

**В.Г. Якимченко, Г.Е Брикач**

УО «Гомельский государственный технический университет  
имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ОБРАБОТКЕ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ НА ПЭВМ  
ПРИ КИПЕНИИ ОЗОНОБЕЗОПАСНЫХ ХЛАДАГЕНТОВ**

**Введение**

С развитием средств вычислительной техники и программного обеспечения, спектр применения имитационного моделирования для обработки экспериментальных данных на ПЭВМ в сфере технических исследований существенно расширился. Как следует из определения, имитация – это компьютерный эксперимент. Единственное отличие подобного эксперимента от реального состоит в том, что он проводится с моделью системы, а не с самой системой [1].

В данной работе будет показано, как можно, используя эмпирические экспериментальные данные при кипении озонобезопасных хладагентов [2, 3], преобразовать их таким образом, чтобы получить имитационную модель по

обработке экспериментальных данных с выдачей множества различных сценарных решений в виде различных функционалов с дальнейшей их нелинейной оптимизацией.

### **1. Математическая формализация функционала и задачи нелинейной оптимизации**

Формализация функционала  $\alpha$  при кипении озонобезопасных хладагентов имеет следующий вид:

$$\alpha = A \cdot p^n \cdot q^m, \quad (1)$$

где  $A$  – безразмерный коэффициент,  $p$  – давление, атм;  $q$  – тепловой поток, кВт/м<sup>2</sup>;  $n$  и  $m$  – показатели степени.

Задача заключается в нахождении конкретных числовых значений  $A$ ,  $n$  и  $m$ . В настоящее время поиск этих параметров осуществляется эмпирическим способом, который обладает значительными погрешностями.

Вычислительные процедуры методики по созданию имитационной модели для обработки экспериментальных данных были реализованы с помощью процедуры «Трендовый анализ» с его графическими возможностями в программной оболочке Excel [4]. С помощью этой имитационной модели находились конкретные числовые значения  $A$ ,  $n$  и  $m$  функционала  $\alpha$  формулы (1).

Нелинейная оптимизация полученных нелинейных функционалов  $\alpha$  была осуществлена с помощью специального программного обеспечения. Программное обеспечение базируется на методах нелинейного программирования с обобщенным критерием, под которым понимается такая функция  $\alpha$ , которая превращает векторную оценку в скалярную (причем существенно нелинейную) и при этом сохраняет Парето-доминирование [4].

Задача нелинейного программирования – это задача поиска условного минимума (или максимума) с ограничениями типа неравенств.

Формализация задачи поиска условного минимума (или максимума) формулируется следующим образом. Пусть определены функции  $f(x)$ ,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ , ...,  $f_m(x)$ . Обозначим  $D = \{x : f_i(x) > 0, i = 1, \dots, m, x_j > 0, j = 1, \dots, n\} = \{x : F(x) > 0, x > 0\}$ , где  $F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$ . Множество  $D$  называется допустимой областью. Задача минимизации (максимизации) функции  $f$  на множестве  $D$  называется задачей нелинейного программирования. Таким образом, решением задачи нелинейного программирования являются вектор  $x^* \in D$  и число  $f^*$  такие, что  $f^* = f(x^*) = \min f(x)$ .

Точка  $x^* \in D$  называется точкой условного (глобального) минимума функции  $f$  на множестве  $D$ , если  $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in D$ .

Точка  $x^* \in D$  называется точкой локального условного минимума функции  $f$  на множестве  $D$ , если существует число  $\varepsilon > 0$ , такое, что неравенство  $f(x^*) \leq f(x)$  выполняется для таких  $x \in D$ , что  $|x - x^*| \leq \varepsilon$ .

Исходя из геометрической интерпретации, основную сложность в решении задачи нелинейного программирования представляет "конструкция" множества  $D$ , а точнее его границы, представляющей из себя "негладкое" многообразие.

Ограничения создаются с помощью методов штрафных функций.

Штрафные функции используются для построения различных типов ограничений (как активных, так и пассивных) и относятся к группе не прямых методов решения задач нелинейного программирования.

