А.А. Шамына, В.Н. Капшай, А.И. Толкачёв
УО «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

СИММЕТРИИ И СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ-СУММАРНОЙ ЧАСТОТЫ ОПТИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫМ СЛОЕМ, НАНЕСЁННЫМ НА ПОВЕРХНОСТЬ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ПРИ ЕЁ ОБЛУЧЕНИИ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Введение

О линейных эффектах, возможных при рассеянии плоских электромагнитных волн на диэлектрических частицах различной формы и размеров написано уже немалое число работ. Поэтому в настоящее время исследователи всё чаще направляют усилия на изучение нелинейных эффектов в оптике и электродинамике диэлектриков. Одним из таких малоизученных явлений является параметрический эффект, состоящий в нелинейной генерации второй гармоники при прохождении электромагнитного излучения через тонкие оптически нелинейные слои на поверхности частиц и границы раздела сред.

В настоящей работе исследован эффект нелинейной генерации с удвоением частоты при облучении сферической диэлектрической частицы двумя плоскими когерентными электромагнитными волнами одинаковой частоты. В этом случае генерируемое поле представляет суперпозицию электромагнитных полей, обусловленных генерацией второй гармоники (ГВГ) [1] каждой падающей волной и генерацией суммарной частоты (ГСЧ) [2, 3] вследствие параметрического взаимодействия падающих волн между собой. Совокупность этих явлений будем называть генерацией второй гармоники-суммарной частоты (ГВГ-СЧ). В отличие от ГВГ, явление ГВГ-СЧ зависит от большего количества варьируемых параметров, чем обусловлена возможность для извлечения большего объема информации об исследуемом объекте из экспериментальных данных. Заметим также, что для проведения эксперимента не требуется источников с разными частотами, как при наблюдении явления ГСЧ.

1. Постановка задачи

Зададим в комплексной форме векторы электрической напряжённости падающих на сферическую диэлектрическую частицу плоских эллиптически поляризованных электромагнитных волн:

$$\mathbf{E}^{(\alpha)} = E_\alpha \mathbf{e}^{(\alpha)} \exp\left(i\mathbf{k}^{(\alpha)}\mathbf{r} - i\omega t\right), \qquad (1)$$

где E_α – комплексная амплитуда, $\mathbf{e}^{(\alpha)}$ – единичный вектор, характеризующий поляризацию падающего излучения, $\mathbf{k}^{(\alpha)}$ – волновой вектор, ω – циклическая частота падающих волн (далее по тексту временную часть $\exp(-i\omega t)$ будем опускать), α – индекс, определяющий номер волны, к которой относится соответствующая величина. Здесь и далее в этой работе $\alpha = 1, 2$, а символ i вне индексов означает мнимую единицу.

Для упрощения математической модели рассматриваемого явления воспользуемся приближением, основанным на обобщённой модели Рэлея – Ганса – Дебая [4], в которой амплитуду рассеянных волн считают пренебрежимо малой. При этом условии нелинейная генерация индуцирована исключительно падающими электромагнитными волнами. Математически она описывается с применением метода функции Грина, и в качестве источников рассматривается нелинейная часть поляризации диполей на поверхности частицы [5]:

$$P_i^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)}\left(E_j^{(1)} + E_j^{(2)}\right)\left(E_k^{(1)} + E_k^{(2)}\right) = \sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{\beta=1}^{2}\chi_{ijk}^{(2)}E_j^{(\alpha)}E_k^{(\beta)}, \quad i, j, k = x, y, z, \qquad (2)$$

где суммирование производится по повторяющимся латинским индексам, $P_i^{(2)}$ – компоненты нелинейной части вектора поляризации, $E_j^{(1)}, E_j^{(2)}$ – компоненты векторов напряжённости падающих волн, $\chi_{ijk}^{(2)}$ – тензор нелинейной диэлектрической восприимчивости второго порядка.

