

УДК 535.317.1

КОГЕРЕНТНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ И РАЗРЕШЕНИЕ В ГОЛОГРАФИЧЕСКОМ ИЗОБРАЖЕНИИ

К. Г. Предко и В. Г. Синченко

Описана методика экспериментального определения функции пропускания линии голограммы как системы, формирующей изображение, из измерений функции взаимной интенсивности. Получены соотношения, связывающие функцию пропускания и когерентную передаточную функцию. Приведены результаты экспериментальных исследований этих функций для голограммы Френеля.

Формирование голографического изображения тесно связано с разрешающей способностью и информационными характеристиками голограмм как оптических элементов. Исследованию качества голографического изображения посвящен ряд работ [1–5]. Так, в [1, 2] при помощи мир проводилось изучение разрешающей способности. Однако последняя не полностью определяет свойства голограммы [3], в частности, не дает информации о передаче голограммой различных пространственных частот объекта. В работах [4, 5] информационными характеристиками служили функция размытия линии и частотно-контрастная характеристика, не удовлетворяющие условию линейной передачи голограммой комплексной амплитуды [6]. В связи с этим данные об этих функциях, а также о разрешающей способности недостаточно полно характеризуют информационную способность голограммы. Они не позволяют решить задачу о нахождении вида изображения, если известен вид объекта.

Информационными характеристиками голограммы, удовлетворяющими условию линейности, могут служить функция пропускания линии (ФПЛ) [7] и когерентная передаточная функция (КПФ), взаимно связанные преобразованием Фурье. ФПЛ представляет собой распределение комплексной амплитуды $K(u) = h(u) \exp i\varphi(u)$, где $h(u)$ — модуль, а $\varphi(u)$ — фаза в изображении линейного монохроматического источника бесконечно малой ширины. Она, как правило, нормирована к своему максимальному значению. Как известно [8], для линзовой оптической системы КПФ совпадает с функцией зрачка и может быть найдена из интерферометрических измерений [9]. Однако подобных методов определения ФПЛ и КПФ, а также данных об экспериментальном исследовании этих функций применительно к голограммам в литературе не имеется. В статье [10] предложен метод экспериментального определения информационных характеристик оптических систем для случая частично когерентного освещения из измерения функции взаимной интенсивности. В данной работе этот метод применяется для определения ФПЛ и КПФ, а также экспериментально исследуются эти функции для голограмм Френеля различной апертуры.

Под функцией взаимной интенсивности двух линий с координатами x , x' (рассматривается случай объектов, функция взаимной интенсивности которых зависит от одной координаты) понимают величину $I(x, x') = \langle A(x, t) A(x', t) \exp[i[\varphi(x, t) - \varphi(x', t)] \exp[2i\omega_0 t]\rangle$. Здесь $A(x, t) \exp i\varphi(x, t)$ и $A(x', t) \exp i\varphi(x', t)$ — комплексные возмущения в x и x' , ω_0 — средняя частота квазимонохроматического излучения, а угловые скобки обозна-

чают усреднение по большому интервалу времени t . Согласно [10], выражения для модуля $h(u, u')$ и фазы $\varphi(u, u')$ функции размытия взаимной интенсивности определяются через функцию взаимной интенсивности следующими соотношениями:

$$h(u, u') \equiv \frac{|K(u)| |K^*(u')|}{|K(0)| |K^*(0)|} = \frac{|I(u, u')|}{|I(0, 0)|}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varphi(u, u') &\equiv \arg K(u) + \arg K^*(u') - \arg K(0) - \arg K^*(0) = \\ &= \arg I(u, u') - \arg I(0, 0), \end{aligned} \quad (2)$$

где u, u' — отклонения от координат идеального изображения двух линий. Соотношения (1), (2) получены для случая линзовых оптических систем. В случае действительного идеального голограммического изображения комплексная амплитуда его пропорциональна комплексно сопряженной амплитуде объекта [6]. Следовательно, модули функций взаимной интенсивности объекта и изображения пропорциональны, а фазы комплексно сопряжены. Физический смысл комплексного сопряжения заключается в изменении на обратное направления отсчета фазы ФПЛ. Это приводит к зеркальной симметрии фазы ФПЛ голограммической системы по сравнению с линзовой с эквивалентными характеристиками. Таким образом, соотношения (1), (2) можно применять при определении ФПЛ голограммы как оптического элемента, однако необходимо учитывать зеркально симметричный вид измеряемой фазы ФПЛ.

