УДК 535.42

ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВОГО ПУЧКА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНО ПОВЕРХНОСТИ, НА УПРУГОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЕ

Д. В. Петров и *В. В. Попов*

Теоретически и экспериментально исследована дифракция на упругой поверхностной волне светового пучка, распространяющегося параллельно поверхности и почти перпендикулярно к направлению распространения упругой волны. Отмечаются особенности, отличающие этот тип дифракции от дифракции на объемной ультразвуковой волне. Расчет проведен по теории возмущений для случая ширины светового пучка, большей глубины затухания упругой волны. Показано, что дифрагированный свет представляет собой совокупность пучков. Появление двух пучков из этой совокупности связано с экспоненциальным затуханием звукового поля вглубь твердого тела. Появление остальных пучков обусловлено ограниченностью пучка падающего света вдоль нормали к поверхности и наличием границы раздела сред. Дифрагированный свет является эллиптически поляризованным. Приведены экспериментальные результаты по исследованию дифракции в плавленом кварце.

Среди возможных способов наблюдения дифракции света на упругой поверхностной волне (УПВ) [1] наименее изученной является «объемная» дифракция света [2, 3]. При такой дифракции рассеиваемая световая волна распространяется под малым углом скольжения к поверхности или параллельно ей и почти перпендикулярно направлению распространения УПВ.

«Объемной» дифракции присущи следующие особенности.

1. Изменение диэлектрической проницаемости, возникающее вследствие фотоупругого эффекта, неоднородно по фронту световой волны.

2. В УПВ релеевского типа присутствуют продольные и поперечные смещения, затухающие в глубь тела и сдвинутые по фазе на $\pi/2$. Поэтому тензор изменений диэлектрической проницаемости имеет как диагональные, так и недиагональные элементы с отличающимися фазами, и, следовательно, дифрагированный свет будет эллиптически поляризован.

3. Наличие границы раздела двух сред приводит к появлению и отраженной дифрагированной волны.

Нам известны две работы [2, 3], посвященные непосредственно изучению процесса рассеяния света на УПВ при «объемной» дифракции. Эксперименты, описанные в этих работах, в основном подтвердили выводы, сделанные на основании простых физических соображений о характере рассеяния света в этом случае. В настоящей работе проводится более подробное теоретическое изучение «объемной» дифракции и приведены результаты эксперимента в плавленом кварце. Экспериментальные исследования в других материалах и схема экспериментальной установки будут описаны в следующей работе.

Будем считать, что изотропное твердое тело, в котором распространяется УПВ релеевского типа, занимает полупространство $z > 0$ и граничит без упругого контакта с изотропным диэлектриком (рис. 1). В силу линейности задачи можно ограничиться рассмотрением только продольной

Репозиторий ГГУ имени Ф. Скорины

$\mathbf{U}_l$ (или только поперечной $\mathbf{U}_t$) составляющей вектора смещений [4], которую мы запишем в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \Pi(y) \exp i\{k_s x + i\gamma z - \omega_s t\}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{U}_0 = \mathbf{U}_0(U_{0x};\ 0;\ U_{0z})$; $\Pi(y) = 1$ при $|y| < l$, $\Pi(y) = 0$ при $|y| > l$.

Для изотропного твердого тела тензор изменений диэлектрической проницаемости в нашем случае имеет вид

$$\delta\varepsilon_{ij} = \Gamma_{ij} \Pi(y) \exp i\{k_s x + i\gamma z - \omega_s t\}, \quad (2)$$

где

$$\Gamma_{11} = -\varepsilon^2\{ik_s U_{0x} p_{11} - \gamma U_{0z} p_{12}\};\quad \Gamma_{22} = -\varepsilon^2\{ik_s U_{0x} - \gamma U_{0z}\} p_{12};$$

$$\Gamma_{33} = -\varepsilon^2\{ik_s U_{0x} p_{12} - \gamma U_{0z} p_{11}\};\quad \Gamma_{23} = \Gamma_{12} = 0;\quad \Gamma_{13} = -\frac{1}{2}\varepsilon^2 p_{44}\{-\gamma U_{0x} + ik_s U_{0z}\};$$

ε — диэлектрическая проницаемость твердого тела; p_{ij} — элементы матрицы фотоупругих постоянных.

