

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
“Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины”

А. Ф. ВАСИЛЬЕВ, А. В. БУЗЛАНОВ, В. В. АНИСЬКОВ

МАТЕМАТИКА

Гомель, 2007



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
“Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины”

А. Ф. ВАСИЛЬЕВ, А. В. БУЗЛАНОВ, В. В. АНИСЬКОВ

**МАТЕМАТИКА**

*Учебная программа курса специальной подготовки для учащихся  
лицейских классов*

Гомель, 2007

УДК 51(075.3)  
ББК 22.1 я 72  
В 191

**Рецензент:**

кафедра алгебры и геометрии учреждения образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения образования “Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины”, протокол № 8 от 23 мая 2007 г.

Васильев А.Ф.

В 191 Математика : учебная программа курса специальной подготовки для учащихся лицейских классов общеобразовательных учреждений / А. Ф. Васильев, А. В. Бузланов, В. В. Аниськов; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины. — Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2007. — 13 с.

Программа предназначена учащимся лицейских классов для подготовки их к вступительным испытаниям в высшие учебные заведения. Может быть использована для самостоятельной подготовки.

УДК 51(075.3)  
ББК 22.1 я 72

ISBN

© А. Ф. Васильев, А. В. Бузланов, В. В. Аниськов, 2007  
© УО “ГГУ им. Ф. Скорины”, 2007

Цель дополнительного курса — систематизация знаний учащегося по темам школьной математики и целенаправленная подготовка к централизованному тестированию, выпускным и вступительным экзаменам.

Преподавание курса строится как углубленное изучение вопросов программы основного курса математики в школе. Тематика задач курса не выходит за рамки основного курса, но уровень их трудности — повышенный, требующий от учащегося навыков самостоятельного мышления, умения не только реализовывать стандартные алгоритмы, но и применять свои знания в незнакомой (нестандартной) ситуации.

В программе курса указаны темы и содержание изучаемых в ней вопросов. Занятия дополнительного курса должны предусматривать повторение кратко, но полно, теоретических сведений по изучаемой теме и домашних заданий, способствующих систематизации знаний по темам и закреплению их при упорной самостоятельной работе.

## 10 класс

### 1. Тождественные преобразования алгебраических выражений

Арифметические вычисления с обыкновенными и десятичными дробями (в том числе с периодическими), с использованием формул сокращенного умножения, с иррациональностями.

Выделение полного квадрата, куба.

Оценка числовых выражений с использованием формул сокращенного умножения.

Оценка числовых выражений, содержащих иррациональность.

Оценка числовых выражений с дробными и отрицательными показателями степени, с дополнительными условиями.

Вычисление числовых выражений, содержащих знак абсолютной величины.

### 2. Делимость чисел

Признаки делимости чисел на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9.

Признак делимости на составной делитель. Поразрядная запись числа.

Задачи, связанные с нахождением чисел, удовлетворяющих определенным условиям. Исследовательский метод в решении задач на делимость.

Деление с остатком.

Решение уравнений в натуральных и целых числах.

### **3. Уравнения, содержащие знак модуля**

Определение модуля числа и его свойства.

Методы решения уравнений с модулем: метод интервалов, метод уединения модуля, метод введения новой переменной.

Графики функций с модулем.

Уравнения с параметром, содержащие знак абсолютной величины. Графическое решение уравнений с параметром, содержащих знак абсолютной величины.

### **4. Рациональные уравнения**

Линейные уравнения.

Квадратные уравнения. Исследование квадратного трехчлена, теорема Виета.

Основные принципы решения уравнения. Преобразования, приводящие к равносильному уравнению. Исключение посторонних корней.

Теорема Безу. Первая теорема о рациональных корнях.

Методы решения рациональных уравнений: метод понижения степени, метод разложения, метод замены переменной, метод выделения полного квадрата, метод выделения целой части рациональной дроби, метод сведения к решению системы, метод производных пропорций. Графический метод как способ отыскания числа корней, в том числе и с заданными условиями.

Возвратное уравнение 4-й степени, трехчленное уравнение, однородные уравнения, уравнения специального вида.

Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.

Рациональные уравнения с параметром. Графическое решение рациональных уравнений с параметром.

## 5. Рациональные неравенства

Линейные неравенства

Общие принципы решения неравенств. Преобразования, приводящие к равносильному неравенству. Метод интервалов.

Решение дробно-рациональных неравенств.

Методы решения рациональных неравенств: метод промежутков, метод возведения в квадрат, метод замены переменной, графический метод.