В эксперименте $h(u, u')$ и $\varphi(u, u')$ определяются набором функций одной переменной. Другая переменная служит параметром и фиксирована. Для нахождения модуля $h(u)$ и фазы $\varphi(u)$ ФПЛ в (1), (2) можно, например, положить $u' = 0$. Тогда получим

$$h(u) \equiv \frac{|K(u)|}{|K(0)|} = \frac{|I(u, 0)|}{|I(0, 0)|}, \quad (3)$$

$$\varphi(u) \equiv \arg K(u) - \arg K(0) = \arg I(u, 0) - \arg I(0, 0). \quad (4)$$

Соотношения (3), (4) связывают ФПЛ с экспериментально находимыми значениями функции взаимной интенсивности. КПФ выражается соотношением [8]

$$M(\nu) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} h(u) \exp i\varphi(u) \exp [-2\pi i\nu u] du}{\int_{-\infty}^{\infty} h(u) \exp i\varphi(u) du}, \quad (5)$$

где ν — пространственная частота. Связь экспериментально определяемой ФПЛ с модулем $M(\nu)$ и фазой $\chi(\nu)$ КПФ можно получить, представив функцию $h(u) \exp i\varphi(u)$ в тригонометрической форме и подставляя в (5). В результате получим

$$M(\nu) = \left\{ \frac{1}{A^2 + B^2} [F_c^2 + F_s^2 + \Phi_c^2 + \Phi_s^2 + 2\sqrt{F_c^2 + F_s^2} \sqrt{\Phi_c^2 + \Phi_s^2} \cos(X + Y)] \right\}^{1/2}, \quad (6)$$

$$\chi(\nu) = \arctg \frac{\sqrt{\Phi_c^2 + \Phi_s^2} \sin Y - \sqrt{F_c^2 + F_s^2} \sin X}{\sqrt{\Phi_c^2 + \Phi_s^2} \cos Y + \sqrt{F_c^2 + F_s^2} \cos X} - \arctg \frac{B}{A}. \quad (7)$$

Здесь введены обозначения

$$\left. \begin{aligned} F_c &= \mathcal{F}_c \{h(u) \cos \varphi(u)\}, & F_s &= \mathcal{F}_s \{h(u) \cos \varphi(u)\}, \\ \Phi_c &= \mathcal{F}_c \{h(u) \sin \varphi(u)\}, & \Phi_s &= \mathcal{F}_s \{h(u) \sin \varphi(u)\}, \\ \operatorname{tg} X &= -\frac{F_s}{F_c}, & \operatorname{tg} Y &= \frac{\Phi_c}{\Phi_s}, \\ A &= \int_{-\infty}^{\infty} h(u) \cos \varphi(u) du, & B &= \int_{-\infty}^{\infty} h(u) \sin \varphi(u) du. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Операторы $\mathcal{F}_c, \mathcal{F}_s$ обозначают соответственно косинус- и синус- преобразование Фурье, а индексы зависимости F_c, F_s, Φ_c, Φ_s от простран-

ственной частоты для краткости записи опущены. Преобразуя (6) и (7), с учетом (8) получаем окончательно

$$M(v) = \left\{ \frac{1}{A^2 + B^2} [(F_c + \Phi_s)^2 + (F_s + \Phi_c)^2] \right\}^{1/2}, \quad (9)$$

$$\chi(v) = \arctg \frac{\Phi_c + F_s}{\Phi_s + F_c} - \arctg \frac{B}{A}. \quad (10)$$

Соотношения (9), (10) с учетом условий (8) связывают модули и фазы КПФ и ФПЛ.