Эксперименты по дифракции света на звуковой волне ставятся обычно с использованием пучков света. Мы рассмотрим ситуацию, когда пучок распространяется (без учета его расходимости) параллельно поверхности раздела сред в той же среде, что и УПВ. Зададим его как результат дифракции на щели в экране плоской световой волны, падающей на экран. Будем считать, что экран помещен в плоскость $y = -l$, щель параллельно оси x и целиком расположена в полуплоскости $z > 0$. Если ширина щели много больше глубины затухания УПВ γ^{-1}, то второй край щели, расположенный дальше от поверхности раздела сред, может не учитываться. Это эквивалентно замене щели краем экрана. Именно этот случай мы и рассмотрим.

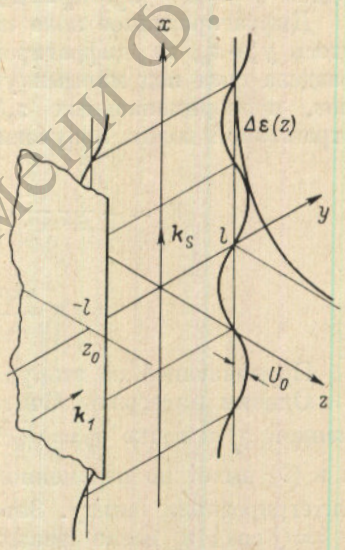

Рис. 1. К расчету дифрагированного поля при «объемной» дифракции света на УПВ.

Дальнейшее упрощение задачи может быть сделано, если ширина звукового поля $2l$ достаточно мала, так что

$$2\sqrt{\frac{l}{k}} \ll \gamma^{-1}, \quad (3)$$

а координата края экрана z_0 удовлетворяет условию

$$2\sqrt{\frac{l}{k}} \ll z_0. \quad (4)$$

Условие (3) означает, что отклонение пакета световых волн от геометрической тени в области взаимодействия много меньше глубины затухания УПВ. При выполнении условия (4) дифрагирующий на экране свет в области взаимодействия не достигает поверхности $z = 0$, и поэтому отражением исходного пучка от поверхности раздела можно пренебречь. При этом мы одновременно пренебрегаем вкладом в дифракцию, обусловленным искривлением поверхности. При малых углах скольжения этот эффект, как показывают оценки, мал по сравнению с фотоупругим эффектом.

Таким образом, мы зададим дифрагирующий на УПВ пучок в приближении геометрической оптики

$$\mathbf{E}^0 = \Theta(z - z_0)\, \mathbf{E}_0 \exp i\{k_L x + k_y y - \omega t\}, \quad (5)$$

где $\Theta(\xi) = 0$ при $\xi < 0$, $\Theta(\xi) = 1$ при $\xi > 0$, $k_y = \sqrt{k^2 - k_L^2}$; $k^2 = \varepsilon\omega^2/c^2$. Выберем поляризацию $\mathbf{E}_0$ в плоскости (x, y). Будем считать, что $k_L \sim k_s$,

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

а k_s, как обычно, $\ll k$, т. е. рассмотрим углы падения, близкие к нормальному.

Для дифрагированного на УПВ света в первом порядке теории возмущений получаем уравнения

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = i\frac{\omega}{c}\mathbf{H}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = -i\frac{\omega}{c}\{\varepsilon\mathbf{E} + (\delta\hat{\varepsilon}\mathbf{E}^0)\} \tag{6}$$

и граничные условия

$$[\mathbf{nE}] = [\mathbf{nE}_2], \quad [\mathbf{nH}] = [\mathbf{nH}_2], \tag{7}$$

где $\mathbf{n}$ — вектор нормали к поверхности. Индексом 2 отмечено поле во второй среде.

