

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Т. П. ЖЕЛОНКИНА, И. В. СЕМЧЕНКО

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ по разделу «Электричество»
для студентов специальности
1-53 01 01 «Автоматизированные системы
обработки информации»

Гомель
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»

2010

УДК 53 (075.8)

ББК 22.3я73

Ж 518

Рецензенты

Н. А. Ахраменко , доцент кафедры физики учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта», кандидат технических наук;

кафедра общей физики учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Рекомендован к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Желонкина, Т. П.

Ж 518 Физика : сборник задач по разделу «Электричество» для студентов специальности 1-53 01 01 «Автоматизированные системы обработки информации» / Т. П. Желонкина, И. В. Семченко; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2010. – 147 с.

ISBN

Сборник задач по разделу «Электричество» дисциплины обязательного компонента «Физика» включает основные формулы по темам раздела, вопросы для самоконтроля, задачи и примеры их решения и оформления и адресован студентам специальности 1- 53 01 01 «Автоматизированные системы обработки информации».

УДК 53 (075.8)

ББК 22.3я73

ISBN

© Желонкина Т. П., Семченко И.В., 2010

© УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Электростатика	6
1.1 Закон Кулона, взаимодействие заряженных тел	6
1.2 Напряженность электрического поля, принцип суперпозиции	14
1.3 Потенциал электрического поля	24
1.4 Емкость. Конденсаторы	41
1.5 Энергия заряженного проводника. Энергия электрического поля	56
2 Основы теории электропроводности	63
2.1 Основные законы постоянного тока	63
2.2 Переменный электрический ток	91
2.3 Ток в жидкостях и газах	98
3 Магнитное поле в вакууме	110
4 Электромагнитная индукция	135
Литература	147

ВВЕДЕНИЕ

Физика – наука о природе, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие ее закономерности, строение и законы движения материи. Физику относят к точным наукам. Ее понятия и законы составляют основу естествознания. Границы, разделяющие физику и другие естественные науки, исторически условны. Принято считать, что в своей основе физика является наукой экспериментальной, поскольку открытые ею законы основаны на установленных опытным путем данных. Физические законы представляются в виде количественных соотношений, выраженных на языке математики. В целом физика разделяется на экспериментальную, имеющую дело с проведением экспериментов с целью установления новых фактов и проверки гипотез и известных физических законов, и теоретическую, ориентированную на формулировку физических законов, объяснение на основе этих законов природных явлений и предсказание новых явлений.

Физика является одной из наук, знание которой необходимо для успешного усвоения общенаучных и специальных дисциплин. Изучение дисциплины предусматривает прочное усвоение студентами основных законов и теории, овладение необходимыми приемами умственной деятельности, важным компонентом которой является умение решать задачи.

Хорошо известно, что единственный способ научиться решать задачи – пытаться решать их самостоятельно. Отсюда вытекает диалектичность процесса обучения: знание теории приобретает одновременно с ее использованием для решения задач. Абстрактные поначалу законы, уравнения, определения понятий и физических величин в процессе их практического применения для описания конкретных физических явлений (т.е. при решении физических задач) начинают постепенно наполняться конкретным содержанием, и только тогда приходит понимание теории. Недаром известный итальянский физик Энрико Ферми утверждал, что «знать физику – означает умение решать задачи». Другими словами уровень подготовки по физике определяется уровнем сложности задач, которые студент может решить.

В сборник задач по разделу «Электричество» учебной дисциплины «Физика» включены задачи разной степени сложности, которые объединены по темам. В начале каждой темы приведены основные законы, уравнения и формулы, используемые при решении задач, а также вопросы для самоконтроля усвоения теоретического материала. Предлагае-

мые задачи для самостоятельного решения позволяют оценить свои знания, и направлены на применение усвоенного теоретического материала при решении задач разной сложности. Образцы решения задач являются собой пример последовательности осуществления логических операций и оформления самого решения.

Сборник задач по разделу «Электричество» адресован студентам специальности 1- 53 01 01 «Автоматизированные системы обработки информации» и может быть использован как на практических занятиях, так и при самостоятельной работе.

1 Электростатика

1.1 Закон Кулона, взаимодействие заряженных тел

Основные формулы

1 Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2 ;

r – расстояние между зарядами;

ϵ – диэлектрическая проницаемость среды;

ϵ_0 – электрическая постоянная:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/М} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}.$$

2 Закон сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^n Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему;

n – число зарядов.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Какие фундаментальные свойства присущи электрическому заряду?
- 2 Сформулируйте закон сохранения заряда.
- 3 В каких единицах измеряется электрический заряд? Чему равен элементарный заряд?
- 4 Какому закону подчиняется сила взаимодействия точечных зарядов?
- 5 Какие утверждения содержит закон Кулона?
- 6 Как рассчитывается сила взаимодействия зарядов, распределенных на телах конечных размеров?
- 7 Можно ли воспользоваться законом Кулона при расчете силы взаимодействия двух заряженных тел сферической формы?
- 8 Что является источником электрического поля? Как обнаруживается и исследуется электрическое поле?

9 Почему при движении небесных тел принимают во внимание их гравитационное взаимодействие и не учитывают кулоновское?

Задачи

1 Определить силу взаимодействия двух точечных зарядов $Q_1 = Q_2 = 1 \text{ Кл}$, находящихся в вакууме на расстоянии $r = 1 \text{ м}$ друг от друга.

Ответ: 9 ГН .

2 Два шарика массой $m = 0,1 \text{ г}$ каждый подвешены в одной точке на нитях длиной $l = 20 \text{ см}$ каждая. Получив одинаковый заряд, шарики разошлись так, что нити образовали между собой угол $\alpha = 60^\circ$. Найти заряд каждого шарика.

Ответ: $Q = 4l \sin(\alpha/2) \sqrt{\pi \epsilon_0 g m (\alpha/2)} = 50,1 \text{ нКл}$.

3 Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины, нити при этом разошлись на угол α . Шарики погружаются в масло плотностью $\rho_0 = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$. Определить диэлектрическую проницаемость ϵ масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным. Плотность материала шариков $\rho = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $\epsilon = \frac{\rho}{(\rho - \rho_0)}$.

4 Даны два шарика массой $m = 1 \text{ г}$ каждый. Какой заряд Q следует сообщить каждому шарiku, чтобы сила взаимного отталкивания зарядов уравнивала силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Рассматривать шарики как материальные точки.

Ответ: $Q = 2m \sqrt{\pi \epsilon_0 G} = 86,7 \text{ фКл}$.

5 Элементарная теория атома водорода исходит из того, что электрон обращается вокруг ядра по круговой орбите. Определить скорость v электрона, если радиус орбиты $r = 53 \text{ пм}$, а также частоту n вращения электрона.

Ответ: $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi \epsilon_0 m r}} = 219 \text{ км/с}$;

$$n = \frac{v}{2\pi r} = 6,59 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1} (m - \text{масса электрона; } e - \text{его заряд}).$$

6 Расстояние между двумя точечными зарядами $Q_1 = 1 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = -Q_1$ равно 10 см . Определить силу F действующую на точечный заряд $Q_1 = 1 \text{ мкКл}$, удаленный на $r_1 = 6 \text{ см}$ от первого и на $r_2 = 8 \text{ см}$ от второго зарядов.

$$\text{Ответ: } F = \frac{QQ}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{r_1^4 + r_2^4}} = 287 \text{ мН.}$$

7 В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$ расположены точечные заряды $Q, 2Q, 3Q, 4Q, 5Q, 6Q$ ($Q = 0,1 \text{ мкКл}$). Найти силу F , действующую на точечный заряд Q , лежащий в плоскости шестиугольника и равноудаленный от его вершин.

$$\text{Ответ: } F = \frac{6Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 54 \text{ мН.}$$

8 Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 50 \text{ см}$. Сила отталкивания F_1 шаров равна 70 мкН . После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $F_2 = 160 \text{ мкН}$. Вычислить заряды Q_1 и Q_2 , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } Q_1 &= 2r\sqrt{\pi\epsilon_0} \cdot (\sqrt{F_2} + \sqrt{F_2 + F_1}) = 0,14 \text{ мкКл}; \\ Q_2 &= 2r\sqrt{\pi\epsilon_0} \cdot (\sqrt{F_2} - \sqrt{F_2 + F_1}) = 0,20 \text{ нКл.} \end{aligned}$$

9 Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 30 \text{ см}$. Сила притяжения F_1 шаров равна 90 мкН . После того как шары были приведены в соприкосновение и удалены друг от друга на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 160 \text{ мкН}$. Определить заряды Q_1 и Q_2 , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

$$\text{Ответ: } 0,09 \text{ мкКл}; -0,01 \text{ мкКл.}$$

10 Чтобы представить себе величину электрического заряда 1 Кл , подумайте, с какой силой F отталкивались бы два одноименных заряда каждой величиной $Q = 1 \text{ Кл}$, находясь на расстоянии $r = 1 \text{ км}$ друг от друга.

$$\text{Ответ: } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2}; F = 9 \text{ кН.}$$

11 На поверхности заряженного шарика радиусом $r = 1 \text{ см}$ напряженность электрического поля $E = 300 \text{ кВ/м}$. Сколько электронов n надо отнять от шарика для такой электризации? Насколько при этом уменьшится масса шарика Δm ?

$$\text{Ответ: } n = 4\pi\epsilon_0 r^2 \frac{E}{e}, n = 10^{10}; \Delta m = nm_e; \Delta m = 2 \cdot 10^{-20} \text{ кг}.$$

12 На каждый атом меди приходится один электрон проводимости. Найти: а) среднее число n электронов проводимости в единице объема; б) отношение среднего числа электронов проводимости в единице объема к суммарному числу электронов в единице объема $\frac{n}{n_\epsilon}$.

$$\text{Ответ: а) } n = 7,34 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}; \text{ б) } \frac{n}{n_\epsilon} = 1:29.$$

13 Найти силу F притяжения двух одинаковых свинцовых шариков диаметром $d = 1 \text{ см}$, расположенных на расстоянии $r = 1 \text{ м}$ друг от друга, если у каждого атома первого шарика отнять по одному электрону и все эти электроны перенести на другой шарик.

$$\text{Ответ: } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\pi d^3 e N_A}{6Mr} \right)^2; F = 6,8 \cdot 10^{16} \text{ Н}.$$

14 Два положительных точечных заряда Q и $4Q$ закреплены на расстоянии $l = 60 \text{ см}$ друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд Q_1 так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

Ответ: между зарядами на расстоянии $x = 40 \text{ см}$ от заряда $4Q$, положительный.

15 Расстояние l между свободными зарядами $Q_1 = 180 \text{ нКл}$ и $Q_2 = 720 \text{ нКл}$ равно 60 см . Определить точку на прямой, проходящей через заряды, в которой следует поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

Ответ: точка находится на расстоянии $l_1 = 20 \text{ см}$ от заряда Q ; $-8 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$; неустойчивое.

16 Три одинаковых заряда $Q = 1 \text{ нКл}$ каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре треугольника, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов? Будет ли это равновесие устойчивым?

Ответ: $Q_1 = Q\sqrt{3}/3 = -0,577$; не будет устойчивым.

17 В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q = 0,3 \text{ нКл}$ каждый. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

Ответ: $Q_1 = -\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \frac{1}{2})Q = -0,287 \text{ нКл}$.

18 Тонкий стержень длиной $l = 10 \text{ см}$ равномерно заряжен. Линейная плотность τ заряда равна 1 мкКл/м . На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от ближайшего его конца находится точечный заряд $Q = 100 \text{ нКл}$. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

Ответ: $F = \frac{Q \cdot \tau \cdot l}{4\pi\epsilon_0(l+a)^2} = 1,5 \text{ мН}$.