Рациональные неравенства с параметром. Графическое решение рациональных неравенств с параметром.

## 6. Планиметрические задачи

Соотношения в прямоугольном треугольнике.

Подобие и пропорциональность.

Опорные задачи по геометрии.

Окружность, вписанная в треугольник. Окружность, описанная около треугольника.

Угол, вписанный в окружность. Теорема о диаметре и хорде, теорема о касательной и секущей.

Методы решения планиметрических задач: метод вспомогательной окружности, метод дополнительных построений, алгебраический метод, поэтапный метод, метод площадей, метод средних линий.

Специальные методы решения планиметрических задач: метод координат и векторный метод.

## 7. Иррациональные уравнения и неравенства

Область определения иррациональной функции. Исключение посторонних корней.

Методы решения иррациональных уравнений и неравенств: метод возведения в степень, метод замены переменной, метод выделения полного квадрата, метод сведения к решению систем, функциональный метод.

Однородные иррациональные уравнения и неравенства.

Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.

Графическое решение иррациональных уравнений и неравенств с параметром.

## 8. Системы уравнений

Преобразования, приводящие к равносильным системам уравнений.  
Преобразования, приводящие к равносильным системам неравенств.  
Методы решения систем уравнений и неравенств: метод подстановки, метод алгебраического сложения, метод замены переменных.

Системы линейных уравнений и неравенств.

Однородные системы.

Симметрические системы.

Системы иррациональных уравнений и неравенств.

Системы уравнений и неравенств с модулем.

Системы уравнений и неравенств с параметрами.

Графические методы решения систем уравнений и неравенств.

## 9. Текстовые задачи

Этапы решения задач: выбор неизвестных, составление уравнений (неравенств), проверка и анализ решения.

Арифметические текстовые задачи. Задачи с прогрессиями.

Задачи на проценты. Задачи на сплавы и смеси. Задачи на работу.

Задачи на движение. Задачи на движение по окружности. Задачи на движение по реке.

Нестандартные текстовые задачи. Задачи на отыскание оптимальных значений, задачи на ограничение с неизвестными.

Нестандартные методы решения (графический метод, перебор вариантов и др.)

## 11 класс

### 1. Функции и графики функций

Область определения функции. Область значений функции.

Четность, нечетность, периодичность, монотонность функции.

Построение графиков функций путем параллельного переноса вдоль координатных осей. Сжатие и растяжение графиков функций по осям.

Отыскание точек и интервалов с заданными условиями по графику функции.

Графики функций с модулями.



## 2. Тригонометрические функции

Тригонометрические функции. Область определения тригонометрической функции. Область значений тригонометрической функции. Периодичность тригонометрической функции. Формулы приведения.

Формулы тождественных преобразований тригонометрических функций: двойного аргумента, половинного аргумента, произведения, суммы.

Вычисление значений тригонометрических функций с использованием формул тождественных преобразований.

Обратные тригонометрические функции. Область определения обратных тригонометрических функций. Область значений обратных тригонометрических функций. Вычисление выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.

## 3. Тригонометрические уравнения и неравенства

Простейшие тригонометрические уравнения.

Методы решения тригонометрических уравнений: метод замены переменной, метод дополнительного угла, метод понижения степени, метод разложения.

Универсальная тригонометрическая подстановка. Использование ограниченности функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ .

Решение уравнений с обратными тригонометрическими функциями. Иррациональные тригонометрические уравнения. Исключение посторонних корней.

Тригонометрические уравнения с модулем.

Однородные тригонометрические уравнения.

Тригонометрические уравнения, содержащие алгебраические выражения.

Решение тригонометрических неравенств методом промежутков.

Системы тригонометрических уравнений. Системы тригонометрических неравенств.

Тригонометрические уравнения и неравенства с параметром.

Графические приемы нахождения корней тригонометрических уравнений и неравенств, использующие преобразования графиков и периодичность тригонометрических функций.

## 4. Производная функции и ее применение

Производная функции, ее геометрический смысл. Касательная к графику функции. Касательная, проходящая через точку вне графика функции. Касательная с заданным направлением. Касательная с другими условиями.

Исследование функции с помощью производной: промежутки возрастания и убывания. Точки экстремума, асимптоты графика функции. Построение графиков.

График производной функции, отыскание точек и интервалов с заданными условиями для исходной функции по графику ее производной.

Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Задачи на нахождение оптимальных значений или соотношений для геометрических и текстовых задач.