Записывая $\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r$, где $\mathbf{E}^i$ — решение (6), а $\mathbf{E}^r$ — отраженная волна, получаем для $\mathbf{E}^i$ решение

$$\mathbf{E}^i = \frac{i}{2\pi^2}\frac{\omega^2}{c^2}(\hat{\Gamma}\mathbf{E}_0)\, e^{ik_x x - \gamma z_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dq_y dq_z \frac{\sin(k_y - q_y)\, l \exp i\{q_y y + q_z(z - z_0)\}}{(k_y - q_y)(q_z - i\gamma)(Q^2 - q_y^2 - q_z^2)}. \tag{8}$$

Здесь $Q^2 = k^2 - k_x^2$; $k_x = k_L + k_s$,

Дифрагированное поле нас интересует вне области взаимодействия. Если здесь $y \gg z_0$, то дифрагированная волна $\mathbf{E}^i$ будет падать на поверхность раздела сред под малыми углами скольжения, поэтому с точностью до членов, пропорциональных z_0/y, коэффициент отражения равен —1 и для отраженной волны получаем выражение

$$\mathbf{E}^r = -\frac{i}{2\pi^2}\frac{\omega^2}{c^2}(\hat{\Gamma}\mathbf{E}_0)\, e^{ik_x x - \gamma z_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dq_y dq_z \frac{\sin(k_y - q_y)\, l}{(k_y - q_y)} \times$$

$$\times \frac{\exp i\{q_y y + z\sqrt{Q^2 - q_y^2} - q_z z_0\}}{(q_z - i\gamma)(Q^2 - q_y^2 - q_z^2)}. \tag{9}$$

Проникающей во вторую среду волной мы не интересуемся.

Оценим интегралы. Считая $\operatorname{Im} Q > 0$, $y > l$, возьмем в (8) вычет по переменной q_y в точке $q_y = \sqrt{Q^2 - q_z^2}$, замыкая контур интегрирования сверху, а в (9) вычет по переменной q_z в точке $q_z = -\sqrt{Q^2 - q_y^2}$, замыкая контур интегрирования снизу. Затем проделаем замену переменных $q_z = Q\sin\xi$, $q_y = Q\cos\xi$ и после разложения $\sin(k_y - q_y)l$ на экспоненты обозначим

$$\left.\begin{aligned} y \pm l &= R_\pm \cos\alpha_\pm, \quad z - z_0 = R_\pm \sin\alpha_\pm, \\ y \pm l &= \rho_\pm \cos\beta_\pm, \quad z + z_0 = \rho_\pm \sin\beta_\pm. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Как будет видно из дальнейшего, дифрагированный свет распространяется в области малых углов $\alpha_\pm$, $\beta_\pm$. Полагая $\alpha_\pm \ll 1$, $\beta_\pm \ll 1$, проведем соответствующие разложения в подынтегральных выражениях, в результате чего получим

$$\mathbf{E}^i \simeq \frac{i}{2\pi\varepsilon}(\hat{\Gamma}\mathbf{E}_0)\exp\{ik_x x - \gamma z_0\}\int\limits_C \frac{d\xi}{(\xi^2 - \varphi^2)(\xi - \psi)}\left\{\exp\left\{-ik_y l + iQR_+ \times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left[1 - \frac{1}{2}(\xi - \alpha_+)^2\right]\right\} - \exp\left\{ik_y l + iQR_-\left[1 - \frac{1}{2}(\xi - \alpha_-)^2\right]\right\}\right\}, \tag{11}$$

$$\mathbf{E}^r \simeq -\frac{i}{2\pi\varepsilon}(\hat{\Gamma}\mathbf{E}_0)\exp\{ik_x x - \gamma z_0\}\int\limits_C \frac{d\xi}{(\xi^2 - \varphi^2)(\xi - \psi)}\left\{\exp\left\{-ik_y l + iQ\rho_+ \times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left[1 - \frac{1}{2}(\xi + \beta_+)^2\right]\right\} - \exp\left\{ik_y l + iQ\rho_-\left[1 - \frac{1}{2}(\xi + \beta_-)^2\right]\right\}\right\}, \tag{12}$$

где $\psi = i\frac{\gamma}{k}$; $\varphi^2 = -\frac{(k_s^2 + 2k_L k_s)}{k^2}$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

Контур C идет по вещественной оси, обходя при $k_s^2+2k_Lk_s<0$ полюс $\xi=\varphi=\frac{\sqrt{|k_s^2+2k_Lk_s|}}{k}$ снизу, а полюс $\xi=-\varphi$ — сверху.