Тензор $\chi_{ijk}^{(2)}$ одинаково записывается для ГВГ и ГВГ-СЧ элементарным участком поверхности:

$$\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_1^{(2)}n_i n_j n_k + \chi_2^{(2)}n_i\delta_{jk} + \chi_3^{(2)}\left(n_j\delta_{ki} + n_k\delta_{ij}\right) + \chi_4^{(2)}n_m\left(n_k\varepsilon_{ijm} - n_j\varepsilon_{imk}\right), \qquad (3)$$

где n_i – компоненты вектора нормали к поверхности, δ_{ij}, ε_{ijk} – дельта-символ Кронекера и символ Леви-Чивита соответственно, коэффициенты $\chi_{1-3}^{(2)}$ и $\chi_4^{(2)}$ – некиральные и киральный коэффициенты анизотропии, характеризующие нелинейные свойства поверхностного слоя сферической частицы.

Введём декартову систему координат, базисные векторы которой $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ образуют правую тройку векторов. Начало координат совместим с геометрическим центром сферической частицы. Оси декартовой системы координат выберем таким образом, чтобы волновые векторы падающих волн $\mathbf{k}^{(1)}$ и $\mathbf{k}^{(2)}$ находились в плоскости Oyz, а ось Oz направим вдоль вектора, равного их сумме. Тогда выражения для вектора электрической напряжённости генерируемого поля $\mathbf{E}^{(2\omega)}$ и плотности мощности $S_r^{(2\omega)}$ генерируемого излучения в точке $\mathbf{x}$ в дальней зоне [5], можно записать в виде

$$\mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = 4\pi\mu_{2\omega}\frac{(2\omega)^2}{c^2}\frac{\exp(ik_{2\omega}r)}{r}d_0a^2(1-\mathbf{e}_r\otimes\mathbf{e}_r)\sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{\beta=1}^{2}E_\alpha E_\beta\mathbf{f}^{(\alpha\beta)}, \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{f}^{(\alpha\beta)} &= i\chi_1^{(2)}\Big(-j_3(q^{(\alpha\beta)}a)\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\alpha)})(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\beta)})\\ &+\frac{1}{5}\big(j_1(q^{(\alpha\beta)}a)+j_3(q^{(\alpha\beta)}a)\big)\big(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{e}^{(\alpha)}\mathbf{e}^{(\beta)})+\mathbf{e}^{(\beta)}(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\alpha)})+\mathbf{e}^{(\alpha)}(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\beta)})\big)\Big)+\\ &+ij_1(q^{(\alpha\beta)}a)\big(\chi_2^{(2)}\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}(\mathbf{e}^{(\alpha)}\mathbf{e}^{(\beta)})+\chi_3^{(2)}\mathbf{e}^{(\beta)}(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\alpha)})+\chi_3^{(2)}\mathbf{e}^{(\alpha)}(\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\beta)})\big)-\\ &-\chi_4^{(2)}j_2(q^{(\alpha\beta)}a)\big([\mathbf{e}^{(\alpha)}\times\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}](\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\beta)})+[\mathbf{e}^{(\beta)}\times\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}](\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}\mathbf{e}^{(\alpha)})\big),\end{aligned} \tag{5}$$

$$S_r^{(2\omega)}(\mathbf{x}) = \frac{c}{8\pi}\frac{n_{2\omega}}{\mu_{2\omega}}\left|\mathbf{E}^{(2\omega)}(\mathbf{x})\right|^2. \tag{6}$$

