В.В. Андреев[1,2], А.Ф. Крутов[2]

[1]УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь
[2]Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, Самара, Россия

УГЛЫ СМЕШИВАНИЯ ИЗ РАСПАДОВ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

Введение

Значения углов смешивания $\phi-\omega$ и $\eta-\eta^{'}$ обсуждались много раз за последние пятьдесят лет. Интерес к такой тематике связан с нарушением

$SU(3)$ симметрии для процессов с указанными адронами. Имеются многочисленные исследования по извлечению значения углов смешивания на основе различных экспериментальных данных (см., например, [1–4]).

Важным моментом в процедуре извлечения углов смешивания из распадов легких мезонов являются построения матричных элементов данных процессов. Это делается с использованием тех или иных моделей (модельные киральные лагранжианы [4], релятивистские кварковые модели [5] и т. д.), включая даже предположения о массах кварков [1].

В данной работе предлагается провести процедуру извлечения углов смешивания из распадов псевдоскалярных P и векторных мезонов V типа $V \to \ell^- \ell^+$ (распад в лептонную пару $\ell^- \ell^+$) и $V \to P\gamma$, $P \to V\gamma$ (радиационные распады) с использованием только структуры матричных элементов в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики [6, 7] (ПИКМ). При этом не используется никаких предположений о параметрах релятивистской кварковой модели на основе ПИКМ: кварковые массы, параметры потенциала взаимодействия и др. Основное требование вычислений состоит в соответствии модельных расчетов экспериментальных данным, взятых из PDG [8].

1. Определения

Простейшая схема смешивания $SU(3)$-синглетных и октетных состояний

$$|\psi_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\left\{|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle\right\}, \quad |\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left\{|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle\right\}, \tag{1}$$

приводит к физическими состояниям $\phi - \omega$ и $\eta - \eta'$ мезонов:

$$|\omega\rangle = \sin\theta_V\,|\psi_8\rangle + \cos\theta_V\,|\psi_1\rangle, \quad |\phi\rangle = \cos\theta_V\,|\psi_8\rangle - \sin\theta_V\,|\psi_1\rangle, \tag{2}$$

$$|\eta'\rangle = \sin\theta_P\,|\psi_8\rangle + \cos\theta_P\,|\psi_1\rangle, \quad |\eta\rangle = \cos\theta_P\,|\psi_8\rangle - \sin\theta_P\,|\psi_1\rangle, \tag{3}$$

где θ_V и θ_P углы смешивания для векторных и псевдоскалярных мезонов соответственно.

Предполагая ортогональность физических состояний $\phi - \omega$ и $\eta - \eta'$ состояний и отсутствие смешивания с другими векторными и псевдоскалярными мезонами соотношения (2) и (3) можно записать в виде:

$$|\omega\rangle = \sin\delta_V\,|\eta_{NS}\rangle + \cos\delta_V\,|\eta_S\rangle, \quad |\phi\rangle = \cos\delta_V\,|\eta_{NS}\rangle - \sin\delta_V\,|\eta_S\rangle, \tag{4}$$

$$|\eta'\rangle = \sin\delta_P\,|\eta_{NS}\rangle + \cos\delta_P\,|\eta_S\rangle, \quad |\eta\rangle = \cos\delta_P\,|\eta_{NS}\rangle - \sin\delta_P\,|\eta_S\rangle, \tag{5}$$

где $|\eta_{NS}\rangle = |u\bar{u} + d\bar{d}\rangle/\sqrt{2}$ и $|\eta_S\rangle = |s\bar{s}\rangle$.

Функции от углов δ_a ($a = V$ или $a = P$) связаны с углами смешивания θ_a соотношениями:

$$\sin\varphi_a=\sqrt{\frac{2}{3}}\cos\theta_a+\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\theta_a,\ \cos\delta_a=\frac{1}{\sqrt{3}}\cos\theta_a-\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\theta_a\,, \tag{6}$$

2. Векторные распады мезонов

Реакция распада мезона h в лептонную пару $\ell_1,\ \ell_2$

$$h\to\ell_1+\ell_2 \tag{7}$$

характеризуется S-матричным элементом

$$\mathrm{M}\left(h\to\ell_1\ell_2\right)={}_{\mathrm{out}}\left\langle\ell_1,\ell_2\left|\mathrm{S}-I\right|\Psi_{\mathbf{Q},M,J\mu}\right\rangle. \tag{8}$$

Здесь вектор

$$\left|\Psi_{\mathbf{Q},M,J\mu}\right\rangle \tag{9}$$

определяет состояние мезона спина J, массы M и импульса $\mathbf{Q}$ в представлении Гейзенберга [9].

