

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИСКАЖЕННЫХ СМАЗОМ
ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ НЕИЗВЕСТНОЙ ВЕЛИЧИНЕ СМАЗА

Н. П. Морозова и М. М. Ривин

Работа посвящена обработке изображений с целью улучшения их качества. Рассмотрен класс пространственно-инвариантных искажений, к которому могут быть отнесены искажения изображений, обусловленные условиями съемки: сдвиг, дефокусировка, конечность поля зрения канала съемки. Получен алгоритм восстановления изображений в форме ряда по производным дельта-функций, выполняющий обработку в пространстве изображений. Разработана методика обработки по данному алгоритму при отсутствии априорных данных о величине смаза изображения. Обработка изображений выполнена на комплексе цифровой обработки. Приведены примеры изображений, восстановленных по алгоритму обратной фильтрации как при известной, так и при неизвестной величине смаза.

Смазанные изображения получают при использовании для регистрации фоторегистрирующих и оптико-электронных сканирующих систем.

Смаз изображений в фоторегистрирующих системах является следствием «сдвига», который возникает при смещении оптического изображения по фотослою за время экспозиции, либо следствием «расфокусировки» из-за смещения плоскости регистрации относительно плоскости изображения. Изображения, полученные на оптико-электронных сканирующих системах, имеют «апертурные» искажения из-за «конечности» полей зрения блоков «записи» и «считывания». Системы фоторегистрации и оптико-электронные сканирующие системы с некоторым приближением можно отнести к классу линейных и пространственно-инвариантных систем [1].

Получение изображений в таких системах описывается уравнением

$$i(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} O(x', y') s(x - x', y - y') dx' dy', \quad (1)$$

где $O(x, y)$ — интенсивность излучения в плоскости объекта, $i(x, y)$ — интенсивность в плоскости изображения, $s(x, x', y, y')$ — импульсная характеристика регистрирующей системы.

Форма записи уравнения (1) зависит от вида смаза. Так, при сдвиге изображения по фотослою за время его регистрации уравнение (1) может быть переписано в виде

$$i(x, y) = \int_{x-a}^{x+a} O(x', y') s(x - x') dx', \quad (2)$$

где $2a$ — смещение изображения за время экспозиции при его перемещении по фотослою вдоль оси x и $s(x - x')$ — импульсная реакция регистрирующей системы.

Получение смазанных изображений из-за расфокусировки описывается следующим уравнением:

$$i(x, y) = \int_{x-a}^{x+a} \int_{y-a}^{y+a} O(x', y') s(x-x', y-y') dx' dy', \quad (3)$$

где $s(x, x', y, y')$ — импульсная характеристика системы в виде кружка рассеяния радиуса a , размеры которого определяются величиной смещения плоскости регистрации относительно фокальной плоскости, формой и размерами апертуры системы.

Смаз изображений в оптико-электронных сканирующих системах обусловлен конечными размерами апертур приемника излучения в блоке считывания и записывающего луча в блоке записи. Для упрощения формы записи уравнения (1) рассматривались лишь искажения, вносимые блоком считывания. При этом процесс получения изображений в сканирующей системе может быть описан в виде зависимости выходного электрического сигнала блока считывания от импульсной характеристики системы

$$u(t) = \int_{vt-a}^{vt+a} O(x') s(x' - vt) dx', \quad (4)$$

где v — скорость сканирования, $s(x' - vt)$ — импульсная характеристика приемника излучения в форме площадки с линейными размерами $2a$.

В результате регистрации на фотопленке получается позитив, пропускание которого $t(x, y)$ пропорционально величине интенсивности, согласно уравнениям (2), (3), или величине электрического сигнала, согласно уравнению (4),

$$\left. \begin{aligned} t(x, y) &= ki(x, y), \\ t(x) &= ku(t), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Задача восстановления изображений состоит в обработке полученных позитивов для устранения смаза. При этом процесс обработки изображений также описывается уравнением вида (1), а $s(x, x', y, y')$ является импульсной характеристикой системы обработки. Она может выбираться различными способами, среди которых наиболее распространенными являются способ «обратного фильтра» и способ «оптимального фильтра».

Уравнения, описывающие пространственно-инвариантные искажения смаза при сдвиге (2), расфокусировке (3) и из-за апертурных искажений (4), являются интегральными уравнениями Вольтерра первого рода с ядром в виде импульсной характеристики искажающей системы.

