

УДК 535.32

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СРЕДЫ МЕТОДОМ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ

*P. P. Резвый и M. C. Финарев*

Рассмотрена зависимость эллипсометрических параметров от показателя преломления среды при отражении света на границе «среда—эталон». Показано, что наибольшая чувствительность эллипсометрических измерений достигается в случае почти полного внутреннего отражения и может регулироваться выбором материала эталона и угла падения света. Точность абсолютных измерений ограничена погрешностями определения показателей преломления эталона и угла падения, но при относительных измерениях точность может быть очень высокой ( $10^{-4}$  и выше). Метод может быть полезен для исследований и контроле свойств оптически плотных жидкостей.

В настоящее время метод эллипсометрии применяется главным образом для исследования оптических свойств отражающих поверхностей и измерения параметров тонкопленочных систем. При этом оптические свойства внешней среды (вакуум, воздух, иммерсионная жидкость, призма полного внутреннего отражения и т. п.) считаются известными.

В данной работе показано, что метод эллипсометрии может найти полезное применение для исследования и прецизионного измерения оптических констант самой внешней среды.

### Решение уравнений эллипсометрии

Основное уравнение эллипсометрии имеет вид<sup>[1]</sup>

$$\operatorname{tg} \Psi \exp(i\Delta) = R_p/R_s, \quad (1)$$

где  $\Psi$  и  $\Delta$  — измеряемые экспериментально поляризационные углы, характеризующие состояние поляризации света, отраженного от границы раздела двух сред. Эти углы связаны с  $p$ - и  $s$ -компонентами электрических векторов падающей и отраженной волн (соответственно  $E^i$  и  $E^r$ ) и их фазами ( $\delta^i$  и  $\delta^r$ ) соотношениями

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{E_p^r/E_p^i}{E_s^r/E_s^i}, \quad \Delta = (\delta_p^r - \delta_p^i) - (\delta_s^r - \delta_s^i). \quad (2)$$

В уравнении (1)  $R_p$  и  $R_s$  — френелевские коэффициенты отражения для  $p$ - и  $s$ -компонент электрического вектора ( $p$  — компонента, параллельная плоскости падения света,  $s$  — перпендикулярная ей)

$$R_p = \frac{N_2 \cos \varphi_1 - N_1 \cos \varphi_2}{N_2 \cos \varphi_1 + N_1 \cos \varphi_2}; \quad R_s = \frac{N_1 \cos \varphi_1 - N_2 \cos \varphi_2}{N_1 \cos \varphi_1 + N_2 \cos \varphi_2}. \quad (3)$$

Здесь  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — соответственно углы падения и преломления,  $N_1$  и  $N_2$  — показатели преломления (в общем случае комплексные) граничащих сред.

Для удобства дальнейших вычислений введем обозначения

$$\Phi \equiv \varphi_1, \quad n \equiv N_1, \quad N \equiv N_2 \quad (4)$$

и будем называть  $n$  показателем преломления внешней среды, а  $N$  — показателем преломления подложки. Если величины  $n$  и  $N$  — действитель-

ные (т. е. обе среды прозрачные для используемого излучения), то решение уравнения (1) можно представить в виде

$$\Psi = \arctg \left( \frac{n \sin^2 \Phi - \alpha \cos \Phi}{n \sin^2 \Phi + \alpha \cos \Phi} \right), \quad (5)$$

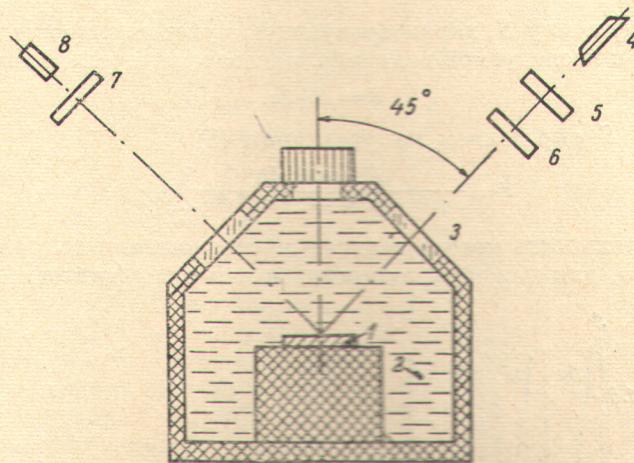


Рис. 1. Схема измерения показателя преломления жидкости на эллипсометре с вертикальной плоскостью падения.