19 Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда, равной 10 мкКл/м . На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от его конца находится точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

Ответ: $F = \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0 a} = 4,5 \text{ мН}$.

20 Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью τ заряда, равной 10 мкКл/м . На перпендикуляре к оси стержня, восставленном из конца его, находится точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Расстояние a заряда от конца стержня равно 20 см . Найти силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

Ответ: $F = \frac{\sqrt{2}Q\tau}{4\pi\epsilon_0 a} = 6,37 \text{ мН}$.

21 Тонкая нить длиной $l = 20 \text{ см}$ равномерно заряжена с линейной плотностью $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. На расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от нити, против ее середины, находится точечный заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Вычислить силу F , действующую на этот заряд со стороны заряженной нити.

$$\text{Ответ: } F = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0 a} = 1,27 \text{ мкН.}$$

22 Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10 \text{ мкКл/м}$. Какова сила F , действующая на точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$, находящийся на расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от стержня, вблизи его середины?

Ответ: 9 мН.

23 Тонкая бесконечная нить согнута под углом 90° . Нить несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. Определить силу F , действующую на точечный заряд $Q = 0,1 \text{ мкКл}$, расположенный на продолжении одной из сторон и удаленный от вершины угла на $a = 50 \text{ см}$.

$$\text{Ответ: } F = \frac{\sqrt{5}Q\tau}{4\pi\epsilon_0 a} = 4,03 \text{ мН.}$$

24 Тонкое кольцо радиусом $R = 10 \text{ см}$ несет равномерно распределенный заряд $Q = 0,1 \text{ мкКл}$. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $Q_1 = 10 \text{ нКл}$. Определить силу F , действующую на точечный заряд Q со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на: 1) $l_1 = 20 \text{ см}$; 2) $l_2 = 2 \text{ м}$.

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{QQ_1 a}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + l_1^2)^{3/2}} = 0,16 \text{ мН.}$$

25 Тонкое полукольцо радиусом $R = 10 \text{ см}$ несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. В центре кривизны полукольца находится заряд $Q = 20 \text{ нКл}$. Определить силу F взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

$$\text{Ответ: } F_2 = \frac{QQ_1}{4\pi\epsilon_0 l_2^2} = 2,25 \text{ мкН.}$$

26 По тонкому кольцу радиусом $l = 10 \text{ см}$ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1 \text{ нКл/м}$. В центре кольца находится заряд $Q = 0,4 \text{ мкКл}$. Определить силу F , растягивающую кольцо. Взаимодействием зарядов кольца пренебречь.

$$\text{Ответ: } F = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0 R} = 3,6 \text{ мН.}$$

Пример решения задач

Пример 1

Три одинаковых положительных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1 \text{ нКл}$ расположены по вершинам равностороннего треугольника (рисунок 1.1). Какой отрицательный заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

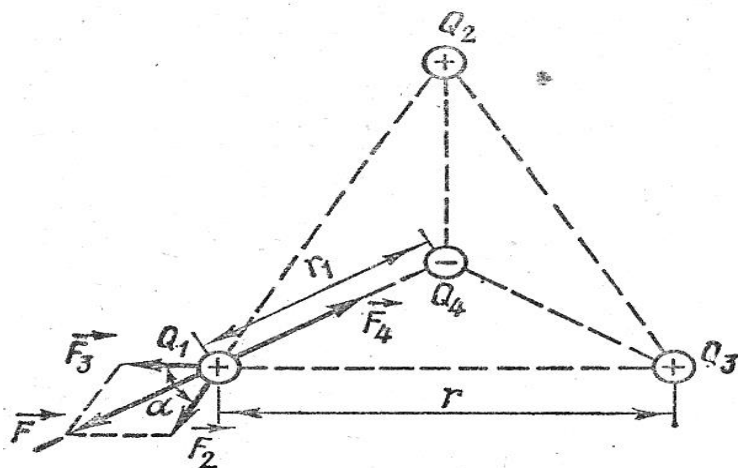


Рисунок 1.1

Решение

Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы один из трех зарядов, например Q_1 , находился в равновесии.

В соответствии с принципом суперпозиции на заряд действует каждый заряд независимо от остальных. Поэтому заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю:

$$F_2 + F_3 + F_4 = F + F_4 = 0,$$

где F_2, F_3, F_4 — силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3 и Q_4 ;

F — равнодействующая сил F_2 и F_3 .

Так как силы F и F_4 направлены по одной прямой, то векторное равенство можно заменить скалярной суммой:

$$F - F_4 = 0, \text{ или } F = F_4.$$

Выразив в последнем равенстве $F = F_4$ через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_2 = F_3$, получим

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}.$$

Применяя закон Кулона, и имея в виду, что $Q_2 = Q_3 = Q_4$, найдем

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q_1 \times Q_4}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Q_1^2}{r^2} \times \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}, \quad Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{\frac{r}{2}} \times \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}.$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{\frac{r}{2}}{\cos 30^\circ} = \frac{r}{2 \cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}, \quad \cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

С учетом этого формула примет вид $Q_4 = Q_1 \sqrt{3}$.

Подставив значение Q_1 , получим $Q_4 = 0,58 \text{ нКл}$.

Равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

1.2 Напряженность электрического поля, принцип суперпозиции

Основные формулы

1 Напряженность электрического поля

$$E = \frac{F}{Q},$$

где F — сила, действующая на точечный положительный заряд Q , помещенный в данную точку поля.

2 Сила, действующая на точечный заряд Q , помещенный в электрическом поле

$$F = QE.$$

3 Поток вектора напряженности E электрического поля, проходящего:

а) через произвольную поверхность S , помещенную в неоднородное поле,

$$N_E = \int_S E \cos \alpha dS \quad \text{или} \quad N_E = \int_S E_n \cos dS,$$

где α — угол между вектором напряженности E и нормалью n к элементу поверхности;

dS — площадь элемента поверхности;

E_n — проекция вектора напряженности на нормаль;

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное электрическое поле,

$$N_E = E \times S \cos \alpha.$$

4 Поток вектора напряженности E , проходящего через замкнутую поверхность,

$$N_E = \int_S E_n dS,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

5 Теорема Остроградского – Гаусса. Поток вектора напряженности E , проходящего через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряды $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$, равен:

$$N_E = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum_{i=1}^n Q_i,$$

где $\sum_{i=1}^n Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности;

n – число зарядов.

6 Напряженность электрического поля, создаваемого Q точечным зарядом на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

7 Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиусом R , несущей заряд Q , на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы ($r < R$) равна $E = 0$;

на поверхности сферы ($r = R$) равна $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2}$;

вне сферы ($r > R$) равна $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$.

8 Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей, согласно которому напряженность E результирующего поля, созданного двумя (и более) точечными зарядами, равна векторной (геометрической) сумме напряженностей складываемых полей:

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n.$$

В случае двух электрических полей с напряженностями E_1 и E_2 абсолютное значение вектора напряженности составит:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha},$$

где α – угол между векторами E_1 и E_2 .

9 Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от ее оси,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\tau}{r},$$

где τ – линейная плотность заряда.

Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити (цилиндра):

$$\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta \ell}.$$

10 Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью,

$$E = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon},$$

где σ – поверхностная плотность заряда.

Поверхностная плотность заряда – есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}.$$

11 Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями, с одинаковой по абсолютному значению поверхностной плотностью σ заряда (поле плоского конденсатора),

$$E = \frac{\sigma}{(\epsilon_0 \epsilon)}.$$

Приведенная формула справедлива для вычисления напряженности поля между пластинами плоского конденсатора (в средней части его) только в том случае, если расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин конденсатора.

12 Поток вектора электрического смещения выражается потоком вектора индукции электрического поля:

– в случае однородного поля

$$\Delta N_D = D \Delta S \cos \alpha;$$

– в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$N_D = \int_S D_n dS,$$

где D_n – проекция вектора D на направление нормали к элементу поверхности, площадь которой равна dS .

13 Теорема Остроградского – Гаусса. Поток вектора электрического смещения, проходящего через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряды $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$, равен:

$$N_D = \sum_{i=1}^n Q_i,$$

где n – число зарядов (со своим знаком), заключенных внутри замкнутой поверхности.

14 Циркуляция вектора напряженности электрического поля – есть величина, численно равная работе по перемещению единичного точечного положительного заряда вдоль замкнутого контура. Циркуляция выражается интегралом по замкнутому контуру

$$\oint E_t dl,$$

где E_t – проекция вектора напряженности E в данной точке контура на направление касательной к контуру в той же точке.

В случае электростатического поля циркуляция вектора напряженности равна нулю:

$$\oint E_t dl = 0.$$

Вопросы для самоконтроля

- 1 Что такое напряженность электрического поля? В каких единицах измеряется напряженность?
- 2 Каково содержание принципа суперпозиции электрических полей?
- 3 Как рассчитать напряженность поля заданного распределения электрических зарядов?
- 4 Чему равно напряжение электрического поля?
- 5 Сформулируйте теорему Остроградского–Гаусса.

Задачи

- 1 Определить напряженность E электрического поля, создаваемого точечным зарядом $Q = 10 \text{ нКл}$ на расстоянии $r = 10 \text{ см}$ от него. Диэлектрик – масло ($\epsilon = 2$).

Ответ: 1 кВ/м .

2 Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = + 8 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -5,3 \text{ нКл}$ равно 40 см . Вычислить напряженность E поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему равна напряженность, если второй заряд будет положительным?

Ответ: $2,99 \text{ кВ/м}$.

3 Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = + 10 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -20 \text{ нКл}$, находящимися на расстоянии $d = 20 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 30 \text{ см}$ и от второго на $r_2 = 50 \text{ см}$.

Ответ: 607 В/м .

4 Расстояние d между двумя точечными положительными зарядами $Q_1 = 9Q$ и $Q_2 = Q$ равно 8 см . На каком расстоянии r от первого заряда находится точка, в которой напряженность E поля зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы второй заряд был отрицательным?

Ответ: 280 В/м .

5 Два точечных заряда $Q_1 = 2Q$ и $Q_2 = -Q$ находятся на расстоянии d друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность E поля в которой равна нулю.

Ответ: за отрицательным зарядом на расстоянии $d_1 = d(\sqrt{2} + 1)$.

6 Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 40 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -10 \text{ нКл}$, находящимися на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряженность E поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 12 \text{ см}$ и от второго на $r_2 = 6 \text{ см}$.

Ответ: 34 кВ/м .

7 Тонкое кольцо радиусом $R = 8 \text{ см}$ несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. Какова напряженность E электрического поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстоянии $r = 10 \text{ см}$?

$$(\text{Ответ: } E = \frac{1}{2} \frac{\tau R \sqrt{r^2 - R^2}}{\epsilon_0 r^3} = 2,71 \text{ кВ/м}.)$$

8 Полусфера несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью $\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$. Найти напряженность E электрического поля в геометрическом центре полусферы.

$$\text{Ответ: } E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} = 28,3 \text{ В/м}.$$

9 На металлической сфере радиусом $R = 10 \text{ см}$ находится заряд $Q_1 = 1 \text{ нКл}$. Определить напряженность E электрического поля в следующих точках: 1) на расстоянии $r_1 = 8 \text{ см}$ от центра сферы; 2) на поверхности ее; 3) на расстоянии $r_2 = 15 \text{ см}$ от центра сферы. Построить график зависимости $E(r)$.

Ответ: 1) 0; 2) 900 В/м ; 3) 400 В/м .

