П.С. Шаповалов
УО «Гомельский государственный технический университет
имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ КРИСТАЛЛАХ

При обработке и передаче информации одновременно распространяется несколько мощных лазерных пучков, способных инициировать нелинейные эффекты. Результаты их изучения описаны в ряде работ (см., например, [1-4] и цитированную там литературу), в которых акцентированы различные аспекты взаимодействия световых пучков с кристаллами. Так, в статье [1, с. 97] исследовалось взаимодействие двух соосных ортогонально поляризованных гауссовых пучков света в кубически нелинейной среде. Рассматриваемая там задача сведена вариационным методом к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, анализ которых произведен численно. В работе [2, с. 549] изучалось взаимодействие параллельных световых пучков. При этом для соосных пучков выполнено аналитическое исследование, но проблема сведена к задаче о распространении одинаковых пучков, что не представляется интересным, так как в данном случае не наблюдаются новые явления по сравнению с распространением одиночного пучка. В настоящей работе исследуется взаимодействие двух взаимно некогерентных гауссовых пучков света разной мощности, распространяющихся в нелинейной среде, которой свойственна квадратичная неоднородность.

При описании взаимодействия световых пучков будем исходить из системы нелинейных параболических уравнений [2], записанных в цилиндрической системе координат (r, φ, z):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2}-2ik_1\frac{\partial U_1}{\partial z}-k_1^2\alpha(x^2+y^2)U_1+k_1^2\beta\left(|U_1|^2+2|U_2|^2\right)U_1=0,\\
&\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2}-2ik_2\frac{\partial U_2}{\partial z}-k_2^2\alpha(x^2+y^2)U_2+k_2^2\beta\left(|U_2|^2+2|U_1|^2\right)U_2=0.
\end{aligned}\qquad(1)$$

Здесь для j-го пучка ($j=1,\ 2$) U_j – комплексная амплитуда электромагнитного поля на частоте ω_j; $k_j=\sqrt{\varepsilon_j}\omega_j$ – волновое число; ε_j, α и β – соответственно линейная диэлектрическая проницаемость, коэффициент квадратичной неоднородности и коэффициент нелинейности среды. Система уравнений (1) описывает взаимодействие лазерных

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

пучков в диапазоне частот, в котором временнáя дисперсия среды пренебрежимо мала.

Решение системы уравнений (1) проведем вариационным методом [3, с. 87], [4, с. 115] в классе круговых гауссовых функций [5, с. 27]:

$$U_i = \sqrt{I_i}\exp\left\{-P_i - iQ_i - \frac{x^2}{w_{xi}^2} - \frac{y^2}{w_{yi}^2} - \frac{ik_i x^2}{2R_{xi}} - \frac{ik_i y^2}{2R_{yi}}\right\}, \qquad (3)$$

где $i = 1, 2$; I_i – интенсивность света на оси i-го пучка; w_{xi}, w_{yi} – полуоси эллипса, ограничивающего световое пятно, R_{xi}, R_{yi} – радиусы кривизны фазовой поверхности.

Подставим (3) в (2) и проинтегрируем полученные при этом выражения по координатам x и y. Воспользовавшись далее условием экстремальности функционала, т.е. приравнивая нулю его вариацию ($\delta J=0$), получим систему двенадцати обыкновенных дифференциальных уравнений относительно параметров обоих пучков. Из этой системы можно выделить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую параметры пучков:

$$\begin{gathered}
w_{x1}^3\frac{\partial^2 w_{x1}}{\partial z^2} = \frac{4}{k_1^2} - 4\mu_1\frac{w_{x1}}{w_{y1}} - \alpha w_{x1}^4 - \frac{32\mu_2 w_{x1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2 + w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2 + w_{y2}^2\right)}}, \\
w_{y1}^3\frac{\partial^2 w_{y1}}{\partial z^2} = \frac{4}{k_1^2} - 4\mu_1\frac{w_{y1}}{w_{x1}} - \alpha w_{y1}^4 - \frac{32\mu_2 w_{y1}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2 + w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2 + w_{y2}^2\right)^3}}, \\
w_{x2}^3\frac{\partial^2 w_{x2}}{\partial z^2} = \frac{4}{k_2^2} - 4\mu_2\frac{w_{x2}}{w_{y2}} - \alpha w_{x2}^4 - \frac{32\mu_1 w_{x2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2 + w_{x2}^2\right)^3\left(w_{y1}^2 + w_{y2}^2\right)}}, \qquad (4) \\
w_{y2}^3\frac{\partial^2 w_{y2}}{\partial z^2} = \frac{4}{k_2^2} - 4\mu_2\frac{w_{y2}}{w_{x2}} - \alpha w_{y2}^4 - \frac{32\mu_1 w_{y2}^4}{\sqrt{\left(w_{x1}^2 + w_{x2}^2\right)\left(w_{y1}^2 + w_{y2}^2\right)^3}}, \\
\frac{dw_{x1}}{dz} = \frac{w_{x1}}{R_{x1}}, \qquad \frac{dw_{x1}}{dz} = \frac{w_{x1}}{R_{x1}},
\end{gathered}$$

где $\mu_i = \beta w_{xi0} w_{yi0} I_i / 8$ – эффективная мощность первого (i=1) и второго (i=2) пучка; w_{xi0}, w_{yi0} – длины полуосей светового пятна эллиптического пучка на входной границе нелинейной среды z=0.

