Г.Ю. Тюменков
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», г. Гомель, Беларусь

КВАЗИСВОБОДНАЯ ДВУХВРЕМЕННАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРК-ДИКВАРКОВОЙ СИСТЕМЫ

Введение

Теоретическое исследование двух- и трёхчастичных бозон-фермионных систем весьма актуально в настоящее время. В рамках данных представлений моделируется структура нуклонов, барионов и пентакварков [1]. Например, легчайший пентакварк Θ^{+} представим в виде связанной системы спинорного антикварка $\bar{s}$ и двух скалярных дикварков (uu) и (dd). Его экспериментальное наблюдение [1] активно дискутируется, что подтверждает значимость такого рода систем и важность их квантовополевого описания.

В теории релятивистских связанных систем общепризнанным методом исследования является ковариантный одновременной подход в квантовой теории поля [2]. Наиболее последовательный его вариант основан на применении ковариантных двухвременных функций Грина (ФГ) $\tilde{G}$ [3]. Обратная свободная двухвременная ФГ $\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1}$ играет важнейшую роль при построении интегральных уравнений для релятивистских волновых функций. При исследовании систем, находящихся во внешнем электромагнитном поле A_μ, такую роль выполняет обратная квазисвободная двухвременная ФГ $\{\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}\}^{-1}$ [4]. Процедура обращения предполагает знание вида необращенных ФГ, поэтому приступим к их нахождению. При этом отметим, что для систем со спиновыми структурами (0; 1/2) и (0; 0; 1/2), включающими в себя спинорные кварки и скалярные дикварки, процедура обращения не приводит к сингулярности и возможна без проектирования ФГ на дираковские биспиноры, то есть с сохранением их матричной структуры.

1. Построение квазисвободных двухвременных ФГ

Обратимся к трехчастичной системе. Пусть в ней первая и вторая частицы будут скалярными дикварками с нулевыми спинами, массами m_1 и m_2, электрическими зарядами Q_1 и Q_2. Их начальные 4-импульсы обозначим $p_1 = (p_{10}, \vec{p}_1)$ и $p_2=(p_{20}, \vec{p}_2)$. Третья частица – спинорный кварк с характеристиками S_3=1/2, m_3, $p_3=(p_{30}, \vec{p}_3)$, Q_3.

Размещение системы во внешнем электромагнитном поля приводит к трёхкомпонентности $\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}$ вида:

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{qf} = \tilde{G}_{(0)}{}^{[1]} + \tilde{G}_{(0)}{}^{[2]} + \tilde{G}_{(0)}{}^{[3]} , \qquad (1)$$

где $\tilde{G}_{(0)}{}^{[j]}$ (j = 1,2,3) – квазисвободные двухвременные ФГ, учитывающие факт взаимодействия поля A_μ с j-ой частицей в так называемом импульсном приближении [5]. Слагаемые формулы (1) получаются из четырёхвременных свободных ФГ $G_{(0)}{}^{[j]}$, определяемых как вакуумные математические ожидания хронологического произведения гайзенберговских полей частиц системы, и поля A_μ в импульсном пространстве путем интегрального приравнивания времен в начальном и конечном состоянии [3]. При этом возникает характерная для данного варианта подхода параметризация ФГ полной энергией системы P_0. Для первого и второго дикварка структура $G_{(0)}{}^{[j]}$ схожа и они имеют форму

$$G_{(0)}{}^{[1]} = Q_1 \cdot \frac{m_3+\hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{1\mu} A^\mu(\vec{q}_1)}{k_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}, \qquad (2)$$

$$G_{(0)}{}^{[2]} = Q_2 \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{2\mu} A^{\mu}(\vec{q}_2)}{k_2^2 - m_2^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}, \tag{3}$$

где k_j – конечные 4-импульсы дикварков, трёхмерные импульсы фотонов $\vec{q}_j = \vec{k}_j - \vec{p}_j$, вершинные функции $\Gamma_{j\mu}=(k_j+p_j)_\mu$. И для кварка в аналогичных обозначениях

$$G_{(0)}{}^{[3]} = Q_3 \cdot \frac{m_3 + \hat{k}_3}{k_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \hat{A}(\vec{q}_3) \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}. \tag{4}$$