10 Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами $R_1 = 6 \text{ см}$ и $R_2 = 10 \text{ см}$ несут соответственно заряды $Q_1 = 1 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -5 \text{ нКл}$. Найти напряженности E поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5 \text{ см}$, $r_2 = 9 \text{ см}$, $r_3 = 16 \text{ см}$. Построить график зависимости $E(r)$.

Ответ: $E_1 = 0$; $E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = 1,11 \text{ кВ/м}$; $E_3 = \frac{Q - |Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2} = 200 \text{ В/м}$.

11 Очень длинная тонкая прямая проволока несет заряд, равномерно распределенный по всей ее длине. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность E поля на расстоянии $a = 0,5 \text{ м}$ от проволоки против ее середины равна 200 В/м .

Ответ: $5,5 \text{ нКл/м}$.

12 Расстояние d между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно 16 см . Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $|\tau| = 150 \text{ мкКл/м}$. Какова напряженность E поля в точке, удаленной на $a = 10 \text{ см}$ как от первой, так и от второй проволоки?

Ответ: $43,2 \text{ МВ/м}$.

13 Прямой металлический стержень диаметром $d = 5 \text{ см}$ и длиной $l = 4 \text{ м}$ несет равномерно распределенный по его поверхности заряд $Q = 500 \text{ нКл}$. Определить напряженность E поля в точке, находящейся против середины стержня на расстоянии $a = 1 \text{ см}$ от его поверхности.

Ответ: $64,3 \text{ кВ/м}$.

14 Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом $R = 2 \text{ см}$ несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$). Определить напряженность E поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях $r_1 = 1 \text{ см}$, $r_2 = 3 \text{ см}$. Построить график зависимости $E(r)$.

Ответ: $E_1 = 0$; $E_2 = \frac{R\sigma}{\epsilon_0 r_2} = 75,5 \text{ В/м}$.

15 Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1 = 2 \text{ см}$ и $R_2 = 4 \text{ см}$ несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 1 \text{ нКл/м}$ и $\tau_2 = -0,5 \text{ нКл/м}$. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность E поля в точках, находящихся на расстояниях $r_1 = 1 \text{ см}$, $r_2 = 3 \text{ см}$, $r_3 = 5 \text{ см}$. Построить график зависимости $E(r)$.

Ответ: $E_1 = 0$; $E_2 = \frac{\tau_1}{2\pi\epsilon_0 r_2} = 200 \text{ В/м}$; $E_3 = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\pi\epsilon_0 r_3} = 180 \text{ В/м}$.

16 На отрезке тонкого прямого проводника длиной $l = 10 \text{ см}$ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 3 \text{ мкКл/м}$. Вычислить напряженность E , создаваемую этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

Ответ: $E = \frac{\tau}{8\pi\epsilon_0 l} = 135 \text{ кВ/м}$.

17 Тонкий стержень длиной $l = 12 \text{ см}$ заряжен с линейной плотностью $\tau = 200 \text{ нКл/м}$. Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5 \text{ см}$ от стержня против его середины.

Ответ: $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r \sqrt{4r^2 + l^2}} = 55,7 \text{ кВ/м}$.

18 Тонкий стержень длиной $l = 10 \text{ см}$ заряжен с линейной плотностью $\tau = 400 \text{ нКл/м}$. Найти напряженность E электрического поля в точке, расположенной на перпендикуляре к стержню, проведенному через один из его концов, на расстоянии $r = 8 \text{ см}$ от этого конца.

Ответ: $35,6 \text{ кВ/м}$.

19 Электрическое поле создано зарядом тонкого равномерно заряженного стержня, изогнутого по трем сторонам квадрата (рисунок 1.2). Длина a стороны квадрата равна 20 см . Линейная плотность τ зарядов равна 500 нКл/м . Вычислить напряженность E поля в точке A .

Ответ: $60,2 \text{ кВ/м}$.

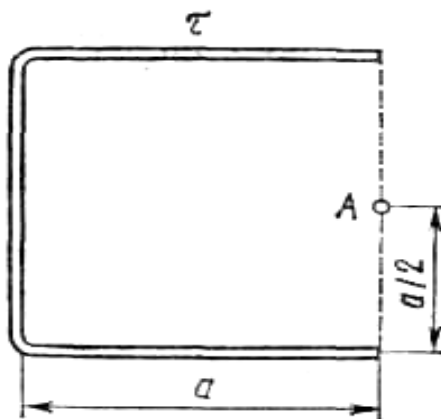


Рисунок 1.2

20 Два прямых тонких стержня длиной $l_1 = 12 \text{ см}$ и $l_2 = 16 \text{ см}$ каждый заряжены с линейной плотностью $\tau = 400 \text{ нКл/м}$. Стержни образуют прямой угол. Найти напряженность E поля в точке A (рисунок 1.3).

Ответ: 38 кВ/м.

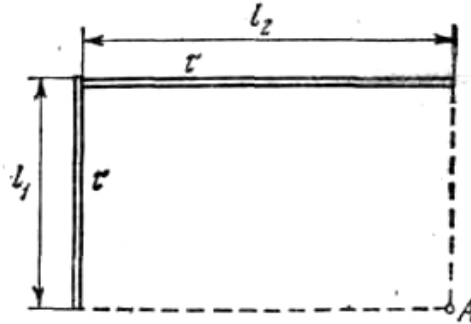


Рисунок 1.3

21 Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределенный по площади заряд ($\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$). Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

Ответ: 1) $E = 0$; $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = 113 \text{ В/м}$.

22 Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1 \text{ нКл/м}^2$ и $\sigma_2 = 3 \text{ нКл/м}^2$. Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

Ответ: 1) $E_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\epsilon_0} = 113 \text{ В/м}$; 2) $E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{\epsilon_0} = 226 \text{ В/м}$.

23 Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 2 \text{ нКл/м}^2$ и $\sigma_2 = -5 \text{ нКл/м}^2$. Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

Ответ: 1) 396 В/м; 2) 170 В/м.

24 Две прямоугольные одинаковые параллельные пластины, длины сторон которых $a = 10 \text{ см}$ и $b = 15 \text{ см}$, расположены на малом (по сравнению с линейными размерами пластин) расстоянии друг от друга. На одной из пластин равномерно распределен заряд $Q_1 = 50 \text{ нКл}$, на другой — заряд $Q_2 = 150 \text{ нКл}$. Определить напряженность E электрического поля между пластинами.

Ответ: $E = \frac{(Q_1 - Q_2)}{2\varepsilon_0 ab} = 377 \text{ кВ/м}$.

25 Две круглые параллельные пластины радиусом $R = 10 \text{ см}$ находятся на малом (по сравнению с радиусом) расстоянии друг от друга. Пластинам сообщили одинаковые по абсолютному значению, но противоположные по знаку заряды $|Q_1| = |Q_2| = Q$. Определить этот заряд Q , если пластины притягиваются с силой $F = 2 \text{ мН}$. Считать, что заряды распределяются по пластинам равномерно.

Ответ: $|Q| = R\sqrt{2\pi\varepsilon_0 F} = 33,3 \text{ нКл}$.

Пример решения задач

Пример 1 Электрическое поле (рисунок 1.4) создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 30 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -10 \text{ нКл}$. Расстояние d между зарядами равно 20 см . Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 16 \text{ см}$ от первого и на расстоянии $r_2 = 10 \text{ см}$ от второго зарядов.

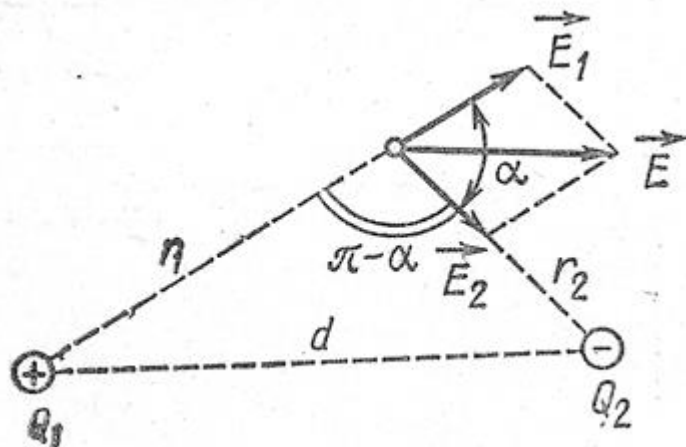


Рисунок 1.4

Решение

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность E электрического поля в искомой точке может быть найдена как векторная сумма напряженностей E_1 и E_2 полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$E = E_1 + E_2.$$

Напряженности электрического поля, создаваемого в вакууме первым и вторым зарядами, соответственно равны:

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2},$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Вектор E_1 (рисунок 1.4) направлен по силовой линии от заряда Q_1 так как заряд $Q_1 > 0$; вектор E_2 направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2 , так как $Q_2 < 0$.

Абсолютное значение вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \times E_2 \times \cos \alpha},$$

где угол α может быть найден из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d .

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей вычислим отдельно значение $\cos \alpha$. По этой формуле найдем

$$\cos \alpha = 0,25.$$

Подставляя выражения E_1 и E_2 в равенство и вынося общий множитель

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ за знак корня, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha}.$$

Подставив значения величин π , ϵ_0 , Q_1 , Q_2 , r_1 , r_2 и α и произведя вычисления, найдем

$$E = 16,7 \text{ кВ/м}.$$

1.3 Потенциал электрического поля

Основные формулы

1 Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии к точечному положительному заряду, помещенному в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{\Pi}{Q},$$

или потенциал электрического поля есть величина, равная отношению работы сил поля по перемещению точечного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{A}{Q}.$$

Потенциал электрического поля в бесконечности условно принят равным нулю.

При перемещении заряда в электрическом поле работа A_{BC} внешних сил равна по абсолютному значению работе $A_{СП}$ сил поля и противоположна ей по знаку:

$$A_{BC} = -A_{СП}.$$

2 Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда,

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

3 Потенциал электрического поля, создаваемого металлической, несущей заряд Q сферой радиусом R , на расстоянии r от центра сферы:

внутри сферы ($r < R$) $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R};$

на поверхности сферы ($r = R$) $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R};$

вне сферы ($r > R$) $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$

Во всех приведенных для потенциала заряженной сферы формулах ϵ есть диэлектрическая проницаемость однородного безграничного диэлектрика, охватывающего сферу.

4 Потенциал электрического поля, созданного системой n точечных зарядов, в данной точке в соответствии с принципом суперпозиции электрических полей равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, создаваемым отдельными точечными зарядами $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

5 Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ определяется работой, которую эта система зарядов может совершить при удалении их относительно друг друга в бесконечность, и выражается формулой

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i,$$

где φ – потенциал поля, создаваемого всеми $n-1$ зарядами (за исключением i -го) в точке, где расположен заряд Q_i .

6 Потенциал связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$E = -\text{grad} \varphi.$$

В случае электрического поля, обладающего сферической симметрией, эта связь выражается формулой

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \quad (\text{скалярной форме}),$$

а в случае однородного поля, т. е. поля, напряженность которого в каждой точке его одинакова как по абсолютному значению, так и по направлению,

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей;

d – расстояние между этими поверхностями вдоль электрической силовой линии.

7 Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точного заряда Q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1 в другую, имеющую потенциал φ_2 ,

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{или} \quad A = Q \int_L E_l dl,$$

где E_l – проекция вектора напряженности E на направление перемещения;

dl – перемещение.

В случае однородного поля последняя формула принимает вид

$$A = QE_l \cos \alpha,$$

где l – перемещение; α – угол между направлениями вектора E и перемещения l .