Мезон h как релятивистскую составную систему кварка Q и антикварка $\bar{q}$ рассмотрим в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики [7, 10]. Пуанкаре-инвариантная квантовая механика дает возможность связать вектор состояния мезона (9) с векторами состояний, входящих в него кварков на основе представлений группы Пуанкаре. Главным требованием пуанкаре-инвариантной квантовой механики является условие сохранения пуанкаре-инвариантности как для систем без взаимодействия, так и для взаимодействующих частиц.

Схема решения поставленной задачи состоит в следующем: на первом этапе строится базис прямого произведения двух частиц без учета взаимодействия. В случае системы двух частиц с массами m_q и m_Q и соответственно с 4-импульсами $p_1=\left(\omega_{m_q}(\mathrm{p}_1),\mathbf{p}_1\right)$ и $p_2=\left(\omega_{m_Q}(\mathrm{p}_2),\mathbf{p}_2\right)$ этот базис

$$\left|\mathbf{p}_1,\lambda_1\right\rangle\left|\mathbf{p}_2,\lambda_2\right\rangle\equiv\left|\mathbf{p}_1,\lambda_1;\mathbf{p}_2,\lambda_2\right\rangle \tag{10}$$

определяет приводимое представление группы Пуанкаре.

На втором этапе с помощью разложения Клебша-Гордана для группы Пуанкаре (см., например, [11, 12]) строится базис неприводимого представления, который характеризует систему целиком. Для этого введем полный импульс

$$\mathbf{P}=\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2 \tag{11}$$

и относительный импульс $\mathbf{k}$ двух частиц. Базис двухчастичного неприводимого представления определяется квантовыми числами полного импульса (11), полного углового момента J, его проекцией μ, эффективной массой невзаимодействующих частиц

$$M_0=\omega_{m_Q}(\mathrm{k})+\omega_{m_q}(\mathrm{k}),\ \omega_m(\mathrm{k})=\sqrt{\mathrm{k}^2+m^2}. \tag{12}$$

или $\mathrm{k} = |\mathbf{k}|$, а также двумя дополнительными числами, которые снимают вырождение данного базиса.

В зависимости от выбор чисел, снимающих вырождение, различают две схемы: схема с «L-S» связью с квантовыми числами орбитального момента относительного движения ℓ и полного спинового момента S и схема «спиральность» с пуанкаре-инвариантными спиральностями $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2$ [12]. В системе центра инерции $(\mathbf{P} = 0)$ числа $\tilde{\lambda}_1$ и $\tilde{\lambda}_2$ совпадают с обычными спиральностями фермионов.

В схеме «спиральность» разложение Клебша-Гордана группы Пуанкаре имеет вид [12]:

$$
\begin{aligned}
|\mathbf{P}, \mathrm{k}, J, \mu, \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2\rangle &= \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\mathrm{p}_1)\,\omega_{m_Q}(\mathrm{p}_2)\,M_0}{\omega_{m_q}(\mathrm{k})\,\omega_{m_Q}(\mathrm{k})\,\omega_{M_0}(\mathrm{P})}} \times \\
&\times \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \int d^2\mathbf{k} D^{*J}_{\mu,\lambda}(\phi_k, \theta_k, -\phi_k) \left|\mathbf{p}_1, \tilde{\lambda}_1; \mathbf{p}_2, \tilde{\lambda}_2\right\rangle,
\end{aligned}
\tag{13}
$$

с $\lambda = \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2$. Функция $D^J_{\mu\lambda}(\varphi_k, \theta_k, -\varphi_k)$ задает матрицы неприводимого представления группы $SU(2)$ индекса J. Явный вид матрицы D определяется через сферические углы вектора относительного движения $\hat{\mathbf{k}} = \{\sin\theta_k \cos\varphi_k, \sin\theta_k \sin\varphi_k, \cos\theta_k\}$.