Здесь $\mu_{2\omega}, n_{2\omega}$ – соответственно магнитная проницаемость и показатель преломления окружающей среды на частоте 2ω; d_0 – толщина поверхностного слоя, обладающего нелинейными оптическими свойствами; a – радиус сферической частицы; $\mathbf{e}_r$ – один из базисных векторов $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi)$ сферической системы координат (r,θ,φ), у которой начало координатных осей совпадает с центром сферической частицы, $j_m(z)$ – сферическая функция Бесселя порядка m. Конструкции $\mathbf{a}\otimes\mathbf{b}$, $(\mathbf{ab})$, $[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]$ означают соответственно математические операции тензорного, скалярного и векторного произведения; $q^{(\alpha\beta)}$ – модуль вектора рассеяния $\mathbf{q}^{(\alpha\beta)}$, направленного вдоль единичного вектора $\mathbf{v}^{(\alpha\beta)}$ и определяемого по формуле

$$\mathbf{q}^{(\alpha\beta)} = \mathbf{k}^{(\alpha)}+\mathbf{k}^{(\beta)}-\mathbf{k}^{(2\omega)} = \mathbf{v}^{(\alpha\beta)}q^{(\alpha\beta)}, \quad \alpha=1,2,\ \beta=1,2, \tag{7}$$

где $\mathbf{k}^{(2\omega)} = k^{(2\omega)}\mathbf{e}_r$ – волновой вектор генерируемого излучения в дальней зоне.

Требуется проанализировать свойства пространственного распределения электромагнитного поля, генерируемого при прохождении плоской электромагнитной волны через тонкий оптически нелинейный слой на поверхности сферической частицы, в дальней зоне.

2. Решение

Зададим явный вид векторов, соответствующих поставленной задаче:

$$\mathbf{k}^{(\alpha)} = k_\omega\left((-1)^\alpha \sin(\gamma/2)\mathbf{e}_y + \cos(\gamma/2)\mathbf{e}_z\right),$$
$$\mathbf{e}^{(\alpha)} = \Big[\left(\cos\varphi_{\text{in}}^{(\alpha)} - i\sigma_\alpha \sin\varphi_{\text{in}}^{(\alpha)}\right)\mathbf{e}_x + \cos(\gamma/2)\left(i\sigma_\alpha \cos\varphi_{\text{in}}^{(\alpha)} + \sin\varphi_{\text{in}}^{(\alpha)}\right)\mathbf{e}_y + \tag{8}$$
$$+ (-1)^{1+\alpha}\sin(\gamma/2)\left(i\sigma_\alpha \cos\varphi_{\text{in}}^{(\alpha)} + \sin\varphi_{\text{in}}^{(\alpha)}\right)\mathbf{e}_z\Big]\left(1+\sigma_\alpha^2\right)^{-1/2},$$

где $k_\omega = \left|\mathbf{k}^{(\alpha)}\right|$ – модуль волновых векторов падающих волн; γ – угол между волновыми векторами $\mathbf{k}^{(1)}$ и $\mathbf{k}^{(2)}$; $-\pi < \varphi_{in}^{(\alpha)} \le \pi$ – угол между большой полуосью эллипса поляризации волны α и вектором $\mathbf{e}_x$; величина $-1 \le \sigma_\alpha \le 1$ по модулю равна отношению малой полуоси эллипса поляризации к большой полуоси, а $|\sigma_\alpha|$ характеризует степень эллиптичности ($\sigma_\alpha < 0$ / $\sigma_\alpha > 0$ задают волну левой/правой поляризации).

При некоторых комбинациях параметров (направлений наблюдения, направлений волновых векторов падающих волн и эллиптичностей их поляризации) пространственному распределению генерируемого излучения свойственны определённые элементы симметрии. Такие элементы симметрии можно выявить, анализируя математические свойства векторной функции $\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,\varphi)$. Подобные свойства векторных функций, характеризующих пространственное распределение генерируемого излучения при нелинейной генерации плоской электромагнитной волной в тонком оптически нелинейном слое на поверхности цилиндрических и сферических частиц, рассмотрены в статьях [1-3, 6]. Сформулируем и поясним наиболее важные из свойств функции $\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,\varphi)$, используя обозначения: $m, m_1, m_2 \in \mathrm{Z}, \eta = E_2/E_1$, символом * обозначим операцию комплексного сопряжения.

