УДК 539.12.01

А. В. Павленко

ОДНОМЕРНАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЗАДАЧА О СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЯХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ В СЛУЧАЕ ПОТЕНЦИАЛА ГАУССА

В работе найдены численные решения четырех вариантов одномерных релятивистских двухчастичных уравнений квантовой теории поля: Логунова–Тавхелидзе, Кадышевского, и их модифицированных версий с потенциалом Гаусса в релятивистском конфигурационном представлении. Решения найдены в случае связанных состояний системы двух скалярных частиц с одинаковой массой.

В релятивистском конфигурационном представлении одномерные ковариантные уравнения для волновых функции $\psi_{(j)}(w,\rho)$, описывающих связанные состояния системы двух скалярных частиц одинаковой массы m, имеют вид [1]:

$$\psi_{(j)}(w,\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{(j)}\,(w,\rho-\rho')V(\rho')\psi_{(j)}(w,\rho')d\rho', \tag{1}$$

где индекс j соответствует одному из четырех типов квазипотенциальных уравнений: $j=1$ – уравнение Логунова–Тавхелидзе, $j=2$ – уравнение Кадышевского, $j=3$ – модифицированное уравнение Логунова–Тавхелидзе, $j=4$ – модифицированное уравнение Кадышевского, ρ – координата в релятивистском конфигурационном представлении, $0 \le w < \pi/2$ – параметр, связанный с энергией двухчастичной системы выражением $2E = 2m\cos(w)$**,** $V(\rho)$– потенциал, $G_{(j)}(w,\rho-\rho')$ – функция Грина, которая для каждого из уравнений имеет вид [2]:

$$G_{(1)}(w,\rho-\rho') = \frac{-1}{m\sin(2w)}\frac{\sinh\left[\left(\frac{\pi}{2}-w\right)m(\rho-\rho')\right]}{\sinh\left[\pi m\frac{(\rho-\rho')}{2}\right]}; \tag{2}$$

$$G_{(2)}(w,\rho-\rho') = \frac{(4m\cos w)^{-1}}{\cosh\left[\pi m\frac{(\rho-\rho')}{2}\right]} - \frac{1}{m\sin(2w)}\frac{\sinh[(\pi-w)m(\rho-\rho')]}{\sinh[\pi m(\rho-\rho')]};$$

$$G_{(3)}(w,\rho-\rho') = \frac{-1}{2m\sin(w)}\frac{\cosh\left[\left(\frac{\pi}{2}-w\right)m(\rho-\rho')\right]}{\cosh\left[\pi m\frac{(\rho-\rho')}{2}\right]};$$

$$G_{(4)}(w,\rho-\rho') = \frac{-1}{2m\sin(w)}\frac{\sinh[(\pi-w)m(\rho-\rho')]}{\sinh[\pi m(\rho-\rho')]}.$$

Функции Грина с $j=1,2,4$ при $\rho=\rho'$ имеют неопределенность вида $0/0$, устранить которую можно, используя правило Лопиталя:

$$G_{(1)}(w,0) = \frac{(2w-\pi)}{\pi m\sin(2w)}; \qquad G_{(2)}(w,0) = \frac{1}{4m\cos w} - \frac{(\pi-w)}{\pi m\sin(2w)}; \tag{3}$$

$$G_{(4)}(w,0) = \frac{w-\pi}{2m\sin(w)\pi}.$$

Решения уравнений (1) найдены для потенциала Гаусса:

$$V(\rho) = -\lambda\,exp(-a\rho^2), \tag{4}$$

где $\lambda > 0$ и $a > 0$ – постоянные величины. Условие нормировки для каждой из четырех волновых функций выберем в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{(j)}^2 (w,\rho) d\rho = 1. \qquad (5)$$

Для упрощения процесса решения вынесем в уравнениях (1) константу связи из потенциала ($V(\rho) \Rightarrow \lambda V(\rho)$):

$$\psi_{(j)}(w,\rho) = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} G_{(j)} (w, \rho - \rho') V(\rho') \psi_{(j)}(w,\rho') d\rho'. \qquad (6)$$