## 2. Результаты обработки экспериментальных данных при кипении озонобезопасных хладагентов на ПЭВМ

На основании экспериментальных данных в программной оболочке Excel с помощью трендового анализа строились графические зависимости и находились корреляционные уравнения связи между величиной теплового потока  $q$ , кВт/м<sup>2</sup> (X-фактор при  $q$ , кВт/м<sup>2</sup>) и  $\alpha$ , кВт/м<sup>2</sup>·С (Y1-фактор при  $T_s=13,6^\circ\text{C}$ ,  $P_s=4$  атм; Y2-фактор при  $T_s=19,5^\circ\text{C}$ ,  $P_s=5$  атм; Y3-фактор при  $T_s=26,1^\circ\text{C}$ ,  $P_s=6,4$  атм; Y4-фактор при  $T_s=30,1^\circ\text{C}$ ,  $P_s=7,4$  атм) (рисунок 1).

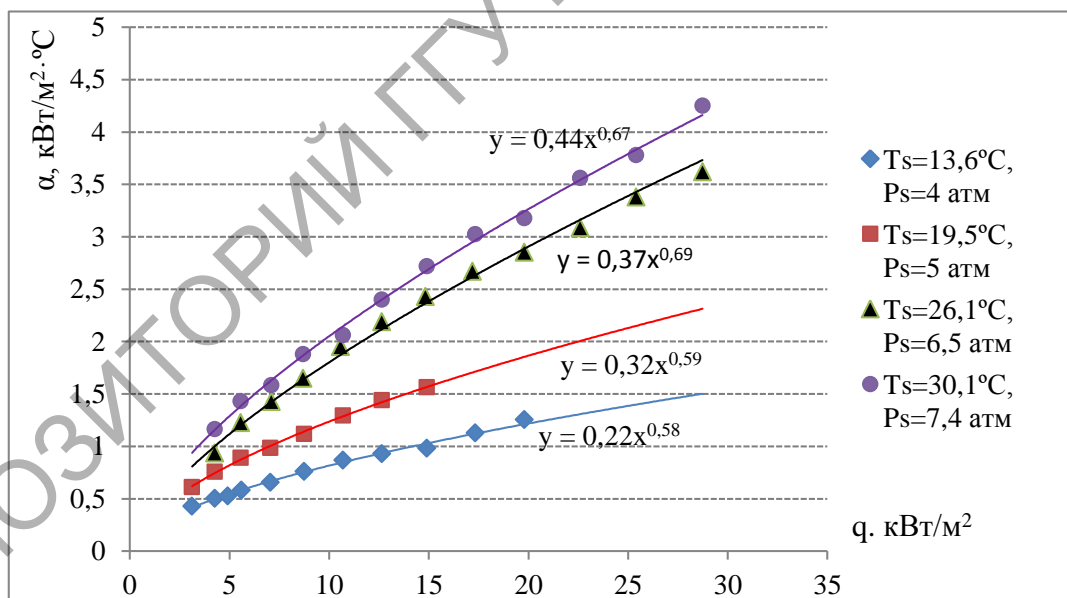


Рисунок 1 – Графические зависимости, построенные с помощью трендового анализа,  $q$ , кВт/м<sup>2</sup> и  $\alpha$ , кВт/м<sup>2</sup>·С при разных значениях температуры и давления

В результате имитационного моделирования был получен следующий вид функционала:

$$\alpha = 1,01 \cdot p^{1,72} \cdot q^{0,56}. \quad (2)$$

### 3. Нелинейная оптимизация функционалов $\alpha$

Совокупность функционалов  $\alpha = A \cdot p^n \cdot q^m$ , оптимизировалась с помощью программы нелинейной оптимизации, с целью поиска оптимальных значений  $A, n, m$  [4].

Перед вводом функционала в программу оптимизации он был прологарифмирован:

$$\log(\alpha) = \log(A) + n \cdot \log(p) + m \cdot \log(q), \quad (3)$$

где  $A$  – безразмерный коэффициент,  $p$  – давление, атм;  $q$  – тепловой поток, кВт/м<sup>2</sup>;  $n$  и  $m$  – показатели степени.