1 — образец, 2 — исследуемая среда, 3 — сосуд, 4 — источник излучения, 5 — поляризатор, 6 — компенсатор, 7 — анализатор, 8 — детектор.

$$\Delta = \begin{cases} \pi, & \text{если } N \operatorname{ctg} \Phi > n \\ 0, & \text{если } N \operatorname{ctg} \Phi < n < N \operatorname{cosec} \Phi, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\alpha = \sqrt{N^2 - n^2 \sin^2 \Phi}. \quad (7)$$

Варианты, при которых  $n > N \operatorname{cosec} \Phi$  (что соответствует явлению полного внутреннего отражения), мы не рассматриваем, так как при этом

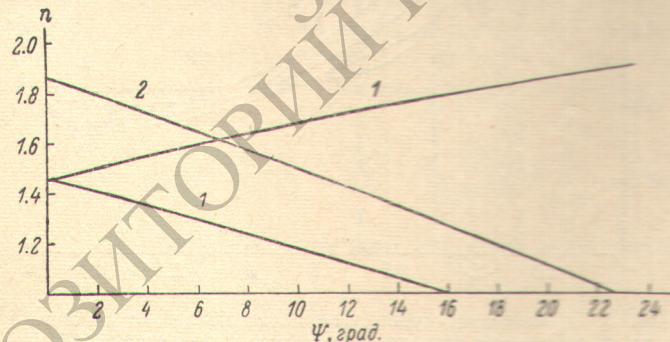


Рис. 2. Зависимость параметра  $\Psi$  от показателя преломления исследуемой среды ( $\Phi=45^\circ$ ).

1 — кварц, 2 — гранат. Верхняя ветвь кривой 1 соответствует значению  $\Delta=0^\circ$ .

величина  $\Delta$  зависит от значений  $n$ ,  $N$  и  $\Phi$

$$\Delta = 2 \arctg [\operatorname{ctg} \Phi \operatorname{cosec} \Phi \sqrt{n^2 \sin^2 \Phi - N^2/n}], \quad (8)$$

$$n \geq N \operatorname{cosec} \Phi.$$

Из уравнений (5) и (6) следует, что при известных значениях  $N$  и  $\Phi$  величины  $\Psi$  и  $n$  связаны однозначным соотношением. Поэтому по измерению величины  $\Psi$  системы «исследуемая внешняя среда—эталонная подложка» (рис. 1) можно определять показатель преломления прозрачной среды, причем измерения нетрудно автоматизировать. На рис. 2

показана зависимость  $\Psi(n)$  для двух случаев: в первом — в качестве эталонной подложки используется полированная пластина плавленого кварца, во втором — пластина граната.<sup>1</sup>

### Чувствительность метода

Введем величину  $S$ , характеризующую чувствительность измеряемого параметра  $\Psi$  к исследуемой величине показателя преломления среды  $n$ ,

$$S = \partial\Psi/\partial n. \quad (9)$$

Величину  $S$  определяем из уравнения (5)

$$S = \frac{N^2 \cos \Phi \sin^2 \Phi}{\alpha (N^2 \cos^2 \Phi - n^2 \sin^2 \Phi \cos 2\Phi)}, \quad (10)$$

т. е. чувствительность метода зависит от соотношения величин  $n$ ,  $N$  и  $\Phi$ ; следовательно, для каждого конкретного значения (считаем, что прибли-