На третьем этапе от системы без взаимодействия переходят к одночастичному базису связанной системы, путем добавления в один из операторов полного набора базиса (13) оператора взаимодействия. Требование сохранения пуанкаре-инвариантности в рамках точечной и мгновенной форм ПИКМ приводит к появлению волновой функции (ВФ) связанной системы Φ:

$$
\left\langle \mathbf{P}, \mathrm{k}, J', \mu', \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2 \middle| \Psi_{\mathbf{Q},M,J,\mu} \right\rangle = \delta(\mathbf{P} - \mathbf{Q})\,\delta_{J,J'}\,\delta_{\mu,\mu'}\,\Phi^J_{\tilde{\lambda}_1,\tilde{\lambda}_2}(\mathrm{k}). \tag{14}
$$

Нормировка ВФ с учетом числа цветов кварков N_c, которая следует из нормировки векторов состояний имеет вид

$$
N_c \int_0^\infty \mathrm{dk}\, \mathrm{k}^2 \left|\Phi^J_{\ell,S}(\mathrm{k})\right|^2 = 1. \tag{15}
$$

Использование связи между векторами состояний в схеме с «L-S» в схеме «спиральность» приводит к следующему результату [12, 13]:

$$
\begin{aligned}
|\Psi_{\mathbf{P},J\mu,M}\rangle &= \int_0^\infty \mathrm{dk}\,\mathrm{k}^2\Phi^J_{\ell,S}(\mathrm{k})\sqrt{\frac{\omega_{m_1}(\mathrm{p}_1)\omega_{m_2}(\mathrm{p}_2)M_0}{\omega_{m_1}(\mathrm{k})\omega_{m_2}(\mathrm{k})\omega_{M_0}(\mathrm{P})}}\sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}}\times \\
&\times\sum_{\tilde\lambda_1,\tilde\lambda_2}\mathbf{C}^{1/2\ \ 1/2\ \ S}_{\tilde\lambda_1\ -\tilde\lambda_2\ \lambda}\ \mathbf{C}^{\ell\ S\ J}_{0\ 0\ \lambda}\int \mathrm{d}^2\mathbf{k}\, D^{*J}_{\mu\lambda}(\varphi_k,\theta_k,-\varphi_k)\left|\mathbf{p}_1,\tilde\lambda_1,\mathbf{p}_2,\tilde\lambda_2\right\rangle,
\end{aligned}
\tag{16}
$$

где $\mathbf{C}^{1/2\ \ 1/2\ \ S}_{\lambda_{k_1}\ \lambda_{k_2}\ \lambda}$ – коэффициенты Клебша-Гордана,

Постоянная f_V лептонного распада $V(Q\bar q)\to \ell+\bar\ell$ для векторного мезона $V(Q\bar q)$ массы M_V, обычно определяется следующим соотношением:

$$
<0\left|J^\mu_V(0)\right|\Psi_{\mathbf{P},\lambda,M_V}>= \mathrm{i}(1/2\pi)^{3/2}\frac{\varepsilon^\mu_\lambda M_V f_V}{\sqrt{2\,\omega_{M_V}(\mathrm{P})}} \tag{17}
$$

с вектором поляризации ε^μ_λ векторного мезона.

В рамках ПИКМ, процесс распада $V(Q\bar q)\to \ell+\bar\ell$ обусловлен электромагнитным взаимодействием кварков, входящих в мезон h, поэтому в случае легких мезонов ток $J^\mu_V(0)$ запишется в виде:

$$
J^\mu_V(0)=e_u\bar u\gamma^\mu u+e_d\bar d\gamma^\mu d+e_s\bar s\gamma^\mu s\,. \tag{18}
$$

Ширина распада $V(Q\bar q)\to \ell+\bar\ell$ задается выражением

$$
\Gamma_V=\frac{4\pi\alpha^2}{3M_V}f_V^2\left(1+\frac{2m_\ell^2}{M_V^2}\right)\sqrt{1-\frac{4\,m_\ell^2}{M_V^2}}\,, \tag{19}
$$

где α – постоянная тонкой структуры.