Свойство 1. Если $\mathrm{Im}[\eta]=0, \varphi_{in}^{(1)} = \pi m_1/2, \varphi_{in}^{(2)} = \pi m_1/2 + \pi m_2$, то

$$i\left(1-(1-i)\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi\right)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,\pi-\varphi) = \left[i\left(1-(1-i)\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi\right)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,\varphi)\right]^*,$$
$$i\left(1-(1-i)\mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta\right)\mathbf{f}^{(2\omega)}(-\theta,\varphi) = \left[i\left(1-(1-i)\mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta\right)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,-\varphi)\right]^*, \tag{9}$$
$$S_r^{(2\omega)}(\theta,\pi-\varphi) = S_r^{(2\omega)}(\theta,\varphi).$$

Свойство 2. Если $|\eta|=1, \sigma_1=\sigma_2, \varphi_{in}^{(1)}+\varphi_{in}^{(2)} = \pi m_1$, то

$$i\left(1-(1-i)\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi\right)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,-\varphi)/\eta = \left[i\left(1-(1-i)\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi\right)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta,\varphi)/\eta\right]^*,$$
$$S_r^{(2\omega)}(\theta,-\varphi) = S_r^{(2\omega)}(\theta,\varphi). \tag{10}$$

Свойство 3. Если $\eta = \pm 1,\ \sigma_1 = \sigma_2, \varphi_{in}^{(1)} - \varphi_{in}^{(2)} = \pi m_1$, то

$$\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi + \pi) = \mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi), \qquad S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi + \pi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi). \tag{11}$$

Свойство 4. Если $\chi_{1,3,4}^{(2)} = 0$, то

$$\begin{aligned} &\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \pi - \varphi) = (1 - 2\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi), \\ &\mathbf{f}^{(2\omega)}(-\theta, \varphi) = (1 - 2\mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, -\varphi), \\ &S_r^{(2\omega)}(\theta, \pi - \varphi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi), \qquad S_r^{(2\omega)}(-\theta, \varphi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, -\varphi). \end{aligned} \tag{12}$$

Свойство 5. Если $\chi_4^{(2)} = 0,\ \eta = \pm 1, \sigma_1 + \sigma_2 = 0,\ \varphi_{in}^{(1)} + \varphi_{in}^{(2)} = \pi m_1$, то

$$\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, -\varphi) = (1 - 2\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi), \qquad S_r^{(2\omega)}(\theta, -\varphi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi). \tag{13}$$

Свойство 6. Если $\chi_4^{(2)} = 0, |\eta| = 1, \sigma_1 + \sigma_2 = 0,\ \varphi_{in}^{(1)} - \varphi_{in}^{(2)} = \pi m_1$, то

$$\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi + \pi)/\eta = -\left[\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi)/\eta\right]^*, \qquad S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi + \pi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi). \tag{14}$$

Свойство 7. Если $\chi_{1-3}^{(2)} = 0, |\eta| = 1, \sigma_1 + \sigma_2 = 0, \varphi_{in}^{(1)} - \varphi_{in}^{(2)} = \pi m_1$, то

$$\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi + \pi)/\eta = \left[\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi)/\eta\right]^*, \qquad S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi + \pi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi). \tag{15}$$

Свойство 8. Если $\chi_{1,3,4}^{(2)} = 0,\ \eta = \pm 1,\ \sigma_1 = (-1)^m \sigma_2$, то

$$\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, -\varphi) = (1 - 2\mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi)\mathbf{f}^{(2\omega)}(\theta, \varphi), \qquad S_r^{(2\omega)}(\theta, -\varphi) = S_r^{(2\omega)}(\theta, \varphi). \tag{16}$$

Для пространственного распределения плотности мощности генерируемого излучения наличие этих свойств связано с характерными для этого распределения элементами симметрии:

– свойства 1, 4 имеют место при наличии зеркальной плоскости симметрии, совпадающей с плоскостью Oyz;

– свойства 2, 5, 8 проявляются при наличии зеркальной плоскости симметрии, совпадающей с плоскостью Oxz;

– свойства 3, 6, 7 характерны для объектов, обладающих поворотной осью симметрии второго порядка, проходящей через ось Oz.

