

А.А. Шамына, В.Н. Капшай

УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

**ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ЭЛЛИПСА ПОЛЯРИЗАЦИИ
ПАДАЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ГЕНЕРАЦИЮ
ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ОТ ПОВЕРХНОСТИ КОНЕЧНОГО ЦИЛИНДРА**

Введение

Тема генерации второй гармоники (ГВГ) в объёме кристаллов уже хорошо изучена и достаточно хорошо освещена. В последнее время закономерно привлекает внимание ГВГ от двумерных объектов. В частности, такое явление может наблюдаться в тонком слое оптически нелинейного вещества, нанесённого на диэлектрическую частицу в диэлектрике. Экспериментально доказано, что дипольная модель хорошо описывает ГВГ от тонких слоёв [1]. Согласно ей в центросимметричных средах нелинейные эффекты второго порядка запрещены [2]. Однако в тонком нелинейном слое центросимметричность нарушается, что позволяет наблюдать ГВГ и генерацию суммарной частоты. Это позволяет получать сигнал удвоенной частоты исключительно от нелинейного слоя и избегать его искажения сигналом как от объёма частицы, на которую нанесён слой, так и от окружающей среды.

ГВГ уже экспериментально исследована от поверхности наночастиц в растворах, диэлектрических частиц в кристаллиновом слое, водяных капель, а также биологических клеток. Это явление можно использовать для определения распределения плотности адсорбированного нелинейного вещества на поверхности частицы, поверхностного потенциала, свободной энергии, структуры поверхности. В качестве нелинейного слоя были использованы адсорбированные красители (малахитовый зелёный, пиридин), поверхностно активных веществ, биополимеров. Также с его помощью стало возможным исследование кинетики транспорта через мембраны липосом [3].

1. Постановка задачи

Для решения задачи о ГВГ от поверхности цилиндра понадобятся декартова, цилиндрическая и сферическая системы координат. Схема задачи изображена на рисунке 1.

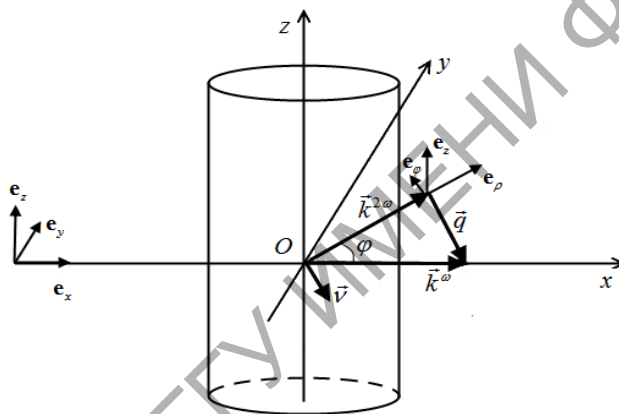


Рисунок 1 – Схема задачи

Ось Ox направлена вправо, а ось Oz вверх. Ось Oy перпендикулярна им обоим. Векторы $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – это единичные орты декартовой системы координат, $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z$ – единичные орты цилиндрической системы координат, а $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi$ – единичные орты сферической системы координат. В центре системы координат расположим цилиндрическую частицу вдоль оси Oz . Пусть высота частицы равна h , радиус её основания a , а сама частица покрыта нелинейным слоем толщины $d_0 \ll a$ ($d \ll h$).

Пусть падающая в плоскости Oxz волна задана уравнением

$$\vec{E}^{in}(\vec{x}) = \vec{e}^{in} E_0 \exp(ik^\omega x - i\omega t). \quad (1)$$

