УДК 535.317.1

РАСЧЕТ АХРОМАТИЗИРОВАННЫХ ГОЛОГРАММНЫХ ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ТАУТОХРОНИЗМА ЛУЧЕЙ

К. С. Мустафин

Рассматривается простой метод расчета и конструирования ахроматизированных голограммных линзовых систем на основе принципа таутохронизма лучей. На примере двухлинзовой системы анализируются особенности ахроматизированной голограммной оптики.

Известно, что голограммы успешно могут выполнять функции фокусирующих, диспергирующих, корригирующих, фильтрующих, поляризующих и других оптических элементов. В ряде случаев голограммные оптические элементы (ГОЭ) обладают лучшими аберрационными характеристиками, чем аналогичные классические оптические элементы.

Одним из недостатков ГОЭ является применимость их главным образом для монохроматического света. Однако определенной степени ахроматизации можно достичь, применяя систему, состоящую из нескольких ГОЭ. Этому вопросу посвящены, в частности, работы [1, 2], где показана возможность ахроматизации системы голограммных линз. Для этого с помощью уравнений линз определяется расстояние от голограммы до изображения точечного объекта как функция длины волны $R_и(\lambda)$ и находится экстремум этой функции относительно λ.

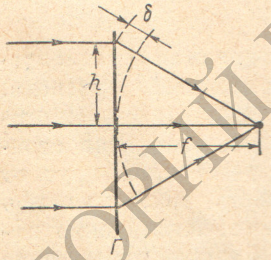

Рис. 1. Ход лучей в голограммной линзе Г.

Данная статья посвящена ахроматизации осевых голограммных линз на основе принципа таутохронизма лучей. Как будет видно из нижеизложенного, такой подход упрощает задачу и позволяет выявить ряд интересных особенностей ахроматизированных голограммных линзовых систем.

1. Рассмотрим ход лучей в плоской голограммной линзе (рис. 1). Как видно из рис. 1, разность хода δ между крайним и главным лучами в фокальной плоскости линзы при освещении ее плоской волной в первом приближении равна

$$\delta \approx \frac{h^2}{2f}, \tag{1}$$

где f — фокусное расстояние, h — радиус голограммы.

При данной угловой апертуре голограммной линзы в ее фокальной плоскости можно получить наименьший кружок рассеяния, соответствующий дифракционному пределу разрешения, только в том случае, когда длина когерентности Δ удовлетворяет неравенству

$$\Delta \geqslant \delta, \tag{2}$$

где $\Delta = \lambda^2/4\Delta\lambda$, λ — длина волны и $\Delta\lambda$ — ширина линии излучения. Из (2) находим допустимую ширину линии

$$\Delta\lambda \leqslant \frac{\lambda^2 f}{2h^2}. \tag{3}$$

Неравенство (3) определяет требование к монохроматичности излучения для эффективного использования голограммной линзы. Это требование возникает вследствие наличия разности хода δ между главным и крайним апертурным лучами, т. е. оно обусловлено нарушением таутохронизма лучей в голограммной линзе. Отсюда напрашивается вывод: чтобы получить ахроматизированную голограммную линзу, необходимо обеспечить в ней таутохронизм лучей.

В одной отдельно взятой голограммной линзе обеспечить таутохронизм лучей невозможно. Поэтому невозможно изготовить ахроматизирован-

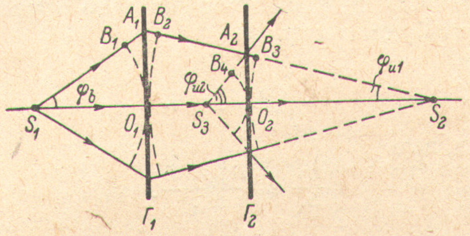

Рис. 2. Ход лучей в системе из двух голограммных линз $Г_1$ и $Г_2$.

O_1 и O_2 — центры голограмм; S_2 и S_3 — изображения точечного источника S_1, формируемые линзой $Г_1$ и системой линз $(Г_1+Г_2)$ соответственно.

ный фокусирующий голограммный оптический элемент, состоящий только из одной линзы. Однако ахроматизация системы из нескольких голограммных линз возможна, так как в такой системе при определенных условиях можно обеспечить таутохронизм лучей. При этом применение принципа таутохронизма упрощает расчет и конструирование таких систем.

2. Рассмотрим оптическую систему, состоящую из двух голограммных линз (рис. 2).