Подставив каждую из функций Грина (2) в уравнение (1) и заменив интегралы суммой по квадратурной формуле прямоугольников [3] с учетом свойства (3), получим

$$K_{(j)} \psi_{(j)} = \lambda^{-1} \psi_{(j)}, \qquad (7)$$

где $K_{(j)}$ – матрица каждой из систем уравнений, $\psi_{(j)}$ – вектор, компоненты которого являются значениями волновой функции в узловых точках квадратурной формулы. Тем самым мы приводим задачу о решении интегральных уравнений к линейной алгебраической задаче на собственные значения. Применяя к основным матрицам системы уравнений (7) любой метод решения линейной алгебраической задачи на собственные значения [3], мы можем определить величину λ, при которой существуют ненулевые решение для фиксированного значения параметра w.

На рисунке 1 показана зависимость параметра λ от w для первых четырех состояний, полученная путем решения системы уравнений (7) при $m = 1$ и $a = 0{,}1$.

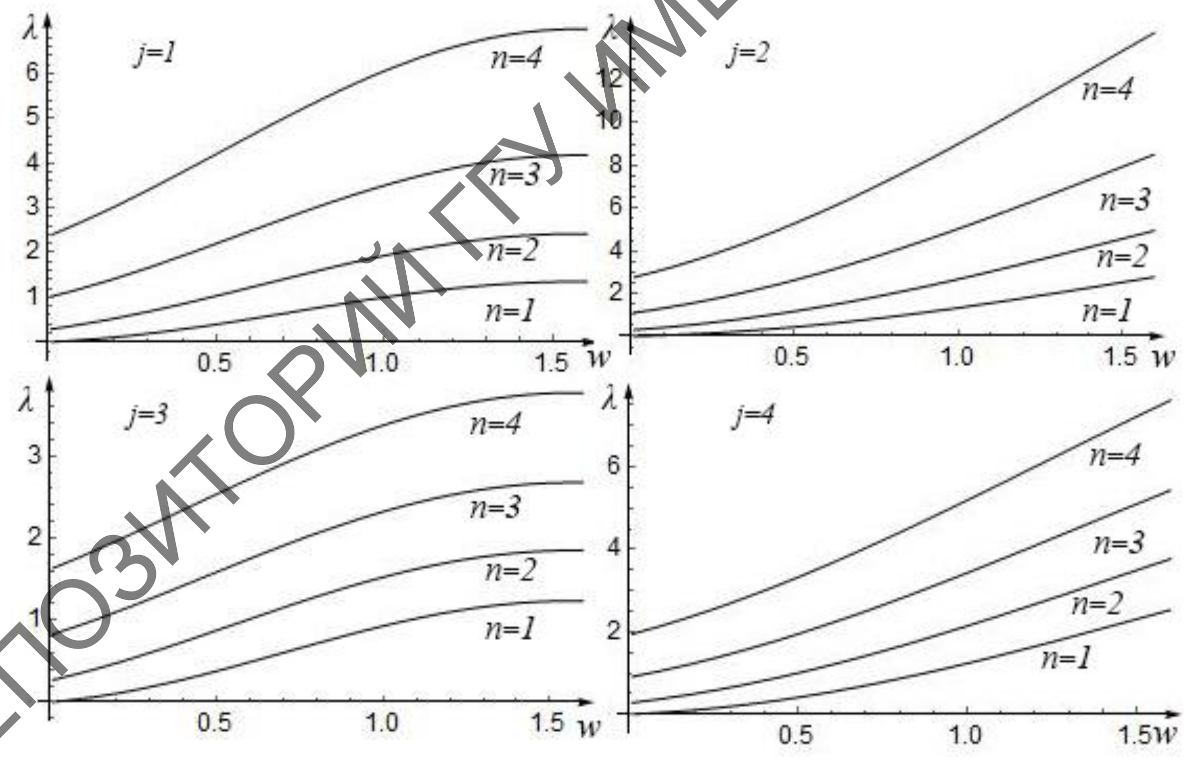

Рисунок 1 – Условия квантования величины w

Волновые функции первых трех состояний изображены на рисунке 2.

