Литература

1. Тацій Р. М., Стасюк М. Ф., Мазуренко В. В., Власій О. О. *Узагальнені квазідиференціальні рівняння.* Дрогобич: Коло, 2011.
2. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц.* 5-е изд. М.: Физматлит, 2004.
3. Tamarkin J. *1. Some general problems of the theory of ordinary linear differential equations and expansion of an arbitrary function in series of fundamental functions* // Mathematische Zeitschrift. 1928. V. 27, № 1. P. 1–54.
4. Таций Р. М., Мазуренко В. В. *Условия разрешимости многоточечной задачи для обобщенной дифференциальной системы* // Докл. НАН Беларуси. 2011. Т. 55, № 3. С. 12–16.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛУГРУПП ОПЕРАТОРОВ

А.Р. Миротин

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
Советская, 104, 246699, Гомель, Беларусь
amirotin@yandex.ru

В докладе будут рассмотрены вопросы равномерной и сильной устойчивости многопараметрических полугрупп. Далее под *конусом* K в $\mathbb{R}_+^n$ мы будем понимать объединение лучей вида $l_u := \{tu : t \in \mathbb{R}_+\}$, $u \in \mathbb{R}_+{}^n \setminus \{0\}$. Будем говорить, что n-параметрическая полугруппа $T(v) = T_1(v_1) \dots T_n(v_n)$, $v \in \mathbb{R}_+{}^n$, класса C_0 *равномерно (сильно) устойчива на конусе* K, если $\|T(v)\| \to 0$ (соответственно $\|T(v)x\| \to 0$ для любого $x \in X$) при $v \in K$, $v \to \infty$. В частности, T равномерно (сильно) устойчива на луче l_u, если $\|T(tu)\| \to 0$ (соответственно $\|T(tu)x\| \to 0$ для любого $x \in X$) при $t \to +\infty$. *Спектральной гранью Шилова полугруппы* T назовем число

$$s(A) = \sup \left\{ \sum_{j=1}^{n} \operatorname{Re} \lambda_j : \lambda \in \sigma(A) \right\},$$

где $\sigma(A)$ — спектр Шилова набора $A = (A_1, \dots, A_n)$ генераторов полугрупп $T_1, \dots, T_n$, введенный в [1]. В соответствии с известным обобщением классической теоремы Ляпунова, для однопараметрической C_0-полугруппы, становящейся непрерывной в равномерной операторной топологии, равномерная устойчивость равносильна отрицательности ее спектральной грани. Следующая теорема среди прочего содержит обобщение этого результата на случай многопараметрических полугрупп.

Теорема 1. *Пусть все полугруппы* T_j, $j = 1, \dots, n$, *непрерывны на* $(0; +\infty)$ *в равномерной операторной топологии, а их генераторы* A_j *не ограничены. Следующие утверждения равносильны:*

1) *спектральный радиус* $r(T(u)) < 1$ *для любого* $u \in (0, +\infty)^n$;
2) *спектральный радиус* $r(T(u)) < 1$ *для некоторого* $u \in (0, +\infty)^n$;
3) $s(A) < 0$;
4) *полугруппа* T *равномерно устойчива на луче* l_u *для любого* $u \in (0, +\infty)^n$;
5) *полугруппа* T *равномерно устойчива на луче* l_u *для некоторого* $u \in (0, +\infty)^n$;
6) *полугруппа* T *равномерно устойчива на любом замкнутом конусе* $K \subset (0, +\infty)^n$;
7) *полугруппа* T *равномерно устойчива на некотором замкнутом конусе* $K \subset (0, +\infty)^n$.

Доказательство следующей теоремы, дающей достаточные условия сильной устойчивости полугруппы T на конусе K, опирается на теорему Арендта — Батти — Любича — Ву [2, 3]. Ниже $\sigma_R(\overline{u \cdot A})$ есть множество тех $\lambda \in \mathbb{C}$, для которых векторное пространство $\operatorname{Im}(\lambda - \overline{u \cdot A})$ не плотно в X ($u \cdot A = \sum_j u_j A_j$; черта сверху обозначает замыкание оператора).