Введем обозначения: $R_в = S_1O_1$; $R_{и1} = S_2O_2$; $R_{и2} = S_3O_2$; $L = O_1O_2$; $h_1 = O_1A_1$; $h_2 = O_2A_2$; $\delta_1 = B_1A_1$; $\delta_2 = B_2A_1$; $\delta_3 = B_3A_2$ и $\delta_4 = B_4A_2$.

Здесь $R_в$, $R_{и1}$ и $R_{и2}$ — радиусы кривизны сферических волн, достигших плоскости голограмм, h_1 и h_2 — радиусы зон голограмм, через которые проходят крайние лучи S_1A_1 и A_1A_2; δ_1, δ_2, δ_3 и δ_4 — разность хода в плоскости голограммы между соответствующими главным и крайним лучами относительно центра кривизны сферической волны.

В принятых обозначениях условие таутохронизма лучей будет иметь вид

$$\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4 = 0. \tag{4}$$

Согласно (1), для δ_1, δ_2, δ_3 и δ_4 можно написать

$$\delta_1 = \frac{h_1^2}{2R_в}, \quad \delta_2 = \frac{h_1^2}{2R_{и1}}, \quad \delta_3 = \frac{h_2^2}{2(R_{и1}+L)}, \quad \delta_4 = \frac{h_2^2}{2R_{и2}}. \tag{5}$$

Здесь отметим правила знаков для радиусов кривизн R [3]: для расходящейся волны (источник находится слева от голограммной линзы) $R > 0$ и для сходящейся волны (изображение находится справа от голограммной линзы) $R < 0$.

Подставляя значения δ из (5) в (4), получим

$$h_1^2\left(\frac{1}{R_в} - \frac{1}{R_{и1}}\right) + h_2^2\left(\frac{1}{R_{и1}+L} - \frac{1}{R_{и2}}\right) = 0. \tag{6}$$

Оптические силы голограммных линз Γ_1 и Γ_2 обозначим через F_1 и F_2 соответственно. Тогда уравнения голограммных линз будут иметь вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{R_{\text{и}1}} &= \frac{1}{R_{\text{в}}} - \mu F_1, \\ \frac{1}{R_{\text{и}2}} &= \frac{1}{R_{\text{и}1}+L} + \mu F_2, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где $\mu = \lambda/\lambda_0$, λ и λ_0 — длины волн света при освещении и голографировании соответственно. В выражении (7) учтено, что Γ_1 — положительная, а Γ_2 — отрицательная линза.

Из (6) и (7) легко получить следующее простое уравнение, выражающее принцип таутохронизма лучей:

$$h_1^2 F_1 - h_2^2 F_2 = 0. \tag{8}$$

Можно показать, что для системы из n голограммных линз условие таутохронизма лучей будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^{n} h_i^2 F_i = 0. \tag{9}$$

Из рис. 2 видно, что

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{R_{\text{и}1}+L}{R_{\text{и}1}}.$$

Подставляя это значение h_2/h_1 в (8), имеем

$$F_1 R_{\text{и}1}^2 = F_2 (R_{\text{и}1}+L)^2. \tag{10}$$

Уравнение (10) совпадает с уравнением (23) работы [2], представляющим условие ахроматизации системы из двух голограммных линз и полученным методом нахождения экстремума функции $R_{\text{и}2}(\mu)$. Легко убедиться также, что из (9) получается выражение, совпадающее с уравнением (37) работы [2], характеризующее условие ахроматизации для системы из трех голограммных линз.

Таким образом, принцип таутохронизма лучей действительно выражает условие ахроматизации голограммных линзовых систем и отличается простотой и удобством. Более того применение принципа таутохронизма лучей позволяет выявить некоторые особенности ахроматизированных голограммных линзовых систем.

Например, из этого принципа сразу следует, что невозможно получить действительное изображение реальных объектов с помощью ахроматизированной голограммной линзовой системы, так как длина прямой, соединяющей две точки — источник и его изображение, — всегда меньше ломаной, соединяющей эти же точки.

Определим другие особенности ахроматизированных систем. Для простоты рассмотрим двухлинзовую систему.

Введем обозначения: $S_{\text{в}} = 1/R_{\text{в}}$, $S_{\text{и}1} = 1/R_{\text{и}1}$, $S_{\text{и}L} = 1/(R_{\text{и}1}+L)$ и $S_{\text{и}2} = 1/R_{\text{и}2}$.