Используя соотношения (16)–(18) и уравнение (4), получим, что константы ρ^0, ϕ и ω-мезонов в рамках импульсного приближения запишутся в виде

$$
\begin{aligned}
f^V_\rho &= \frac{g(u)\big(e_u-(1+\Delta)e_d\big)}{\sqrt2}\,,\\
f^V_\phi &= \frac{g(u)\big(e_u+(1+\Delta)e_d\big)\cos\delta_V}{\sqrt2}-e_s g(s)\sin\delta_V\,,\\
f^V_\omega &= \frac{g(u)\big(e_u+(1+\Delta)e_d\big)\sin\delta_V}{\sqrt2}+e_s g(s)\cos\delta_V\,.
\end{aligned}
\tag{20}
$$

В соотношении (20) предполагается «слабое» нарушение изотопической инвариантности между u и d кварками за счет малого параметра $\Delta\approx 0{,}01\div 0{,}02$. Функция g представляет интеграл вида [14, 15]:

$$
g(q)=\frac{N_c m_q}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{dk}\frac{\mathrm{k}^2}{(\mathrm{k}^2+m_q^2)^{3/4}}\Phi_V(\mathrm{k},\beta_{qq}). \tag{21}
$$

Таким образом в рамках ПИКМ, на основе требования соответствия модельных расчетов экспериментальным данным появляется возможность определить углы смешивания $\phi - \psi$ мезонов с помощью системы уравнений (20). Результаты вычисления углов смешивания представлены в таблице 1 в зависимости от параметра Δ.

Таблица 1 – Угол смешивания θ_V в зависимости от параметра Δ и экспериментальные значения лептонных констант

Распад	$f^V_{\exp}$, ГэВ	Δ	θ_V, $^\circ$
$\rho^0 \to e^+e^-$	$0{,}1564 \pm 0{,}0007$	0,00	$(30{,}4 \pm 0{,}7)^\circ$
$\phi \to e^+e^-$	$0{,}0762 \pm 0{,}0012$	0,01	$(31{,}0 \pm 0{,}7)^\circ$
$\omega \to e^+e^-$	$0{,}0459 \pm 0{,}0008$	0,02	$(31{,}5 \pm 0{,}7)^\circ$

3. Радиационные распады $V \to P\gamma$ и $P \to V\gamma$

Методика вычисления констант радиационных распадов $V \to P\gamma$ и $P \to V\gamma$ аналогична расчету распада векторного мезона в лептонную пару.

Используя параметризацию матричного элемента для перехода $V \to P\gamma$ в виде:

$$< \Psi_{\mathbf{Q},M_P} \left| J_V^\alpha(0) \right| \Psi_{\mathbf{P},\mu,M_V} >= \mathrm{i}\frac{g_{VP\gamma}}{(2\pi)^3} \frac{\varepsilon^{\alpha\nu\rho\sigma}\varepsilon_\nu(\mu)P_\rho Q_\sigma}{\sqrt{4\omega_{M_V}(\mathrm{P})\omega_{M_P}(\mathrm{Q})}}, \qquad (22)$$

где $g_{VP\gamma}$ – константа радиационного распада получим, что ширина распада запишется следующим образом:

$$\Gamma(V \to P\gamma) = \frac{\alpha}{24} g^2_{VP\gamma} \left(\frac{m_V^2 - m_P^2}{m_V}\right)^3, \quad \Gamma(P \to V\gamma) = \frac{\alpha}{8} g^2_{VP\gamma} \left(\frac{m_P^2 - m_V^2}{m_P}\right)^3. \qquad (23)$$

Используя соотношения (16), (18) и (17), а также формулы (4) и (5) можно найти интегральные представления константы $g_{VP\gamma}$ для различных переходов (смотри таблицу 2). Для легких мезонов константа $g_{VP\gamma}$ представляется линейную комбинацию функций;

$$X_{ud} = e_d I_v(d) + e_u I_v(u), \qquad Z_{ud} = e_u I_v(u) - e_d I_v(d), \quad X_s = e_s I_v(s), \qquad (24)$$

