

О ВЛИЯНИИ СТЕПЕНИ КОГЕРЕНТНОСТИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА ИНФОРМАТИВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Ю. И. Копилевич и В. В. Фролов

Рассмотрено применение частично когерентных световых пучков в широком классе оптических приборов с фотоэлектрической регистрацией, используемых для исследования турбулентных потоков. Получена связь статистических характеристик снимаемого с прибора сигнала с энергетическим спектром оптических неоднородностей в среде. В качестве примера приведены результаты расчетов для теневых приборов различных типов; исследовано влияние размера области когерентности светового пучка на чувствительность и пространственное разрешение.

В работах [1, 2] проведено теоретическое рассмотрение оптических приборов с когерентным световым пучком, применяемых для исследования турбулентности. Ограниченность области пространственной когерентности реальных источников света затрудняет практическое использование результатов этих исследований. В настоящей работе выяснен характер

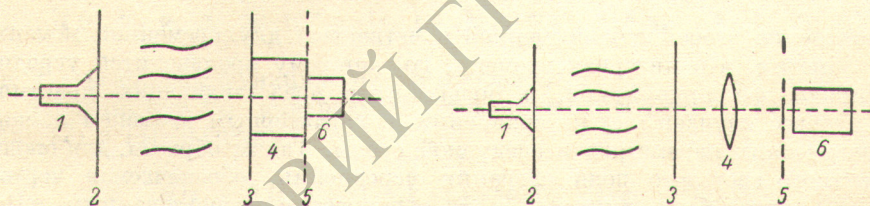


Рис. 1.

Рис. 2.

влияния конечности области когерентности светового пучка на информативные возможности широкого класса оптических приборов с фотоэлектрической регистрацией.

Общая схема рассматриваемых оптических устройств [1] приведена на рис. 1. Частично когерентный световой пучок от осветителя 1 проходит слой исследуемой среды толщиной L между плоскостями 2 и 3 и попадает на вход оптической системы 4. Преобразованное системой световое поле поступает на фотоприемник 6 через его апертуру, расположенную в плоскости 5. Предполагается, что исследуемая среда движется относительно прибора с упорядоченной скоростью, направленной перпендикулярно оптической оси прибора. В дальнейшем под «сигналом прибора» понимается усредненная по промежутку времени, необходимому для регистрации, интенсивность света, падающего на фотоприемник.

Введем декартовы координаты x, y, z так, чтобы ось x была направлена вдоль оси распространения света; плоскости 2 соответствует $x=0$, плоскости 3 — $x=L$. Пусть связь оптического поля $u(L, \rho, t)$, $\rho = (y, z)$

на плоскости \mathcal{Z} с полем $\tilde{u}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ на плоскости \mathcal{B} для любого момента времени t имеет вид

$$\tilde{u}(\mathbf{x}, t) = \int d\rho \Pi(\rho, \mathbf{x}) u(L, \rho, t), \quad (1)$$

где $\Pi(\rho, \mathbf{x})$ — передаточная функция системы 4. Тогда величина сигнала прибора определяется выражением

$$I(t) = \int d\mathbf{x} \Sigma(\mathbf{x}) \iint d\rho_1 d\rho_2 \Pi(\rho_1, \mathbf{x}) \Pi^*(\rho_2, \mathbf{x}) \overline{u(L, \rho_1, t) u^*(L, \rho_2, t)}, \quad (2)$$

где $\Sigma(\mathbf{x})$ — функция пропускания по интенсивности апертуры фотоприемника. Горизонтальной чертой над функциями обозначено усреднение по времени, производимое фотоприемником. Корреляционная функция флуктуаций сигнала

$$B(t, t + \tau) \equiv \langle [I(t) - \langle I(t) \rangle] [I(t + \tau) - \langle I(t + \tau) \rangle] \rangle, \quad (3)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций случайной среды, с помощью (2) выражается через статистические моменты поля на плоскости \mathcal{Z} (рис. 1)

$$B(t, t + \tau) = \int d\mathbf{x}_1 \Sigma(\mathbf{x}_1) \int d\mathbf{x}_2 \Sigma(\mathbf{x}_2) \iiint d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 d\rho_4 \Pi(\rho_1, \mathbf{x}_1) \times \\ \times \Pi^*(\rho_2, \mathbf{x}_1) \Pi(\rho_3, \mathbf{x}_2) \Pi^*(\rho_4, \mathbf{x}_2) \hat{\gamma}_4(L; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t + \tau), \quad (4)$$