Тогда, согласно рис. 2, можно написать

$$h_1 S_{\text{и}1} = h_2 S_{\text{и}L}. \tag{11}$$

С учетом введенных обозначений и выражения (11) уравнение (8) можно переписать в виде:

$$S_{\text{в}} - S_{\text{и}1} + (S_{\text{и}L} - S_{\text{и}2}) \left(\frac{S_{\text{и}1}}{S_{\text{и}L}}\right)^2 = 0, \tag{12}$$

или

$$\operatorname{tg}\varphi_{\text{в}} - \operatorname{tg}\varphi_{\text{и}1} + (\operatorname{tg}\varphi_{\text{и}1} - \operatorname{tg}\varphi_{\text{и}2}) \frac{S_{\text{и}1}}{S_{\text{и}L}} = 0, \tag{13}$$

где $\operatorname{tg}\varphi_{\text{в}} = h_1 S_{\text{в}}$; $\operatorname{tg}\varphi_{\text{и}1} = h_1 S_{\text{и}1} = h_2 S_{\text{и}L}$ и $\operatorname{tg}\varphi_{\text{и}2} = h_2 S_{\text{и}2}$ — тангенсы соответствующих апертурных углов.

Рассмотрим частные случаи.

1. Пусть $S_{и1}$ и $S_{иL} < 0$, т. е. $|S_{иL}| > |S_{и1}|$ или $h_1 > h_2$ (случай соответствует рис. 2).

Тогда из (12) следует, что

$$S_{и2} - S_{иL} > S_{в} - S_{и1}$$

или

$$S_{и2} > S_{в} - S_{и1} + S_{иL} > S_{в},$$

т. е. кривизна волны на выходе из системы больше, чем кривизна волны на входе в систему. Такой же вывод можно сделать из (13) и в отношении апертурных углов на выходе и на входе в систему, т. е. $\varphi_{и2} > \varphi_{в}$.

2. Пусть $S_{и1}$ и $S_{иL} > 0$, т. е. $S_{и1} > S_{иL}$ или $h_1 < h_2$. В этом случае из (12) следует что

$$S_{и2} - S_{иL} < S_{в} - S_{и1}$$

или

$$S_{и2} < S_{в} - S_{и1} + S_{иL} < S_{в},$$

т. е. кривизна волны на выходе из системы меньше, чем кривизна на входе в систему. Аналогичный вывод следует из (13) и в отношении апертурных углов, т. е. $\varphi_{и2} < \varphi_{в}$.

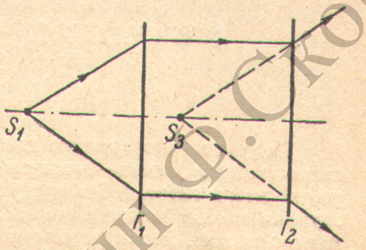

Рис. 3. Ход лучей в системе линз при $h_1 = h_2$.

3. Пусть $S_{и1} = S_{иL} = 0$, т. е. $h_1 = h_2$. Тогда из (12) находим, что $S_{в} = S_{и2}$. На рис. 3 приведен ход лучей, соответствующий данному случаю.

4. Предположим, что $S_{и2} < 0$, т. е. волна на выходе из системы сходящаяся и, следовательно, образует действительное изображение. Определим, при каких условиях это возможно. В рассматриваемом случае из (10) находим

$$S_{в} < S_{и1}\left(1 - \frac{S_{и1}}{S_{иL}}\right). \tag{14}$$

Здесь могут быть два случая: а) $S_{и1}$ и $S_{иL} > 0$, т. е. $S_{и1} > S_{иL}$; в этом случае из (14) имеем $S_{в} < 0$; б) $S_{и1}$ и $S_{иL} < 0$, т. е. $|S_{иL}| > |S_{и1}|$ и из (14) снова получаем $S_{в} < 0$.

Таким образом, случай $S_{и2} < 0$ реализуется только при $S_{в} < 0$. Это значит, что ахроматизированной системой голограммных линз нельзя получить действительное изображение реальных объектов. Этот вывод, к которому мы ранее пришли из чисто геометрического рассмотрения, справедлив не только для двухлинзовых систем, но и для систем с любым числом плоских голограммных линз.

Из изложенного выше следует, что принцип таутохронизма лучей может служить удобной основой при конструировании ахроматизированных линзовых систем.

Литература

[1] I. N. Latta. Appl. Optics, *11*, 1686, 1972.
[2] S. I. Bennet. Appl. Optics, *15*, 542, 1976.
[3] К. С. Мустафин. Опт. и спектр., *37*, 1158, 1974.

Поступило в Редакцию 23 марта 1977 г.