

Р. М. Гончаров

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ
С УЧЕТОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

Статья посвящена изучению движения тела, брошенного под углом к горизонту. Исходными данными поставленной задачи являются начальная скорость, угол атаки и коэффициент аэродинамического сопротивления формы тела. Результатом решения задачи является полученная траектория тела, расчет максимальной высоты, дальности полета, времени полета, времени подъема на максимальную высоту.

Изучение особенностей движения тела под углом к горизонту началось в XVI веке и было связано с появлением и совершенствованием артиллерийских орудий. Представления о траектории движения артиллерийских снарядов были следующими: принужденное прямолинейное движение (А), смешанное движение (В) и естественное движение в падении (С). Траектория представлена на рисунке 1.

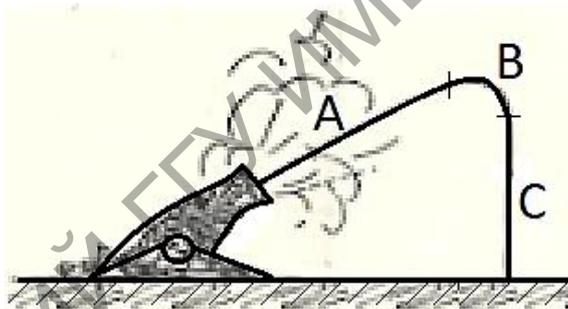


Рисунок 1 – Траектория движения снарядов артиллерии

Законы полета снарядов привлекли внимание ученых в момент изобретения дальнобойных орудий, которые посылали снаряд так, что стреляющий не видел их полета и точки падения.

Близко к правильному решению о полете пушечных ядер подошел итальянский математик Тарталья, он сумел показать, что наибольшей дальности полета снарядов можно достичь при направлении выстрела под углом 45° к горизонту.

Полное решение проблем, связанных с движением тел, брошенных горизонтально или под углом к горизонту, осуществил Галилей. В своих рассуждениях он исходил из двух основных идей. Тела, движущиеся горизонтально и не подвергающиеся воздействию других сил, будут сохранять свою скорость. Появление внешних воздействий изменит скорость движущегося тела независимо от того, покоилось или двигалось оно до начала их действия.

Галилей показал, что траектории снарядов, если пренебречь сопротивлением воздуха, представляют собой параболы. Галилей указывал, что при реальном движении снарядов вследствие сопротивления воздуха их траектория уже не будет напоминать параболу: нисходящая ветвь траектории будет идти круче, чем расчетная кривая [1, с. 28].

Ньютон совершенствовал теорию стрельбы с учетом возросшего влияния на движение артиллерийских снарядов сил сопротивления воздуха. Отличия движения тел без учета сопротивления воздуха (а) и с учетом сопротивления воздуха (б) представлены на рисунке 2.

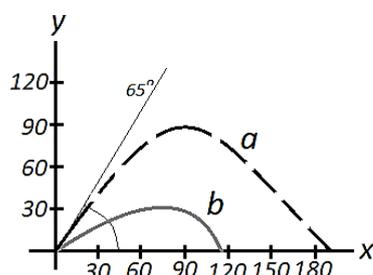


Рисунок 2 – Движение тела с учетом сопротивления воздуха

Рассмотрим влияние силы сопротивления воздуха. Сила сопротивления воздуха противоположно направлена с вектором скорости, и её величина пропорциональна скорости [2, с. 487]:

$$\vec{F}_c = -k\vec{v}, k > 0 \quad (1)$$

Второй закон приобретает вид:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - k\vec{v} \quad (2)$$

Отсюда следует:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{k}{m}\vec{v} \quad (3)$$

Запишем это равенство в скалярном виде:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{k}{m}v_y \end{cases} \quad (4)$$

Мы получили два линейных дифференциальных уравнения.

$$v_x(t) = v_{0x}e^{-\frac{k}{m}t} \quad (5)$$

$$v_y(t) = v_{0y}e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{gm}{k}(1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \quad (6)$$

Проинтегрировав уравнения по времени получим:

$$\begin{cases} x = v_{0x} \frac{m}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \\ y = \frac{m}{k} \left[\left(v_{0y} + \frac{mg}{k} \right) \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) - gt \right] \end{cases} \quad (7)$$

Произведем программное моделирование траектории полета тела массой 1 кг с коэффициентом аэродинамического сопротивления 0,1 с начальной скоростью 20 м/с и углом атаки 20° [3, с. 65]. Траектория представлена на рисунке 3.