где

$$\hat{\gamma}_4(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t + \tau) \equiv \gamma_4(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t + \tau) - \\ - \gamma_2(x; \rho_1, \rho_2, t) \gamma_2(x; \rho_3, \rho_4; t + \tau) \quad (5)$$

четвертый двухвременной центрированный момент поля u на плоскости x , а

$$\gamma_2(x; \rho_1, \rho_2; t) \equiv \langle u(x, \rho_1; t) u^*(x, \rho_2; t) \rangle \quad (6)$$

и

$$\gamma_4(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t + \tau) \equiv \\ \equiv \langle u(x, \rho_1; t) u^*(x, \rho_2; t) u(x, \rho_3, t + \tau) u^*(x, \rho_4; t + \tau) \rangle \quad (7)$$

соответственно второй одновременной и четвертый двухвременной моменты поля. Заметим, что интервал времени, по которому производится усреднение сигнала фотоприемником, в большинстве представляющих практический интерес случаев мал по сравнению с характерным временем изменения оптических параметров исследуемой среды. Таким образом, для вполне когерентного светового поля операция усреднения, обозначаемая чертой, в (5)–(7) может быть опущена, и $\hat{\gamma}_4$ совпадает с использованным в [1, 2] моментом $\hat{\Gamma}$.

Будем считать случайное поле флуктуаций диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon'(x, \rho, t)$ гауссовским, дельтакоррелированным по x , статистически однородным, стационарным и подчиняющимся гипотезе «замороженности» Тэйлора [3]

$$\langle \varepsilon'(x, \rho, t) \rangle = 0,$$

$$\langle \varepsilon'(x, \rho, t) \varepsilon'(x_1, \rho_1, t + \tau) \rangle = \langle \varepsilon'(x, \rho, t) \varepsilon'(x_1, \rho_1 - v\tau, t) \rangle = \\ = \delta(x - x_1) A(\rho - \rho_1 + v\tau),$$

$$A(\rho) = 2\pi \int d\eta \Phi_\varepsilon(\eta) e^{i\eta\rho},$$

где $\Phi_\varepsilon(\eta)$ — трехмерная спектральная плотность флуктуаций ε от двумерного аргумента η . Как известно [4, 5], в рассматриваемом приближении марковского процесса второй одновременной момент поля (6) описывается уравнением

$$\left. \begin{aligned} 2ik \frac{\partial \gamma_2(x; \rho_1, \rho_2; t)}{\partial x} + (\Delta_1 - \Delta_2) \gamma_2 + \frac{i\pi k^3}{2} H(\rho_1 - \rho_2) \gamma_2 = 0, \\ \gamma_2(0; \rho_1, \rho_2; t) = \overline{u(0, \rho_1, t) u^*(0, \rho_2, t)}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $H(\rho) = (1/\pi)[A(0) - A(\rho)]$, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, а двумерный лапласиан Δ_i соответствует вектору ρ_i . Для входящего в (5) четвертого двухвременного момента (7) вполне аналогично [4] может быть получено уравнение

$$2ik \frac{\partial \gamma_4(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau)}{\partial x} + (\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_4) \gamma_4 + \frac{i\pi k^3}{2} F(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; \tau) \gamma_4 = 0, \quad (9)$$

$$\gamma_4(0; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau) = \overline{u(0, \rho_1, t) u^*(0, \rho_2, t) u(0, \rho_3, t+\tau) u^*(0, \rho_4, t+\tau)},$$

где

$$F(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; \tau) = H(\rho_1 - \rho_2) + H(\rho_3 - \rho_4) + H(\rho_1 - \rho_4 + v\tau) + \\ + H(\rho_3 - \rho_2 - v\tau) - H(\rho_3 - \rho_1 - v\tau) - H(\rho_4 - \rho_2 - v\tau).$$