Вопросы для самоконтроля

- 1 Что такое потенциал?
- 2 Запишите выражение для потенциала:
 - а) точечного заряда;
 - б) системы точечных зарядов.
- 3 Как выражается работа по перемещению заряда в электростатическом поле:
 - а) через напряженность поля;
 - б) через разность потенциалов?
- 4 Покажите, что в общем случае потенциал и напряженность электростатического поля связаны соотношением $E = -\text{grad}\varphi$.
- 5 Что называется эквипотенциальной поверхностью? Покажите, что линии напряженности ортогональны эквипотенциальным поверхностям.
- 6 Запишите условие потенциальности электростатического поля в дифференциальной форме.

Задачи

1 Точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$, находясь в некоторой точке поля, обладает потенциальной энергией $\Pi = 10 \text{ мкДж}$. Найти потенциал φ этой точки поля.

Ответ: 1 кВ .

2 При перемещении заряда $Q = 20 \text{ нКл}$ между двумя точками поля внешними силами была совершена работа $A = 4 \text{ мкДж}$. Определить работу A_1 сил поля и разность $\Delta\varphi$ потенциалов этих точек поля.

Ответ: $A_1 = -A = -4 \text{ мкДж}$; $\Delta\varphi = \frac{A}{Q} = 200 \text{ В}$.

3 Электрическое поле создано точечным положительным зарядом $Q_1 = 6 \text{ нКл}$. Положительный заряд Q_2 переносится из точки A этого поля в точку B (рисунок 1.5). Каково изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$, приходящееся на единицу переносимого заряда, если $r_1 = 20 \text{ см}$ и $r_2 = 50 \text{ см}$?

Ответ: $\frac{\Delta\Pi}{Q_2} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = -162 \text{ Дж/Кл}$.

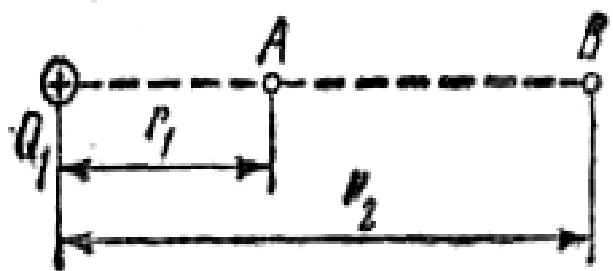


Рисунок 1.5

4 Электрическое поле создано точечным зарядом $Q_1 = 50 \text{ нКл}$. Не пользуясь понятием потенциала, вычислить работу A внешних сил по перемещению точечного заряда $Q_2 = -2 \text{ нКл}$ из точки C в точку B (рисунок 1.6), если $r_1 = 10 \text{ см}$, $r_2 = 20 \text{ см}$. Определить также изменение $\Delta\Pi$ потенциальной энергии системы зарядов.

Ответ: $A = 4,5 \text{ мкДж}$;
 $\Delta\Pi = 4,5 \text{ мкДж}$.

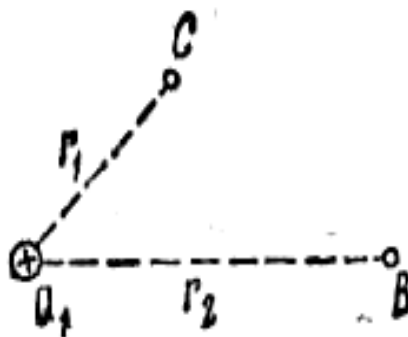


Рисунок 1.6

5 Поле создано точечным зарядом $Q = 1 \text{ нКл}$. Определить потенциал φ поля в точке, удаленной от заряда на расстояние $r = 20 \text{ см}$.

Ответ: $\varphi = 45 \text{ В}$.

6 Определить потенциал φ электрического поля в точке, удаленной от зарядов $Q_1 = -0,2 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = 0,5 \text{ мкКл}$ соответственно на $r_1 = 15 \text{ см}$ и $r_2 = 25 \text{ см}$. Определить также минимальное и максимальное расстояния между зарядами, при которых возможно решение.

Ответ: $\varphi = 6 \text{ кВ}$; $d_{\min} = r_1 - r_2 = 10 \text{ см}$; $d_{\max} = r_1 + r_2 = 40 \text{ см}$.

7 Вычислить потенциальную энергию Π системы двух точечных зарядов $Q_1 = 100 \text{ нКл}$ и $Q_2 = 10 \text{ нКл}$, находящихся на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга.

Ответ: $\Pi = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{2} = 12,7 \text{ мкДж}$.

8 Найти потенциальную энергию Π системы трех точечных зарядов $Q_1 = 10 \text{ нКл}$, $Q_2 = 20 \text{ нКл}$ и $Q_3 = -30 \text{ нКл}$, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной длиной $a = 10 \text{ см}$.

Ответ: $\Pi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) = -63 \text{ мкДж}$.

9 Какова потенциальная энергия Π системы четырех одинаковых точечных зарядов $Q = 10 \text{ нКл}$, расположенных в вершинах квадрата со стороной длиной $a = 10 \text{ см}$?

Ответ: $\Pi = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 48,8 \text{ мкДж}$.

10 Поле создано двумя точечными зарядами $+2Q$ и $-Q$, находящимися на расстоянии $d = 12 \text{ см}$ друг от друга. Определить геометрическое место точек на плоскости, для которых потенциал равен нулю (написать уравнение линий нулевого потенциала).

Ответ: $(x - 10)^2 + y^2 = 8^2$.

11 Система состоит из трех зарядов – двух одинаковых по абсолютному значению $Q_1 = |Q_2| = 1 \text{ мкКл}$ и противоположных по знаку и заряда $Q = 20 \text{ нКл}$, расположенного в точке 1 посередине между двумя другими зарядами системы (рисунок 1.7). Определить изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ системы при переносе заряда Q_1 из точки 1 точку 2. Эти точки удалены от отрицательного заряда Q_2 на расстояние $a = 0,2 \text{ м}$.

Ответ: $\Delta\Pi = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 d} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right) = -498 \text{ мкДж}$.

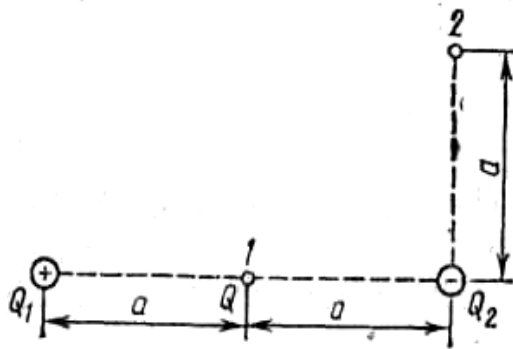


Рисунок 1.7

12 Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по плоскости заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Радиус R пластины равен 5 см . Определить потенциал φ электрического поля в двух точках: 1) в центре пластины; 2) в точке, лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины и отстоящей от центра пластины на $a = 5 \text{ см}$.

Ответ: $\varphi = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} = 360 \text{ В}$.

13 Имеются две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 3 \text{ см}$ и $R_2 = 6 \text{ см}$. Пространство между сферами, заполнено парафином. Заряд Q_1 внутренней сферы равен -1 нКл , внешней $Q_2 = 2 \text{ нКл}$. Найти потенциал φ электрического поля на расстоянии: 1) $r_1 = 1 \text{ см}$; 2) $r_2 = 5 \text{ см}$; 3) $r_3 = 9 \text{ см}$ от центра сфер.

Ответ: 1) 75 В ; 2) 135 В ; 3) 100 В .

14 Металлический шар радиусом $R = 5 \text{ см}$ несет заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Шар окружен слоем эбонита толщиной $d = 2 \text{ см}$. Вычислить потенциал φ электрического поля на расстоянии: 1) $r_1 = 3 \text{ см}$; 2) $r_2 = 6 \text{ см}$; 3) $r_3 = 9 \text{ см}$ от центра шара. Построить график зависимости $\varphi(r)$.

Ответ: 1) 146 В ; 2) 136 В ; 3) 100 В .

15 Металлический шар радиусом $R_1 = 10 \text{ см}$ заряжен до потенциала $\varphi = 300 \text{ В}$. Определить потенциал φ_1 этого шара в двух случаях: 1) после того, как его окружат сферической, проводящей оболочкой радиусом $R_2 = 15 \text{ см}$ и на короткое время соединят с ней проводником; 2) если его окружат сферической проводящей заземленной оболочкой радиусом $R_2 = 15 \text{ см}$?

Ответ: $\varphi_1 = \frac{R_1}{R_2} \varphi_1$.

16 Заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от плоскости на расстояние $d = 10 \text{ см}$.

$$\text{Ответ: } \Delta\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = 56,6.$$

17 Определить потенциал φ , до которого можно зарядить уединенный металлический шар радиусом $R = 10 \text{ см}$, если напряженность E поля, при которой происходит пробой воздуха, равна 3 МВ/м . Найти также максимальную поверхностную плотность σ электрических зарядов перед пробоем.

$$\text{Ответ: } \varphi = ER = 300 \text{ кВ}; \quad \sigma = \varepsilon_0 E = 55,6 \text{ мкКл/м}^2.$$

18 Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $d = 0,5 \text{ см}$ друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$ и $\sigma_2 = -0,3 \text{ мкКл/м}^2$. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

$$\text{Ответ: } U = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_0} d = 141 \text{ В}.$$

19 Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $a = 1 \text{ см}$ друг от друга. Плоскости несут равномерно распределенные по поверхностям заряды плотностями $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$ и $\sigma_2 = 0,5 \text{ мкКл/м}^2$. Найти разность потенциалов U пластин.

$$\text{Ответ: } 170 \text{ В}.$$

20 Металлический шарик диаметром $d = 2 \text{ см}$ заряжен отрицательно до потенциала $\varphi = 150 \text{ В}$. Сколько электронов находится на поверхности шарика?

$$\text{Ответ: } 1,04 \cdot 10^9.$$

21 Сто одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала $\varphi = 20 \text{ В}$, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал φ_1 , образовавшейся капли?

$$\text{Ответ: } 432 \text{ В}.$$

22 Две круглые металлические пластины радиусом $R = 10 \text{ см}$ каждая, заряженные разноименно, расположены одна против другой параллельно друг другу и притягиваются с силой $F = 2 \text{ мН}$. Расстояние между пластинами равно 1 см . Определить разность потенциалов U между пластинами.

$$\text{Ответ: } U = \frac{d}{R} \sqrt{\frac{2F}{\pi \varepsilon_0}} = 1,2 \text{ кВ.}$$

23 Электрическое поле создано бесконечно длинным равномерно заряженным ($\sigma = 0,1 \text{ мкКл/м}^2$) цилиндром радиусом $R = 5 \text{ см}$. Определить изменение $\Delta\Pi$ потенциальной энергии однозарядного положительного иона при перемещении его из точки 1 в точку 2 (рисунок 1.8).

$$\text{Ответ: } \Delta\Pi = -\frac{e\sigma R}{\varepsilon_0} \ln \frac{3}{l} = 229 \text{ эВ.}$$

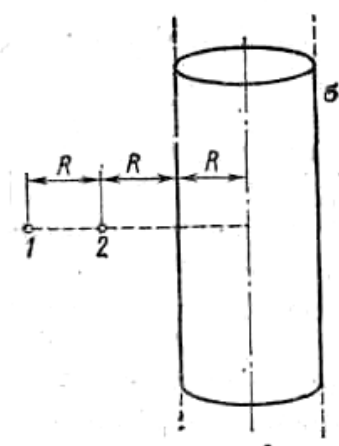


Рисунок 1.8

24 Электрическое поле создано отрицательно заряженным металлическим шаром. Определить работу $A_{1,2}$ внешних сил по перемещению заряда $Q = 40 \text{ нКл}$ из точки 1 с потенциалом $\varphi = 300 \text{ В}$ в точку 2 (рисунок 1.9).

$$\text{Ответ: } A_{1,2} = -\frac{1}{2} Q \varphi_1 = 6 \text{ мкДж.}$$

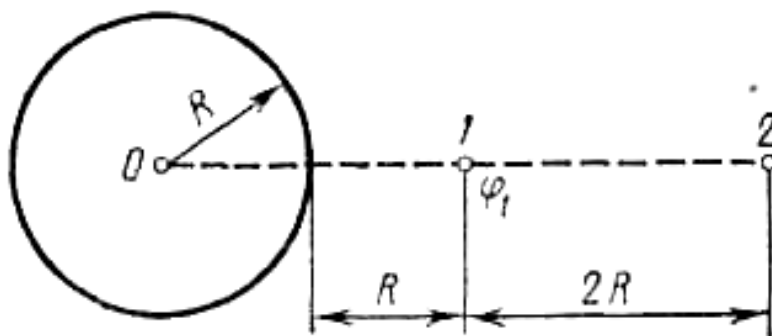


Рисунок 1.9

25 Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными точечными зарядами Q . Найти работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q_1 = 10 \text{ нКл}$ из точки 1 с потенциалом $\varphi_1 = 300 \text{ В}$ в точку 2 (рисунок 1.10).

