УДК 539.3

С. В. Киргинцева

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И АНИЗОТРОПИИ МАТЕРИАЛА НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ДВУХСЛОЙНЫХ ТРУБ, ПРИМЕНЯЮЩИХСЯ ПРИ ФУТЕРОВКЕ (ТЕХНОЛОГИЯ CIPP)

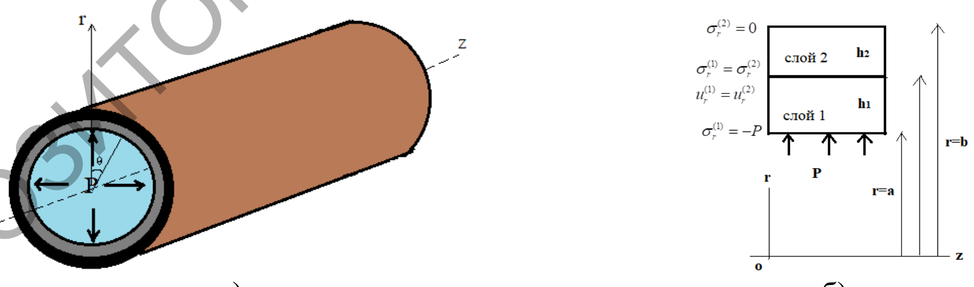
Представлена реализация расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) слоистых труб из композитов с учетом температуры. Расчет проводился для двухслойной трубы из анизотропных материалов. Для тестирования разработанной программы расчета по данной методике использовались геометрические и механические данные, а также результаты расчетов НДС изотропной трубы, приведенные в работе F. Evangelista, et al. в журнале Int. J. Comp. Meth. and Exp. Meas, 2020, Vol. 8, № 4, стр. 326–340.

Введение

Современные инженерные конструкции все более оснащаются элементами конструкций, содержащими композиционные материалы. Среди них широко используются трубопроводы и резервуары, для которых необходимо учитывать различные факторы, влияющие на их надежность и долговечность функционирования. Одним из основных факторов, которые влияют на напряженное состояние слоистых конструкций (трубопроводов), является температура. В данной работе предлагается методика реализации расчета слоистой трубы при действии внутреннего давления и температуры. Математическая модель описания расчета базируется на линейной теории упругости анизотропного тела.

1 Постановка задачи и методы решения

Рассматривается труба, состоящая их двух слоев – внутреннего и внешнего – толщиной h_1 и h_2. Внутренний и внешний радиусы трубы равны a и b соответственно. Материал каждого слоя может быть различным: изотропным и ортотропным (частный случай анизотропии). В трубе задано внутреннее давление P, а внешнее давление отсутствует. На рисунке 1 представлена физическая модель слоистой трубы в декартовой системе координат x, y, z, которую для дальнейшего удобства работы преобразуем в цилиндрические координаты (а) и поперечное сечение слоистой трубы (б).



а) б)

Рисунок 1 – Физическая модель слоистой трубы в цилиндрических координатах (а); поперечное сечение слоистой трубы (б)

Для реализации расчета НДС слоистых труб из композиционных материалов с учетом температуры следует построить расчет слоистой трубы, используя уравнения ортотропной теории упругости. Для рассматриваемой задачи запишем уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_r{}^{(k)}}{\partial r} + \frac{\sigma_r{}^{(k)} - \sigma_\theta{}^{(k)}}{r} = 0, \tag{1}$$

где k=1, 2 – номер слоя.

