

Н. А. Старовойтова

г. Гомель УО «ГГУ им. Ф. Скорины»

СЕРИИ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ СТАНДАРТА ЗНАНИЙ ПО ТРИГОНОМЕТРИИ

Раздел «Тригонометрия» в школьном курсе математики традиционно вызывает большие трудности как у учащихся, так и у выпускников школ. Отождествляя тригонометрию с огромным количеством формул, которые надо запомнить, и большим объемом новой получаемой информации,

учащиеся теряют мотивацию к изучению данного раздела математики. В результате многие выпускники школ показывают слабое знание формул тригонометрии, недостаточное владение техникой тригонометрических преобразований. Испытывают большие трудности при решении тригонометрических уравнений и не могут применять свойства тригонометрических функций на практике в виду недостаточных теоретических знаний. Считаем, что успешное овладение школьным курсом тригонометрии зависит от выделения уровня минимально обязательной подготовки и формирования на этой основе повышенных уровней овладения материалом.

Ключем к преодолению данных трудностей могут служить серии специально подобранных задач. И начинать надо с формирования действий с радианной мерой угла, с тщательного изучения такого объекта как «тригонометрическая окружность». Для этого, прежде всего, необходимо использовать серии задач:

- «Выразить в градусах угол: ...», где мера угла содержит число π ;
- «Выразить в градусах угол: ...», где мера угла задана в радианах;
- «Выразить в радианах угол: ...», где мера угла задана в градусах;
- «Сравнить с нулём значение выражения ...», «Определить знаки выражений: ...», «Записать в порядке возрастания (убывания) числа: ...», где значения тригонометрических функций содержат в каждой из серий градусную меру, радианную меру, число π .

Для лучшего усвоения материала надо, прежде всего, уяснить теорию. И здесь важно добиваться от учащихся знаний о свойствах тригонометрических функций и четких представлений об их графиках. Для достижения этих целей могут служить серии задач:

- «Укажите область определения функции: ...»;
- «Чётной или нечётной является функция: ...»;
- «Укажите период функции: ...»;
- «Вычислите значение функции, заданной формулой: ...» и другие.

Немаловажным этапом освоения курса тригонометрии является применение табличных значений тригонометрических функций. Известны мнемонические правила для облегчения запоминания табличных значений тригонометрических функций, но, тем не менее, умение производить вычислительные операции, арифметические и алгебраические: деление с остатком, действия с корнями, остается также камнем преткновения для многих школьников. Данные умения вырабатываются практикой решения целесообразно подобранных серий задач. Выработка навыков – одна из многих целей преподавания математики. Чтобы добиться автоматизма, умения предвидеть множество разнообразных ситуаций надо решить много примеров. Они не требуют никакой инициативы, но дают прочные

навыки. Как в начальной школе надо твердо знать таблицу умножения, чтобы бегло производить вычислительные действия, так и в тригонометрии необходимо бегло выполнять вычислительные операции в тригонометрических выражениях до определенного уровня сложности. Для отработки навыков вычисления значений тригонометрических функций, а изучение тригонометрических функций сводится во многом к решению задач вычислительного характера, предлагается использование серии задач четырёх типов:

- задача на нахождение значений тригонометрических выражений, содержащих только табличные значения тригонометрических функций, заданных градусной мерой или содержащих число π ;
- задача-усложнение 1, предполагающая знание формул приведения;
- задача-усложнение 2, предполагающая не только знание табличных значений тригонометрических функций, но и основных тригонометрических тождеств, связывающих функции одного и того же аргумента;
- задача-усложнение 3, предполагающая знание формул сложения, преобразования сумм тригонометрических функций в произведение и преобразование произведений в сумму.

При изучении тригонометрических функций большую роль играют тождественные преобразования тригонометрических выражений, требующие знания нескольких десятков формул. Чтобы преодолеть сложность тригонометрических формул, необходимо достичь трёх основных целей: знать, понимать и уметь применять их при решении задач. В этом случае будут полезны серии обучающих задач не только для получения новых формул, но и для отработки навыков применения этих формул. Для отработки элементарных навыков можно использовать серии задач, отличающиеся от задачи-образца числовыми данными и на следующем этапе – задачи, легко сводимые к образцу.