## 5. Показательная и логарифмическая функции

График показательной функции. Область определения показательной функции. Область значений показательной функции. Тожественные преобразования показательных выражений. Сравнение значений показательной функции.

График логарифмической функции. Область определения логарифмической функции. Область значений логарифмической функции. Тожественные преобразования логарифмических выражений. Сравнение значений логарифмической функции.

Простейшие показательные и логарифмические уравнения. Методы решения показательных и логарифмических уравнений: метод замены переменной, метод потенцирования, метод перехода к одному основанию, метод логарифмирования.

Однородные показательные и логарифмические уравнения. Специальные показательные и логарифмические уравнения.

Методы решения показательных и логарифмических неравенств: метод равносильных преобразований, Функциональный метод.

Комбинированные системы уравнений и неравенств, включающие алгебраические, тригонометрические, показательные и логарифмические выражения.

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.

Использование графических приемов при решении показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

## **6. Стереометрические задачи**

Основные принципы построения чертежей пространственных фигур. Опорные стереометрические задачи.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости.

Скрещивающиеся прямые и угол между ними. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Построение сечений.

Многогранники: куб, параллелепипед, призма, пирамида. Вычисление площадей поверхностей и объемов многогранников и их частей. Комбинации многогранников.

Фигуры вращения: конус, цилиндр, сфера. Вычисление площадей поверхностей и объемов тел вращения и их частей. Комбинации тел вращения.

Сегмент и сектор.

Фигуры вращения, вписанные в многогранники. Фигуры вращения, описанные около многогранников. Другие комбинации многогранников и фигур вращения.

Векторы в пространстве. Их применение для решения стереометрических задач.

Координатный метод в стереометрии.

## **7. Нестандартные уравнения и неравенства.**

Нестандартные по формулировке задачи, связанные с уравнениями и неравенствами.

Использование числовых неравенств.

Оценки значений функций и алгебраических выражений.

Задачи с параметрами, на корни которых наложены дополнительные ограничения.

Задачи с параметрами с использованием производной и касательной.

## Литература

1. Азаров, А.И. Математика. Задачи-“ловушки” на централизованном тестировании и экзамене : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / А.И.Азаров, С.А.Барвенков, В.С. Романчик. — Мн.: “Аверсэв”, 2006 — 176 с.
2. Азаров, А.И. Математика. Текстовые задачи. Школьный курс : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования / А.И. Азаров, С.А. Барвенков, В.с. Федосенко. — Мн.: “Аверсэв”, 2005 — 256 с.
3. Азаров, А.И. Математика для старшеклассников. Функциональный и графический методы решения задач : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования / А.И. Азаров, С.А. Барвенков. — Мн.: “Аверсэв”, 2004 — 222 с.
4. Александров, Б.И. Пособие по подготовке к письменному экзамену по математике в МГУ : пособие для поступающих в вузы / Б.И. Александров, М.В. Лурье, В.М. Максимов. — М.: Издательство МГУ, 1972 — 236 с.
5. Васильева, Т.И. Абсолютная величина действительного числа и ее приложения : учебно-методическое пособие / Т.И. Васильева. — Гомель: Из-во БелГУТа, 1994. — 36 с.
6. Васильева, Т.И. Системы уравнений : учебно-методическое пособие / Т.И. Васильева, А.Ф. Васильев, Л.В. Головач Л.В. — Гомель: Из-во БелГУТа, 2006. — 98 с.
7. Веремеиук, В.В. Тренажер по математике по подготовке к централизованному тестированию и экзамену : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / В.В. Веремеиук. — Мн.:“ТетраСистемс”, 2007 — 176 с.
8. Веремеиук, В.В. Практикум по математике. Подготовка к тестированию и экзамену : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / В.В. Веремеиук, В.В. Кожушко. — Мн.:“ТетраСистемс”, 2006 — 176 с.
9. Веремеиук, В.В. Математика. Учимся быстро решать тесты. Пособие для подготовки к тестированию и экзамену : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / В.В. Веремеиук, Е.А. Крушевский, И.Д.Беганская. — Мн.:“ТетраСистемс”, 2006 — 176 с.
10. Дорофеев, Г.В. Пособие по математике для поступающих в вузы : пособие для поступающих в вузы / Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. — М.: “Наука”, 1968 — 213 с.

11. Лисова, М.И. Планиметрия. Итоговое повторение : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования / М.И. Лисова, О.Н. Пирютко. — Мн.: “Аверсэв”, 2004 — 416 с.