Ответ: $A_{1,2} = \frac{2}{3} Q_1 \varphi_1 = 2 \text{ мкДж}$.

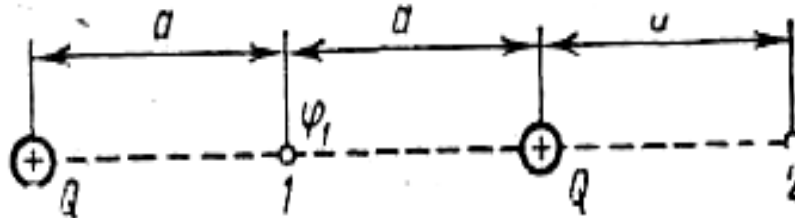


Рисунок 1.10

26 Определить работу $A_{1,2}$ по перемещению заряда $Q_1 = 50 \text{ нКл}$ из точки 1 в точку 2 (рисунок 1.11) в поле, созданном двумя зарядами, модуль $|Q|$ которых равен 1 мкКл и $a = 0,1 \text{ м}$.

Ответ: $A_{1,2} = \sqrt{\frac{QQ_1}{6\pi\epsilon_0 a}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 659 \text{ мкДж}$

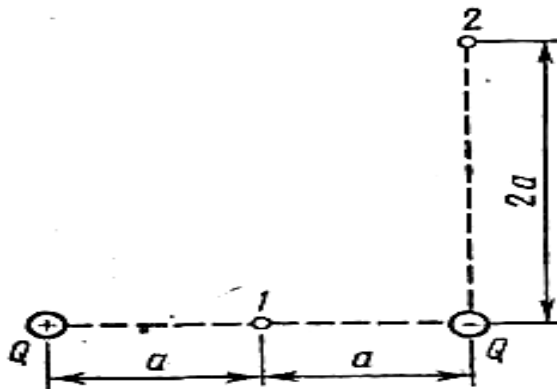


Рисунок 1.11

27 Электрическое поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \text{ мкКл/м}^2$. В этом поле вдоль прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с плоскостью, из точки 1 в точку 2, расстояние l между которыми равно 20 см (рисунок 1.12), пере-

мещается точечный электрический заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Определить работу A сил поля по перемещению заряда.

$$\text{Ответ: } A = \frac{\sigma Q l}{4\epsilon_0} \cos\left(\frac{\pi}{2 - \alpha}\right) = 1,96 \text{ мкДж.}$$

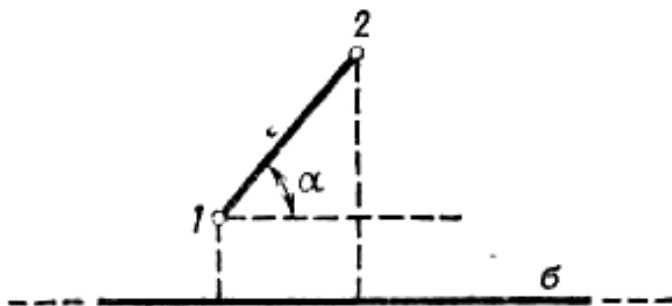


Рисунок 1.12

28 На отрезке прямого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. Определить работу A сил поля по перемещению заряда $Q = 1 \text{ нКл}$ из точки B в точку C (рисунок 1.13).

$$\text{Ответ: } 2,62 \text{ мкДж.}$$

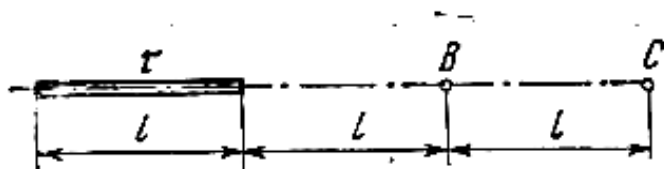


Рисунок 1.13

29 Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен с линейной плотностью $\tau = 133 \text{ нКл/м}$. Какую работу A надо совершить, чтобы перенести заряд $Q = 6,7 \text{ нКл}$ из центра полукольца в бесконечность?

$$\text{Ответ: } A = \frac{Q\tau}{4\epsilon_0} = 25,2 \text{ мкДж.}$$

30 Электрическое поле создано равномерно распределенным по кольцу зарядом ($\tau = 1 \text{ мкКл/м}$). Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 10 \text{ нКл}$ из точки 1 (в центре кольца) в точку 2, находящуюся на перпендикуляре к плоскости кольца (рис. 1.14).

$$(Ответ: A_{1,2} = \frac{Q\tau}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \right) = 165 \text{ мкДж.})$$

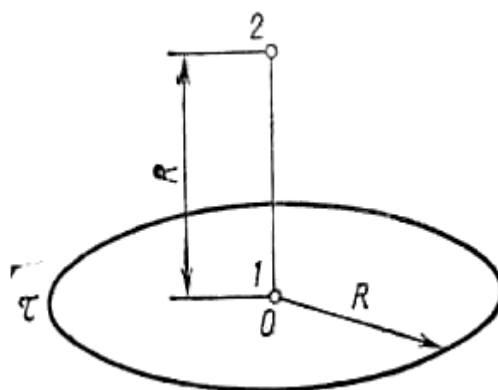


Рисунок 1.14

31 Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 1 \text{ мкКл}$ из точки 1 в точку 2 поля, созданного заряженным проводящим шаром (рисунок 1.15). Потенциал φ шара равен 1 кВ .

$$Ответ: A_{1,2} = \frac{1}{4} Q\varphi = 250 \text{ мкДж.}$$

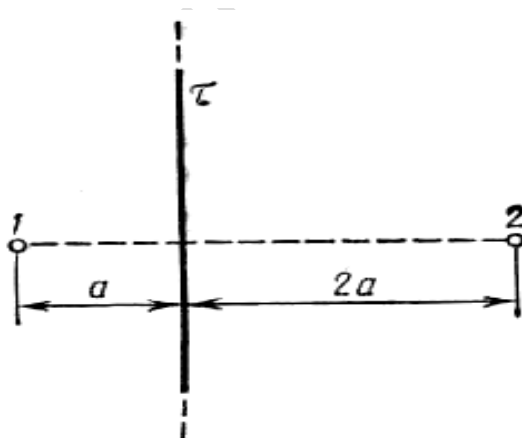


Рисунок 1.15

32 Бесконечная прямая нить несет равномерно распределенный заряд ($\tau = 0,1 \text{ мкКл/м}$). Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 50 \text{ нКл}$ из точки 1 в точку 2 (рисунок 1.16).

$$Ответ: A_{1,2} = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 2 = 62,4 \text{ мкДж.}$$

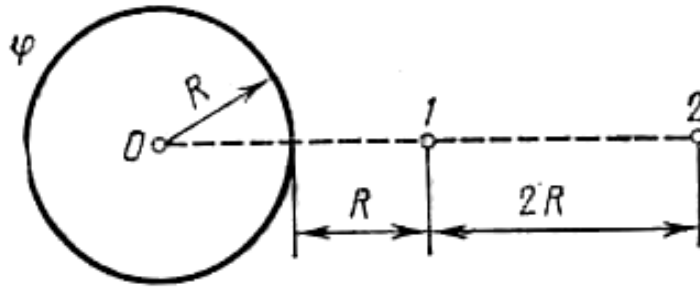


Рисунок 1.16

33 Какая ускоряющая разность потенциалов U требуется для того, чтобы сообщить скорость $v = 30 \text{ Мм/с}$: 1) электрону; 2) протону?

Ответ: 1) 2,5 кВ; 2) 4,69 МВ.

35 Разность потенциалов U между катодом и анодом электронной лампы равна 90 В, расстояние $r = 1 \text{ мм}$. С каким ускорением a движется электрон от катода к аноду? Какова скорость v электрона в момент удара об анод? За какое время t электрон пролетает расстояние от катода до анода? Поле считать однородным.

Ответ: $1,58 \cdot 10^{16} \text{ м/с}^2$.

35 Пылинка массой $m = 1 \text{ нг}$, несущая на себе пять электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 3 \text{ МВ}$. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость v приобрела пылинка?

Ответ: 15 МэВ; 2,19 м/с.

36 Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 600 \text{ кВ}$, приобрела скорость $v = 5,4 \text{ Мм/с}$. Определить удельный заряд частицы (отношение заряда в массе).

Ответ: 24 МКл/кг.

37 Протон, начальная скорость v которого равна 100 км/с, влетел в однородное электрическое поле ($E = 300 \text{ В/см}$) так, что вектор скорости совпал с направлением линий напряженности. Какой путь l должен пройти протон в направлении линий поля, чтобы его скорость удвоилась?

Ответ: $l = \frac{3mv^2}{2eE} = 5,19 \text{ мм}$.

