experimentally. The basic scenario of transformation transverse beam profile has been demonstrated and the necessary exposure for forming sustainable beam structure has been determined

Ключевые слова: фоторефрактивные монокристаллы, светоиндуцированные процессы, самофокусировка

В связи с использованием фоторефрактивных кристаллов в различных системах управления лазерным излучением, оптической обработки и хранения информации самостоятельный интерес представляют исследования динамики светоиндуцированных переходов и последующих релаксационных процессов [1, 2]. Для построения целостной динамической модели переходов в фоторефрактивных кристаллах целесообразно использование обобщенной информации как о динамике фотопроводимости, так и динамике фотохромных процессов.

В ходе проведенных исследований созданы экспериментальные установки по прямому измерению фотопроводимости и фотоиндуцированному поглощению. Проведенные эксперименты позволили установить общие закономерности проявления указанных эффектов в условиях наносекундной импульсной засветки (длительность засвечивающего импульса 15-20 нс). Определены характерные времена релаксационных переходов из зоны проводимости в валентную зону и на ловушечные уровни в запрещенной зоне. Измеренные кинетики фотопроводимости и для кристалла силиката висмута, и для кристалла титаната висмута имеют сложный неодноэкспоненциальный вид. Одно из времен релаксации имеет характерное значение на уровне десятков наносекунд, а второе – на уровне микросекунд.

Для анализа особенностей формирования и распространения солитонов в работе предложена методика детектирования пространственных солитоноподобных структур как для гауссовых световых полей, так и для сингулярных. Показано, что при увеличении мощности излучения процессы самофокусировки и дефокусировки протекают быстрее, причем произведение мощности излучения на время выхода на устойчивую структуру (экспозиция) остается постоянным и составляет несколько милиджоулей при характерном размере пучка на входе в кристалл в несколько десятков микрон. Установлены зависимости времен формирования устойчивых структур гауссовых и сингулярных световых пучков от мощности излучения. Также определены требуемые экспозиции для гауссовых и сингулярных световых пучков: так для гауссового пучка экспозиция составила 3,6 мДж, в то время как для сингулярного пучка – 6,7 мДж.

В результате исследований получена информация об особенностях электрооптических и нелинейно-оптических эффектов в наиболее популярных фоторефрактивных кристаллах семейства силленитов. Полученные результаты могут быть использованы для анализа процесса записи изображений, построения систем оптической обработки и адресации информации, а также представляют интерес при построении теории перезарядки дефектных центров фоторефрактивных материалов с различными сечениями поглощения.

Литература

1. *Рывкин С.М.* Фотоэлектрические явления в полупроводниках // М.: Физматгиз. 1963. 496 с.
2. *Barbosa E.A.* Holographic imaging with multimode, large free spectral range lasers in photorefractive sillenite crystals // Appl. Phys. B. 2005. 80. P. 345-350.

К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ И ЦЕН НА ДРАГМЕТАЛЛЫ

***Г.И. КУЗЬМЕНКО*, *Н.С. СЕРАПИН*, Л.Н. МАРЧЕНКО**

The models of the currency rates dynamic and precious metals prices were developed for long-term and short-term forecasting

Ключевые слова: валютный курс, драгметаллы, модели тренда, модели ARIMA, коинтеграция, прогноз

Операции с иностранной валютой представляют собой относительно новую сферу деятельности для белорусских банков. В условиях усиливающейся конкуренции, банки, которые являются одними из основных участников валютного рынка. Уметь быстро ориентироваться на валютном рынке, умело использовать экономико-математические методы для прогнозирования ситуации является неотъемлемой частью банковской деятельности в разрезе валютных операций.

В работе исследована динамика курсов корзины валют и цен на драгоценные металлы по данным Национального банка Республики Беларусь. Анализ ситуации на валютном рынке за 2011 год позволил динамику изменения курса белорусского рубля по отношению к доллару США условно разбить на четыре последовательных этапа и построить адекватную кусочно-непрерывную модель тренда. Также построены модели долгосрочной тенденции для всех исследуемых временных рядов по данным Национального банка за 2012 год. Для осуществления прогнозов в долгосрочной перспективе выбраны модели, обладающие наилучшей аппроксимацией исходных данных. С другой стороны, предполагая, что уровни значений курсов валют и цен на драгоценные металлы непосредственно подвержены автокорреляционной зависимости, были рассмотрены адаптивные модели исследуемых финансовых временных рядов. Построены модели в классе *ARIMA*(p,d,q), и с помощью специального статистического сравнения выбраны наиболее лучшие модели для краткосрочного прогнозирования.