Формулы (2)–(4) приводят к следующему виду ФГ, фигурирующих в (1),

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{[1]} = \frac{Q_1}{16\, \omega_{1p}\, \omega_{2p} \omega_{3p}\, \omega_{1k}} A^{\mu}(\vec{q}_1) \left[(m_3 + \hat{\tilde{p}}_3) \times \right.$$

$$\times \left(\frac{\Gamma_{\mu}^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0} - \frac{\left[\Gamma_{(p)}^{(+)}\right]_{\mu} R_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} - \frac{\left[\Gamma_{(k)}^{(+)}\right]_{\mu}}{(P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) +$$

$$+ \left(\frac{\Gamma_{\mu}^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0} + \frac{\left[\Gamma_{(p)}^{(-)}\right]_{\mu} A_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} + \frac{\left[\Gamma_{(k)}^{(-)}\right]_{\mu}}{(P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) \times$$

$$\left. \times (m_3 - \hat{\tilde{p}}'_3) \right], \tag{5}$$

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{[2]} = \frac{Q_2}{16\, \omega_{1p}\, \omega_{2p} \omega_{3p}\, \omega_{2k}} A^{\mu}(\vec{q}_2) \left[(m_3 + \hat{\tilde{p}}_3) \times \right.$$

$$\times \left(\frac{\Pi_{\mu}^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2k} - \omega_{3p} + i0} - \frac{\left[\Pi_{(p)}^{(+)}\right]_{\mu} R_p}{\omega_{2p} + \omega_{2k}} - \frac{\left[\Pi_{(k)}^{(+)}\right]_{\mu}}{(P_0 - \omega_{1p} - \omega_{2k} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{2p} + \omega_{2k})} \right) +$$

$$+ \left(\frac{\Pi_{\mu}^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p} - i0} + \frac{\left[\Pi_{(p)}^{(-)}\right]_{\mu} A_p}{\omega_{2p} + \omega_{2k}} + \frac{\left[\Pi_{(k)}^{(-)}\right]_{\mu}}{(P_0 + \omega_{1p} + \omega_{2k} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{2p} + \omega_{2k})} \right) \times$$

$$\left. \times (m_3 - \hat{\tilde{p}}'_3) \right], \tag{6}$$

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{[3]} = \frac{Q_3}{16\, \omega_{1p}\, \omega_{2p} \omega_{3p}\, \omega_{3k}} \times$$

$$
\left[\frac{\left(m_3+\hat{\tilde{k}}_3\right)\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3+\hat{\tilde{p}}_3)R_p}{P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3k}+i0}+\frac{\left(m_3-\hat{\tilde{k}}'_3\right)\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3-\hat{\tilde{p}}'_3)A_p}{P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3k}-i0}+\right.
$$

$$
+\frac{\left(m_3-\hat{\tilde{k}}'_3\right)\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3+\hat{\tilde{p}}_3)}{(\omega_{3p}+\omega_{3k})}\left(\frac{1}{P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3k}-i0}-R_p\right)+
$$

$$
\left.+\frac{\left(m_3+\hat{\tilde{k}}_3\right)\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3-\hat{\tilde{p}}'_3)}{(\omega_{3p}+\omega_{3k})}\left(A_p-\frac{1}{P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3k}+i0}\right)\right], \tag{7}
$$