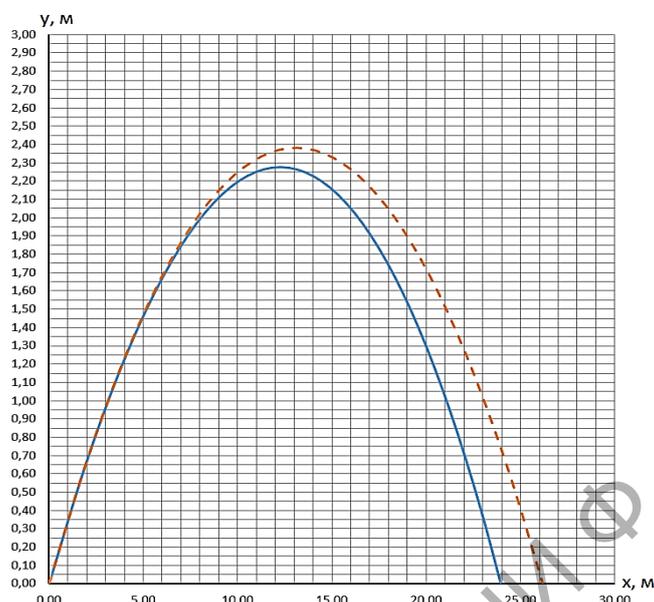


Рисунок 3 – Траектория полета модели тела

На рисунке 3 сплошная линия соответствует траектории полета тела с учетом сопротивления воздуха, а пунктирная линия соответствует полету тела без учета сопротивления воздуха. Заметим следующее: высота, дальность, время подъема и полета тела отличаются. Характеристики представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Характеристики полета тел

Параметр	Значение	
Коэффициент сопротивления воздуха	0,1	Не учитывается
Начальная скорость, м/с	20	20
Угол бросания, °	20	20
Масса тела, кг	1	Не учитывается
Высота полета, м	2,27	2,38
Дальность полета, м	24,5	26,3
Время подъема, с	0,7	0,7
Время полета, с	1,3	1,4

Параметры брошенного под углом к горизонту тела в идеальных условиях выше, чем у тела, на которое действует сила сопротивления воздуха. Построенные графики функций доказывают уменьшение высоты, времени, дальности полета тела, на которое действует сопротивление воздуха и приближает наши расчеты к реальным условиям [4, с. 56].

Литература

1 Чайка, В. М. Наставление по стрелковому делу : учебное пособие / В. М. Чайка. – Москва : Воениздат, 1985. – 202 с.

2 Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике : учебное пособие / М. Я. Выгодский. – Москва : Астрель, 2002. – 649 с.

3 Яблонский, А. А. Курс теоретической механики : учебное пособие / А. А. Яблонский. – Москва : Высшая школа, 1984. – 413 с.

4 Могилев, А. В. Информатика : учебное пособие / А. В. Могилев, Н. И. Пак, Е. К. Хённер. – Москва : Академия, 2004. – 148 с.

УДК 681.3

Д. А. Горицкая

РАБОТА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ С ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ «СТУДЕНЧЕСКИЕ КОНФЕРЕНЦИИ ФАКУЛЬТЕТА ФИЗИКИ И ИТ»

В работе описана структура и основные этапы работы пользователя с информационной системой «Студенческие конференции факультета физики и ИТ». Дано описание реализованной базы данных, приведены примеры вывода информации о докладах, авторах и научных руководителях по результатам работы Республиканских научных конференций студентов, магистрантов и аспирантов «Актуальные вопросы физики и техники»

Начиная с 2012 года, факультет физики и информационных технологий ГГУ имени Франциска Скорины ежегодно организует и проводит Республиканские научные конференции студентов, магистрантов и аспирантов «Актуальные вопросы физики и техники». В апреле 2022 года такая конференция была проведена уже в одиннадцатый раз.

Список участников конференции, названий их докладов, научных руководителей представляет собой обширный массив информации.

Для хранения и обработки информации о публикациях и их авторах разработана информационная система «Студенческие конференции факультета физики и ИТ». Информационная система позволяет вести учет докладов, а также участников и научных руководителей конференций и осуществлять поиск и выборку необходимых сведений.

В ходе разработки информационной системы была спроектирована соответствующая база данных в среде Microsoft SQL Server [1], а также создано Windows-приложение на языке программирования С# [2].

Программа реализует два режима работы: работа пользователя и работа администратора. Работа пользователя начинается с окна входа или регистрации (рисунок 1).

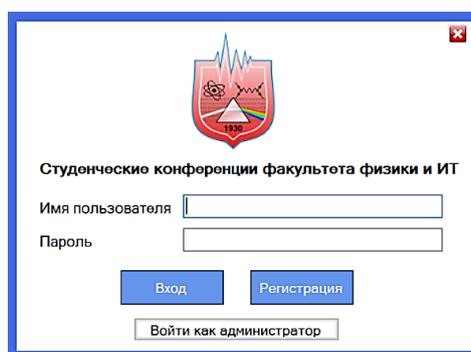


Рисунок 1 – Окно для входа или регистрации пользователя