

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»

_____ И.В. Семченко
(подпись)

(дата утверждения)

Регистрационный № УД- _____ /р.

ТЕОРИЯ ГРУПП

Учебная программа по спецкурсу для специальности

1-31 03 01 02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)»
(код специальности) (наименование специальности)

специализации 1-31 03 01 02 01 «Алгебра и теория чисел»

Факультет математический

Кафедра алгебры и геометрии

Курс 3

Семестр 5

Лекции 28 час.
(количество часов)

Лабораторные занятия 34 час.
(количество часов)

Самостоятельная управляемая работа студентов 6 час.
(количество часов)

Всего аудиторных часов по дисциплине 68 час.
(количество часов)

Всего часов по дисциплине 73 час.
(количество часов)

Зачет 5
(семестр)

Экзамен _____
(семестр)

Курсовой проект, работа _____
(семестр)

Форма получения высшего образования
дневная

Составил В.С. Монахов, д.ф.-м.н., профессор

Гомель 2010

Учебная программа составлена на основе базовой учебной программы «Теория групп», утвержденной 28 мая 2010 г., регистрационный номер УД-9-2010-469 / баз.

Рассмотрена и рекомендована к утверждению в качестве рабочего варианта на заседании кафедры алгебры и геометрии

_____ 2010 г., протокол № _____

Заведующий кафедрой

_____ Л.А. Шеметков

Одобрена и рекомендована к утверждению методическим советом математического факультета

_____ 2010 г., протокол № _____

Председатель

_____ В.М. Селькин

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Понятие группы – одно из основных понятий современной математики. Основными объектами теории групп являются примарные и нильпотентные группы, разрешимые группы, сверхразрешимые группы, примитивные группы, а также неразрешимые и простые группы. Знания основных свойств этих объектов необходимы любому грамотному математику, работающему в различных разделах современной алгебры. В последнее время конечные группы нашли большие приложения в криптологии и других прикладных математических курсах. Поэтому изучение данного спецкурса вполне актуально.

Целями данного курса являются:

- изучение основных типов групп (простые группы, разрешимые группы, сверхразрешимые группы, нильпотентные группы) и их классических подгрупп (Силова, Фраттини, Фиттинга, Шмидта и др);
- изучение технологий и методов исследований в теории групп;
- знакомство с научными достижениями в области теории групп и их классов Гомельской алгебраической школы;
- знакомство с современным состоянием теории групп.

Основными задачами данного курса являются:

- получение студентами базовых знаний в области теории групп и их классов;
- подготовка студентов к самостоятельным исследованиям в современной алгебре.

Данный спецкурс является базовым для специализации «Алгебра и теория чисел». На нем основывается подготовка курсовых и дипломных проектов. Он тесно связан с последующими спецкурсами: «Криптологические основы теории групп и теории чисел», читаемом в 6 семестре и «Классы групп», читаемом в 7 семестре.

Этот курс полезен не только математикам специализации «алгебра и теория чисел», но и любому специалисту, работающему в современной математике как фундаментального профиля, так и прикладного.

СОДЕРЖАНИЕ СПЕЦКУРСА

1. Раздел Линейные группы.

Тема 1. Группы невырожденных матриц над полем. Конечные поля и их свойства. Порядки линейных групп над конечным полем. Подгруппы проективной специальной линейной группы размерности 2 над конечным полем.

2. Раздел Силовские подгруппы конечных групп.

Тема 1. Отсутствие подгрупп некоторых порядков в конечных группах. Теоремы Силова. Силовские подгруппы и их свойства. Лемма Фраттини.

3. Раздел Примарные и нильпотентные группы

Тема 1. Примарные группы и их свойства.
Тема 2. Нильпотентные группы и их свойства.
Тема 3. Подгруппа Фраттини.

4. Раздел РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ

Тема 1. Коммутант группы.
Коммутатор элементов и коммутант группы. Теорема Миллера. Коммутант факторгруппы. Теорема Виландта о коммутанте и подгруппе Фраттини.

Тема 2. Начальные свойства конечных разрешимых групп
Определение как группы, у которых все подгруппы отличны от своих коммутантов. Свойства разрешимых групп, связанные с рядами подгрупп. Подгруппы, факторгруппы и прямые произведения разрешимых групп. Строение группы порядка pq и pq^n .