Далее все параметры функционала были преобразованы в переменные  $D = \{x: x_j > 0, j = 1, \dots, n\}$ . При этом:  $x_1 = A; x_2 = q; x_3 = p; x_4 = m; x_5 = n$ .

$Z = \log(\alpha)$  считалась целевой функцией, которая решалась на максимум. Максимизация целевой функции осуществлялась в 5-ти мерном пространстве на области  $D$  переменных  $x \{x: x_{\text{нижняя граница}} < x_j < x_{\text{верхняя граница}}\}$ . В таблице 1 приведены исходные данные области  $D$  переменных  $x$ .

Таблица 1– Исходные данные для программы оптимизации

$x_{\text{нижняя граница}}$	$x_{\text{верхняя граница}}$
$A = 0,4$	$A = 1$
$q = 3$	$q = 50$
$p = 4$	$p = 15$
$m = 0,4$	$m = 0,7$
$n = 0,3$	$n = 2$

В результате оптимизации (рисунок 2) были получены следующие оптимальные параметры:  $x_1^* = A = 0,94; x_2^* = q = 49,63; x_3^* = p = 14,91; x_4^* = m = 1,77; x_5^* = n = 0,58$ . В итоге уравнение оптимального функционала было получено в следующем виде:

$$\alpha = 0,94 \cdot p^{1,77} \cdot q^{0,58}. \quad (4)$$

3D графическое представление полученного функционала представлено на рисунке 3.