Для работы над ошибками в тригонометрических преобразованиях можно использовать серии задач двух видов. В одной из них называется ошибка, но не указывается её местонахождение. В другой серии задач предлагается определить характер ошибки самостоятельно, но при этом точно указывается место, в котором она допущена.

Наибольшие трудности для учащихся представляет тема «Обратные тригонометрические функции», так как выработка навыков применения обратных операций требует новых мыслительных действий, которые ранее не использовались. Основное внимание необходимо уделить усвоению смысла понятий арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса числа, области определения и области значений обратных тригонометрических функций, промежуткам их возрастания и убывания, так как эти знания составляют необходимую базу для решения тригонометрических

уравнений и неравенств. Для этой цели можно предложить, например, следующие серии задач:

1) «Имеет ли смысл выражение:

- а) $\arcsin(\sqrt{5} - 2)$; б) $\arcsin(3 - \sqrt{17})$; в) $\arccos(\sqrt{6} - 3)$;
г) $\arcsin(\sqrt{9} - 2)$; д) $\arcsin(\sqrt{5} - 3)$; е) $\arccos(\sqrt{18} - 4)$;
ж) $\arccos(\sqrt{7} - 3)$; и) $\arcsin(\sqrt{12} - 1)$ ».

2) «Расположить в порядке убывания числа:

- а) $\arcsin(-0,2)$, $\arcsin 1$, $\arcsin \frac{\pi}{12}$;
б) $\arccos 0,7$, $\arccos(-0,1)$, $\arccos \frac{\pi}{5}$;
в) $\arcsin(-0,4)$, $\arcsin 0,4$, $\arcsin \frac{3\pi}{11}$;
г) $\arccos 0,5$, $\arccos(-0,3)$, $\arccos \frac{3\pi}{16}$;
д) $\arcsin(-0,6)$, $\arcsin(-0,8)$, $\arcsin \frac{\pi}{8}$ ».

Важно также уделить должное внимание формированию умения находить табличные значения данных функций. Кроме того, важен акцент на самой математической сути аркфункций, так как многие учащиеся не понимают, что аркфункция есть угол.

Тригонометрические уравнения занимают одно из наиболее важных мест в школьном курсе тригонометрии, так как позволяют выявить знание формул тригонометрии и умение применить их на практике, степень владения техникой тригонометрических преобразований, судить о степени понимания теоретического материала.

Сложность восприятия темы «Тригонометрические уравнения», во-первых, связана с необычностью записи формул корней простейших тригонометрических уравнений, их зависимостью от n из множества целых чисел Z , так как тригонометрические уравнения имеют бесконечное множество решений. Поэтому особую значимость имеют серии задач на нахождение корней различных видов простейших тригонометрических уравнений и выработку навыков их решений.

Во-вторых, не существует общего метода решения тригонометрических уравнений. Поэтому важно провести классификацию и рассмотреть основные способы решения таких уравнений, используя специальным образом подобранные серии задач. На заключительном этапе изучения тригонометрических уравнений важными в методическом плане являются рекомендации в [1] расположения задач в сериях не по принципу однотипности, а в «разброс». При этом предполагается, что

учащийся должен не решая уравнения, определить к какому типу оно относится и указать метод решения. В качестве примера приводится серия задач «Классификация тригонометрических уравнений».

Несмотря на обилие приёмов решения тригонометрических уравнений, можно, тем не менее, выделить *два основных подхода* к их решению:

1) сведение данного уравнения к алгебраическому относительно какой-либо тригонометрической функции, добиваясь первоначально присутствия в уравнении функций одного аргумента, а затем – одной тригонометрической функции;

2) приведением данного уравнения к виду $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_n(x) = 0$ разложением левой части на множители.

Автором предлагается подборка серий задач с учетом двух выделенных методов.

Практика использования специальным образом подобранных серий задач в работе с выпускниками школ в системе довузовской подготовки показывает, что отработанные с их помощью компетенции являются предпосылкой к формированию не только стандарта знаний по тригонометрии, но и овладения ими учащимися на более глубоком уровне.

Литература

1. Зайкин, М. И. Серии, вариации и окрестности математических задач : монография / М. И. Зайкин, Н. Н. Егулемова, О. М. Абрамова. – Арзамас : Арзамасский филиал ННГУ, 2014. – 149 с.