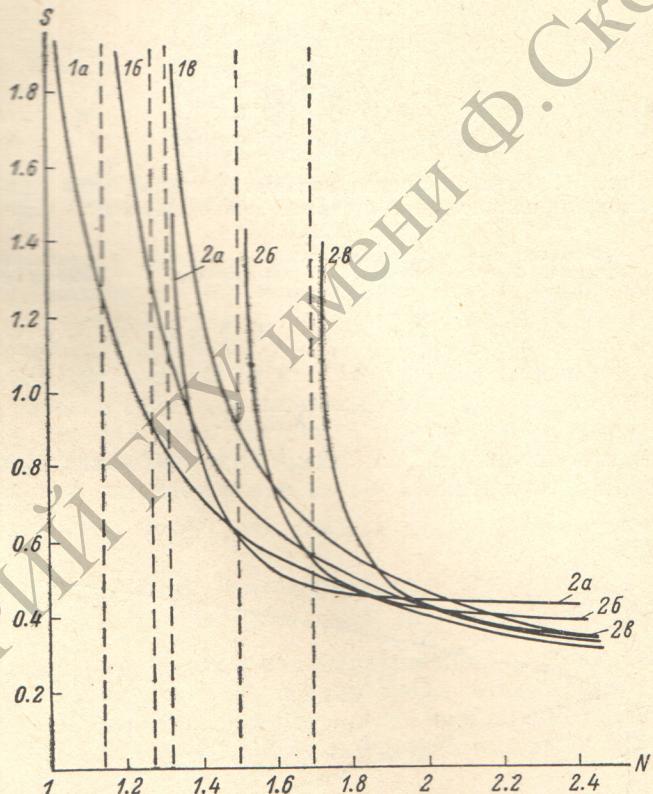


Рис. 3. Зависимость чувствительности метода от показателя преломления эталона  $N$  при углах падения 45° (1) и 70° (2).

*a, б и в* соответствуют различным модельным средам: *a* —  $n=1.4$ , *б* —  $n=1.6$ , *в* —  $n=1.8$ .

женное значение  $n$  априори известно) можно выбрать такую комбинацию показателя преломления эталона  $N$  и угла падения  $\Phi$ , при которой чувствительность будет достаточно высокой. Из уравнения (10) следует, что величина  $S \rightarrow \infty$  при  $n \sin \Phi \rightarrow N$ , т. е. наибольшая чувствительность достигается в случае полного внутреннего отражения.

На рис. 3 приведены графики зависимости чувствительности  $S$  от величины показателя преломления эталона  $N$  для трех модельных сред

<sup>1</sup> Для устранения луча, отраженного от нижней грани эталона, последняя матируется.

( $n_1=1.4$ ,  $n_2=1.6$ ,  $n_3=1.8$ ) при двух углах падения ( $\Phi_1=45^\circ$ ,  $\Phi_2=70^\circ$ ). На практике выбор приемлемых эталонов всегда ограничен, поэтому высокой чувствительности можно достичь, подбирая соответствующий угол падения  $\Phi$ . На рис. 4 показаны графики зависимости чувствительности от угла падения для тех же трех модельных сред, что и на рис. 3, при использовании в качестве эталона плавленого кварца или граната (их показатели преломления соответственно равны 1.459 и 1.859).

Как видно из рис. 3 и 4, при исследовании оптически плотных сред не трудно добиться таких условий, при которых чувствительность метода будет очень высокой. Например, при исследовании жидкости с показателем преломления  $n=1.6$  с эталоном из плавленого кварца при угле падения  $\Phi=65^\circ$  величина  $S \approx 2.65$ . Таким образом, при предельной чувствительности обычных эллипсометров  $\delta\Psi=1'=0.0003$  рад., предельная чувствительность метода  $\delta n$  составит

$$\delta n = \frac{0.0003}{2.65} \approx 1 \cdot 10^{-4},$$

что не уступает чувствительности специальных рефрактометров.

#### Точность метода

Так как в выражение (5) входят величины  $\Psi$ ,  $N$  и  $\Phi$ , определяемые с некоторыми погрешностями, представляет интерес проанализировать влияние последних на точность измерения показателя преломления среды  $n$ . Будем считать, что с точностью до малых величин второго и выше порядков абсолютная погрешность в определении показателя преломления среды  $\delta n$  определяется по уравнению

$$\delta n = \left| \frac{\partial n}{\partial \Psi} \right| \delta \Psi + \left| \frac{\partial n}{\partial N} \right| \delta N + \left| \frac{\partial n}{\partial \Phi} \right| \delta \Phi, \quad (11)$$

где  $\delta \Psi$ ,  $\delta N$  и  $\delta \Phi$  — абсолютные погрешности и измерения величин  $\Psi$ ,  $N$  и  $\Phi$ .

