[2] Б. А. Бушук. Матер. Всес. конф. «Лазеры на основе сложных органических соединений», 94, Минск, 1975.
[3] А. Н. Рубинов, В. И. Томин, В. А. Живков. Опт. и спектр., *35*, 778, 1973.
[4] В. Л. Богданов, В. П. Клочков, Б. С. Непорент. Опт. и спектр., *37*, 375, 1974; *38*, 888, 1975.
[5] В. П. Клочков, В. Л. Богданов. В сб.: Спектроскопия фотопревращений в молекулах, 83. «Наука», Л., 1977.
[6] Б. С. Непорент. Изв. АН СССР, сер. физ., *36*, 929, 1972.
[7] B. Hudson, B. Kohler. Ann. Rev. Phys. Chem., *25*, 437, 1974.
[8] А. Н. Никитина, Н. А. Пономарева, Л. А. Яновская, В. А. Домбровский, В. Ф. Кучеров. Опт. и спектр., *40*, 251, 1976.
[9] В. П. Клочков, В. Л. Богданов, О. В. Столбова. Опт. и спектр., *45*, 1199, 1978.
[10] Б. С. Непорент. Опт. и спектр., *32*, 38, 670, 880, 1972; B. S. Neporent. Pure Appl. Chem., *37*, 111, 1974.
[11] М. Д. Галанин, З. А. Чижикова. Краткие сообщ. по физике, № 4, 35, 1971; Изв. АН СССР, сер. физ., *36*, 941, 1972.
[12] В. Л. Богданов, В. П. Клочков, Б. С. Непорент. Опт. и спектр., *43*, 1184, 1977; В. Л. Богданов, В. П. Клочков. Опт. и спектр., *44*, 707, 1978.

Поступило в Редакцию 23 марта 1978 г.

УДК 535.1

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОДЫ ГЛАУБЕРА

Б. А. Сотский

Известно [1], что корреляционные функции всех порядков когерентного в первом порядке поля факторизуются и многомодовый случай такого поля по статистике может быть всегда сведен к одномодовому, к моде Глаубера. Разумеется, эта мода не является монохроматической. Цель настоящей работы — установить характер статистической связи между монохроматическими компонентами, образующими в совокупности когерентное в первом порядке поле. Иными словами, найти вид функции $\mathcal{P}(\alpha_1, \ldots, \alpha_k, \ldots)$ в представлении когерентных состояний (в классическом случае P-функция будет представлять собой просто плотность функции совместного распределения случайных комплексных амплитуд α_k монохроматических компонент) и тем самым выяснить физический смысл моды Глаубера.

Пусть задано немонохроматическое случайное поле, когерентное в первом порядке. Положительно частотная часть его $E^{(+)}(x)$ выражается следующим образом:

$$E^{(+)}(x) = \sum_k a_k U_k(x), \tag{1}$$

где a_k — оператор уничтожения фотонов k-й моды, $U_k(x)$ — детерминированная модовая функция, $x = \{\mathbf{r}, t\}$. Поскольку поле когерентно в первом порядке, то [1]

$$\langle E^{(-)}(x_1) E^{(+)}(x_2)\rangle = \Phi^*(x_1)\,\Phi(x_2), \tag{2}$$

т. е. корреляционная функция факторизуется. Условие (2) выполняется тогда и только тогда, когда [2]

$$\langle a_k^+ a_l\rangle = Z_k^* Z_l \tag{3}$$

при любых k и l, при этом $\Phi(x) = \sum_k Z_k u_k(x)$.

Таким образом, статистика мод, образующих когерентное в первом порядке поле, должна быть такова, чтобы выполнялось условие факторизации по номерам мод.

Далее предположим, что оператор плотности обладает P-представлением [1] в когерентных состояниях. Тогда функция $\mathcal{P}(\alpha_1, \ldots)$ должна удовлетворять соотношениям

$$\int \mathcal{P}(\alpha)\, d^2\alpha = 1,$$

$$\int \mathcal{P}(\alpha)\, \alpha_k^* \alpha_l\, d^2\alpha = Z_k^* Z_l.$$

Первое представляет собой условие нормировки, второе — расшифровку условия (3), а вектором α обозначен полный набор переменных α_n. Комбинируя эти соотношения, можно получить следующее интегральное равенство, справедливое при любых k и l

$$\int \mathscr{P}(\alpha) \left| \frac{\alpha_k}{Z_k} - \frac{\alpha_l}{Z_l} \right|^2 d^2\alpha = 0. \tag{4}$$