Радиальная и кольцевая деформации $\varepsilon_r^{(k)}$ и $\varepsilon_\theta^{(k)}$ определяются через радиальное перемещение $u_r^{(k)}$ по зависимостям Коши

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{du_r^{(k)}}{dr}, \quad \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r}. \tag{2}$$

Осевые деформации $\varepsilon_z^{(k)}$ для каждого слоя эквивалентны ε_0 и приняты равными нулю. Напряжения и перемещения для каждого ортотропного слоя определяются по формулам [1, 2, 3]:

$$\begin{aligned}
\sigma_r{}^{(k)} &= \overline{C}_{11}^{(k)}\varepsilon_r^{(k)} + \overline{C}_{12}^{(k)}\varepsilon_\theta^{(k)} + \overline{C}_{13}^{(k)}\varepsilon_0 - \xi_r^{(k)}\Delta T,\\
\sigma_\theta{}^{(k)} &= \overline{C}_{12}^{(k)}\varepsilon_r^{(k)} + \overline{C}_{22}^{(k)}\varepsilon_\theta^{(k)} + \overline{C}_{23}^{(k)}\varepsilon_0 - \xi_\theta^{(k)}\Delta T,\\
\sigma_z{}^{(k)} &= \overline{C}_{13}^{(k)}\varepsilon_r^{(k)} + \overline{C}_{23}^{(k)}\varepsilon_\theta^{(k)} + \overline{C}_{33}^{(k)}\varepsilon_0 - \xi_z^{(k)}\Delta T.
\end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned}
\xi_r{}^{(k)} &= \alpha_r^{(k)}\overline{C}_{11}^{(k)} + \alpha_\theta^{(k)}\overline{C}_{12}^{(k)} + \alpha_z^{(k)}\overline{C}_{13}^{(k)},\\
\xi_\theta{}^{(k)} &= \alpha_r^{(k)}\overline{C}_{12}^{(k)} + \alpha_\theta^{(k)}\overline{C}_{22}^{(k)} + \alpha_z^{(k)}\overline{C}_{23}^{(k)},\\
\xi_z{}^{(k)} &= \alpha_r^{(k)}\overline{C}_{13}^{(k)} + \alpha_\theta^{(k)}\overline{C}_{23}^{(k)} + \alpha_z^{(k)}\overline{C}_{33}^{(k)}.
\end{aligned} \tag{4}$$

$\overline{C}_{ij}^{(k)}$ и $\alpha_i^{(k)}$ – постоянные жесткости и коэффициенты теплового расширения для каждого слоя соответственно (индексы 1, 2, 3 характеризуют направление r, θ, z), ΔT – температура.

Для определения перемещений $u_r^{(k)}$ необходимо решить дифференциальные уравнения [1, 2, 3]

$$\frac{d^2 u_r{}^{(k)}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_r{}^{(k)}}{dr} - \frac{\overline{C}_{22}^{(k)} / \overline{C}_{11}^{(k)}}{r^2} u_r{}^{(k)} = \frac{\alpha^{(k)}\varepsilon_0}{r} + \frac{\eta^{(k)}\Delta T}{r}, \tag{5}$$

где

$$\alpha^{(k)} = (\overline{C}_{23}^{(k)} / \overline{C}_{13}^{(k)}) / \overline{C}_{11}^{(k)}, \quad \eta^{(k)} = (\xi_r^{(k)} - \xi_\theta^{(k)}) / \overline{C}_{11}^{(k)}. \tag{6}$$

В случае, если $\overline{C}_{22}^{(k)} / \overline{C}_{11}^{(k)} > 0$, $\beta^{(k)} = \sqrt{\overline{C}_{22}^{(k)} / \overline{C}_{11}^{(k)}}$, то решение уравнения (5), (6) определяется из следующих 2 условий:

а) Если $\beta^{(k)} \neq 1$, то $u_r{}^{(k)} = A^{(k)} r^{\beta^{(k)}} + B^{(k)} r^{-\beta^{(k)}} + \dfrac{(\alpha^{(k)}\varepsilon_0 + \eta^{(k)}\Delta T) r}{1 - \left(\beta^{(k)}\right)^2}$.