В первом порядке теории возмущений по величине структурной постоянной C_e^2 флуктуаций диэлектрической проницаемости, входящей сомножителем в спектр Φ_e и, следовательно, в $H(\rho)$ для функции

$$\hat{\gamma}_4^+(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau) = \frac{1}{2} [\hat{\gamma}_4(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau) + \\ + \hat{\gamma}_4(x; \rho_3, \rho_4, \rho_1, \rho_2; t, t+\tau)] \quad (10)$$

из (8), (9) имеем уравнение

$$2ik \frac{\partial \hat{\gamma}_4^+(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau)}{\partial x} + (\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_4) \hat{\gamma}_4^+ + i\pi^2 k^3 \gamma_2^0(x; \rho_1, \rho_2) \times \\ \times \gamma_2^0(x; \rho_3, \rho_4) \int d\eta \Phi_e(\eta) \cos(\eta v \tau) [\cos(\eta \rho_3 - \eta \rho_1) + \cos(\eta \rho_4 - \eta \rho_2) - \\ - \cos(\eta \rho_4 - \eta \rho_1) - \cos(\eta \rho_3 - \eta \rho_2)] = 0, \quad (11)$$

$$\hat{\gamma}_4^+(0; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau) = 0,$$

где γ_2^0 — решение задачи (8) при $H \equiv 0$. При выводе (11) использована четность функции $\Phi_e(\eta)$. Решение задачи (11) может быть представлено в виде

$$\hat{\gamma}_4^+(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t+\tau) = \int d\eta \Phi_e(\eta) \cos(\eta v \tau) f(\eta; x, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4), \quad (12)$$

где f — некоторая функция, не зависящая от τ .

Заметим, что (4) инвариантно относительно замены $\hat{\gamma}_4$ на $\hat{\gamma}_4^+$; подставляя (12) в (4), получим

$$B(\tau) \equiv B(t, t+\tau) = \int_0^\infty d\eta \int_0^{2\pi} d\theta \Phi_e(\eta) \cos(\eta v \tau) P[\eta, \theta], \quad (13)$$

где

$$P[\eta, \theta] \equiv P(\eta) = \eta \int dx_1 \Sigma(x_1) \int dx_2 \Sigma(x_2) \iiint d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 d\rho_4 \Pi(\rho_1, x_1) \times \\ \times \Pi^*(\rho_2, x_1) \Pi(\rho_3, x_2) \Pi^*(\rho_4, x_2) f(\eta; L, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4),$$

θ — угол между векторами η и v .

Формула (13) является обобщением аналогичного выражения, полученного в [2], для частично-когерентных световых пучков. Для статистически изотропной турбулентности ($\Phi_e(\eta) \equiv \Phi_e(\eta)$) из (13) получается выражение для частотного спектра сигнала [2]

$$S(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty d\tau B(\tau) e^{i v \tau} = \\ = \frac{1}{v} \int_{\frac{|v|}{v}}^\infty \Phi_e(\eta) \frac{P\left[\eta, \arccos\left(-\frac{v}{\eta v}\right)\right] + P\left[\eta, -\arccos\left(-\frac{v}{\eta v}\right)\right]}{\sqrt{\eta^2 - \frac{v^2}{v^2}}} d\eta. \quad (14)$$

Интегральное преобразование типа Абеля (14) допускает обращение, т. е. восстановление спектра турбулентности Φ_s по временному спектру сигнала S . В частном случае осесимметричной оптической системы $P[\eta, \theta]$ не зависит от угла θ ($P(\eta) \equiv P(\eta)$) и формулы (13), (14) преобразуются к виду интегральных уравнений Ханкеля нулевого порядка и Абеля соответственно

$$B(\tau) = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi_s(\eta) P(\eta) J_0(\eta v \tau) d\eta,$$

$$S(v) = \frac{2}{v} \int_{\frac{|v|}{v}}^{\infty} \Phi_s(\eta) P(\eta) \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2 - v^2}}} d\eta,$$

где $J_0(z)$ — функция Бесселя нулевого индекса, формулы обращения для которых хорошо известны.