Здесь E_0 – это амплитуда падающей волны, k^ω – модуль её волнового вектора на циклической частоте ω , а вектор \vec{e}^{in} характеризует поляризацию падающей волны и задаётся формулой:

$$\begin{aligned} \vec{e}^{in} = & \frac{(\sin \varphi_{in} \mathbf{e}_y + \cos \varphi_{in} (-\cos \theta_{in} \mathbf{e}_x + \sin \theta_{in} \mathbf{e}_z))}{\sqrt{1 + \sigma^2}} + \\ & + \frac{i\sigma (-\cos \varphi_{in} \mathbf{e}_y + \sin \varphi_{in} (-\cos \theta_{in} \mathbf{e}_x + \sin \theta_{in} \mathbf{e}_z))}{\sqrt{1 + \sigma^2}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где θ_{in} – это угол между направлением падающей волны и осью Oz , а φ_{in} – это угол между большей полуосью эллипса поляризации и плоскостью падения, $-1 \leq \sigma \leq +1$ характеризует эллиптичность падающей волны и равен отношению меньшей полуоси эллипса поляризации к большей ($\sigma > 0$ – правая поляризация, $\sigma < 0$ – левая поляризация).

2. Решение

В приближении Рэлея-Ганса-Дебая рассеянная волна отсутствует и поле в окрестности участка поверхности равно полю падающей волны. Тогда в дипольном приближении поляризация участка поверхности зависит от напряжённости электрического поля в этой точке следующим образом:

$$P_i^{2\omega}(\vec{x}) = \chi_{ijk}(\vec{x}) E_j^{in}(\vec{x}) E_k^{in}(\vec{x}), \quad (3)$$

где индексы i, j, k обозначают компоненты векторов $\vec{P}^{2\omega}$ и \vec{E}^{in} , а тензор $\chi_{ijk}(\vec{x})$ – это тензор нелинейной восприимчивости третьего ранга, имеющий для некирального слоя следующий общий вид:

$$\chi_{ijk}(\vec{x}) = \chi_1 n_i n_j n_k + \chi_2 n_i \delta_{jk} + \chi_3 (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij}), \quad (4)$$

где χ_{1-3} – коэффициенты анизотропии, n_i, n_j, n_k – компоненты вектора нормали к поверхности, $\delta_{ij}, \delta_{ki}, \delta_{jk}$ – дельта-символы Кронекера. В формуле (3) подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

Поле генерируемой волны можно вычислить как следующий интеграл по объёму слоя:

$$\vec{E}(\vec{x}) = (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \mu^{2\omega} \frac{\exp(ik^{2\omega} |\vec{x}|)}{|\vec{x}|} \frac{(2\omega)^2}{c^2} \int_V \frac{\exp(ik^{2\omega} |\vec{x} - \vec{x}'|)}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \vec{P}^{2\omega}(\vec{x}') d\vec{x}', \quad (5)$$

где $\mu^{2\omega}$ – это магнитная проницаемость окружающей среды на частоте 2ω , c – скорость света. В дальней зоне формула (5) для боковой поверхности цилиндрической частицы преобразуется к следующему виду:

$$\vec{E}(\vec{x}) = 2\pi i \mu^{2\omega} \frac{(2\omega)^2}{c^2} d_0 a h E_0^2 (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \frac{\sin(k^\omega h (\cos \theta_{in} - \xi \cos \theta))}{k^\omega h (\cos \theta_{in} - \xi \cos \theta)} \vec{f}_{lat}(\vec{x}), \quad (6)$$

где $\xi = n^{2\omega} / n^\omega$ – это дисперсия окружающей среды, а \vec{f} задаётся выражением:

$$\vec{f}_{lat}(\vec{x}) = \vec{v} \left[\left(\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v} \right)^2 \chi_1 J_3(z) - \left(\vec{e}^{in} \vec{e}^{in} \right) \chi_2 J_1(z) - \left(\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{e}_{\perp}^{in} \right) \chi_1 (J_1(z) + J_3(z)) / 4 \right] - \\ - 2\vec{e}^{in} \left(\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v} \right) \chi_3 J_1(z) - 2\vec{e}_{\perp}^{in} \left(\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v} \right) \chi_1 (J_1(z) + J_3(z)) / 4, \quad (7)$$