б) Если $\beta^{(k)}=1$, то $u_r{}^{(k)}=\dfrac{(\alpha^{(k)}\varepsilon_0+\eta^{(k)}\Delta T)r}{2}\ln r+A^{(k)}r+B^{(k)}/r.$

Если $\overline{C}_{22}^{(k)}/\overline{C}_{11}^{(k)}<0$, $\beta^{(k)}=\sqrt{-\overline{C}_{22}^{(k)}/\overline{C}_{11}^{(k)}}$, то решением уравнения (5), (6) будет:

$$u_r{}^{(k)}=A^{(k)}\cos(\beta^{(k)}\ln r)+B^{(k)}\sin(\beta^{(k)}\ln r)+\frac{(\alpha^{(k)}\varepsilon_0+\eta^{(k)}\Delta T)r}{1+\left(\beta^{(k)}\right)^2}.$$

Коэффициенты $A^{(k)}$, $B^{(k)}$ – решение системы линейных алгебраических уравнений, получены из граничных условий

$$\sigma_r^{(1)}=-P,\ \sigma_r^{(2)}=0,\ \sigma_r^{(1)}=\sigma_r^{(2)},\ u_r^{(1)}=u_r^{(2)}.$$

Коэффициенты $\overline{C}_{ij}^{(k)}$, $k=\overline{1,2}$ определяются из $\left\{\overline{C}_{ij}^{(k)}\right\}=\left[A_{kl}\right]\left\{C_{ij}^{(k)}\right\}$, где $\left\{\overline{C}_{ij}^{(k)}\right\}=\left\{\overline{C}_{33}^{(k)},\overline{C}_{23}^{(k)},\overline{C}_{13}^{(k)},\overline{C}_{22}^{(k)},\overline{C}_{12}^{(k)},\overline{C}_{11}^{(k)}\right\}^T$, $\left\{C_{ij}^{(k)}\right\}=\left\{C_{xx}^{(k)},C_{yy}^{(k)},C_{zz}^{(k)},C_{xy}^{(k)},C_{xz}^{(k)},C_{yz}^{(k)},G_{zz}^{(k)}\right\}^T$,

$$\left[A_{kl}\right]=\begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & 0 & m^4+n^4 & 0 & 0 & -4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m^2 & n^2 & 0 \\ n^4 & m^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$m=\cos\varphi,\ n=\sin\varphi,$ где φ – угол между осью и главным направлением анизотропии.

Будем считать, что выполняются равенства для инженерных констант $E_y=E_z$, $G_{yy}=G_{zz}$, $\nu_{zx}=\nu_{yx}$, которые входят в следующие формулы[1, 2]:

$$\Delta=S_{xx}S_{yy}S_{zz}+2S_{xy}S_{yz}S_{xz}-S_{yy}S_{xz}^2-S_{xx}S_{yz}^2-S_{zz}S_{xy}^2,$$
$$C_{xx}=(S_{yy}S_{zz}-S_{yz}^2)/\Delta,\ C_{xx}=(S_{xx}S_{zz}-S_{xz}^2)/\Delta,\ C_{zz}=(S_{xx}S_{yy}-S_{xy}^2)/\Delta,$$
$$C_{xy}=(S_{xz}S_{yz}-S_{xy}S_{zz})/\Delta,\ C_{xz}=(S_{xy}S_{yz}-S_{xz}S_{yy})/\Delta,\ C_{yz}=(S_{xy}S_{xz}-S_{xx}S_{yz})/\Delta,$$
$$S_{xx}=1/E_x,\ S_{yy}=1/E_y,\ S_{zz}=1/E_z,\ S_{xy}=-\nu_{yx}/E_x,\ S_{xz}=-\nu_{yx}/E_x,\ S_{yz}=-\nu_{zx}/E_y.$$