Будем рассматривать частично-когерентный световой пучок, поле которого на плоскости 2 (рис. 1) имеет вид [5]

$$u(0, \rho, t) = U(\rho) \exp[i\varphi(\rho, t)]. \quad (15)$$

Здесь $U(\rho)$ — некоторое регулярное комплексное поле, а $\varphi(\rho, t)$ — случайная фаза, предполагаемая статистически стационарной гауссовской функцией со средним значением, равным нулю. Так как интервал времени, по которому производится усреднение сигнала фотоприемником, велик по сравнению с характерным временем изменения функции φ (определяющимся длительностью свечения индивидуального атома источника), в предположении эргодичности можно заменить операцию усреднения по времени усреднением по ансамблю реализаций случайного поля φ [6]. Тогда из (15) и (8) имеем

$$\begin{aligned} \gamma_2(0, \rho_1, \rho_2; t) &= U(\rho_1) U^*(\rho_2) \overline{\exp[i\varphi(\rho_1, t) - i\varphi(\rho_2, t)]} = \\ &= U(\rho_1) U^*(\rho_2) \exp\left\{-\frac{1}{2} \overline{[\varphi(\rho_1, t) - \varphi(\rho_2, t)]^2}\right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

В дальнейшем полагаем

$$U(\rho) = u_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a^2}\right), \quad (17)$$

что соответствует коллимированному гауссовскому пучку с эффективным начальным радиусом a . Будем использовать квадратичную аппроксимацию для структурной функции фазы [5]

$$\overline{[\varphi(\rho_1, t) - \varphi(\rho_2, t)]^2} = \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{2a_k^2}, \quad (18)$$

где a_k — исходный радиус когерентности светового пучка на плоскости 2 (рис. 1). Таким образом,

$$\gamma_2(0; \rho_1, \rho_2, t) = |u_0|^2 \exp\left[-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{2a^2} - \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{2a_k^2}\right]. \quad (19)$$

Заметим, что (19) может являться, например, моделью для функции когерентности светового пучка, создаваемого собирающей линзой, в фокальной плоскости которой расположен тепловой источник в виде круга. При этом в (19) следует положить $a = R$ и $a_k = \sqrt{2} F/kd$, где d — радиус источника, R — радиус и F — фокусное расстояние линзы.

Уравнение (11) может быть решено, например, с помощью преобразования Фурье по координатам $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$. Для функции

$$\begin{aligned} &\hat{\gamma}_4^+(x; x_1, x_2, x_3, x_4; t, t + \tau) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \iiint \int d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3 d\rho_4 \exp(i x_1 \rho_1 - i x_2 \rho_2 + i x_3 \rho_3 - i x_4 \rho_4) \hat{\gamma}_4^+(x; \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4; t, t + \tau) \end{aligned} \quad (20)$$

получается выражение

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_4^+(x; \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4; t, t + \tau) = & \frac{\pi k^2}{2} \tilde{\gamma}_4^0(x; \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4) \int_0^x dx' \int d\eta \Phi_\varepsilon(\eta) \times \\ & \times \exp\left[-\eta^2 \frac{a_1^2 + a^2}{2}\right] \cos(\eta \nu \tau) \left\{ \exp\left[-\kappa_1 \eta \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z(x') - \kappa_4 \eta \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z^*(x') - \right. \right. \\ & \left. \left. - \eta(\kappa_2 + \kappa_3) \frac{a_1^2 - a^2}{2}\right] + \exp\left[-\kappa_3 \eta \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z(x') - \kappa_2 \eta \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z^*(x') - \eta(\kappa_4 + \kappa_1) \frac{a_1^2 - a^2}{2}\right] - \right. \\ & \left. - \exp\left(-i\eta^2 \frac{x'}{k}\right) \operatorname{ch}\left[(\kappa_1 - \kappa_3) \eta \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z(x') - \eta(\kappa_4 - \kappa_2) \frac{a_1^2 - a^2}{2}\right] - \right. \\ & \left. - \exp\left(i\eta^2 \frac{x'}{k}\right) \operatorname{ch}\left[(\kappa_4 - \kappa_2) \eta \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z^*(x') - \eta(\kappa_1 - \kappa_3) \frac{a_1^2 - a^2}{2}\right] \right\}, \quad (21) \end{aligned}$$