Тема 3. Индексы максимальных подгрупп конечных разрешимых групп.
Порядки минимальных нормальных подгрупп и индексы максимальных подгрупп конечной разрешимой группы.

Тема 4. Теоремы Ф.Холла.
Теорема Шура-Цассенхауза. Теорема Холла о существовании, сопряженности и вложении подгрупп в разрешимых группах.

Тема 5. Теорема Ф.Холла о разрешимости конечной группы с индексами максимальных подгрупп p или p^2 . Ослабление ограничения на индексы за счет наибольшего простого делителя порядка группы.

5. Раздел Подгруппа Фиттинга

Тема 1. Начальные свойства подгруппы Фиттинга.
Подгруппа Фиттинга, определение, свойства, примеры. Существование дополнения к нильпотентной нормальной подгруппе непересекающейся с подгруппой Фраттини. Строение факторгруппы подгруппы Фиттинга по подгруппе Фраттини.

Тема 2. Подгруппа Фиттинга и максимальные подгруппы. Подгруппа Фраттини как пересечение максимальных подгрупп, не содержащих подгруппу Фиттинга. Обобщенные подгруппы Фиттинга и максимальные подгруппы конечных групп.

6. Раздел Примитивные группы.

Тема 1. Начальные свойства примитивных групп.

Ядро подгруппы и его свойства. Примеры примитивных групп. Теорема Бэра о нормальных подгруппах примитивной группы.

Тема 2. Разрешимые примитивные группы. Свойства разрешимых примитивных групп. Классы примитивных групп.

7. Раздел Сверхразрешимые группы.

Тема 1. Начальные свойства сверхразрешимых групп. Сверхразрешимые группы. Подгруппы, факторгруппы и прямые произведения сверхразрешимых групп. Главный ряд сверхразрешимой группы.

Тема 2. Индексы максимальные подгруппы сверхразрешимых групп. Максимальные подгруппы сверхразрешимых групп и их индексы. Теорема Хупперта. Дисперсивные группы и дисперсивность сверхразрешимых групп.

Тема 3. Коммутант и подгруппа Фиттинга сверхразрешимой группы. Коммутант и факторгруппа по подгруппе Фраттини сверхразрешимой группы. Подгруппа Фиттинга и максимальные подгруппы сверхразрешимых групп.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНЬЮ Ф. СКОРИНЫ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	контролируемая самостоятельная работа студента			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Линейные группы	2	2					
1.1	Тема 1. Группы невырожденных матриц над полем. Конечные поля и их свойства. Порядки линейных групп над конечным полем. Подгруппы проективной специальной линейной группы размерности 2 над конечным полем.	2	2			Курс Лекций	[1-2]	
2	Силовские подгруппы конечных групп	2	2					
2.1.	Тема 1. Отсутствие подгрупп некоторых порядков в конечных группах. Теоремы Силова. Силовские подгруппы и их свойства. Лемма Фраттини.	2	2			Курс лекций	[1-2]	Защита рефератов
3	Примарные и нильпотентные группы	6	6					
3.1.	Тема 1. Примарные группы и их свойства.	2	2			Курс лекц.	[1-2]	
3.2.	Тема 2. Нильпотентные группы и их свойства.	2	2			Курс лекц.	[1-2]	
3.3.	Тема 3. Подгруппа Фраттини.	2	2			Курс лекц.	[1-2]	
4	Разрешимые группы	10	10					
4.1.	Тема 1. Коммутант группы. Коммутатор элементов и коммутант группы. Теорема Миллера. Коммутант факторгруппы. Теорема Виландта о коммутанте и подгруппе Фраттини.	2	2			Курс лекций	[1-2]	Защита рефератов
4.2.	Тема 2. Начальные свойства конечных разрешимых групп. Определение как группы, у которых все подгруппы отличны от своих коммутантов. Свойства разрешимых групп, связанные с рядами подгрупп. Подгруппы, факторгруппы и прямые произведения разрешимых групп. Строение группы порядка pq и pq^n .	2	2			Курс лекций	[1-2]	
4.3.	Тема 3. Индексы максимальных подгрупп конечных разрешимых групп. Порядки минимальных нормальных подгрупп и индексы максимальных подгрупп конечной разрешимой	2	2			Курс лекций	[1-2]	