Коэффициенты температурного расширения находятся из уравнения

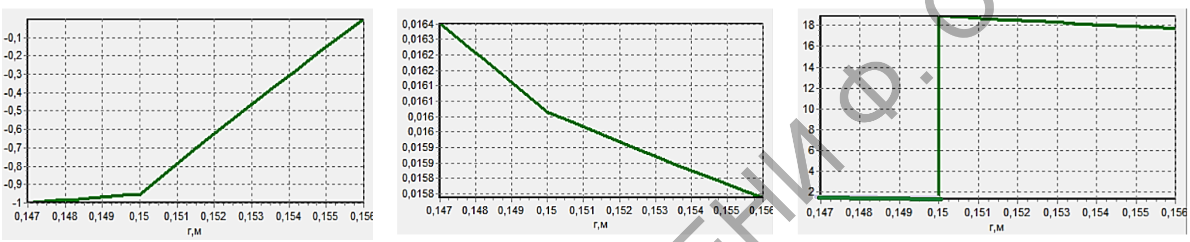
$$\begin{Bmatrix}\alpha_r\\ \alpha_\theta\\ \alpha_z\end{Bmatrix}^{(k)}=\begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0\\ n^2 & m^2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\alpha_x\\ \alpha_y\\ \alpha_z\end{Bmatrix}^{(k)}.$$

При рассматриваемом расположении волокон в материале трубы, считаем, что $\alpha_z=\alpha_y$.

2 Реализация расчета НДС слоистых труб из изотропных и анизотропных материалов с учетом температуры

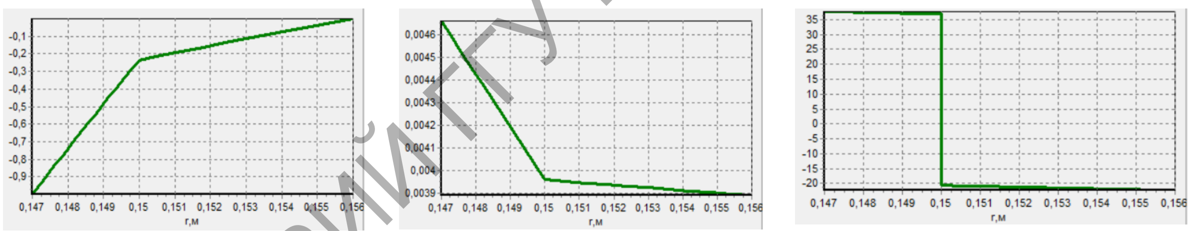
Разработана программа в среде Delphi, реализующая вышеприведенную теорию для изотропных и анизотропных материалов с учетом температуры, для тестирования которой использовались входные данные и результаты расчетов НДС для двухслойной трубы, приведенные в работе [4], при $\Delta T = 0$. Графики перемещений и напряжений, вычисленные по данной методике при $\Delta T = 0$ хорошо согласуются с графиками в [4].

Для определения влияния анизотропии на НДС двухслойной трубы рассмотрим изотропную стальную трубу с модулем упругости $E = 210$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0{,}3$ с внутренним покрытием – изотропным (рисунок 2) и ортотропным (рисунок 3). Характеристики изотропного покрытия: $E_x = E_y = E_z =$14,804 ГПа, $\nu_{i,j,z} = 0{,}3$; характеристики ортотропного покрытия: E_x = 14,804 ГПа, $E_y = E_z$ = 148,04 ГПа, ν_i = 0,3, ν_j = 0,03. Внутреннее давление P=1 МПа.