в котором

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_4^0(x; \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4) = & |u_0|^4 a^4 a_1^4 \exp\left\{-\frac{\kappa_1^2 + \kappa_3^2}{2} \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z(x) - \right. \\ & \left. - \frac{\kappa_2^2 + \kappa_4^2}{2} \frac{a_1^2 + a^2}{2} Z^*(x) - (\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_3 \kappa_4) \frac{a_1^2 - a^2}{2}\right\}, \\ Z(x) \equiv & 1 + i \frac{2x}{k(a_1^2 + a^2)}, \quad \frac{1}{a_1^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a_k^2}. \end{aligned}$$

В качестве примера применения полученных соотношений вычислим статистические характеристики сигнала теневого прибора с фотоэлектрической регистрацией [7], схема которого изображена на рис. 2. Основные элементы здесь обозначены так же, как на рис. 1. Роль оптической системы, преобразующей рассеянный исследуемой средой свет, выполняет линза 4, в фокальной плоскости которой расположена теневая диафрагма с функцией пропускания по интенсивности $\Sigma(\kappa)$. Нетрудно показать, что передаточная функция рассматриваемой системы с точностью до несущественного множителя, равного по модулю единице, есть [2]

$$\Pi(\rho, \kappa) = \frac{1}{2\pi} e^{i\kappa\rho}, \quad (22)$$

где координаты κ в плоскости 5 связаны с координатами ρ соотношением $\kappa = (k/F)\rho$ (F — фокусное расстояние линзы 4). Подставив (22) в (4), с учетом (10) и (20) получим

$$B(\tau) = \int d\kappa_1 \Sigma(\kappa_1) \int d\kappa_2 \Sigma(\kappa_2) \tilde{\gamma}_4^+(L; \kappa_1, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_2; t, t + \tau). \quad (23)$$

Световой пучок будем предполагать гауссовским с функцией когерентности (19). Подстановка в (23) полученного для этого случая выражения (21) приводит к формуле (13) с весовой функцией

$$P(\eta) = E^2 \frac{k^2 a_1^4 \eta}{2\pi} e^{-\eta^2 \frac{a^2 + a_1^2}{2}} \int_0^L dp |\Psi(\eta, p) - \Psi^*(-\eta, p)|^2, \quad (24)$$

где

$$\Psi(\eta, p) = e^{-i\eta^2 \frac{p}{2k}} \int d\kappa \Sigma(\kappa) \exp\left[-\kappa^2 a_1^2 - \kappa \eta a_1^2 \left(1 + i \frac{p}{k a_1^2}\right)\right]$$

и $E = \pi |u_0|^2 a^2$ — поток световой энергии через поперечное сечение пучка. Заметим, что a_1^{-1} совпадает с эффективным радиусом светового пятна в теневой плоскости (в координатах κ) при отсутствии неоднородностей в исследуемом объеме.

Для случая гауссовской теневой диафрагмы [7]

$$\Sigma(\kappa) = 1 - e^{-\kappa^2 b^2}$$

с эффективным радиусом b^{-1} при выполнении условий

$$\left(\frac{L}{kl_0^2}\right)^2 \ll 1, \quad \left(\frac{L}{ka l_0}\right)^2 \ll 1, \quad (25)$$

где l_0 — размер наименьших оптических неоднородностей в среде (внутренний масштаб турбулентности), (24) можно привести к виду

$$P(\eta) \equiv P(\eta) = \frac{\pi^2}{3} E^2 L^3 \eta^5 \frac{\left(\frac{b}{a_1}\right)^4}{\left[1 + \frac{b^2}{a_1^2}\right]^4} \exp \left\{ -\frac{a^2 \eta^2}{2} \left[1 + \frac{a_1^2}{a^2} \frac{\left(\frac{b}{a_1}\right)^2}{1 + \frac{b^2}{a_1^2}} \right] \right\}. \quad (26)$$

В случае изотропной турбулентности для корреляционной функции $B(\tau)$ и спектра $S(\nu)$ сигнала прибора справедливы выражения (15) с $P(\eta)$ из (26). Мерой пространственного разрешения прибора является величина η_*

$$\eta_* = \frac{\sqrt{5} \sqrt{1 + \frac{b^2}{a_1^2}}}{a \sqrt{1 + \frac{b^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2}}},$$

для которой

$$P(\eta_*) = \max_{\eta} P(\eta) = 25 \sqrt{5} \exp \left(-\frac{5}{2} \right) \frac{\left(\frac{b}{a_1}\right)^4}{\left(1 + \frac{b^2}{a_1^2}\right)^{5/2} \left(1 + \frac{b^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)^{5/2}}.$$

Действительно, при $\eta > \eta_*$ функция $P(\eta)$ быстро убывает, что указывает на нечувствительность прибора к неоднородностям, пространственные частоты которых велики по сравнению с η_* .