Для наглядности рассмотрим простейший случай смаза и по возможности упростим выражение, описывающее импульсную характеристику искажающей системы. Так, при смазе за счет сдвига считаем движение равномерным и затвор фотоаппарата мгновенно действующим [2]. При описании расфокусированной оптической системы принимаем, что система может быть описана одномерной импульсной характеристикой и лишена aberrаций. Искажения в оптико-электронных сканирующих системах рассматриваем при равномерном распределении чувствительности по площадке фотоприемника. При принятых ограничениях импульсные характеристики могут быть представлены в виде

$$s(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq a, \\ 0 & |x| > a \end{cases} \quad (6)$$

и соответственно передаточные характеристики в виде

$$m(\omega) = 2a \frac{\sin \omega a}{\omega a}. \quad (7)$$

Для восстановления смазанных изображений способом обратной фильтрации система обработки должна иметь передаточную характеристику, обратную передаточной характеристике искажающей системы, и соответственно импульсную характеристику вида

$$s_1(x) = \frac{1}{2a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\omega a \cos \omega x}{\sin \omega a} d\omega. \quad (8)$$

Используя разложение $\operatorname{cosec} \omega a$ на простейшие дроби

$$\operatorname{cosec} \omega a = \frac{1}{\omega a} + 2\omega a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\omega a)^2 - (n\pi)^2}, \quad (9)$$

можно получить решение (8) в аналитическом виде

$$s_1(x) = -\frac{1}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n\pi \sin \frac{x}{a} n\pi. \quad (10)$$

Применяя разложение периодической производной обобщенной функции в тригонометрический ряд

$$\delta'_{2\pi}(x - \pi) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\pi} (-1)^n \sin nx, \quad (11)$$

можно представить сумму ряда (10) в виде

$$s_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta' [x - (2n+1)a], \quad (12)$$

где $\delta'(x)$ — производная одиночной дельта-функции из ряда, соответствующего периодической производной дельта-функции

$$\delta'_{2\pi}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta'(x + 2\pi n). \quad (13)$$

Восстановленное изображение $i_1(x)$ описывается интегралом «свертки» обрабатываемого изображения $t(x')$ с импульсной характеристикой системы обработки $s_1(x)$

$$i_1(x) = \int_x^{x-B} t(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta' [x' - x + (2n+1)a] dx', \quad (14)$$

где B — размер изображения вдоль строки.

Используя фильтрующее свойство дельта-функции, из (14) получаем алгоритм обработки для восстановления испорченного смазом изображения

$$i_1(x) = \sum_{n=0}^N t' [x - (2n+1)a]. \quad (15)$$

Таким образом, значения интенсивности каждой точки восстановленного изображения выражаются в виде суммы значений производных, вычисленных в сопряженной точке смазанного изображения и в точках, отстоящих от нее на расстояниях $2a, 4a, \dots$ и т. д. до края изображения. Использование аппарата обобщенных функций позволило получить алгоритм обработки непосредственно в форме импульсной характеристики, что дает возможность применять его при обработке изображений как на ЭВМ, так и в оптических системах обработки.

На рис. 1 приведены примеры восстановления смазанных изображений следующих объектов: телевизионной таблицы, зашумленной миры, женского лица и мужского лица. Обработка фотоснимков проводилась на комплексе цифровой обработки изображений, состоящем из устройства ввода—вывода изображений типа «Паллада» и ЭЦВМ БЭСМ-4.

Исходное изображение вводилось в ЭЦВМ в виде матрицы из 120 строк с 300 элементами в каждой строке. Оптическая плотность каждого элемента кодировалась целыми числами от 0 до 256. Шкала квантования равномерная в диапазоне плотностей от 0 до $2D$.

Смазанное изображение формировалось на ЭЦВМ: смаз телевизионной таблицы и зашумленной мира проводился по 40 элементам изображения, а смаз женского и мужского лица по 40 и 20 элементам. На рис. 1 слева приведены смазанные объекты, а справа — восстановленные.

Восстановление изображений проводилось по формуле (15) при известной величине смаза — $2a$, соответствующего 40 и 20 элементам изоб-



Рис. 1. Восстановление смазанных изображений при известной величине смаза. а — телевизионная таблица, б — зашумленная мира, в — мужское лицо, г — женское лицо.

ражения. Восстановленные изображения отличаются от исходных возросшим уровнем шума из-за действия обратного фильтра.