записанным через функции Бесселя $J_i(z)$. Здесь

$$\vec{e}_{\perp}^{in} = \frac{(\sin \varphi_{in} \sin \varphi - \cos \varphi_{in} \cos \theta_{in} \cos \varphi - i\sigma (\cos \varphi_{in} \sin \varphi + \sin \varphi_{in} \cos \theta_{in} \cos \varphi)) \mathbf{e}_{\rho}}{\sqrt{1 + \sigma^2}} + \\ + \frac{(\sin \varphi_{in} \cos \varphi + \cos \varphi_{in} \cos \theta_{in} \sin \varphi + i\sigma (-\cos \varphi_{in} \cos \varphi + \sin \varphi_{in} \cos \theta_{in} \sin \varphi)) \mathbf{e}_{\varphi}}{\sqrt{1 + \sigma^2}} \quad (8)$$

– это проекция вектора поляризации падающей волны на плоскость, перпендикулярную оси цилиндра;

$$q_{\perp} = |\vec{q}_{\perp}| = 2k^{\omega} \sqrt{\sin^2 \theta_{in} - 2\xi \sin \theta \sin \theta_{in} \cos \varphi + \xi^2 \sin^2 \theta} \quad (9)$$

– это модуль составляющей вектора рассеяния $\vec{q} = 2\vec{k}^{\omega} - \vec{k}^{2\omega}$ в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра;

$$\vec{v} = \vec{q}_{\perp} / |\vec{q}_{\perp}| = \frac{(\sin \theta_{in} \cos \varphi - \xi \sin \theta) \mathbf{e}_{\rho} - \sin \theta_{in} \sin \varphi \mathbf{e}_{\varphi}}{\sqrt{\sin^2 \theta_{in} - 2\xi \sin \theta \sin \theta_{in} \cos \varphi + \xi^2 \sin^2 \theta}} \quad (10)$$

– это единичный вектор в направлении \vec{q}_{\perp} .

Интеграл (5) после вычисления для торцов цилиндра, имеющих форму дисков, принимает вид

$$\vec{E}(\vec{x}) = 2\pi i \mu^{2\omega} \frac{(2\omega)^2 \exp(ik^{2\omega} |\vec{x}|)}{c^2 |\vec{x}|} d_0 a^2 E_0^2 \sin(k^{\omega} (\cos \theta_{in} - \xi \cos \theta) h) \times \\ \times (J_0(q_{\perp} a) + J_2(q_{\perp} a)) (1 - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) \vec{f}_{but}(\vec{x}), \quad (11)$$

где векторная функция $\vec{f}_{but}(\vec{x})$ записывается как

$$\vec{f}_{but}(\vec{x}) = \left\{ \left[(\chi_1 + 2\chi_3) (\vec{e}^{in} \mathbf{e}_z)^2 + \chi_2 (\vec{e}^{in} \vec{e}^{in}) \right] \cos \theta + \right. \\ \left. + 2\chi_3 (\vec{e}^{in} \mathbf{e}_z) (e_x^{in} \sin \theta \cos \varphi + e_y^{in} \sin \theta \sin \varphi) \right\} \mathbf{e}_r + \\ + \left\{ - \left[(\chi_1 + 2\chi_3) (\vec{e}^{in} \mathbf{e}_z)^2 + \chi_2 (\vec{e}^{in} \vec{e}^{in}) \right] \sin \theta + \right. \\ \left. + 2\chi_3 (\vec{e}^{in} \mathbf{e}_z) (e_x^{in} \cos \theta \cos \varphi + e_y^{in} \cos \theta \sin \varphi) \right\} \mathbf{e}_{\theta} + \\ + 2\chi_3 (\vec{e}^{in} \mathbf{e}_z) (-e_x^{in} \sin \varphi + e_y^{in} \cos \varphi) \mathbf{e}_{\varphi}. \quad (12)$$

Полученные зависимости имеют сложную форму, поэтому их анализ проще проводить построением диаграмм направленностей (ДН), характеризующих распределение генерируемой волны в пространстве.