Умножая первое и второе уравнения системы (4) на μ_1, а третье и четвертое уравнения – на μ_2, дифференцируя полученные выражения по z и складывая результаты выполнения этой операции, получим соотношение

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$$\frac{d^3A}{dz^3}+4\alpha\frac{dA}{dz}=0\ ,$$
$$A=\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)\ . \tag{5}$$

Общее решение уравнения (5) в случае однородной среды ($\alpha=0$) имеет вид

$$\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)=C_2z^2+C_1z+C_0\ . \tag{6}$$

Для квадратично неоднородной среды ($\alpha\neq0$) общее решение получим в виде

$$\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)=S_2\sin(2\sqrt{\alpha}z)+S_1\cos(2\sqrt{\alpha}z)+S_0\ . \tag{7}$$

Постоянные интегрирования C_2, C_1, C_0, S_2, S_1, S_0 находим, учитывая граничные условия при $z = 0$ в системе уравнений (4).

В результате численного решения системы уравнений (4) показано, что поведение взаимодействующих пучков в нелинейной среде достаточно сложно. Размер взаимодействующих пучков может одновременно или возрастать, или уменьшаться. Как следует из формул (6) и (7), при распространении в нелинейной среде двух эллиптических гауссовых пучков величина $2w_{эф}^2=\mu_1\left(w_{x1}^2+w_{y1}^2\right)+\mu_2\left(w_{x2}^2+w_{y2}^2\right)$ изменяется: в однородной среде по параболическому закону; в квадратично неоднородной среде – по гармоническому закону, аналогичному закону изменения радиуса светового пятна кругового пучка, распространяющегося в такой среде. Следовательно, при распространении двух эллиптических пучков в среде с кубической нелинейностью им можно поставить в соответствие эффективный круговой пучок. Размеры полуосей эллипсов, ограничивающих поперечные сечения пучков (световых пятен), будут осциллировать вблизи эффективного значения $w_{эф}$.

По типу изменения величины $w_{эф}$ в однородной среде можно выделить три режима распространения взаимодействующих пучков – в зависимости от величины B, вычисляемой по формуле

$$B=\frac{\mu_1}{k_1^2}\left(\frac{1}{w_{x10}^2}+\frac{1}{w_{y10}^2}\right)+\frac{\mu_2}{k_2^2}\left(\frac{1}{w_{x20}^2}+\frac{1}{w_{y20}^2}\right)-\frac{2\mu_1^2}{w_{x10}w_{yx10}}-$$
$$-\frac{2\mu_2^2}{w_{x20}w_{yx20}}-\frac{16\mu_1\mu_2}{\sqrt{\left(w_{x10}^2+w_{x20}^2\right)\left(w_{y10}^2+w_{y20}^2\right)}}\,.$$

При $B > 0$ эффективный размер пучков $w_{эф}$ увеличивается с ростом продольной координаты z. Если $B = 0$, реализуется квазиволноводный режим распространения, т.е. эффективный размер $w_{эф}$ не изменяется при изменении z, а размеры полуосей эллипса светового пятна перио-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

дически осциллируют. При $B < 0$ происходит схлопывание пучков в точку.

В неоднородной среде по типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить не три – как в однородной среде, а четыре режима распространения пучков.

В однородной среде интенсивность волноводного режима равна критической мощности схлопывания пучка, поэтому, в зависимости от мощности, существуют три режима распространения. В неоднородной среде мощность волноводного режима распространения $w_{эф}=const$ меньше критической мощности схлопывания пучка. Поэтому в неоднородной среде, в зависимости от мощности, существуют четыре режима распространения.

При сравнении результатов численных расчетов установлено, что при большом различии мощностей или поперечных размеров пучков влияние их друг на друга при распространении в нелинейной среде незначительно. При близких значениях мощности пучков и их поперечных размеров нелинейное взаимодействие пучков существенно влияет на их геометрию и его необходимо учитывать при расчете оптических устройств.

Литература

1. Lopes Lago, E. Copropagation of two waves of different frequencies and arbitrary initial polarization states in an isotropic Kerr medium / E. Lopes Lago, R. de Fuente. // Phys. Rev. A. −1999. −Vol.60, № 1. − P.549–558.

2. Berge Luc., Coalescence and instability of copropagating nonlinear waves / Luc. Berge // Phys. Rev. E. −1998. −Vol.58, № 5. −P. 6606–6625.

3. Bang, O. Fusion, collapse, and stationary bound states of incoherently coupled waves in bulk cubic media / O. Bang, L. Berge // Phys. Rev. E. − Vol.59, № 4. − P. 4600–4613.

4.Гончаренко, А. М. К теории взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков в нелинейных средах / А. М.Гончаренко, П. С. Шаповалов // Доклады НАНБ. – 2003. − Т. 22, № 2. − С. 323–325.

5.Гончаренко, А. М. Гауссовы пучки света / Гончаренко А. М. // Наука и техника. − Минск, 1977. – 140 с.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