12. Лурье, М.В. Математика. Контрольные работы, варианты заданий для самостоятельных упражнений. Разбор задач и ответы : пособие для поступающих в вузы / Лурье М.В., Максимов В.М. — М.: Из-во МГУ, 1968 — 157 с.

13. Математика. Весь школьный курс в таблицах / авт.-сост. Т.С. Степанова — Мн.: “Современная школа”, 2006 — 304 с. В.В. Веремениук, Е.А. Крушевский, И.Д.Беганская. — Мн.: “ТетраСистемс”, 2006 — 176 с.

14. Математика для старшеклассников. Методы решения тригонометрических задач : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования / А.И. Азаров [и др.]. — Мн.: “Аверсэв”, 2005 — 448 с.

15. Математика. Пособие для подготовки к экзамену и централизованному тестированию за курс средней школы : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / А.И. Азаров [и др.]. — Мн.: “Аверсэв”, 2003 — 396 с.

16. Математика. Тематические тесты для подготовки к централизованному тестированию и экзамену : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / А.И. Азаров [и др.]. — Мн.: “Аверсэв”, 2006 — 192 с.

17. Математика. Экзаменационные тесты с решениями и методическими указаниями : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / А.И. Азаров [и др.]. — Мн.: “Аверсэв”, 2005 — 143 с.

18. Марков, В.К. Системы алгебраических уравнений : пособие для поступающих в вузы / Марков В.К. — М.: Из-во МГУ, 1969 — 297 с.

19. Марков, В.К. Метод координат и задачи с параметрами : пособие для поступающих в вузы / Марков В.К. — М.: Из-во МГУ, 1970 — 224 с.

20. Основные математические формулы : справочник / В.Т. Воднев [и др.]. — Мн.: “Выш. шк.”, 1988 — 269 с.

21. Пирютко, О.Н. Математика. Типичные ошибки на централизованном тестировании и экзамене. : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / О.Н. Пирютко. — Мн.: “Аверсэв”, 2006 — 192 с.

22. Процко, С.В. Математика. Интенсивный курс подготовки к тестированию и экзамену : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / С.В. Процко, А.И. Азаров, С.А. Барвенов. —

Мн.: “ТетраСистемс”, 2005 — 288 с.

23. Сборник задач по математике для поступающих в вузы (с решениями). В двух книгах. Книга 1. Алгебра : пособие для поступающих в вузы / М.И. Сканави [и др.]. — М.: Издательский дом “ОНИКС 21 век”: Мир и образование, 2006 — 624 с.

24. Сборник задач по математике для поступающих в вузы (с решениями). В двух книгах. Книга 2. Геометрия : пособие для поступающих в вузы / М.И. Сканави [и др.]. — М.: Издательский дом “ОНИКС 21 век”: Мир и образование, 2006 — 512 с.

25. Супрун, В.П. Математика для старшеклассников. Нестандартные методы решения задач : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования / В.П. Супрун. — Мн.: “Аверсэв”, 2003 — 254 с.

26. Тавгень, О.И. Математика в задачах. Теория и методы решений. Уравнения, неравенства, системы : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования / О.И. Тавгень, А.И. Тавгень. — Мн.: “Аверсэв”, 2005 — 367 с.

27. Черняк, А.А. Математика в решениях конкурсных задач из сборника под редакцией М.И. Сканави : справочное пособие для учителей, репетиторов и абитуриентов / А.А. Черняк, Ж.А. Черняк. — Мн.: “Беларуская энцыклапедыя”, 2000 — 480 с.

28. Черняк, А.А. Практический справочник по подготовке к тестированию по математике : пособие для школьников, абитуриентов, учащихся / А.А. Черняк, Ж.А. Черняк. — Мн.: “Красико-Принт”, 2006 — 288 с.

Учебное издание

Васильев Александр Федорович, Бузланов Александр  
Васильевич, Аниськов Валерий Валерьевич

Математика

Учебная программа курса специальной подготовки для  
учащихся лицейских классов

В авторской редакции

Подписано в печать 25.05.07 г. (36) Формат 60 × 84 1/16. Бумага писчая  
№ 1. Гарнитура “Таймс”. Усл. п. л. 1,1 Уч.-изд. л. 0,9. Тираж 25 экз.

Отпечатано с оригинала-макета на ризографе  
учреждения образования  
“Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины”  
246019, г. Гомель, ул. Советская, 104