где $I_v(q)$ в рамках точечной формы ПИКМ (в отсутствие аномальных магнитных моментов кварков) может быть записана в виде [16]:

$$I_v(q)=\frac{1}{\sqrt{M_P M_V}}\int_0^{\infty}\int_{-1}^{1}\left(\frac{\mathrm{k}^2\left(2x^2+1\right)}{\omega_{m_q}(\mathrm{k})+m_q}-3\omega_{m_q}(\mathrm{k})-m_q\right)\frac{k^2\left|\Phi_V\left(\mathrm{k},\beta_{qq}\right)\right|^2}{2\omega_{m_q}(\mathrm{k})}\mathrm{d}x\,\mathrm{dk}\,. \quad (25)$$

Соотношения из таблицы 2 позволяют провести анализ возможных значений углов смешивания путем сравнения с экспериментальными данными. Так из распадов $\omega\to\pi^0\gamma$, $\phi\to\pi^0\gamma$ и $\eta^{'}\to\rho^0\gamma$, $\rho^0\to\eta\gamma$ путем решения системы уравнений находим, что

$$\theta_V=\left(31{,}94\pm0{,}30\right)^{\circ},\ \theta_P=\left(-14{,}90\pm1{,}10\right)^{\circ}. \quad (26)$$

Минимизация функционала как функции от θ_P и θ_V

$$\chi^2(\theta_P,\theta_V)=\sum_{n=2}^{9}\frac{g^2_{\exp}(n)-g^2_{\mathrm{model}}(n)}{\delta g^2_{\exp}(n)} \quad (27)$$

с использованием всех распадов ($n=(2–9)$ в таблице 2) и в предположении, что $X_{ud}=0{,}830\pm0{,}056$ (($n=1$ в таблице 2) дает, что $\chi^2_{\min}$ достигается при

$$\theta_V=\left(31{,}94\pm0{,}29\right)^{\circ},\ \theta_P=\left(-18{,}83\pm2{,}94\right)^{\circ}. \quad (28)$$

Таблица 2 – Модельные представления для константы распада $V\to P\gamma$ вместе с извлеченными из соотношений (23) экспериментальными значениями $\left|g_{VP\gamma}\right|$

n	Распад	Представление $g_{VP\gamma}$ в ПИКМ	$\left|g_{VP\gamma}\right|(exp.)$, ГэВ$^{-2}$
1	$\rho^0\to\pi^0\gamma$	X_{ud}	$0{,}830\pm0{,}056$
2	$\rho^0\to\eta\gamma$	$Z_{ud}\cos\delta_P$	$1{,}586\pm0{,}055$
3	$\omega\to\pi^0\gamma$	$Z_{ud}\sin\delta_V$	$2{,}298\pm0{,}040$
4	$\omega\to\eta\gamma$	$X_{ud}\sin\delta_V\cos\delta_P-2X_s\sin\delta_P\cos\delta_V$	$0{,}449\pm0{,}020$
5	$\phi\to\pi^0\gamma$	$Z_{ud}\cos\delta_V$	$0{,}133\pm0{,}003$
6	$\phi\to\eta\gamma$	$X_{ud}\cos\delta_P\cos\delta_V+2X_s\sin\delta_P\sin\delta_V$	$0{,}694\pm0{,}006$
7	$\phi\to\eta^{'}\gamma$	$X_{ud}\sin\delta_P\cos\delta_V-2X_s\sin\delta_V\cos\delta_P$	$0{,}716\pm0{,}012$
8	$\eta^{'}\to\rho^0\gamma$	$Z_{ud}\sin\delta_P$	$1{,}323\pm0{,}025$
9	$\eta^{'}\to\omega\gamma$	$2X_s\cos\delta_P\cos\delta_V+X_{ud}\sin\delta_P\sin\delta_V$	$0{,}429\pm0{,}025$

Углы смешивания ϕ и ω мезонов (26), (28) и в таблице 1 согласуются с другом пределах $0{,}6^{\circ}$. В работе [5] на основе анализа распадов векторных мезонов предлагается использовать значение $\delta_V=-3{,}3^{\circ}$, что с учетом определения углов смешивания в данной работе приводит к значению $\theta_V=31{,}96^{\circ}$, что практически совпадает с (26) и (28).