Считая $QR_\pm\gg 1$, $Q\rho_\pm\gg 1$, оценим интегралы (11) и (12) методом перевала с учетом возможной близости полюса к точкам перевала [5]. Выпишем результаты вычислений. При этом воспользуемся тем, что слагаемые, содержащие R_-, ρ_-, α_-, β_-, по форме тождественны слагаемым, содержащим R_+, ρ_+, α_+, β_+. Поэтому мы можем записать $\mathbf{E}^i=\mathbf{E}^i_+ + \mathbf{E}^i_-$, $\mathbf{E}^r=\mathbf{E}^r_+ + \mathbf{E}^r_-$ и выписать только $\mathbf{E}^i_+$ и $\mathbf{E}^r_+$

$$\mathbf{E}^i_+ \simeq \frac{\omega^2}{c^2}(\hat{\Gamma}\mathbf{E}_0)\,B\exp\{ik_xx-\gamma z_0-ik_yl+iQR_+\}\times$$

$$\times\Big\{(\varphi+\psi)\Big[\Theta(\alpha_+-|\varphi|)\mp\Phi\Big(\pm iS_0\sqrt{\frac{QR_+}{2}}\Big)\Big]\exp\Big(-\frac{QR_+}{2}S_0^2\Big)+$$

$$+(\psi-\varphi)\Big[\Theta(-\alpha_+-|\varphi|)\mp\Phi\Big(\mp iS_1\sqrt{\frac{QR_+}{2}}\Big)\Big]\exp\Big(-\frac{QR_+}{2}S_1^2\Big)-$$

$$-2\varphi\Big[\Theta\Big(\alpha_+-\frac{\gamma}{k}\Big)\mp\Phi\Big(\pm iS_2\sqrt{\frac{QR_+}{2}}\Big)\Big]\exp\Big(-\frac{QR_+}{2}S_2^2\Big)\Big\}. \qquad (13)$$

$$\mathbf{E}^r_+ \simeq -\frac{\omega^2}{c^2}(\hat{\Gamma}\mathbf{E}_0)\,B\exp\{ik_xx-\gamma z_0-ik_yl+iQ\rho_+\}\times$$

$$\times\Big\{(\psi+\varphi)\,\Phi\Big(-iV_0\sqrt{\frac{Q\rho_+}{2}}\Big)\exp\Big(-\frac{Q\rho_+}{2}V_0^2\Big)+$$

$$+(\psi-\varphi)\Big[\Theta(\beta_+-|\varphi|)\mp\Phi\Big(\mp iV_1\sqrt{\frac{Q\rho_+}{2}}\Big)\Big]\exp\Big(-\frac{Q\rho_+}{2}V_1^2\Big)-$$

$$-2\varphi\,\Phi\Big(-iV_2\sqrt{\frac{Q\rho_+}{2}}\Big)\exp\Big(-\frac{Q\rho_+}{2}V_2^2\Big)\Big\}. \qquad (14)$$

Здесь $B=[2\varphi(2k_Lk_s+k_s^2-\gamma^2)]^{-1}$, $S_0=(\varphi-\alpha_+)e^{i\pi/4}$, $S_1=-(\varphi+\alpha_+)e^{i\pi/4}$, $S_2=(\psi-\alpha_+)e^{i\pi/4}$, $V_0=(\varphi+\beta_+)e^{i\pi/4}$, $V_1=-(\varphi-\beta_+)e^{i\pi/4}$, $V_2=(\psi+\beta_+)e^{i\pi/4}$, $\Phi(\xi)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_\xi^\infty dx e^{-x^2}$.

Знаки «$\pm$» следует понимать так: если в квадратных скобках отлично от нуля первое слагаемое, то во втором слагаемом берутся верхние знаки, а при равенстве нулю первого слагаемого во втором берутся нижние знаки.