Выше был рассмотрен способ исправления изображений при известной величине смаза, однако при обработке смазанных изображений обычно параметр смаза неизвестен и его нужно определить в процессе обработки,

Возможность определения величины смаза на обрабатываемом изображении при восстановлении по алгоритму обработки в форме импульсной характеристики следует непосредственно из математического описания процесса восстановления.

Полученное в результате обработки восстановленное изображение можно представить как результат воздействия на исходное изображение импульсной функции, которая выражается в виде «свертки» импульсных функций регистрирующей и обрабатывающей систем

$$s_0(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(x) s_1(y-x) dx. \quad (16)$$

Импульсная функция регистрирующей системы $s(x)$ является прямоугольной функцией (6), а импульсная функция обрабатывающей системы $s_1(x)$ — периодической производной обобщенной функции (12). Для случая обработки смазанных изображений при неизвестном размере смаза примем, что величина смаза равна $2a$, а восстановление выполняется фильтром, рассчитанным на величину смаза, $2b$. Результирующая импульсная функция при этом выражается в виде

$$s_0(y) = \int_{-a}^{+a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[y - x + (2n + 1)b]. \quad (17)$$

Выражение (17) может быть преобразовано в

$$s_0(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[x + a - (2n + 1)b] - \delta[x - a - (2n + 1)b], \quad (18)$$

т. е. результирующая импульсная функция может быть представлена в виде разности двух периодических дельта-функций, период которых зависит от размеров смаза и параметра восстанавливающего фильтра.

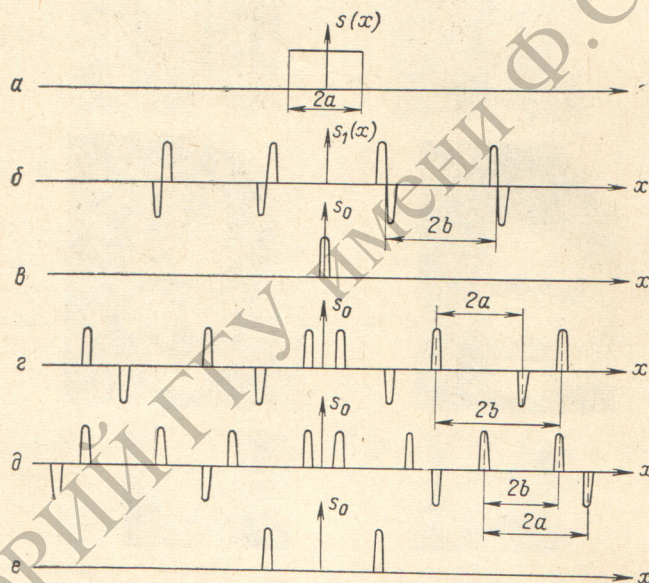


Рис. 2. Графическое построение результирующей импульсной функции.

a — импульсная характеристика регистрирующей системы, b — импульсная характеристика обрабатывающей системы, $в$ — результирующая импульсная функция s_0 при $a=b$, $г$ — результирующая импульсная функция s_0 при $a < b$, $д$ — результирующая импульсная функция s_0 при $a > b$, $е$ — результирующая импульсная функция s_0 при $a=2b$.

Графический вид результирующих импульсных функций, вычисленных по формуле (18) для разных случаев соотношения между параметрами фильтра и смаза, приведен на рис. 2; $в$ — величина смаза равна периоду фильтра обработки ($a=b$), $г$ — величина смаза меньше периода фильтра ($a < b$), $д$ — величина смаза больше периода фильтра ($a > b$), $е$ — величина смаза кратна периоду фильтра ($a=2b$).

Если фильтр обработки согласован с величиной смаза, то результирующая импульсная функция имеет вид дельта-функции, и в этом случае обработанное изображение не отличается от исходного.

В случаях, когда $a > b$ и $a < b$, результирующая импульсная функция представляется в виде положительной и отрицательной последовательностей дельта-функций.

Пример обработки смазанного изображения фильтром при различных соотношениях между параметрами фильтра и смаза приведен на рис. 3. При этом смаз изображения выполнялся по его 40 элементам, а обработка

выполнялась обратным фильтром, рассчитанным на величину смаза по 46, 41, 38, 32 и 20 элементам.