3. Численный анализ

Построим диаграммы направленности для следующих параметров задачи:

$$\xi = 1,1; a = 0,5; h = 0,23; \sigma = 0,5; \theta_{in} = \pi / 4; \chi_1 = 0, \chi_2 = 0, \chi_3 = 1. \quad (13)$$

На рисунках введены цветовые обозначения. Зелёная стрелка – ось цилиндра, синяя стрелка – направление падающей волны, красная стрелка – направление большей полуоси эллипса поляризации. Цвет поверхности ДН означает поляризацию генерируемого излучения. Красный цвет – право циркулярно поляризованная волна, синий цвет – лево циркулярно поляризованная волна, белый цвет – линейно поляризованная волна. Сплошные и штриховые линии на поверхности ДН – это проекции больших и меньших полуосей генерируемого излучения на поверхность ДН. Углы между большей полуосью эллипса поляризации и плоскостью падения слева направо:

$$\varphi_{in} = 0, \varphi_{in} = \pi / 4, \varphi_{in} = \pi / 2. \quad (14)$$

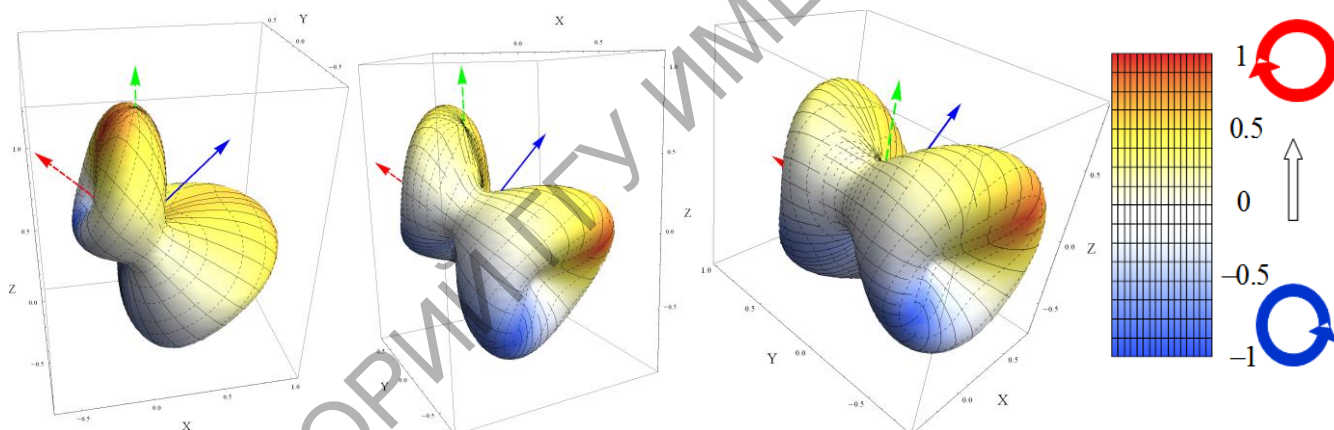


Рисунок 2 – ДН для различных ориентаций эллипса поляризации

Из рисунка 2 видно, что ориентация эллипса поляризации оказывает самое непосредственное влияние на форму ДН. Изменение угла наклона большей полуоси эллипса поляризации к плоскости падения ведёт к проявлению асимметрии формы ДН и изменению направления преимущественного излучения.

Заключение

С помощью аналитических формул (6)–(12), описывающих пространственное распределение излучения удвоенной частоты, обнаружено, что ориентация эллипса поляризации по отношению к плоскости падения влияет на направление главных лепестков излучения. Стоит отметить, что эти же формулы характери-

зуют влияние размеров частицы на пространственное распределение генерируемых волн, что было ранее получено экспериментально для сферических частиц. Поле второй гармоники состоит из части, создаваемой боковой поверхностью цилиндра, и части, создаваемой торцами цилиндра. Поэтому дальнейшие расчёты покажут, что увеличение радиуса цилиндра по отношению к его высоте ведёт к увеличению влияния торцов на результирующую ДН и изменению её формы.

Литература

1. Viarbitskaya, S. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, and T. Hansson // *Phys. Rev. A.* – 2010. – № 81. – P. 053850.
2. Шен, И.Р. Принципы нелинейной оптики / И.Р. Шен; пер. с англ.; под ред. С.А. Ахманова. – М. : Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1989. – 558 с.
3. Liu, J. Second Harmonic Studies of Ions Crossing Liposome Membranes in Real Time / J. Liu, M. Subir, K. Nguyen, K. B. Eisenthal // *J. Phys. Chem. B.* – 2008. – № 112. – P. 15263–15266.