

А. И. Кулыба, С. П. Жогаль, Н. А. Алёшин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ИССЛЕДОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ УСРЕДНЕНИЯ И УРАВНЕНИЙ КОЛМОГОРОВА–ФОКЕРА–ПЛАНКА

Исследуется вопрос о целесообразности применения метода усреднения к уравнениям Колмогорова-Фокера-Планка (КФП). Обоснование применимости метода усреднения было получено в [1] для уравнений параболического типа.

Рассмотрим колебательную систему, содержащую одно колебательное звено под воздействием белого шума, математическая модель которой может быть описана стохастическим дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \varepsilon f(t, x, \dot{x}) + \sqrt{\varepsilon} g(t, x, \dot{x}) \xi(t), \quad (1)$$

где $\xi(t)$ – гауссовский белый шум единичной интенсивности, ε – малый положительный параметр, ω – частота собственных колебаний системы.

Применение метода усреднения к уравнению КФП для динамической системы (1) основано на применении метода усреднения и решения задачи Коши. Для значительного упрощения поиска устойчивых состояний системы, при анализе реальных колебательных систем важной задачей является получение стационарной плотности амплитуды и фазы колебаний $W(\alpha, \theta)$. Если стационарная плотность вероятностей существует, то она удовлетворяет уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha} (K_1 W) + \frac{\partial}{\partial \theta} (K_2 W) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} (K_{11} W) - \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \theta} (K_{12} W) - \\ - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (K_{22} W) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где K_i, K_{ij} – усредненные соответствующие коэффициенты сноса и диффузии уравнения КФП.

Литература

1 Хасьминский, Р. З. О принципе усреднения для параболических и эллиптических дифференциальных уравнений и марковских процессов с малой диффузией / Р. З. Хасьминский // Теория вероятностей и ее применение. – 1963. – Т. 8, № 1. – С. 3–25.