Для экспериментального определения ФПЛ проводилось голограммирование тест-объекта с внеосевым референтным пучком. Тест-объект в виде двух расположенных в одной плоскости на расстоянии 2 мм параллельных щелей шириной 10 мкм каждая освещался пучком света от лазера с длиной волны 0.63 мкм. На расстоянии 340 мм от тест-объекта располагалась фотопластинка ЛОИ-2, на которой регистрировалась голограмма. Референтным пучком служил параллельный лазерный пучок шириной в плоскости фотопластинки 2.6 мм. Применение такого референтного пучка эквивалентно наличию фильтра с амплитудным пропусканием по гауссовому закону во входном зрачке линзовой системы. Соотношение интенсивностей объектного и референтного пучков 1 : 5, угол между ними около 3°. После химико-фотографической обработки в стандартных условиях и отбеливания голограммы с помощью сопряженного референтного пучка проводилось восстановление изображения. В плоскости тест-объекта образовывались два пятна размытия, которые анализировались с помощью двух параллельно расположенных анализирующих щелей шириной по 10 мкм. Расстояние между этими щелями могло изменяться и измерялось с точностью до 2 мкм. Для анализа интерференционной картины за анализирующими щелями на расстоянии 1.5 м располагался фотоумножитель с расположенной перед ним диафрагмой шириной 10 мкм. Фотоумножитель с диафрагмой перемещался микрометрическим винтом в плоскости анализирующих щелей. Сигнал с него усиливался и регистрировался микроамперметром. Положения анализирующих щелей, соответствующие нулевым отклонениям u и u' от центров изображения линий, находились фотоэлектрическим методом.

Для определения $h(u)$ и $\varphi(u)$, согласно (3), (4), необходимо измерить функцию взаимной интенсивности между точкой $u'=0$ и точками, соответствующими различным u . Функция взаимной интенсивности может быть найдена из измерений светимости и комплексной степени когерентности по методу Юнга. Модуль последней $|\gamma|$ связан с видностью интерференционной картины V , образованной двумя щелями и интенсивностью от первой I_1 и второй I_2 щели в месте определения видности известным соотношением

$$|\gamma| = \frac{I_1 + I_2}{2\sqrt{I_1 I_2}} V. \quad (11)$$

Фазу комплексной степени когерентности можно найти из измерений положения интерференционных полос [7]. Если d — расстояние между щелями, s — расстояние до плоскости измерения, λ — средняя длина волны излучения, а l — измеряемое смещение полос от положения, при котором расстояния от диафрагмы, расположенной перед фотоумножителем, до щелей равны, то фазу можно определить по формуле

$$\arg \gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{s} l. \quad (12)$$

Полагая, что положение первой щели зависит от u , а второй фиксирано при $u'=0$ и учитывая (3), (11), а также соотношение между функцией взаимной интенсивности и комплексной степенью когерентности [7] получим

$$h(u) = \left[\frac{I_{01}(u) I_1(0)}{I_{01}(0) I_1(u)} \right]^{1/2} \frac{I_1(u) + I_2(0)}{I_1(0) + I_2(0)} \frac{V(u, 0)}{V(0, 0)}, \quad (13)$$

где I_{01} — светимость щели. Согласно (4), для нахождения $\varphi(u)$ необходимо знать фазу функции взаимной интенсивности относительно идеального изображения. При этом можно положить фазу равной нулю для $u=0$ и измерять смещение от положения идеального изображения. Тогда с учетом (12)

$$\varphi(u) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{s} [l(u, 0) - l(0, 0)]. \quad (14)$$

Процесс нахождения $h(u)$ и $\varphi(u)$ сводится к измерению величин, входящих в соотношения (13), (14) для различных значений u в плоскости изображения голограммы. Для экспериментального определения значений I_{01} за голограммой располагалась сферическая линза большого диаметра, направляющая световой поток на фотокатод фотоумножителя. При этом диафрагма перед фотоумножителем убиралась.