а) б) в)

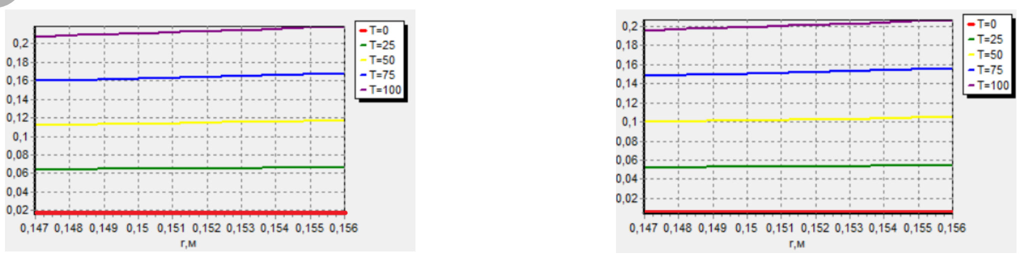
Рисунок 2 – Графики зависимостей: а) напряжений σ_r от r;
б) перемещений u_r от r; в) напряжений σ_θ от r (изотропное покрытие)



а) б) в)

Рисунок 3 – Графики зависимостей орт: а) напряжений σ_r от r;
б) перемещений u_r от r; в) напряжений σ_θ от r (ортотропное покрытие)

Влияние температуры на изменение перемещений стальной трубы с вышеуказанными характеристиками с внутренним изотропным и ортотропным покрытием представлены на рисунке 4а и рисунке 4б соответственно.



а) б)

Рисунок 4 – Графики зависимостей перемещений u_r от r:
а) изотропное покрытие; б) ортотропное покрытие

Исследование влияния температуры на перемещения рассматриваемой двухслойной трубы (внутренний радиус $r = 147$ мм, внешний радиус $r = 156$ мм, толщина покрытия $h_1 = 3$ мм, толщина трубы $h_2 = 6$ мм) показало, что рост температуры $\Delta T = [0,100]$ С приводит к увеличению перемещений u_r в трубе и изменению деформаций в сечении трубы.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложена методика реализации расчета НДС слоистой трубы из композиционного материала, свойства которого описываются теорией механики ортотропного тела, с учетом влияния температуры и анизотропных свойств. Характерно, что рост температуры дает изменение напряжений, деформаций и перемещений, которые нужно учитывать при расчетах на прочность и для определения скорости волны при гидроударе для движущейся жидкости в трубе.

Литература

1 Xia, M. Analysis of filament-wound fiber-reinforced sandwich pipe under combined internal pressure and thermomechanical loading / M. Xia, K. Kemmochi, H. Takayanagi // Comp. Structures. – 2001. – № 51. – P. 273–283.

2 Можаровский, В. В. Напряженно-деформированное состояние слоистых цилиндрических труб / В. В. Можаровский, С. А. Марьин, Н. А. Марьина // Вестник ХНТУ. – 2008. – № 2 (31). – С. 304–309.

3 Василевич, Ю. В. Математическое моделирование, экспериментальные исследования, расчет на прочность и жесткость труб и резервуаров из композиционных материалов с учетом неоднородности, анизотропии, концентраторов напряжений / Ю. В. Василевич, В. В. Можаровский // Механика-2011 : сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике, Минск, 26–28 окт. 2011 г. : в 2 т. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси ; редкол. : М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2011. – Т. 2. – С. 4–8.

4 Можаровский, В. В. Реализация расчета напряженно-деформиро-ванного состояния слоистых труб из композитов и определение скорости волны при гидроударе / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Проблемы физики, математики и техники. – 2021. – № 3 (48). – С. 19–23.

УДК 004.4’2:004.774.6:629.32

Д. Е. Киселев

РАЗРАБОТКА ВЕБ-СЕРВИСА «BICYCLE COMPANY»

Статья посвящена использованию таких технологий, как ASP.NET Core и EntityFramework Core. Решена задача по реализации приложения, которое позволяет управлять основными процессами работы сервиса для ремонта велосипедов. Пользователь может хранить и корректировать информацию о своем велосипеде, оставлять заявки на ремонт, мастер – управлять заявками и заказывать необходимые детали.

Все большую популярность в современном мире приобретает езда на велосипеде. В развитых европейских странах уже около 30 % поездок осуществляется на велосипедах, а, например, в Амстердаме велосипед является основным видом городского транспорта. В нашей стране также происходит популяризация велодвижения. Создаются и