где использованы дополнительные обозначения

$$
\tilde{p}_j=(\omega_{jp},\vec{p}_j),\ \tilde{p}'_j=(\omega_{jp},-\vec{p}_j),
$$

$$
\omega_{jp}=\sqrt{m_j^2+\vec{p}_j^{\,2}}\quad (j=1,2,3)
$$

и аналогичные параметры путем замены ($p \leftrightarrow k$), а также

$$
R_p=(P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3p}+i0)^{-1},
$$

$$
A_p=(P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3p}-i0)^{-1};
$$

$$
\Gamma_\mu^{(\pm)}=\{2[P_0\pm(\omega_{2p}+\omega_{3p})],\vec{p}_1+\vec{k}_1\},
$$

$$
\left[\Gamma_{(p)}^{(\pm)}\right]_\mu=(\pm2\omega_{1p},\vec{p}_1+\vec{k}_1),
$$

$$
\left[\Gamma_{(k)}^{(\pm)}\right]_\mu=(\pm2\omega_{1k},\vec{p}_1+\vec{k}_1);
$$

$$
\Pi_\mu^{(\pm)}=\{2[P_0\pm(\omega_{1p}+\omega_{3p})],\vec{p}_2+\vec{k}_2\},
$$

$$
\left[\Pi_{(p)}^{(\pm)}\right]_\mu=(\pm2\omega_{2p},\vec{p}_2+\vec{k}_2),
$$

$$
\left[\Pi_{(k)}^{(\pm)}\right]_\mu=(\pm2\omega_{2k},\vec{p}_2+\vec{k}_2).
$$

При обращении к системе с одним дикварком формула (1) теряет одно слагаемое, например, приобретает вид

$$
\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}=\tilde{G}_{(0)}{}^{[1]}+\tilde{G}_{(0)}{}^{[3]}. \tag{8}
$$

ФГ (3) и (6) обращаются в ноль, а в формулах (2), (4), (5) и (7) удаляются все параметры, имеющие индекс $j=2$. Затем для удобства делается замена индекса *3* на *2*, то есть спинорный кварк становится второй частицей.

Громоздкость квазисвободных двухвременных ФГ (1), (8) не мешает процедуре их несингулярного обращения с помощью известных программных пакетов аналитических вычислений.

В функцию Грина $\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}$ можно включить слагаемое без взаимодействия с внешним полем $\tilde{G}_{(0)}$. Для трёхчастичной системы $\tilde{G}_{(0)}$ имеет вид

$$\tilde{G}_{(0)} = \frac{1}{8\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\omega_{3p}}\left[\frac{(m_3+\hat{\tilde{p}}_3)}{P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3p}+i0} - \frac{(m_3-\hat{\tilde{p}}'_3)}{P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3p}-i0}\right] \quad (9)$$

и просто обратную форму

$$\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1} = 4\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\left[P_0\gamma^0 - \frac{\omega_{1p}+\omega_{2k}+\omega_{3p}}{\omega_{3p}}\,(\vec{p}_3\vec{\gamma} + m_3)\right], \quad (10)$$

что показано в [3].

Заключение

В работе получен явный вид квазисвободных двухвременных функций Грина 2-х и 3-частичных кварк-дикварковых систем. Данные ФГ допускают несингулярное обращение и дальнейшее использование при построении интегральных уравнений для волновых функций изучаемых систем во внешнем электромагнитном поле.

Литература

1. Nakano, T. Evidence of the Θ^+ in the $\gamma d \to K^+K^-pn$ reaction / T. Nakato [et al.] // Phys. Rev. – 2009. – Vol. C79. – P. 025210.

2. Logunov, A,A. Quasioptical approach in quantum field theory /A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29, № 2. – P. 380–399.

3. Капшай, В.Н. Лекции по теории связанных систем частиц со спином 0 и 1/2 / В.Н. Капшай, Г.Ю. Тюменков/ – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины. – 2005. – 100 с.

4. Максименко, Н.В. Матрица квазисвободной двухвременной функции Грина релятивистской системы со спиновой структурой (0;1/2) / Н.В. Максименко, Г.Ю. Тюменков // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 4(55). – Ч.2. – С. 153–156.

5. Nieves, J.F. Perturbative vs Schwinger-propagator method for the calculation of amplitudes in a magnetic field / J.F. Nieves, P.B. Pal [Electronic resource]. – 2006. – Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep–ph/10032157. – Date of access: 13.09.2018.