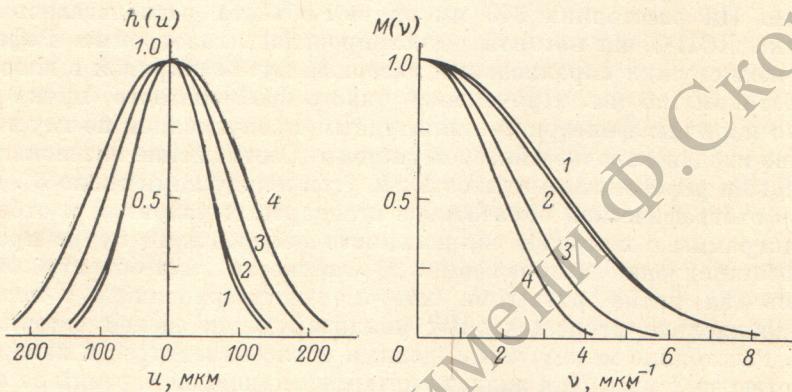


Рис. 1. Функция пропускания линии (а) и когерентная передаточная функция (б) голограммы с разной апертурой.

1 — $8.84 \cdot 10^{-3}$, 2 — $7.65 \cdot 10^{-3}$, 3 — $4.7 \cdot 10^{-3}$, 4 — $3.18 \cdot 10^{-3}$ радиана.

По вышеописанной методике были измерены ФПЛ при четырех диаметрах диафрагмы, ограничивающей референтный пучок, 3, 2.6, 1.6 и 1.08 мм, что соответствует угловой апертуре голограммы $8.84 \cdot 10^{-3}$, $7.65 \cdot 10^{-3}$, $4.7 \cdot 10^{-3}$, $3.18 \cdot 10^{-3}$ радиана. На рис. 1, а приведены значения модуля ФПЛ для этих случаев. Фаза ФПЛ для всех угловых апертур и всех значений u оказалась равной нулю. Как следует из рис. 1, а, ограничение пучка до размеров его ширины практически не оказывает влияния на ФПЛ. Это объясняется тем, что пятно размытия формируется в основном центральной частью пучка, переносящей основную часть энергии. Из сравнения кривых 1, 2, 3, 4 также следует, что с уменьшением апертуры голограммы полуширина ФПЛ увеличивается и для вышеприведенных значений апертур составляет соответственно 125, 130, 190 и 220 мкм. Увеличение пятна размытия при уменьшении угловой апертуры наблюдается и для линзовых оптических систем [8]. На рис. 1, б представлены рассчитанные по соотношению (9) значения модуля КПФ. Фаза КПФ равна нулю. Действительно, для симметричной ФПЛ при отсутствии фазовых искажений ($\varphi(u)=0$), F_s, Φ_s, Φ_c и B равны нулю, и, следовательно, $\chi(v)=0$. Из рис. 1, б также следует, что для всех апертур с увеличением пространственной частоты значения КПФ уменьшаются. Такой вид КПФ обусловлен плавным уменьшением величины комплексной амплитуды по сечению референтного пучка от центра к краям. Кроме того, уменьшение апертуры голограммы приводит к уменьшению области передаваемых пространственных частот.