Угол смешивания псевдоскалярных мезонов (28) тесно коррелирует с значением $\theta_P = -18{,}2^\circ \pm 1{,}4^\circ$, полученное в [1] и значением $\theta_P = -18{,}5^\circ \pm 1{,}0^\circ$, используемое в рамках релятивистской кварковой модели [5] для радиационных распадов $V \to P\gamma$ и $P \to V\gamma$.

Отметим, что в частных случаях (см. (26)), значения θ_P могут отличаться от величины (28). Аналогичный вывод сделан и в работах [4, 5], где показано, что для различных комбинаций наблюдаемых величин оптимальные с точки зрения экспериментальных данных значения θ_P могут изменяться в пределах от $-11{,}0^\circ$ до $-19{,}0^\circ$.

Заключение

На основе общей структуры констант лептонных и радиационных распадов легких мезонов, возникающих в ПИКМ, проведен анализ углов смешивания для ϕ, ω и η, η'-мезонов. Результаты согласуются в пределах ошибок с работами [1, 4, 5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского Республиканского Фонда Фундаментальных Исследований (г.Минск, Беларусь). Авторы также благодарны Самарскому университету (г.Самара, Россия) за поддержку.

Литература

1. Bramon, A. The eta-eta-prime mixing angle revisited / A. Bramon, R. Escribano, M.D. Scadron // Eur. Phys. J. – 1999. – Vol. C7. – P. 271–278.

2. Durand, L. Light meson masses and mixings [Electronic resource] / L. Durand. – 2001. – Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0105310. – Date of access: 14.01.2001.

3. Burakovsky, L. The Schwinger nonet mass and Sakurai mass-mixing angle formulae reexamined / L. Burakovsky, J.T. Goldman // Phys. Lett. – 1998. – Vol. B427. – P. 361.

4. Pham, T.N. $\eta-\eta'$ Mixing Angle from Vector Meson Radiative Decays / T.N. Pham // Nucl. Part. Phys. Proc. – 2016. – Vol. 270–272. – P. 73–77.

5. Jaus, W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons / W. Jaus // Phys. Rev. – 1991. – Vol. D44. – P. 2851–2859.

6. Mini review of Poincaré invariant quantum theory / W.N. Polyzou, Y. Huang, C. Elster [et al.] // Few Body Syst. – 2011. – Vol. 49. – P. 129–147.

7. Крутов, А.Ф. Мгновенная форма пуанкаре-инвариантной квантовой механики и описание структуры составных систем / А.Ф. Крутов, В.Е. Троицкий // ЭЧАЯ. – 2009. – Т. 40. – № 2. – С. 268–318.

8. Olive, K.A. Review of Particle Physics / K.A. Olive // Chin. Phys. – 2016. – Vol. C40. – № 10. – P. 100001.

9. Биленький, С.М. Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия / С.М. Биленький. – Москва : Энергоатомиздат, 1990. – 327 с.

10. Keister, B.D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B.D. Keister, W.N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.

11. Широков, Ю.М. Релятивистская теория поляризационных эффектов / Ю.М. Широков // ЖЭТФ. – 1958. – Т. 34. – № 4. – С. 1005–1011.

12. Верле, Ю. Релятивистская теория реакций / Ю. Верле. – Москва : Атомиздат, 1969. – 442 с.

13. Браун, Д.Е. Нуклон-нуклонные взаимодействия / Д.Е. Браун, А.Д. Джексон. – Москва : Атомиздат, 1979. – 248 с.

14. Андреев, В.В. Область константы КХД ниже 1 ГэВ в пуанкаре-ковариантной модели / В.В. Андреев // Письма в ЭЧАЯ. – 2011. – Т. 8. – № 4 (167). – С. 581–596.

15. Krutov, A.F. The radius of the rho meson determined from its decay constant / A.F. Krutov, R.G. Polezhaev, V.E. Troitsky // Phys. Rev. – 2016. – Vol. D93. – № 3. – P. 036007.

16. Андреев, В.В. Константа радиационного распада векторного мезона в пуанкаре-инвариантной квантовой механике / В.В. Андреев, В.Ю. Гавриш // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2013. – № 6(81). Естественные науки. – С. 162–166.