Отсюда для $\mathscr{P}(\alpha) \geqslant 0$ следует аналогично [3]

$$\mathscr{P}(\alpha) = P(\alpha_1) \prod_k \delta^{(2)} \left(\frac{\alpha_k}{Z_k} - \frac{\alpha_{k+1}}{Z_{k+1}} \right), \tag{5}$$

здесь $\delta^{(2)}(z) = \delta(x)\,\delta(y)$ — двумерная δ-функция, Следовательно, если $\mathscr{P}(\alpha) \geqslant 0$ (сюда входит и чисто классический случай), для когерентного в первом порядке немонохроматического поля отношение случайных комплексных амплитуд его образующих монохроматических составляющих не является случайным, т. е. все эти моды должны быть строго синхронизированными друг с другом.

Рассмотрим теперь более общий случай, когда функция $\mathscr{P}(\alpha)$ может принимать в некоторых областях значений комплексных переменных α_n отрицательные значения. Это сугубо квантовый случай. Функция $\mathscr{P}(\alpha)$, хотя теперь и не является строго положительной, но должна удовлетворять так называемому условию мультипликативной положительности [1]

$$\int \mathscr{P}(\alpha) \, |f(\alpha^*)|^2 e^{-|\alpha|^2} d^2\alpha \geqslant 0, \tag{6}$$

где $f(\alpha^*)$ — любая целая функция всех α_n^*.

Теперь уже неочевидно, что из равенства интеграла нулю в (4) следует обращение в нуль подынтегральной функции [из чего и получено (5)]. Покажем последнее. В (4) вся функция, стоящая под знаком интеграла, является также мультипликативно положительной в смысле (6), потому что $\mathscr{P}(\alpha)$ является таковой, а $\left| \frac{\alpha_k}{Z_k} - \frac{\alpha_l}{Z_l} \right|^2$ есть квадрат модуля целой функции. Обозначая в (4) подынтегральную функцию через $\varphi(\alpha)$, имеем

$$\left. \begin{aligned} &\int \varphi(\alpha)\, d^2\alpha = 0, \\ &\int \varphi(\alpha)\, e^{-|\alpha|^2} |f(\alpha^*)|^2 d^2\alpha \geqslant 0. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Требуется доказать, что $\varphi(\alpha) = 0$ почти везде. При доказательстве для простоты рассмотрим случай одной переменной α. Используем в качестве функции f степени $|\alpha|^2$ и запишем бесконечный набор следующих неравенств:

$$\int \varphi(\alpha)\, e^{-|\alpha|^2} d^2\alpha \geqslant 0,$$

$$\int \varphi(\alpha)\, e^{-|\alpha|^2} |\alpha|^2 d^2\alpha \geqslant 0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{1}{n!} \int \varphi(\alpha)\, e^{-|\alpha|^2} |\alpha|^{2n} d^2\alpha \geqslant 0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

просуммируем их, в результате получим первое из условий (7). Но поскольку сумма ряда равна нулю, а все члены этого ряда положительны, то и каждый член ряда равен нулю, т. е. в (7) второе неравенство обращается в равенство.

Квадрат модуля целой функции содержит не только $|\alpha|^{2n}$, но и произвольные степени α^n, но интеграл типа (7) от них тоже будет равен нулю, в противном случае второе условие (7) (положительность) не могло бы выполняться для любой функции f. Действительно, если положить $f(\alpha^*) = C_0 + C_1 \alpha^*$, то

$$\int \varphi(\alpha)\, |C_0 + C_1 \alpha^*|^2 e^{-|\alpha|^2} d^2\alpha = C_1 C_0^* \bar{\alpha}^* + C_1^* C_0 \bar{\alpha}, \tag{8}$$

где

$$\bar{\alpha} = \int \varphi(\alpha)\, e^{-|\alpha|^2} \alpha \, d^2\alpha.$$

Однако правая часть равенства (8) не может быть положительной при произвольных коэффициентах C_0, C_1, т. е. реализуется только единственная возможность: $\bar{\alpha} = 0$. Следовательно, интеграл в (7) обращается в нуль для любой целой функции $f(\alpha^*)$, а поэтому сама функция $\varphi(\alpha) = 0$ почти везде. Этот результат нетрудно обобщить на большее число переменных . Таким образом, и в случае мультипликативной положительности функции $\mathscr{P}(\alpha)$ по-прежнему справедлива формула (5).