	группы.							
4.4.	Тема 4. Теоремы Ф.Холла. Теорема Шура-Цассенхауза. Теорема Холла о существовании, сопряженности и вложении подгрупп в разрешимых группах.	2	2			Курс лекций	[1-2]	
4.5.	Тема 5. Теорема Ф.Холла о разрешимости конечной группы с индексами максимальных подгрупп p или p^2 . Ослабление ограничения на индексы за счет наибольшего простого делителя порядка группы.	2	2			Курс лекций	[1-2]	
5.	Подгруппа Фиттинга	4	4					
5.1.	Тема 1. Начальные свойства подгруппы Фиттинга. Подгруппа Фиттинга, определение, свойства, примеры. Существование дополнения к нильпотентной нормальной подгруппе непересекающейся с подгруппой Фраттини. Строение факторгруппы подгруппы Фиттинга по подгруппе Фраттини.	2	2			Курс лекций	[1-2]	Защита рефератов
5.2.	Тема 2. Подгруппа Фиттинга и максимальные подгруппы. Подгруппа Фраттини как пересечение максимальных подгрупп, не содержащих подгруппу Фиттинга. Обобщенные подгруппы Фиттинга и максимальные подгруппы конечных групп.	2	2			Курс лекций	[1-2]	
6	Примитивные группы	4	4					
6.1.	Тема 1. Начальные свойства примитивных групп. Ядро подгруппы и его свойства. Примеры примитивных групп. Теорема Бэра о нормальных подгруппах примитивной группы.	2	2			Курс лекций	[1-2]	Защита рефератов
6.2.	Тема 2. Разрешимые примитивные группы. Свойства разрешимых примитивных групп. Классы примитивных групп.	2	2			Курс лекций	[1-2]	
7.	Сверхразрешимые группы.	6	6					
7.1.	Тема 1. Начальные свойства сверхразрешимых групп. Сверхразрешимые группы. Подгруппы, факторгруппы и прямые произведения сверхразрешимых групп. Главный ряд сверхразрешимой группы.	2	2			Курс лекций	[1-2]	Защита рефератов
7.2.	Тема 2. Индексы максимальные подгруппы сверхразрешимых групп. Максимальные подгруппы сверхразрешимых групп и их индексы. Теорема Хупперта. Дисперсивные группы и дисперсивность сверхразрешимых групп.	2	2			Курс лекций	[1-2]	
7.3.	Тема 3. Коммутант и подгруппа Фиттинга сверхразрешимой группы. Коммутант и факторгруппа по подгруппе Фраттини сверхразрешимой группы. Подгруппа Фиттинга и максимальные подгруппы сверхразрешимых групп.	2	2			Курс лекций	[1-2]	Контрольная работа
	ВСЕГО	34	34					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примерный перечень практических занятий.

1. Порядки линейных групп над конечным полем. Подгруппы проективной специальной линейной группы размерности 2 над конечным полем.
2. Отсутствие подгрупп некоторых порядков в конечных группах. Теоремы Силова. Примеры силовских погрупп. Группа порядка 15.
3. Примарные и нильпотентные группы.
4. Подгруппа Фраттини.
5. Коммутатор элементов и коммутант группы
6. Строение группы порядка pq и pq^n . Группы малых порядков.
7. Порядки минимальных нормальных подгрупп и индексы максимальных подгрупп конечной разрешимой группы.
8. Существовании, сопряженности и вложении подгрупп в разрешимых группах.
9. Разрешимость группы с ограниченными индексами максимальных подгрупп.
10. Подгруппа Фиттинга, определение, свойства, примеры.
11. Обобщенные подгруппы Фиттинга конечных групп.
12. Ядро подгруппы и его свойства. Примеры примитивных групп.
13. Разрешимые примитивные группы.
14. Начальные свойства сверхразрешимых групп.
15. Максимальные подгруппы сверхразрешимых групп и их индексы. Дисперсивные группы и дисперсивность сверхразрешимых групп.
16. Коммутант и подгруппа Фиттинга сверхразрешимой группы

Рекомендуемые формы контроля знаний

Итоговая контрольная работа.