В дальнейшем рассматриваем «оптимальную» теньевую диафрагму, для которой $b = b_0$, где b_0 — точка максимума $P(\eta_*)$ как функции параметра b

$$b_0 = a_1 \left(1 + \frac{a_1^2}{a^2}\right)^{-1/4} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{8a^2} \left(1 + \frac{a_1^2}{a^2}\right)^{-1/2}}.$$

В случае полностью когерентного пучка ($a_k = \infty$) $b_0 = 0.8a$, а при уменьшении радиуса когерентности ($a_k \rightarrow 0$) b_0 асимптотически приближается к a_k .

На рис. 3 приведены графики безразмерной функции $\hat{P} = P(\eta) \frac{3a^5}{\pi^2 E^3 L^3}$ от безразмерного параметра $a\eta$ при $b = b_0$ для различных радиусов когерентности пучка a_k (цифры у кривых соответствуют значениям величины a_k). При изменении a_k от ∞ до 0 $\hat{P}(a\eta)$ возрастает при всех значениях η (максимальное значение $\hat{P}(a\eta_*)$ возрастает от 0.11 до 0.29), что свидетельствует об улучшении чувствительности прибора. Кроме того, с уменьшением a_k улучшается и разрешающая способность (η_* возрастает от $1.9 a^{-1}$ до $2.2 a^{-1}$). Отметим, что реализовать на практике полученные максимальные значения чувствительности и разрешающей способности прибора с некогерентным световым пучком невозможно, так как при $a_k \rightarrow 0$ неограниченно увеличивается как размер теневой диафрагмы b_0^{-1} , так и эффективный радиус пучка a_1 на плоскости \mathcal{Z} , а следовательно, и диаметр объектива \mathcal{L} (рис. 2). Кроме того, незначительное ухудшение чувствительности и разрешающей способности, происходящее с ростом степени когерентности пучка (при неизменной величине мощности E), с лихвой искупается улучшением этих характеристик прибора за счет увеличения E при использовании современных источников когерентного света.

Существенно различается характер влияния степени когерентности светового пучка на чувствительность и разрешающую способность тене-

вого прибора с теневой диафрагмой в виде ножа Фуко [8], которому соответствует функция пропускания

$$\Sigma(x) = \begin{cases} 0 & x_1 < 0, \\ 1 & x_1 \geq 0, \end{cases} \quad x \equiv (x_1, x_2).$$

В этом случае из (24) при выполнении условий (25) имеем

$$P(\eta) = P[\eta, \theta] = \frac{\pi}{2} E^2 k^2 L \eta e^{-\frac{\eta^2 a^2}{2}} \operatorname{erf}^2\left(\frac{a_1 \eta \cos(\theta - \alpha)}{2}\right), \quad (27)$$

где $\operatorname{erf}(z)$ — функция ошибок, а α — угол между вектором v и перпендикуляром к кромке ножа. Для корреляционной функции и спектра сигнала