На рисунке 1 видно, что с ростом номера состояния n значение величины λ увеличивается для каждого фиксированного значения параметра w. На рисунке 2 показано, что число нулей волновой функции в n состоянии равно $n - 1$.

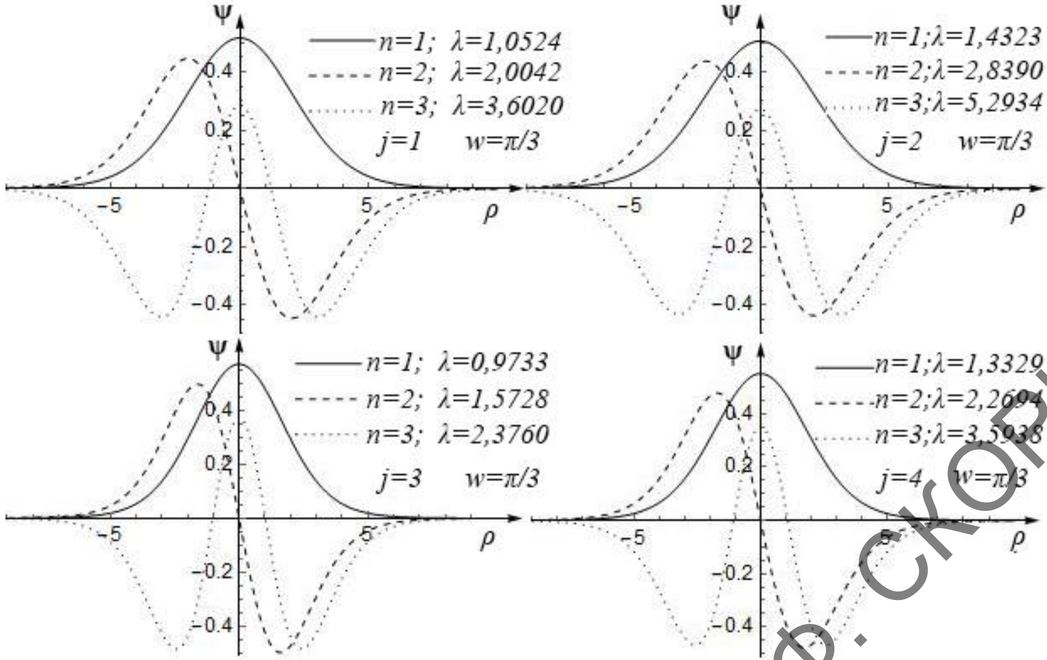

Рисунок 2 – Волновые функции

Таким образом, в данной работе были получены численные решения одномерной задачи о связанных состояниях релятивистской системы двух частиц, взаимодействие между которыми описывается потенциалом Гаусса.

Литература

1 Капшай, В. Н. Точные решения задач о связанных состояниях и состояниях рассеяния для потенциалов, содержащих дельта-функции и их производные: практическое руководство / В. Н. Капшай, Ю. А. Гришечкин ; М-во образования Республики Беларусь, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2017. – 46с.

2 Капшай, В. Н. Разложение по матричным элементам УНП группы Лоренца и интегральные уравнения для релятивистских волновых функций / В. Н. Капшай, Т. А. Алфёрова // Ковариантные методы в теоретической физике: Сб. ст. // Ин-т физики НАН Беларуси. – Минск, 1997. – Вып. 4. – С. 88–95.

3 Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.

УДК 53.087.44

Д. Г. Сердюков

СИНТЕЗ ПОКРЫТИЙ ИЗ ТУГОПЛАВКИХ ОКСИДОВ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИХ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

В статье рассмотрены исследования оптических свойств покрытий. Покрытия формировались на вакуумной установке ВУ-1А, оснащенной источником электронно-лучевого испарения. В качестве подложек для формируемых покрытий использовались полированные пластины кремния полиметилметакрилата, политетрафторэтилена,