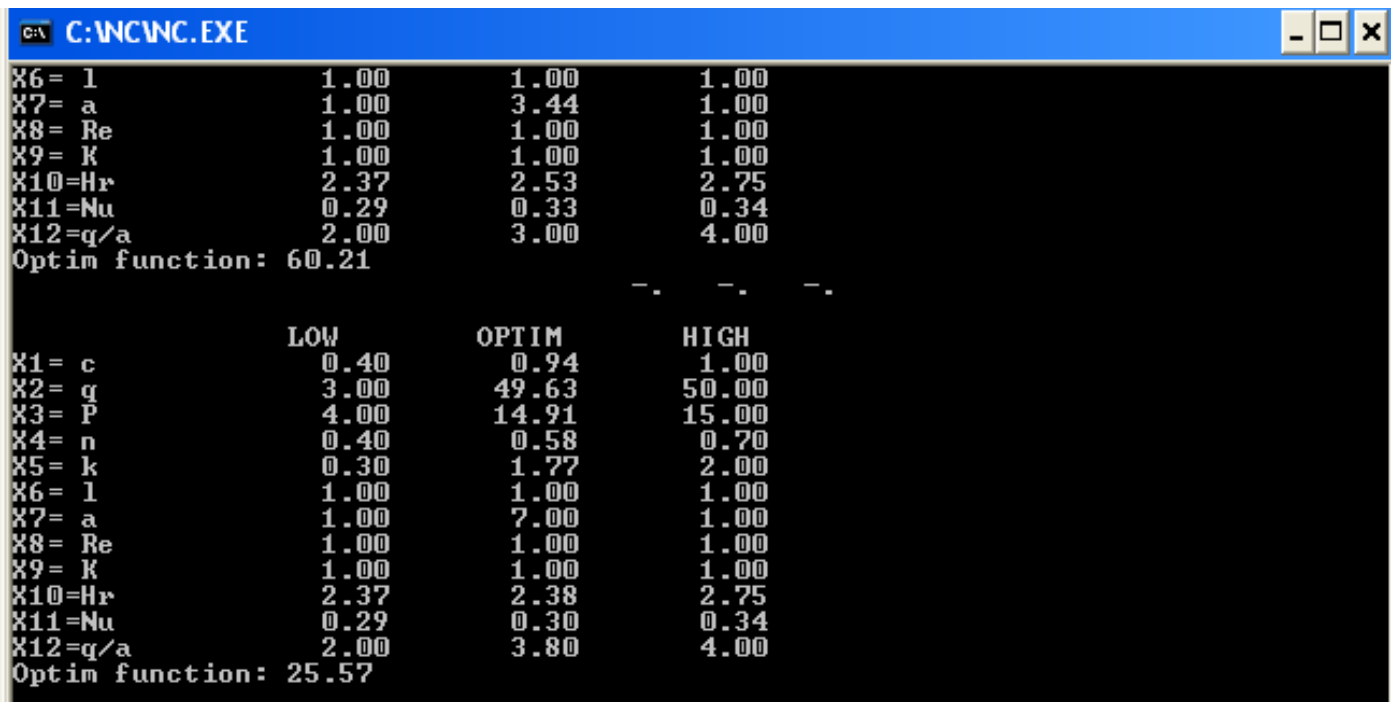


Рисунок 2 – Скриншот выходных данных программы нелинейной оптимизации

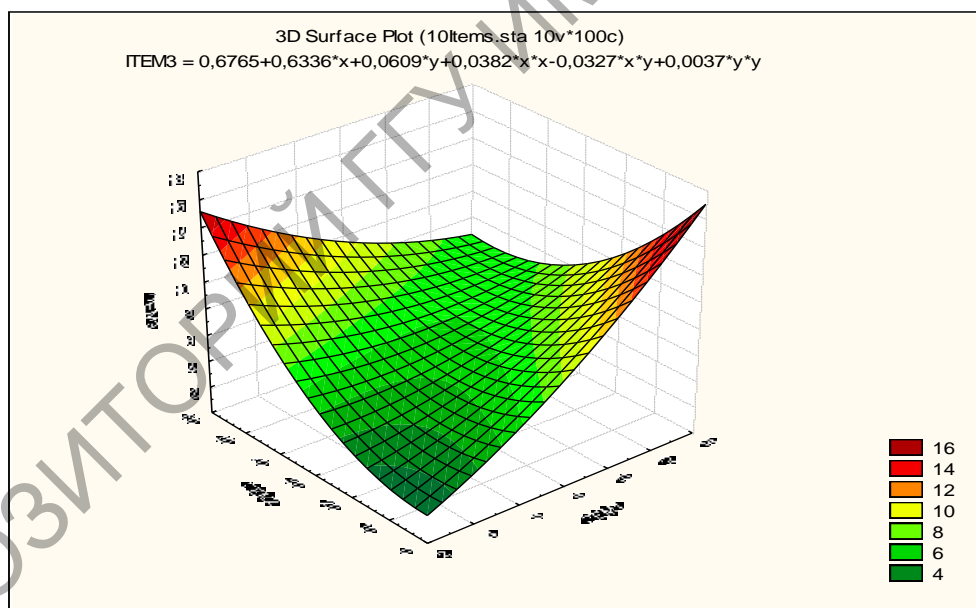


Рисунок 3 – 3D графическое представление функционала  $\alpha = A \cdot p^n \cdot q^m$

## Заключение

Полученные результаты показали, что использование такого подхода для обработки экспериментальных данных позволяют при использовании таких IT технологий проводить теплофизические исследования на более качественном

уровне с большей точностью и достоверностью. При этом следует отметить, что этот метод универсален и может быть использован в различных отраслях научного эксперимента, таких как физическом, химическом, биологическом, экономическом и других научных экспериментах.

### Литература

1. Емельянов, А.А. Имитационное моделирование экономических процессов / А.А. Емельянов. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 354 с.
2. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. – Изд. 5-е перераб. и доп. – М: Атомиздат, 1979. – 416 с.
3. Овсянник, А.В. Теплообмен при кипении на развитых поверхностях: монография / А.В. Овсянник. – Гомель : УО ГГТУ им. П.О. Сухого, 2004. – 371 с.
4. Брикач, Г.Е. Имитационное моделирование с нелинейной оптимизацией в экономике: учебное пособие / Г.Е. Брикач. – Издательство «Palmarium Academic Publishing», Саарбрюккен, Германия, 2016. – 152 с.