38 Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью $\sigma = 35,4 \text{ нКл/м}^2$. По направлению силовой линии поля, созданного плоскостью, летит электрон. Определить минимальное расстояние $l_{\min}$, на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии $l_0 = 5 \text{ см}$ он имел кинетическую энергию $T = 80 \text{ эВ}$.

$$\text{Ответ: } l = l_0 - \frac{2\varepsilon_0 T}{|e|\sigma} = 1 \text{ см.}$$

39 Электрон, летевший горизонтально со скоростью $v = 1,6 \text{ Мм/с}$, влетел в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 90 \text{ В/см}$, направленное вертикально вверх. Какова будет по абсолютному значению и направлению скорость v электрона через 1 нс ?

$$\text{Ответ: } 2,24 \text{ Мм/с.}$$

40 В однородное электрическое поле напряженностью $E = 1 \text{ кВ/м}$ влетает вдоль силовой линии электрон со скоростью $v_0 = 1 \text{ Мм/с}$. Определить расстояние l , пройденное электроном до точки, в которой его скорость v_1 будет равна половине начальной.

$$\text{Ответ: } l = \frac{3}{8} \frac{m}{|e|} \frac{v_1^2}{E} = 2,13 \text{ мм.}$$

41 Какой минимальной скоростью $v_{\min}$ должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала $\varphi = 400 \text{ В}$ металлического шара (рисунок 1.17).

$$\text{Ответ: } v_{\min} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{|e|\varphi}{m}} = 0,24 \text{ Мм/с.}$$

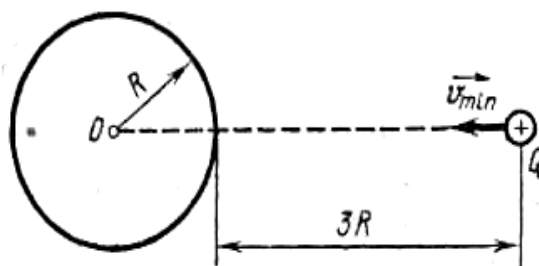


Рисунок 1.17

42 Из точки 1 на поверхности бесконечно длинного отрицательно заряженного цилиндра ($\tau = 20 \text{ нКл/м}$) вылетает электрон ($v_0 = 0$). Опреде-

лить кинетическую энергию T электрона в точке 2, находящейся на расстоянии $9R$ от поверхности цилиндра, где R – его радиус (рисунок 1.18).

$$\text{Ответ: } T = \frac{|e|\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 10 = 828 \text{ эВ.}$$

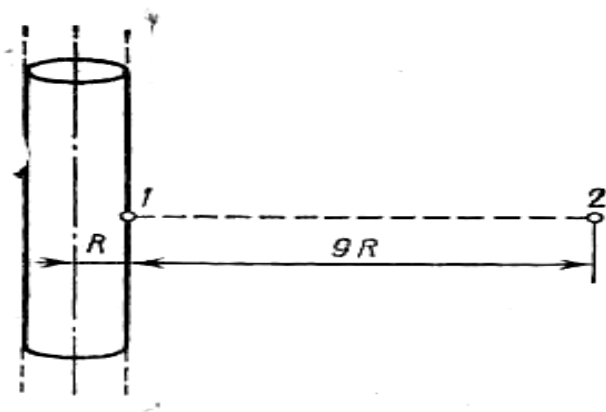


Рисунок 1.18

42 Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100 \text{ В}$ электрон имел скорость $v_1 = 6 \text{ Мм/с}$. Определить потенциал φ_2 , точки поля, в которой скорость v , электрона будет равна $0,5 v$.

$$\text{Ответ: } \varphi_2 = \varphi_1 - \frac{3}{8}(m/|e|)v_1^2 = 23,3 \text{ В.}$$

44 Электрон с начальной скоростью $v_0 = 3 \text{ Мм/с}$ влетел в однородное электрическое поле напряженностью $E = 150 \text{ В/м}$. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Найти: 1) силу F , действующую на электрон; 2) ускорение α , приобретаемое электроном; 3) скорость v электрона через $t = 0,1 \text{ мкс}$.

$$\text{Ответ: } F = 2,41 \cdot 10^{-17} \text{ Н; } \alpha = 2,75 \cdot 10^{13} \text{ м/с}^2; v = 4,07 \text{ Мм/с.}$$

45 Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью $v = 10 \text{ Мм/с}$, направленной параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к положительно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора (поле считать однородным), если расстояние d между пластинами равно 16 мм , разность потенциалов $U = 30 \text{ В}$ и длина l пластин равна 6 см ?

$$\text{Ответ: } 5,9 \text{ мм.}$$

46 Электрон влетел в плоский конденсатор, имея скорость $v = 10 \text{ Мм/с}$, направленную параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составляло угол $\alpha = 35^\circ$ с первоначальным направлением скорости. Определить разность потенциалов U между пластинами (поле считать однородным), если длина l пластин равна 10 см и расстояние d между ними равно 2 см .

Ответ: 79,6 В.

47 Электрон влетел в плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость $v = 10 \text{ Мм/с}$, направленную параллельно пластинам, расстояние d между которыми равно 2 см . Длина l каждой пластины равна 10 см . Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к пластинам, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

Ответ: 22,5 В.

48 Протон сближается с α -частицей. Скорость v_1 протона в лабораторной системе отсчета на достаточно большом удалении от α -частицы равна 300 км/с , а скорость v_2 частицы можно принять равной нулю. Определить минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое подойдет протон к α -частице, и скорости v_1 и v_2 обеих частиц в этот момент. Заряд α -частицы равен двум элементарным положительным зарядам, а массу m_1 её можно считать в четыре раза большей, чем масса m_2 протона.

$$\text{Ответ: } r_{\min} = \frac{eQ(1 + m_1/m_2)}{2\pi\epsilon_0 m_1(v_1 + v_2)} = 7,67 \text{ нм};$$

$$v_1 = v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v = 60 \text{ км/ч}.$$

49 Положительно заряженная частица, заряд которой равен элементарному заряду e , прошла, ускоряющую разность потенциалов $U = 60 \text{ кВ}$ и летит на ядро атома лития, заряд которого равен трем элементарным зарядам. На какое наименьшее расстояние $r_{\min}$ частица может приблизиться к ядру? Начальное расстояние частицы от ядра можно считать практически бесконечно большим, а массу частицы – пренебрежимо малой по сравнению с массой ядра.

$$\text{Ответ: } r_{\min} = \frac{3e}{4\pi\epsilon_0 U} = 72 \text{ фм}.$$

50 Два электрона, находящиеся на большом расстоянии друг от друга, сближаются с относительной начальной скоростью $v = 10 \text{ Мм/с}$. Определить минимальное расстояние $r_{\min}$, на которое они могут подойти друг к другу.

$$\text{Ответ: } r_{\min} = \frac{e^2}{\pi \varepsilon_0 m v^2} = 10,1 \text{ нм.}$$

Пример решения задач

Пример 1 Положительные заряды $Q_1 = 3 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = 20 \text{ нКл}$ находятся в вакууме на расстоянии $\tau_1 = 1,5 \text{ м}$ друг от друга. Определить работу A , которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $\tau_2 = 1 \text{ м}$.

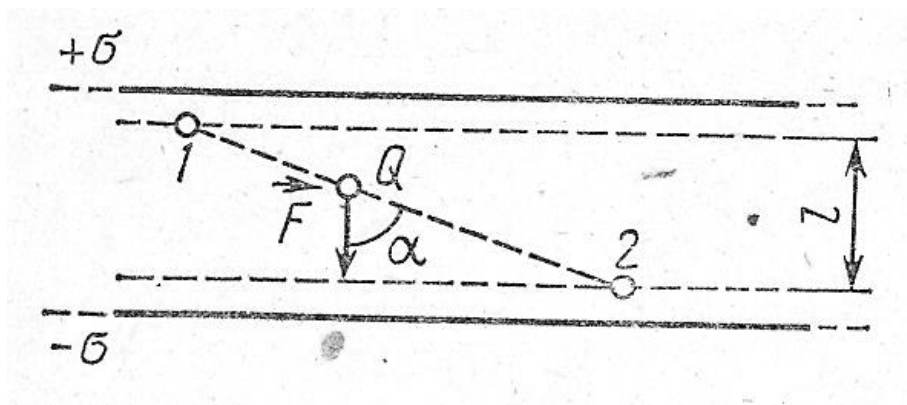


Рисунок 1.19

Решение

Положим, что первый заряд Q_1 остается неподвижным, а второй Q_2 под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом Q_1 , приближаясь к нему с расстояния $\tau = 1,5 \text{ м}$ до $\tau_2 = 1 \text{ м}$.

Работа A' внешней силы по перемещению заряда Q из одной точки поля с потенциалом φ_1 в другую, потенциал которой φ_2 , равна по абсолютному значению и противоположна по знаку работе A сил поля по перемещению заряда между теми же точками:

$$A' = -A.$$

Работа A сил поля по перемещению заряда $A = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Тогда работа A' внешних сил может быть записана в виде

$$A' = -Q(\varphi_1 - \varphi_2) = Q(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Потенциалы точек начала и конца пути выразятся формулами:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

Подставляя выражения φ_1 и φ_2 в формулу и учитывая, что для данного случая переносимый заряд $Q_1 = Q_2$, получим

$$A' = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Если учесть, что

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ м/Ф},$$

то подставив значения величин в формулу, и проведя вычисления, найдем

$$A' = 180 \text{ мк/Дж}.$$

1.4 Электроёмкость. Конденсаторы

Основные формулы

1 Электроёмкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta \varphi},$$

где ΔQ – заряд, сообщенный проводнику (конденсатору);

$\Delta \varphi$ – изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

2 Электроёмкость уединенной проводящей сферы радиусом R , находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Если сфера полая и заполнена диэлектриком, то электроёмкость ее от этого не изменяется.

3 Электроёмкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d},$$

где S – площадь пластин (каждой пластины);

d – расстояние между ними;

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электроёмкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика толщиной d_j каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_j (слоистый конденсатор),

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n}}.$$

4 Электроёмкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2 , пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}.$$

5 Электроемкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2 , пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}.$$

6 Электроемкость последовательно соединённых конденсаторов:

в общем случае

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n},$$

где n – число конденсаторов;

в случае двух конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2};$$

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый

$$C = \frac{C_1}{n}.$$

7 Электроемкость параллельно соединенных конденсаторов:

в общем случае

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n;$$

в случае двух конденсаторов

$$C = C_1 + C_2;$$

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый

$$C = nC_1.$$

Вопросы для самоконтроля

1 Что называется электроемкостью уединенного проводника? От чего она зависит?

2 В каких единицах (СИ) измеряется электроемкость?

3 Что представляет собой конденсатор?

4 Запишите выражения для электроемкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов.

5 Как изменится емкость плоского конденсатора, если между его пластинами поместить:

а) слой металла, заполняющего половину пространства между пластинами;

б) той же толщины слой диэлектрика?

6 Для чего применяются соединения конденсаторов в батарее? Чему равняется электроемкость параллельно, последовательно соединенных конденсаторов?

7 Запишите выражения для энергии уединенного заряженного про-

водника, заряженного конденсатора.

8 Получите выражения для энергии взаимодействия системы точечных зарядов.

9 Что является носителем энергии – заряды или поле? Запишите выражение для объемной плотности энергии электрического поля.

10 Запишите выражение для полной энергии взаимодействия зарядов.

Задачи

1 Найти емкость C уединенного металлического шара радиусом $R = 1 \text{ см}$.

Ответ: $1,1 \text{ пкФ}$.

2 Определить емкость C металлической сферы радиусом $R = 2 \text{ см}$, погруженной в воду.

Ответ: 180 пкФ .

3 Определить емкость C Земли, принимая ее за шар радиусом $R = 6400 \text{ км}$.

Ответ: 712 пкФ .

4 Два металлических шара радиусами $R_1 = 2 \text{ см}$ и $R_2 = 6 \text{ см}$ соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Найти поверхностную плотность σ зарядов на шарах.

Ответ: $\sigma_1 = 49,8 \text{ нКл/м}^2$; $\sigma_2 = 16,6 \text{ нКл/м}^2$.

5 Шар радиусом $R_1 = 6 \text{ см}$ заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300 \text{ В}$, а шар радиусом $R_2 = 4 \text{ см}$ – до потенциала $\varphi_2 = 500 \text{ В}$. Определить потенциал φ шаров после того, как их соединили металлическим проводком. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

Ответ: $\varphi = \frac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1 + R_2} = 380 \text{ В}$.

6 Определить емкость C плоского слюдяного конденсатора, площадь S пластин которого равна 100 см^2 , а расстояние между ними равно $0,1 \text{ мм}$.

Ответ: $6,2 \text{ нФ}$.

7 Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U = 600 \text{ В}$, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной $d_1 = 7 \text{ мм}$ и эбонита толщиной $d_2 = 3 \text{ мм}$. Площадь каждой пласти-

ны конденсатора равна 200 см^2 . Найти: 1) емкость C конденсатора; 2) смещение D , напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\varphi$ в каждом слое.

Ответ: 1) $88,5 \text{ нФ}$; 2) $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 300 \text{ В}$.