Все описанные элементы симметрии можно выявить на диаграммах направленности генерируемого излучения, характеризующих пространственное распределение плотности мощности поля ГВГ-СЧ в дальней зоне.

Заключение

Таким образом, в результате анализа решения задачи о генерации второй гармоники-суммарной частоты показано, что у математических функций, характеризующих пространственное распределение мощности генерируемого излучения имеется ряд математических свойств, связанных с наличием определенных элементов симметрии у диаграммы направленности, соответствующей ГВГ-СЧ в выбранных условиях. Среди обнаруженных элементов симметрий можно указать две зеркальные плоскости симметрии, перпендикулярные между собой, и поворотную ось симметрии второго порядка.

В эксперименте полученные свойства симметрии могут быть полезны при определении преобладающего вклада отдельных элементов $\chi_{1-4}^{(4)}$ тензора нелинейной диэлектрической восприимчивости второго порядка $\chi_{ijk}^{(2)}$ в генерацию, а также при проверке правильности полученных в эксперименте значений независимых элементов тензора $\chi_{ijk}^{(2)}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант по проекту Ф18М-026).

Литература

1. Капшай, В.Н. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя и условия отсутствия генерации / В.Н. Капшай, А.А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2017. – Т. 123, № 3. – С. 416–429.

2. Капшай, В.Н. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. I. Аналитическое решение / В.Н. Капшай, А.А. Шамына // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 6. – С. 795–803.

3. Шамына, А.А. Генерация суммарной частоты от тонкого сферического слоя. II. Анализ решения / А.А. Шамына, В.Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 125, № 1. – С. 74–81.

4. Viarbitskaya, S. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, and T. Hansson // Phys. Rev. A. – 2010. – № 81. – P. 053850.

5. Толкачёв, А.И. Генерация второй гармоники от тонкого сферического слоя при наличии двух источников / А.И. Толкачёв, В.Н. Капшай // Актуальные вопросы физики и техники: материалы VII Респ. научной конф. студентов, магистрантов и аспирантов. – 2018. – Ч. 1. – С. 287–290.

6. Шамына, А.А. Генерация суммарной частоты от тонкого цилиндрического слоя / А.А. Шамына, В.Н. Капшай // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, № 1. – С. 105–121.

А.А. Шамына
УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Гомель, Беларусь

ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В ТОНКОМ ОПТИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОМ СЛОЕ, НАНЕСЁННОМ НА ПОВЕРХНОСТЬ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ИМЕЮЩЕЙ ФОРМУ ВЫТЯНУТОГО ЭЛЛИПСОИДА ВРАЩЕНИЯ, ПРИ ЕЁ ОБЛУЧЕНИИ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Введение

Нелинейная генерация оптического излучения поверхностным слоем малой частицы вызывает особый интерес, так как она может быть использована для исследования свойств поверхностей таких частиц [1] и свойств адсорбированных молекул (ориентации, тензора гиперполяризуемости, динамических свойств). Возможность этого явления обусловлена избирательностью нелинейных эффектов: генерация излучения кратных частот, обусловленная нелинейными эффектами чётного порядка, в диэлектриках может происходить только на двумерных объектах, таких как поверхности частиц, тонкие плёнки, границы раздела сред – их структуре не свойственна центральная симметрия, и часто они анизотропны.

Так как частицы строго симметричной формы не всегда можно получить практически, и в некоторых случаях под влиянием внешних воздействий форма частицы может меняться, то возникает необходимость изучения генерации второй гармоники (ГВГ) в поверхностном слое частиц, форма которых сложнее сферической. В нашей работе рассмотрена ГВГ в тонком оптически нелинейном слое на поверхности частицы, имеющей форму вытянутого эллипсоида вращения.

1. Постановка задачи

Введём декартову (x, y, z) и сферическую (r, θ, φ) системы координат, у которых начала отсчёта и оси Oz совпадают. Пусть $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ – базисные векторы декартовой системы координат,