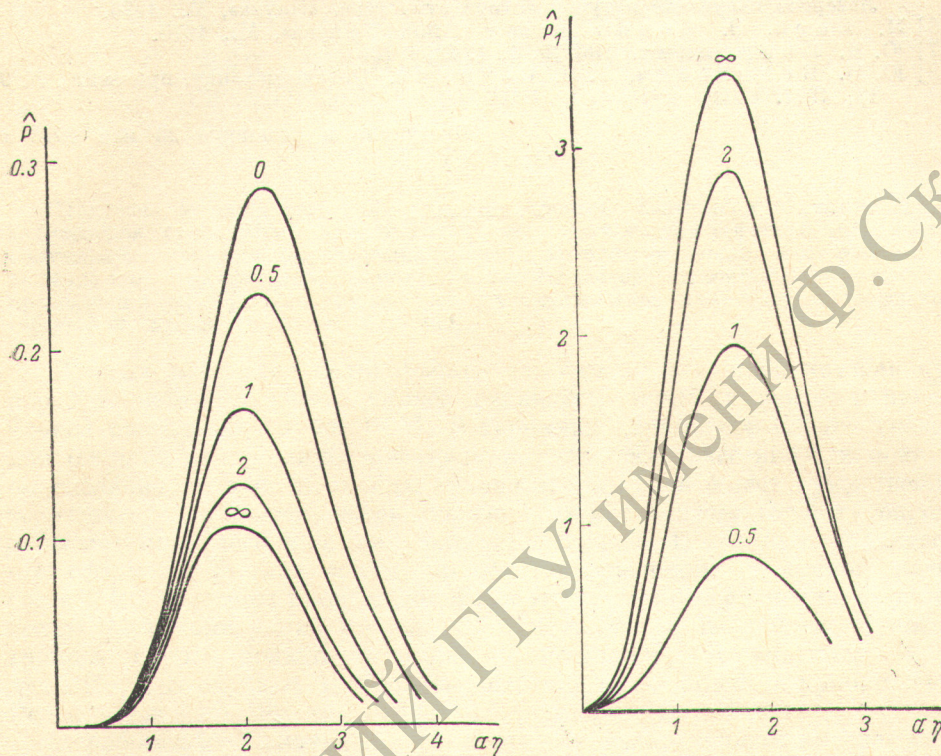


Рис. 3.

Рис. 4.

в случае изотропной турбулентности справедливы выражения (13) и (14) с $P[\eta, \theta]$ (27); дисперсия сигнала $D = B(0)$ имеет вид

$$D = \frac{\pi}{2} \frac{E^2 k^2 L}{a} \int_0^\infty d\eta \Phi_\varepsilon(\eta) \hat{P}_1(a\eta), \quad (28)$$

где

$$\hat{P}_1(a\eta) = a\eta e^{-\frac{\eta^2 a^2}{2}} \int_0^{2\pi} d\theta \operatorname{erf}^2\left(a\eta \frac{a_1 \cos \theta}{2a}\right).$$

На рис. 4 приведены графики безразмерной функции \hat{P}_1 от безразмерного параметра $a\eta$ при различных a_k (цифры у кривых соответствуют значениям величины a_k/a). Анализ этой функции показывает, что при изменении a_k от ∞ до 0 чувствительность и разрешающая способность прибора ухудшается. При этом точка максимума η_* функции \hat{P}_1 , характеризующая разрешающую способность, меняется незначительно (от $1.7 a^{-1}$ при $a_k = \infty$ до $1.6 a^{-1}$ при $a_k \rightarrow 0$), а максимальное значение $\hat{P}_1(a\eta_*)$ монотонно стремится к нулю.

Аналогичным образом изменяются в зависимости от степени когерентности пучка чувствительность и разрешающая способность теневого прибора с ножом Фуко, сдвинутым относительно оси прибора.

Авторы благодарны В. Н. Шантиловой за проведение численных расчетов.

Литература

- [1] Ю. И. Копилевич, Г. Б. Сочилин. *Опт. и спектр.*, 41, 136, 1976.
- [2] Ю. И. Копилевич, Г. Б. Сочилин. *Опт. и спектр.*, 43, 1138, 1977.
- [3] В. И. Татарский. *Распространение волн в турбулентной атмосфере.* «Наука», М., 1967.
- [4] В. И. Татарский. *ЖЭТФ*, 56, 2106, 1969.
- [5] А. С. Гурвич, А. И. Кон, В. Л. Миронов, С. С. Хмелевцов. *Лазерное излучение в турбулентной атмосфере.* «Наука», М., 1976.
- [6] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики.* «Наука», М., 1970.
- [7] Ю. И. Копилевич. *ПМТФ*, № 1, 73, 1978.
- [8] Ю. И. Копилевич, Г. Б. Сочилин. *Оптико-механич. промышл.*, № 9, 48, 1977.

Поступило в Редакцию 23 мая 1978 г.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ имени Ф. СКОРИНЫ