Функции $\Theta(\xi)$ описывают пучки в приближении геометрической оптики, а интегралы Френеля $\Phi(\xi)$ — их расплывание. Возникновение пучков, описываемых слагаемыми в первых двух квадратных скобках (13) и в квадратных скобках (14), обусловлено ограниченностью области взаимодействия по координате z. При $k_L\leqslant k_s$ соответствующие слагаемые в $\mathbf{E}^i_+$ и $\mathbf{E}^i_-$, а также в $\mathbf{E}^r_+$ и $\mathbf{E}^r_-$ в значительной мере компенсируют друг друга и эти пучки можно не учитывать. Если же $k_L\gg k_s$, то они существенны. Когда $2l|\varphi|\geqslant\sqrt{2\gamma/k}$, ширина пучков $\Delta z\sim 2l|\varphi|$.

Здесь следует принять во внимание следующее обстоятельство. Поскольку U должно быть вещественно, то результат состоит из слагаемых, содержащих $\pm k_s$. Поэтому учитывать нужно пучки, для которых $\operatorname{Im}\varphi=0$.

Рассмотрим слагаемые, содержащиеся в последних квадратных скобках (13). Если $\frac{\gamma}{k}\sqrt{\frac{kR_\pm}{2}}\ll 1$, то эффекты расплывания существенны в интервале углов $\Delta\alpha_\pm^{(1)}\sim 1/\sqrt{kR_\pm}$, а затухание по z слагаемых с $\Theta[\alpha_\pm-(\gamma/k)]$ происходит в интервале углов $\Delta\alpha_\pm^{(2)}\sim 1/\gamma R_\pm$, т. е. $\Delta\alpha_\pm^{(2)}\gg\Delta\alpha_\pm^{(1)}$ и инте-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины

гралами Френеля можно пренебречь. С учетом сказанного вклад этих слагаемых приближенно может быть записан в виде

$$2i\,\frac{\omega^2}{c^2}\,(\hat{\Gamma}E_0)\,\Theta\left(\alpha-\frac{\gamma}{k}\right)\frac{\sin\dfrac{k_L k_s}{k}\,l}{2k_L k_s}\exp i\,\{k_x x+Qy\cos\psi+Qz\sin\psi\},\qquad(15)$$

где мы положили $\alpha_+=\alpha_-\simeq(z-z_0)/y$. Выражение (15) близко к результатам теории дифракции света на объемных ультразвуковых волнах с тем существенным отличием, что дифрагированная волна является неоднородной и отлична от нуля при углах наблюдения $\alpha>\gamma/k$. Заметим, что прошедшая недифрагированная волна наблюдается при углах $\alpha>0$. Выражение (15) описывает раман-натовский режим дифракции, так как интенсивность дифрагированного света ±1 порядков одинакова.

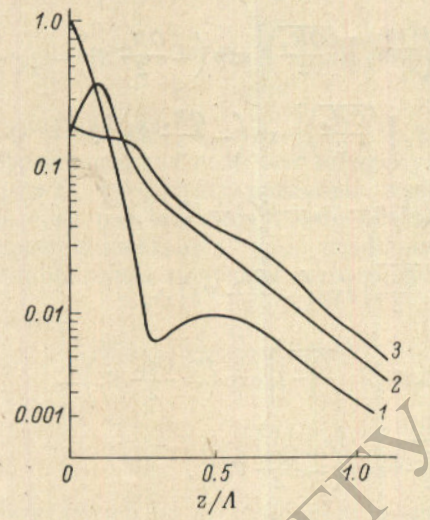

Рис. 2. Зависимость относительной интенсивности дифрагированного света от расстояния до поверхности при двух поляризациях падающего света и различных положениях анализатора.

$1-(E_3^{\text{д}}/E_3^0)^2$, $2-(E_1^{\text{д}}/E_1^0)^2$, $3-(E_3^{\text{д}}/E_1^0)^2$.

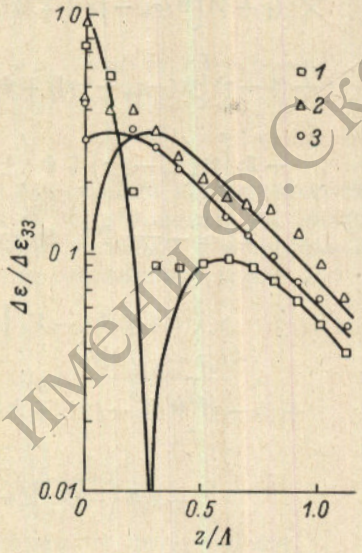

Рис. 3. Экспериментальные (значки) и расчетные зависимости значений различных компонент тензора изменений диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon_{ij}$ от расстояния до поверхности.