Разрешающую способность голографического изображения можно оценить, используя критерий Релея и соотношение, связывающее ФПЛ с распределением освещенности $E(x)$ в изображении двух бесконечно узких линий [11]

$$E(x) = I_0^2 \{ |K(x-b)|^2 + g |K^*(x+b)|^2 + \\ + \operatorname{Re} [2g^{1/2} \gamma(b, -b) K(x-b) K^*(x+b)] \}, \quad (15)$$

где $K(x)$ — ФПЛ системы, формирующей изображение, $\pm b$ — координаты линий в предметной плоскости, I_0 , gI_0 — светимость, а g — отношение светимости линий, $\gamma(b, -b)$ — комплексная степень когерентности. Распределение освещенности в изображении двух линий для последних трех вышеприведенных апертур, рассчитанное по формуле (15) для случая синфазно излучающих линий равной интенсивности и различных рас-

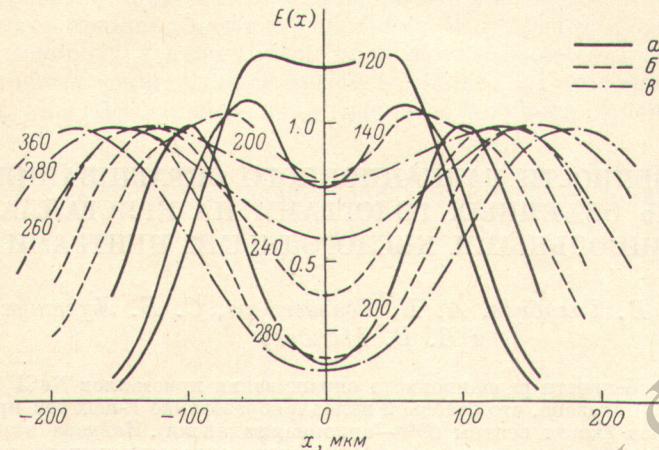


Рис. 2. Освещенность в голограммическом изображении двух линий.

a — угловая апертура $7.65 \cdot 10^{-3}$, $b = 4.7 \cdot 10^{-3}$, $c = 3.18 \cdot 10^{-3}$. Расстояние в мкм между линиями указано цифрами на кривых.

стояний между ними приведено на рис. 2. Из него следует, что при этих условиях голограмма с угловой апертурой $7.65 \cdot 10^{-3}$, $4.7 \cdot 10^{-3}$, $3.18 \cdot 10^{-3}$ радиана разрешает две линии на расстояниях 130, 200, 260 мкм или 7, 5, 4 линии на 1 мм соответственно. Отметим, что случай синфазных источников наиболее неблагоприятен при формировании изображения двух линий. Увеличения разрешения в этом случае можно достигнуть соответствующим подбором фазового пропускания объекта и условий освещения [8].

В заключение отметим, что информация о ФПЛ позволяет рассчитывать [7] освещенность в изображении произвольного объекта, если известно его амплитудное и фазовое пропускание, а также условия освещения.

Литература

- [1] Б. П. Константинов, А. Н. Зайдель, В. Б. Константинов, Ю. И. Островский. ЖТФ, 36, 1718, 1966.
- [2] I. De Velis, D. J. Russo, G. C. Reynolds. J. Opt. Soc. Am., 57, 843, 1967.
- [3] С. Б. Гуревич, В. Б. Константинов, В. К. Соколов, Д. Ф. Черных. Передача и обработка информации голограммическими методами. «Советское радио», М., 1978.
- [4] Г. Н. Буйнов, А. В. Лукин, К. С. Мустафин. Опт. и спектр., 28, 762, 1970.
- [5] О. Б. Гусев, В. Б. Константинов. ЖТФ, 41, 222, 1971.
- [6] Р. Кольер, К. Беркхарт, Л. Лин. Оптическая голография. «Мир», М., 1973.
- [7] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1973.
- [8] Дж. Гудмен. Введение в Фурье-оптику. «Мир», М., 1970.
- [9] К. Престон. Когерентные оптические вычислительные машины. «Мир», М., 1974.
- [10] К. Г. Предко, В. Г. Синченко. ДАН БССР, 28, 712, 1978.
- [11] T. Asakura. Nouv. Rev. d'Optique. appl., 5, 169, 1974.

Поступило в Редакцию 9 октября 1978 г.