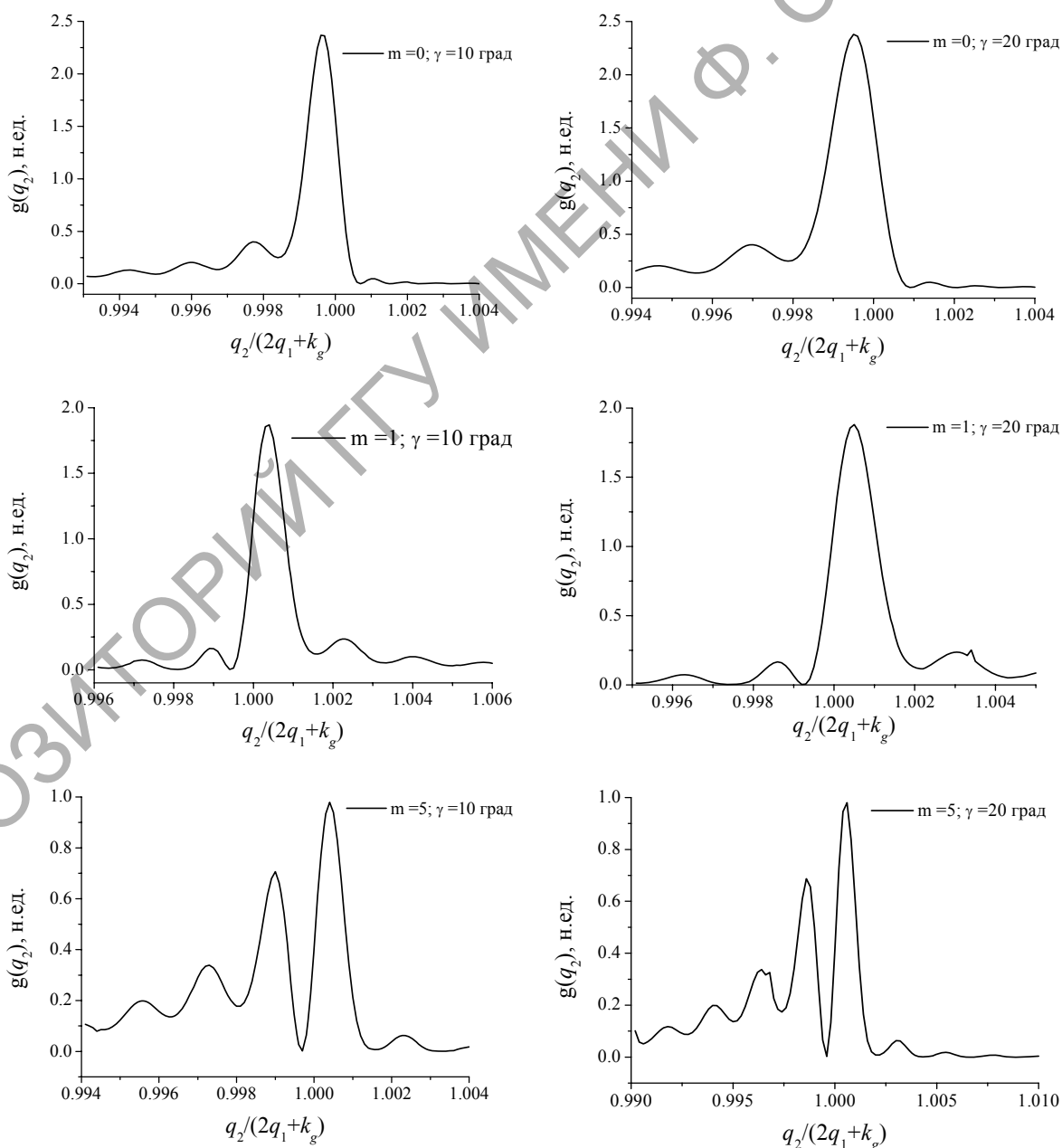


Рисунок 2.1 – Зависимость интеграла перекрытия от поперечного волнового числа  $q_2$  для БСП различных порядков и углов конусности

## 2 Результаты расчетов

На рисунке 2.1 приведены графики зависимости интегралов перекрытия от поперечного волнового числа поля удвоенной частоты  $q_2$  для произвольного порядка бесселевых пучков. Видно, что для БСП низших порядков интеграл перекрытия содержит четко выраженный максимум вблизи значения  $q_2 = 2q_1 + k_g$ , соответствующего выполнению поперечного синхронизма. Отметим, однако, что точное значение максимума несколько смещено от приведенной величины, причем знак смещения зависит от порядка БСП. При возрастании угла конусности  $\gamma_1$  имеет место небольшое увеличение ширины максимума функции  $g(q_2)$ .

Это может быть связано с увеличением периода периодической структуры, требуемого для достижения поперечного синхронизма. При возрастании порядка бесселевых пучков наблюдается увеличение уровня боковых осцилляций функции  $g(q_2)$  и последующая перестройка ее вида.

### Заключение

Предложенная схема генерации бесселева светового пучка на удвоенной частоте в квадратично-нелинейных кристаллах с радиально-поляризованной структурой доменов эффективна для нелинейных кристаллов с отсутствующим или малым двулучепреломлением, в которых только за счет квазисинхронизма возможно обеспечение генерации второй гармоники в пределах всего конуса направлений синхронизма. Данная схема может быть использована для решения задач оптической интерферометрии, профилометрии и эллипсометрии с применением квазибездифракционных световых пучков высших порядков.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Arlt, J. Generation of high-order Bessel beams by use of an axocon / J. Arlt, K. Dholakia // Optics Comms. – 2000. – Vol. 177. – P. 297–301.
2. Краморева, Л.И. Оптическая когерентная томография (обзор) / Л.И. Краморева, Ю.И. Рожко // ЖПС. – 2010. – Т. 77, № 4. – С. 485–506.
3. Formation of TE-and TH polarized Bessel beams at acousto-optic diffraction in anisotropic crystals / P.A. Khilo [et al.] // Proc. of SPIE. – 2011. – Vol. 8073. – P. 807327-1–807327-9.
4. Хило, П.А. Генерация второй гармоники эллиптическими бесселевыми световыми пучками в периодически поляризованных нелинейных средах / П.А. Хило, Е.С. Петрова // ЖПС 2005. – Т. 72, № 6. – С. 752–755.
5. Annular symmetry nonlinear frequency converters / D. Kasimo [et al.] // Optics Express 2006. – Vol. 14, № 20. – P. 9371–9376.
6. Generation of Bessel beams by parametric frequency doubling in annular nonlinear periodic structures / S. Saltiel [et al.] // Optics Express 2007. – Vol. 15, № 7. – P. 4133–4138.
7. Experimental generation and analysis of first-order TE and TM Bessel modes in free space / A. Flores-Peres [et al.] // Optics Letters 2006. – Vol. 31, № 11. – P. 4133–4138.
8. Хило, Н.А. Преобразование порядка бесселевых световых пучков в одноосных кристаллах / Н.А. Хило, Е.С. Петрова, А.А. Рыжович // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, № 1. – С. 85–89.

Поступила в редакцию 15.03.13.