Как следствие формулы (5) получается вывод о том, что статистика всех мод, образующих немонохроматическое поле, когерентное в первом порядке, одинакова. Такой же будет статистика и той единственной моды, моды Глаубера, которой можно заменить эту совокупность мод. Таким образом, и в общем квантовом случае, если набор монохроматических мод образует когерентное в первом порядке поле, все эти моды должны быть в соответствии с (5) полностью синхронизированными. Но здесь возникает характерное только для квантового случая обстоятельство. Если в процессе синхронизации мод одинаковая для всех мод P-функция является только мультипликативно положительной, то не любое число мод может быть синхронизовано. Это число должно быть таким [4], чтобы суммарная энергия мод не превышала предельно допустимую для данного $\mathscr{P}(\alpha)$.

Литература

[1] U. M. Titulaer, R. J. Glauber. Phys. Rev., *140*, B676, 1965; Р. Глаубер. В сб.: Квантовая оптика и квантовая радиофизика, М., 1966.

[2] Дж. Клаудер. Э. Сударшан. Основы квантовой оптики. М., 1970.

[3] В. Я. Анисимов, Б. А. Сотский, А. Д. Столяров. ДАН БССР, *14*, 1075, 1970.

[4] В. Я. Анисимов, Б. А. Сотский. Опт. и спектр., *39*, 781, 1975.

Поступило в Редакцию 20 апреля 1978 г.

УДК 539.194+539.196.3

ИНДУЦИРОВАННЫЙ ДАВЛЕНИЕМ СДВИГ ЛИНИЙ В ПОЛОСЕ (0,0) $b^1\Sigma_g^+ - X^3\Sigma_g^-$ КИСЛОРОДА

В. Д. Галкин

Изменение длины волны линий поглощения, вызванное давлением, в полосе (0, 0) $b^1\,\Sigma_g^+ - X^3\,\Sigma_g^-$ (A-полосе) кислорода обсуждалось в работах [1-3], цель которых состояла в том, чтобы выявить сдвиг и оценить его величину. Согласно работам [1, 2], в пределах ошибки эксперимента величина сдвига не зависит от квантового числа нижнего уровня. По данным [3], наме чалась некоторая тенденция к уменьшению величины сдвига с увеличением квантового числа, однако ошибка измерений была велика, а данные немногочисленны, чтобы сделать уверенные заключения. Между тем уже первые наблюдения сдвига индуцированного давлением в колебательно-вращательных полосах HCl и CO [4-5] показали сильную зависимость величины сдвига от квантового числа нижнего уровня. Поэтому была предпринята попытка более детально изучить сдвиг для различных линий полосы A кислорода.

Принципиальная схема экспериментальной установки и методика измерений те же, что и в работе [3]. Спектры поглощения кислорода (поглощающей средой служил воздух) при давлении в кювете P фотографировались одновременно по обе стороны спектра сравнения, в качестве которого использовался спектр поглощения кислорода в воздухе при атмосферном давлении. Положение линий в спектрах, полученных при различном давлении в кювете, измерялось относительно спектра, полученного при атмосферном давлении. Некоторые изменения в условиях эксперимента по сравнению с работой [3] были предприняты, чтобы уменьшить ошибку наблюдения, которая складывается из ошибки наведения и реальной флуктуации плотности почернения на зерне фотоэмульсии. Более удобной для измерения была выбрана ширина и относительное положение измеряемых спектров и спектра сравнения. Спектрограммы получены более высокой плотности. Чтобы охватить возможно большее число линий и обеспечить при этом примерно одинаковые условия измерения для сильных и слабых линий, использована комбинация путей 100 и 500 м в кювете при давлении 0.1 и 0.3 атм и 40, 100, 300 м для спектра сравнения. Все спектры были получены в четвертом порядке

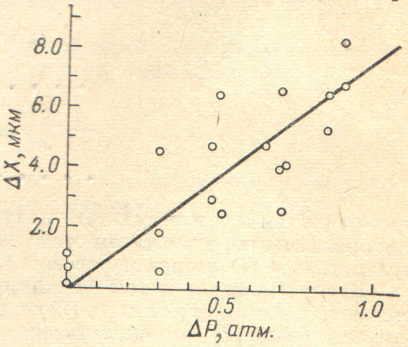

Рис. 1. Среднее для четырех линий смещение в зависимости от разности давлений измеряемых спектров.