8 Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно $1,33 \text{ м}$, площадь S пластин равна 20 см^2 . В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной $d_1 = 0,7 \text{ мм}$ и эбонита толщиной $d_2 = 0,3 \text{ мм}$. Определить емкость C конденсатора.

Ответ: $C = 35,4 \text{ нФ}$.

9 На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$. Расстояние d между пластинами равно 1 мм . На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм ?

Ответ: $\Delta U = 22,6 \text{ В}$.

10 В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной 1 см , которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

Ответ: на $0,5 \text{ см}$.

11 Емкость C плоского конденсатора равна $1,5 \text{ мкФ}$. Расстояние d между пластинами равно 5 мм . Какова будет емкость C конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита толщиной $d_1 = 3 \text{ мм}$?

Ответ: $2,5 \text{ мкФ}$.

12 Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100 \text{ В}$. Какова будет разность потенциалов U_2 , если вытянуть стеклянную пластинку из конденсатора?

Ответ: 700 В .

13 Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 2 \text{ см}$ и $R_2 = 2,1 \text{ см}$ образуют сферический конденсатор. Определить его емкость C если пространство между сферами заполнено парафином.

Ответ: $C = 93,3 \text{ пкФ}$.

14 Конденсатор состоит из двух концентрических сфер. Радиус R_1 внутренней сферы равен 10 см , внешней $R_2 = 10,2 \text{ см}$. Промежуток

между сферами заполнен парафином. Внутренней сфере сообщен заряд $Q = 5 \text{ мкКл}$. Определить разность потенциалов U между сферами.

Ответ: 4,41 кВ.

15 К воздушному конденсатору, заряженному, до разности потенциалов $U = 600 \text{ В}$ и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ϵ фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_1 = 100 \text{ В}$.

Ответ: 5.

16 Два конденсатора электроемкостями $C_1 = 3 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 6 \text{ мкФ}$ соединены между собой и присоединены к батарее с э. д. с. $E = 120 \text{ В}$. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

Ответ: 1) 360 мкКл, 720 мкКл, 120В; 2) 240 мкКл, 80 В, 40 В.

17 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 320 \text{ В}$. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_1 = 450 \text{ В}$, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

Ответ: $C_2 = 0,32 \text{ мкФ}$.

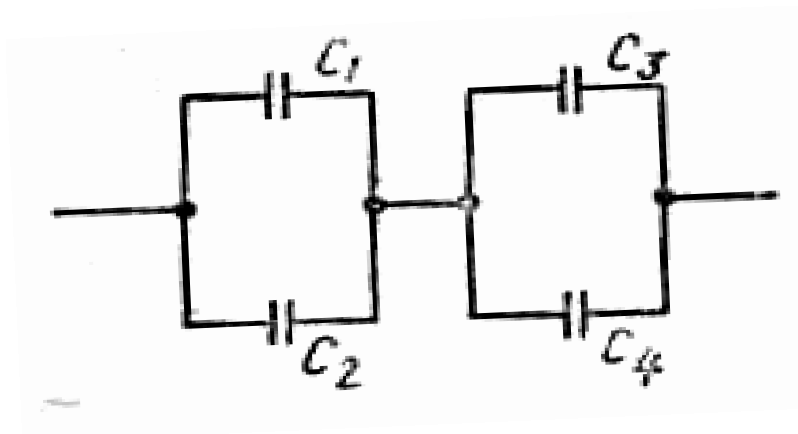
18 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 0,6 \text{ мкФ}$ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300 \text{ В}$ и соединен со вторым конденсатором электроемкостью $C_2 = 0,4 \text{ мкФ}$, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 150 \text{ В}$. Найти заряд ΔQ перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

Ответ: $\Delta Q = 36 \text{ мкКл}$.

19 Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Электроемкость C такой батареи конденсаторов равна 89 нФ. Площадь S каждой пластины равна 100 см^2 . Диэлектрик – стекло. Какова толщина d стекла?

Ответ: 2,32 мм.

20 Конденсаторы соединены так, как это показано на рисунке 1.20. Электроемкости конденсаторов: $C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$; $C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$; $C_3 = 0,3 \text{ мкФ}$; $C_4 = 0,4 \text{ мкФ}$. Определить электроемкость C батареи конденсаторов.



Ответ: $C = 0,21 \text{ мкФ}$.

Рисунок 1.20

21 Конденсаторы с электроемкостями $C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 0,6 \text{ мкФ}$, $C_3 = 0,3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 0,5 \text{ мкФ}$ соединены так, как это указано на рисунке 1.21. Разность потенциалов U между точками A и B равна 320 В . Определить разность потенциалов U_i и заряд Q_i на пластинах каждого конденсатора ($i=1, 2, 3, 4$).

Ответ: $U_1=240 \text{ В}$; $U_2=80 \text{ В}$; $U_3=120 \text{ В}$; $U_4=200 \text{ В}$;
 $Q_1 = Q_2 = 48 \text{ мкКл}$; $Q_3 = Q_4 = 60 \text{ мкКл}$.

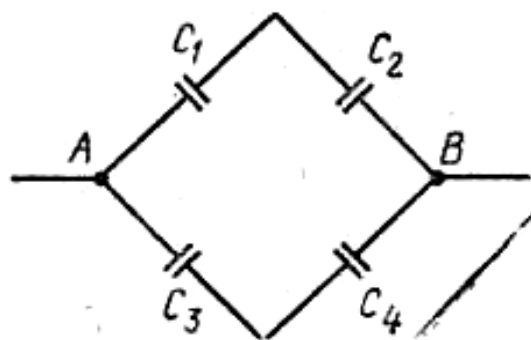


Рисунок 1.21

22 Конденсаторы с электроемкостями $C_1 = 10 \text{ нФ}$, $C_2 = 40 \text{ нФ}$, $C_3 = 2 \text{ нФ}$, $C_4 = 30 \text{ нФ}$ соединены так, как это показано на рисунке 1.22. Определить электроемкость C соединения конденсаторов.

Ответ: $C = 20 \text{ нФ}$.

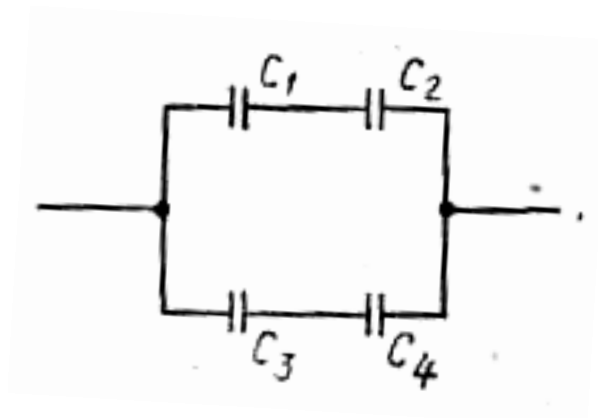


Рисунок 1.22

23 Конденсаторы емкостями $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 1 \text{ мкФ}$ соединены так, как показано на рисунке 1.23. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4 = 100 \text{ В}$. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов конденсаторов.

Ответ: 200 мкКл.

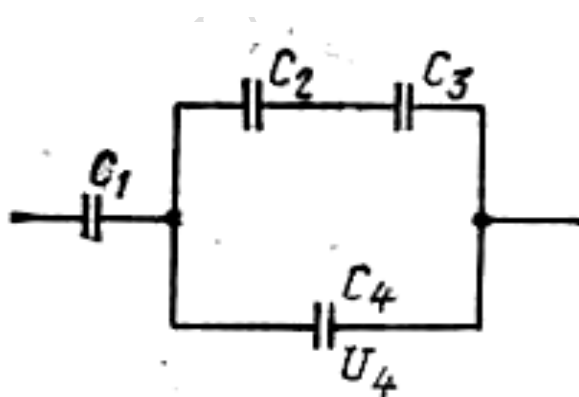


Рисунок 1.23

24 Пять различных конденсаторов соединены согласно схеме, приведенной на рисунке 1.24. Определить емкость C_4 , при которой емкость всего соединения не зависит от величины емкости C_5 . Принять $C_1 = 8 \text{ нФ}$, $C_2 = 12 \text{ нФ}$, $C_3 = 6 \text{ нФ}$.

Ответ: $C_4 = 9 \text{ нФ}$.

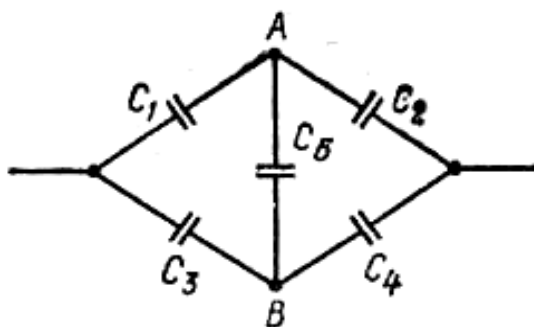


Рисунок 1.24

25 Определить электроемкость схемы, представленной на рисунке 1.25. $C_1 = 1 \text{ нФ}$, $C_2 = 2 \text{ нФ}$, $C_3 = 2 \text{ нФ}$, $C_4 = 4 \text{ нФ}$, $C_5 = 3 \text{ нФ}$.

Ответ: 2 нФ .

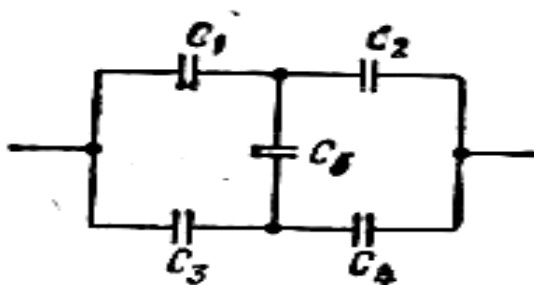


Рисунок 1.25

Примеры решения задач

Пример 1 Определить электрическую емкость C плоского конденсатора с двумя слоями диэлектриков: фарфора толщиной $d_1 = 2 \text{ мм}$ и эбонита толщиной $d_2 = 1,5 \text{ мм}$, если площадь S пластин равна 100 см^2 .

Решение

Емкость конденсатора, по определению,

$$C = \frac{Q}{U},$$

где Q – заряд на пластинах конденсатора;

U – разность потенциалов пластин.

Заменив общую разность потенциалов U конденсатора суммой $U_1 + U_2$ напряжений на слоях диэлектриков, получим

$$C = \frac{Q}{(U_1 + U_2)}. \quad (1)$$

Приняв во внимание, что

$$Q = \sigma S, \quad U_1 = E_1 d_1 = \frac{D d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} \quad \text{и} \quad U_2 = E_2 d_2 = \frac{D d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}$$

равенство (1) можно переписать в виде

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1 + \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} d_2}, \quad (2)$$

где σ – поверхностная плотность заряда на пластинах;

ε_1 и ε_2 – напряженности поля в первом и втором слоях диэлектрика соответственно;

D – смещение поля в диэлектриках.

Умножив числитель и знаменатель равенства (2) на ε_0 и учитывая, что $D = \sigma$, получим:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}.$$

Произведя вычисления, найдем $C = 98,3 \text{ нФ}$.

Пример 2 Два плоских конденсатора одинаковой емкости $C_1 = C_2 = C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой $\mathcal{E}$. Как изменится разность потенциалов U_1 на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

Решение

До заполнения второго конденсатора диэлектриком разность потенциалов на пластинах обоих конденсаторов была одинакова:

$$U_1 = U_2 = \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

После заполнения емкость второго конденсатора возросла в ε раз:

$$\varepsilon C_2 = \varepsilon C.$$

Емкость первого не изменилась. Так как источник тока не отключался, то общая разность потенциалов на батарее конденсаторов оста-

лась прежней, она лишь перераспределилась между конденсаторами. На первом конденсаторе:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C}, \quad (1)$$

где Q — заряд на пластинах конденсатора.