1 — $\Delta\varepsilon_{33}$, 2 — $\Delta\varepsilon_{13}$, 3 — $\Delta\varepsilon_{11}$.

Формулы (13) и (14) получены с учетом только одной компоненты смещения в УПВ ($\mathbf{U}_l$ или $\mathbf{U}_t$). Истинная амплитуда дифрагированного света будет состоять из суммы слагаемых, содержащих γ_l и γ_t, с отличающимися фазами. Поэтому дифрагированный свет эллиптически поляризован. В нашем случае полуоси эллипса направлены вдоль осей координат.

В общем случае γ_l и γ_t различны по величине, в результате величина полуосей эллипса зависит от точки наблюдения.

Приведем некоторые экспериментальные результаты по исследованию «объемной» дифракции на УПВ в плавленом кварце. Частота УПВ была низкой (~10 МГц), для того, чтобы глубина приповерхностного слоя ($\gamma^{-1}\sim3\cdot10^{-2}$ см), занятого деформациями, была достаточно велика. Световой пучок имел размер около 0.1 см в направлении, перпендикулярном поверхности, и распространялся параллельно поверхности раздела сред $z=0$, перпендикулярно направлению распространения УПВ ($k_L=0$). После расширения дифракционного пучка линзами часть его вырезалась узкой щелью и затем с помощью анализатора и фотоприемника проводилось измерение интенсивности и поляризации этой части дифрагированного

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скори

пучка. Система щель—анализатор—фотоприемник перемещались вдоль оси z.

Измерения проводились при двух независимых поляризациях падающего света: вдоль направления распространения УПВ (E_1^0) и вдоль нормали к поверхности (E_3^0). Наблюдаемая дифрагированная волна была эллиптически поляризована. При $z/\Lambda > 0.2$ ($\Lambda = 2\pi/k_s$) большая полуось эллипса была направлена либо вдоль направления поляризации падающего света, либо перпендикулярно к нему. На рис. 2 приведены экспериментальные графики зависимости интенсивности дифрагированного света от нормированной координаты z/Λ вдоль нормали к поверхности при двух поляризациях падающего света. График $(E_{3,1}^д/E_{3,1}^0)^2$ означает, что анализатор пропускает только волну, поляризованную параллельно падающему свету, график $(E_{3,1}^д/E_{1,3}^0)^2$ — анализатор пропускает только волну, поляризованную перпендикулярно падающему свету. Оказалось, что графики $(E_3^д/E_1^0)^2$ и $(E_1^д/E_3^0)^2$ в пределах ошибки эксперимента совпадают.

По графикам на рис. 2 было вычислено распределение различных компонент $\delta\varepsilon_{ij}$ в зависимости от расстояния до поверхности $z=0$. Они приведены на рис. 3. Там же приведены рассчитанные значения этих величин. Все графики нормированы на значение $\delta\varepsilon_{33}$ ($z=0$). Сравнение расчетных кривых и экспериментальных точек подтверждает экспоненциальное затухание дифрагированной волны по координате z. При $z/\Lambda < 0.2$ экспоненциальный характер затухания не наблюдается, что связано с дифракционным расплыванием света.

В заключение хотим поблагодарить С. В. Богданова, И. А. Гилинского, И. Б. Яковкина за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература

[1] С. В. Богданов, А. В. Ковалев, И. Б. Яковкин. В сб.: Упругие поверхностные волны. «Наука», Сибирское отделение, Новосибирск, 1974.
[2] С. В. Богданов, И. Б. Яковкин. Акустич. журн., *18*, 130, 1972.
[3] R. M. Montgomery, E. H. Young. J. Appl. Phys., *42*, 2585, 1972.
[4] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория упругости. «Наука», М., 1965.
[5] Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. «Наука», М., 1973.

Поступило в Редакцию 4 мая 1976 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. Скорины