Темы реферативных работ

1. Группы. Примеры групп. Квант. 1987. №2. С. 9-11; Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика.1985. С.88-94.
2. Абель и его великая теорема. Квант. 2003, № 1.
3. Простые группы. Квант. 1987. №2.
4. Группоиды. Квант. 1981. №2.
5. Группы и замощения полимино. Квант. 1996, № 6.
6. Функциональные уравнения и группы. Квант. 1985. №7. С. 23-26.
7. Группы преобразований. Квант.1976. №10. С. 2-12.
8. Эварист Галуа. Квант. 1973, № 10. 1986, № 12.
9. Л. Силов и его вклад в теорию групп. Успехи математических наук. 1975. Т.30. №2. С.179-198.
10. О.Ю. Шмидт. И.Дуэль. Каждой гранью. М.1981.; Отто Шмидт. Мн.: Беларусь. 1985. Автор текста и составитель – А.И.Леденев; Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика.1985. С.90-91. .
11. С.А. ЧУНИХИН. В.С. Монахов. Название книги: Сергей Антонович Чунихин. Гомель: ГГУ. 1995.
12. Лев Генрихович Шнирельман. Интернет.
13. Медаль Филдса. FieldsMedal. Интернет.

14. Э. Галуа. Л. Инфельд. Эварист Галуа. В серии: Жизнь замечательных людей. Вып32 (262). М. 1965; А.Дальма. Э. Галуа – революционер и математик. М.1984; Энциклопедический словарь юного математика. М.: Педагогика.1985. С.90-91.
15. Математические конгрессы. Интернет.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Рекомендуемая литература

Основная

1. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов. Мн.: Вышэйшая школа. 2006.
2. Монахов В.С. Лабораторный практикум по спецкурсу «Теория групп». Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины. 2003.

Дополнительная

1. Бузланов А.В., Каморников С.Ф., Монахов В.С. Лабораторные работы по курсу "Алгебра и теория чисел" для студентов II курса математического факультета. Гомель. 1989.
5. Богопольский О.В. Введение в теорию групп. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
6. Ведерников В.А. Элементы теории классов групп. Учебное пособие по спецкурсу. Смоленск: Смоленский гос. пед. ин-т, 1988.
7. Горенштейн Д., Конечные простые группы: Введение в их классификацию. М.: Мир, 1985.
8. Каморников С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. – Минск: Беларуская навука, 2003.
9. Каморников С.Ф., Монахов, В.С., Скиба А.Н.. Учебно-методические указания по специализации "Алгебра и теория чисел", часть 1 - Основные понятия теории групп. Гомель. 1987.
10. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М.: Наука. 1982.
11. Кондратьев А.С., Махнев А.А., Старостин А.И. Конечные группы. В сб.: Алгебра. Топология. Геометрия. Т.24. (Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР). М., 1986. С.3-120.
12. Кострикин А.И. Конечные группы. В сб.: Алгебра. Топология. Геометрия, 1964. (Итоги науки. Серия: Математика. ВИНТИ АН СССР). М., 1966. С.7-46.
13. Курош А.Г. Теория групп. М.: Наука. 1977.
14. Мазуров В.Д. Конечные группы. В сб.: Алгебра. Топология. Геометрия. Т.14. (Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР). М., 1976. С.5-56.
15. Нерешенные вопросы теории групп. Коуровская тетрадь. Новосибирск: Новосибир. гос. ун-т, 2010.
16. Селькин М.В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Мн.: Беларуская навука, 1997.
17. Скиба А.Н. Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997.
18. Чунихин С.А. Подгруппы конечных групп. Мн. 1964.
19. Холл М. Теория групп. М.:ИЛ. – 1962.
20. Чунихин С.А., Шеметков Л.А. Конечные группы. В сб.: Алгебра. Топология. Геометрия. (Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР). М., 1971. С.7-70.
21. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. М.: Наука. 1978.
22. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. М.: Наука, 1989.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
			Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № ____ от _____.200__
			Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № ____ от _____.200__

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № ____ от _____ 2010 г.)

Заведующий кафедрой

алгебры и геометрии
д.ф.-м.н., профессор

_____ Л.А. Шеметков

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
к.ф.-м.н., доцент

_____ С.П. Жогаль