Выявлено долгосрочное равновесие между курсами валют и ценами на золото и серебро. Установлено, что временные ряды валютного курса и цен на драгметаллы являются коинтегрированными первого порядка. Построены векторные модели коррекции ошибок для интегрированных временных рядов валютных курсов по отношению к белорусскому рублю и цен на золото и серебро.

Литература

1. Харин, Ю. С. Эконометрическое моделирование : учебное пособие / В. И. Харин [и др.]. – Мн. : БГУ, 2003.

ФУНКЦИЯ ДЮЛАКА-ЧЕРКАСА В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ ЧИСЛА И ЛОКАЛИЗАЦИИ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ СИСТЕМЫ КУКЛЕСА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

***А.В. КУЗЬМИЧ,* А.А. ГРИНЬ**

In this paper we consider an real generalized Kukles system where the derivative $\dot{y}$ represents a polynomial of the fifth degree concerning a phase variable *y*. Factors of this polynomial smoothly depend on a phase variable x and continuously depend on parameter μ. At zero value of parameter considered Kukles system is a linear conservative system. The subject of investigation is the limit cycles bifurcating under a perturbation of a conservative system. The place of Dulac-Cherkas function and Pontrjagin's criterion in a solution of a problem of limit cycles number and their localization is uncovered. The research objective is to work out an approach to the problem of existence of the limit cycle based on Dulac-Cherkas function and Pontrjagin's criterion. The derived results can be applied in the qualitative theory and theory of bifurcations of ordinary differential equations as well as in the theory of nonlinear oscillations

Ключевые слова: предельный цикл, функция Дюлака-Черкаса

Рассмотрим класс автономных дифференциальных систем на плоскости, представляющих собой обобщение системы Куклеса [1]

$$\frac{dx}{dt} = y \equiv P(x,y), \frac{dy}{dt} = -x + \mu\sum_{i=0}^{5} h_i(x,\mu)y^i \equiv Q(x,y), X = (P,Q), \tag{1}$$

где функции $h_i : R \times R \to R, i = \overline{0,5}$ являются непрерывными по параметру μ и непрерывно дифференцируемыми по переменной *x*, причем полагаем, что

$$h_5(x,\mu) \neq 0.$$

Для оценки числа и локализации предельных циклов в некоторой области $\Omega \subseteq R^2$ структурно устойчивых систем на плоскости применяется обобщенный подход Л.А. Черкаса [2] к критерию Дюлака, который, в случае системы (1), заключается в нахождении функции $\Psi(x,y,\mu)$, которая удовлетворяет неравенству

$$\Phi(x,y,\mu) = k\Psi \operatorname{div} X + \frac{\partial\Psi}{\partial x}P + \frac{\partial\Psi}{\partial y}Q > 0 (< 0) \;\; \forall (x,y) \in \Omega, \forall \mu \in I \subseteq R, \tag{2}$$

где числовой промежуток *I* не содержит бифуркационных значений параметра μ. При этом функция $\Psi(x,y,\mu)$ предполагается непрерывной по всем аргументам и непрерывно дифференцируемой по фазовым переменным *x*,*y*. Если при некоторых значениях параметра $\mu \in I$ система (1) в области Ω является структурно неустойчивой, то к ней указанный подход в использовании функции $\Psi(x,y,\mu)$ напрямую не применим.

С помощью построения функции Дюлака-Черкаса в виде $\Psi(x,y,\mu) = \Psi_0(x,\mu) + \Psi_1(x,\mu)y + \Psi_2(x,\mu)y^2$ и сведения соответствующей функции $\Phi(x,y,\mu)$ к виду $\Phi(x,y,\mu) = \Phi_0(x,\mu)$ и используя критерий Понтрягина, получен следующий результат.

Теорема 1. Автономная система

$$\frac{dx}{dt} = y, \frac{dy}{dt} = -x + \mu\left(\frac{15}{8a^2}(ax^2 - c)^3 y + \frac{5}{2a}(ax^2 - c)^2 y^3 + (ax^2 - c)y^5\right) \tag{3}$$