Обработка смазанного изображения обратным фильтром в этом случае дает восстановление в изображении потерянного при смазе разрешения, но на изображении появляются периодически повторяющиеся полосы, а в некоторых случаях происходит повторение исходного сюжета изображения кратное число раз. Характер такого рода помех, возникающих при обработке, можно объяснить видом результирующих импульсных функций, изображенных на рис. 2. Во всех случаях восстановления на изображении сначала действует одна положительная дельта-функция, т. е. на первом участке восстановления происходит восстановление изображения без искажений.

Для случая, когда величина смаза меньше периода восстанавливающего фильтра ($a < b$) (рис. 2, *г*), величина первого участка равна $2a$. Затем, в случае $a < b$ на изображение начинает действовать отрицательная дельта-функция, что означает, что в каждой точке этого участка

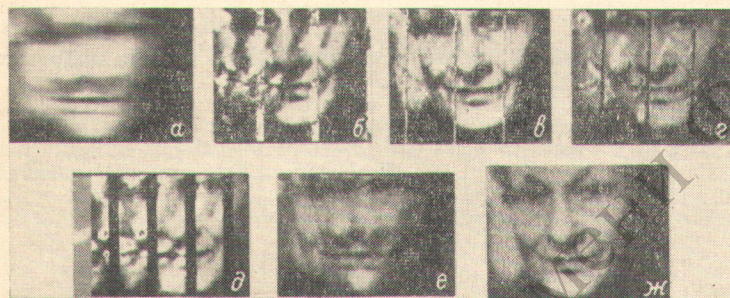


Рис. 3. Восстановление смазанных изображений при неизвестной величине смаза.

а — смаз при $a=40$, *б* — обработка при $b=46$, *в* — обработка при $b=41$, *г* — обработка при $b=38$, *д* — обработка при $b=32$, *е* — обработка при $b=20$, *ж* — обработка при $b=40$ (полное восстановление).

происходит взаимное уничтожение элементов изображения. На соответствующем месте восстановленной картинке появляется светлая полоса. Далее с появлением третьей по счету дельта-функции начинается третий участок восстановления, на котором вновь происходит восстановление без искажений. Описанный цикл периодически повторяется на протяжении размера изображения, что и объясняет появление на изображении периодически повторяющихся светлых полос (рис. 3, *б*, *в*).

В случае, когда величина смаза больше периода восстанавливающего фильтра ($a > b$) (рис. 2, *д*), после первого восстановленного участка изображения следует второй, на котором на каждый элемент изображения воздействуют две положительные дельта-функции; плотность каждого элемента изображения вследствие этого удваивается, что соответствует появлению темной полосы на обработанном изображении. На третьем участке восстановления наряду с двумя положительными появляется еще отрицательная дельта-функция и, следовательно, на этом участке обработки вновь получается полностью восстановленное изображение. В этом случае на изображении появляются периодически повторяющиеся черные полосы (рис. 3, *г*, *д*).

В случае, когда период восстанавливающего фильтра в кратное число раз меньше величины смаза, результирующая импульсная функция выражается в виде конечной положительной последовательности дельта-функций, число которых соответствует «кратности» фильтра. В соответствии с этим и на обработанном изображении получается восстановление со смещенным относительно друг друга и с «кратным» повторением исходного сюжета. На графике рис. 2, *е* приведена результирующая импульсная функция, когда при смазе по 40 элементам восстановление выпол-

нено фильтром с 20-элементным параметром, а получающееся при этом двойное изображение приведено на рис. 3, *e*.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что по изображению, полученному после первого этапа обработки, может быть определена величина смаза: в случае $b > a$ размер светлых полос составляет $2b - 2a$; в случае $b < a$ и при условии, что $b > a/2$ размер темных полос составляет $2a - 2b$.

В том же случае, когда $b \leq a/2$, обработанное изображение искажается не только полосами, но и повторами исходного изображения, и о величине параметра фильтра приходится судить по размеру темных полос и характеру самого изображения.

Таким образом, обработка изображения при неизвестной величине смаза проводится в два этапа: на первом этапе определяется величина смаза, а следующий этап состоит в обработке исходного смазанного изображения по алгоритму обратного фильтра, рассчитанному на определенную в первом этапе обработки величину смаза (рис. 3, *ж*).

Литература

- [1] М. М. Сондхи. В сб.: Обработка изображений при помощи цифровых вычислительных машин. «Мир», М., 1973.
- [2] Д. С. Лебедев, О. П. Милюкова, А. В. Трушкин. В сб.: Голография и обработка информации. «Наука», Л., 1976.

Поступило в Редакцию 26 декабря 1977 г.