Учитывая, что

$$\frac{\partial n}{\partial \Psi} = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right)^{-1} = S^{-1}, \quad (12)$$

получаем

$$\frac{\partial n}{\partial N} = \frac{\partial n}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial N} = \frac{\partial \Psi}{\partial N} S^{-1}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \Phi} = \frac{\partial n}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} S^{-1}, \quad (14)$$

где выражения для  $\partial \Psi / \partial N$  и  $\partial \Psi / \partial \Phi$ , получаемые из уравнения (5), имеют вид

$$\frac{\partial \Psi}{\partial N} = - \frac{n^2 N \cos \Phi \sin^2 \Phi}{\alpha (N^2 \cos^2 \Phi - n^2 \sin^2 \Phi \cos 2\Phi)}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = \frac{n^2 \sin^2 \Phi (2N^2 \cos 2\Phi - n^2 \sin^2 \Phi)}{\alpha (N^2 \cos^2 \Phi - n^2 \sin^2 \Phi \cos 2\Phi)}. \quad (16)$$

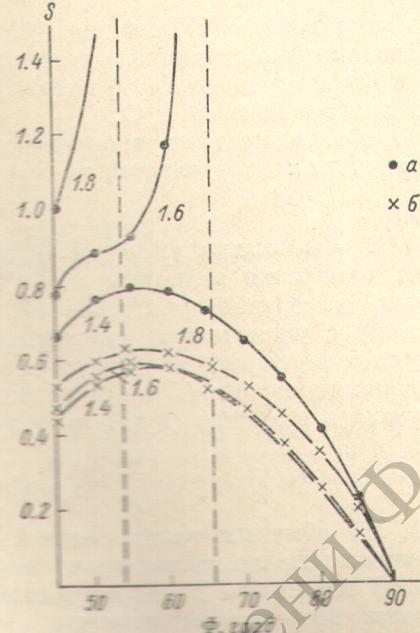


Рис. 4. Зависимость чувствительности метода от угла падения для модельных сред (их показатели преломления указаны на графике) для эталона из плавленого кварца (a) и граната (b).

Таким образом, с учетом соотношений (12)–(16) уравнение (11) можно записать в виде

$$\delta n = |S^{-1}| \delta \Psi + \frac{n^2}{N} \delta N + \frac{n^2}{N^2} |4N^2 \operatorname{ctg} 2\Phi - n^2 \operatorname{tg} \Phi| \delta \Phi. \quad (17)$$

Из уравнения (17) следует, что при абсолютных измерениях точность в общем случае ограничена величинами  $\delta N$  и  $\delta \Phi$ , так как множители при  $\delta N$  и  $\delta \Phi$  в выражении (17) имеют величины порядка единицы при реальных значениях  $n$ ,  $N$  и  $\Phi$ .

При относительных измерениях величина изменения показателя преломления  $\Delta n$  определяется из выражения

$$\Delta n = S^{-1} \Delta \Psi, \quad (18)$$

где  $\Delta \Psi$  — соответствующее изменение величины  $\Psi$ . Следовательно, точность измерения величины  $\Delta n = \delta(\Delta n)$  — определяется только погрешностью измерения величины  $\Delta \Psi = \delta(\Delta \Psi)$  — и чувствительностью  $S$ . Поэтому с увеличением чувствительности метода соответственно повышается и точность относительных измерений. При правильно выбранных условиях измерения ( $N$  и  $\Phi$ ) погрешность относительных измерений может составлять величину  $\delta(\Delta n)$  порядка  $1 \cdot 10^{-4}$ .

### Выводы

1. На обычных эллипсометрах можно проводить точные измерения показателя преломления прозрачной среды по величине эллипсометрического параметра  $\Psi$ . Измерения отличаются простотой, экспрессностью и могут быть автоматизированы.

2. Выбирая эталон и угол падения из условия  $n \sin \Phi \rightarrow N$ , можно добиться очень высокой чувствительности метода.

3. Погрешность абсолютных измерений показателя преломления среды ограничена погрешностями, с которыми определены величины  $N$  и  $\Phi$ . При относительных измерениях точность измерений может быть очень высокой, причем она повышается с увеличением чувствительности метода  $S$ .

4. Метод может быть полезен, например, при исследовании зависимости свойств жидкостей (в том числе растворов, расплавов, фоторезистов, биопрепаратов и т. д.) от различных факторов (время, температура, давление, состав и т. д.).

### Литература

- [1] М. М. Горшков. Эллипсометрия. «Советское радио», М., 1974.

Поступило в Редакцию 12 апреля 1977 г.