Поскольку при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждой пластине и на всей батарее одинаков, то

$$Q = C_{\text{бат.}} \varepsilon,$$

где

$$C'_{\text{бат}} = \frac{C'_1 C'_2}{C'_1 + C'_2} = \frac{C \varepsilon C}{C + \varepsilon C} = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon}.$$

Таким образом,

$$Q = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon} \varepsilon.$$

Подставив это выражение заряда в формулу (1), найдем

$$U'_1 = \frac{Q}{C} = \frac{\varepsilon C \varepsilon}{(1 + \varepsilon) C} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \varepsilon.$$

Чтобы найти, как изменилась разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, вычислим отношение:

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{\varepsilon \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon) \varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon}.$$

После подстановки значения ε получим

$$\frac{U'_1}{U_1} = 1,75.$$

Следовательно, разность потенциалов на пластинах первого конденсатора после заполнения второго конденсатора диэлектриком возросла в 1,75 раза.

Пример 3 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 3 \text{ мкФ}$ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40 \text{ В}$. После отключения от источника тока конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсаторе электроемкостью $C_2 = 5 \text{ мкФ}$. Определить энергию ΔW , израсходованную на образование искры в момент присоединения второго конденсатора.

Решение

Энергия, израсходованная на образование искры, равна:

$$\Delta W = W_1 - W_2, \quad (1)$$

где w_1 – энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора;

w_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Подставив в равенство (1) в формулу энергии заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2},$$

и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \quad (2)$$

где C_1 и C_2 – емкости первого и второго конденсаторов;

U_1 – разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор;

U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив данное выражение U_2 в формулу (2), получим:

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований найдем

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Выполнив вычисления, получим $\Delta W = 1,5 \text{ мДж}$.

Пример 4 Диполь с электрическим моментом $p = 2 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ находится (рисунок 1.26) в однородном электрическом поле напряженностью $E = 30 \text{ кВ/м}$. Вектор p составляет угол $\alpha_0 = 60^\circ$ с направлением силовых линий

поля. Определить произведенную внешними силами работу A поворота диполя на угол $\beta = 30^\circ$.

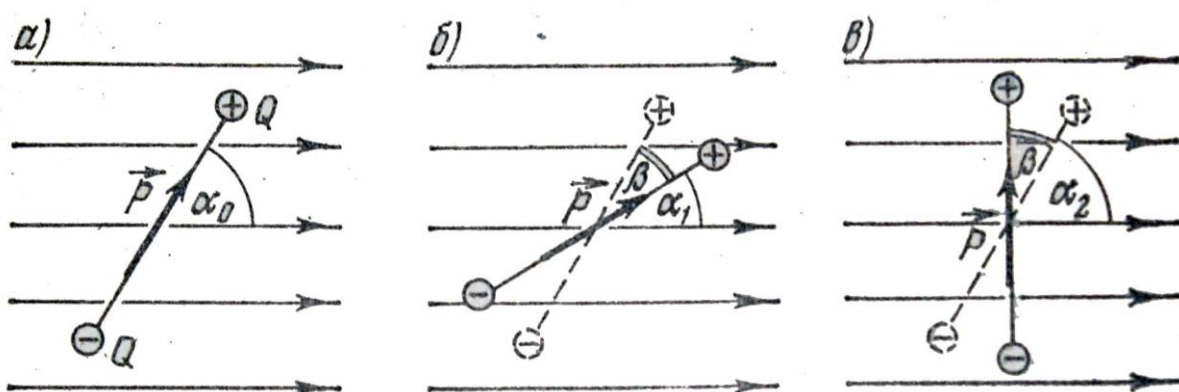


Рис. 16.2

Рисунок 1.26

Решение

Из исходного положения (рисунок 1.26, а) диполь можно повернуть на угол $\beta = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ двумя способами:

- 1) по часовой стрелке до угла $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ (рисунок 1.26, б);
- 2) против часовой стрелки до угла $\alpha_2 = \alpha_0 + \beta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ (рисунок 1.26, в).

В первом случае диполь будет поворачиваться под действием сил поля. Следовательно, работа внешних сил при этом отрицательна. Во втором случае поворот может быть произведен только под действием внешних сил, и, следовательно, работа внешних сил при этом положительна.

Работу, совершаемую при повороте диполя, можно вычислить двумя способами: 1) непосредственно интегрированием выражения элементарной работы; 2) с помощью соотношения между работой и изменением потенциальной энергии диполя в электрическом поле.

1-й способ. Элементарная работа при повороте диполя на угол α

$$dA = M d\alpha = pE \sin \alpha d\alpha,$$

а полная работа при повороте на угол от α_0 до α

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} pE \sin \alpha d\alpha = pE \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sin \alpha d\alpha.$$

Произведя интегрирование, получим

$$A = -pE(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = pE(\cos \alpha_0 - \cos \alpha).$$

Работа внешних сил при повороте диполя:

1) по часовой стрелке

$$A_1 = pE(\cos \alpha - \cos \alpha_1) = -21,9 \text{ мкДж};$$

2) против часовой стрелки

$$A_2 = pE(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_2) = -30 \text{ мкДж}.$$

2-й способ. Работа A внешних сил связана с изменением потенциальной энергии $\Delta\Pi$ соотношением

$$A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1,$$

где Π_1 и Π_2 – потенциальные энергии системы соответственно в начальном и конечном состояниях. Так как потенциальная энергия диполя в электрическом поле выражается формулой $\Pi = -pE \cos \alpha$, то

$$A = pE(\cos \alpha_0 - \cos \alpha).$$

Пример 5 Определить электрическую емкость C плоского конденсатора с двумя слоями диэлектриков: фарфора толщиной $d_1 = 2 \text{ мм}$ и эбонита толщиной $d_2 = 1,5 \text{ мм}$, если площадь S пластин равна 100 см^2 .

Решение

По определению емкость конденсатора

$$C = \frac{Q}{U}, \quad (1)$$

где Q – заряд на пластинах конденсатора;

U – разность потенциалов пластин.

Заменив в равенстве (1) общую разность потенциалов U конденсатора суммой $U_1 + U_2$ напряжений на слоях диэлектриков, получим

$$C = \frac{Q}{(U_1 + U_2)}. \quad (2)$$

Приняв во внимание, что

$$Q = \sigma S, \quad U_1 = E_1 d_1 = D \times \frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} \quad \text{и} \quad U_2 = E_2 d_2 = D \times \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0},$$

равенство (2) можно переписать в следующем виде:

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} d_1 + \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} d_2}, \quad (3)$$

где σ – поверхностная плотность заряда на пластинах;

E_1 и E_2 – напряженности поля в первом и втором слоях диэлектрика соответственно;

D – смещение поля в диэлектриках.

Умножив числитель и знаменатель равенства (3) на ε_0 и учитывая, что $D = \sigma$, получим:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}.$$

Произведя вычисления, получим $C = 98,3 \text{ нФ}$.

Пример 6 Два плоских конденсатора одинаковой электроемкости $C_1 = C_2 = C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой ε . Как изменится разность потенциалов U_1 на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

Решение

До заполнения второго конденсатора диэлектриком разность потенциалов на пластинах обоих конденсаторов была одинакова:

$$U_1 = U_2 = \frac{\varepsilon}{2}.$$

После заполнения, электроемкость второго конденсатора возросла в ε раз:

$$\varepsilon C_2 = \varepsilon C.$$

Электроемкость первого конденсатора не изменилась. Так как источник тока не отключался, то общая разность потенциалов на батарее кон-

денсаторов осталась прежней, она лишь перераспределилась между конденсаторами. На первом конденсаторе она составила:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C}, \quad (1)$$

где Q – заряд на пластинах конденсатора.

Поскольку при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждой пластине и на всей батарее одинаков, то

$$Q = C_{\text{бат.}} \varepsilon,$$

где

$$C'_{\text{бат}} = \frac{C'_1 C'_2}{C'_1 + C'_2} = \frac{C \varepsilon C}{C + \varepsilon C} = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon}.$$

Таким образом,

$$Q = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon} \varepsilon.$$

Подставив данное выражение заряда в формулу (1), найдем

$$U'_1 = \frac{Q}{C} = \frac{\varepsilon C \varepsilon}{(1 + \varepsilon) C} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \varepsilon.$$

Чтобы найти, как изменилась разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, вычислим отношение:

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{\varepsilon \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon) \varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon}.$$

После подстановки значения ε получим:

$$\frac{U'_1}{U_1} = 1,75.$$

Следовательно, разность потенциалов на пластинах первого конденсатора после заполнения второго конденсатора диэлектриком возросла в 1,75 раза.

1.5 Энергия заряженного проводника.

Энергия электрического поля

Основные формулы

1 Энергия заряженного проводника выражается через заряд Q , потенциал φ , емкость C проводника следующими соотношениями:

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} Q \varphi.$$

2 Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} Q U,$$

где C – емкость конденсатора;

U – разность потенциалов на его пластинах.

3 Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходя на единицу объема)

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} E D,$$

где E – напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε ;

D – электрическое смещение.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Что такое энергия заряженного проводника?
- 2 Как выражается энергия заряженного проводника?
- 3 Что такое энергия заряженного конденсатора?
- 4 Как выражается энергия заряженного конденсатора?
- 5 Что такое объемная плотность энергии?
- 6 Как выражается объемная плотность энергии?

Задачи

1 Конденсатору, емкость C которого равна 10 нФ , сообщен заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Определить энергию W конденсатора.

Ответ: $0,05 \text{ мкДж}$.

2 Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 см, разность потенциалов $U = 6$ кВ. Заряд Q каждой пластины равен 10 нКл. Вычислить энергию w поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

Ответ: 30 мкДж; 15 мН.

3 Какое количество теплоты Q выделится при разряде плоского конденсатора, если разность потенциалов U между пластинами равна 15 кВ, расстояние $d = 1$ мм, диэлектрик – слюда и площадь S каждой пластины равна 300 см²?

Ответ: 0,209 Дж.

4 Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН. Площадь S каждой пластины равна 200 см. Найти плотность энергии w поля конденсатора.

Ответ: 2,5 Дж/м³.

5 Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $r = 10$ см каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1 см. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 1,2$ кВ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3,5$ см?

Ответ: 50 мкДж.

6 Плоский воздушный конденсатор электроемкостью $C = 1,11$ нФ заряжен до разности потенциалов $U = 300$ В. После отключения от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность потенциалов U на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу A внешних сил по раздвижению пластин.

Ответ: 1500 В; 0,2 мДж.

7 Конденсатор электроемкостью $C_1 = 666$ нФ зарядили до разности потенциалов $U = 1,5$ кВ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 444$ нФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

Ответ: 0,3 мДж.

8 Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ включены в цепь с напряжением $U = 1,1$ кВ. Определить

энергию каждого конденсатора в случаях: 1) последовательного их включения; 2) параллельного включения.

Ответ: 0,18 Дж.

9 Емкость C плоского конденсатора равна 111 пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 600$ В и отключили от источника напряжения. Какую работу A нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора? Трение пренебрежимо мало.

Ответ: 80 мкДж.

10 Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объем V которого равен 100 см³. Поверхностная плотность заряда σ на пластинах конденсатора равна $8,85$ нКл/м². Вычислить работу A , которую необходимо совершить для, того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора. Трением диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.

Ответ: $A = 63,5$ нДж.

11 Пластину из эбонита толщиной $d = 2$ мм и площадью $S = 300$ см² поместили в однородное электрическое поле напряженностью $E = 1$ кВ/м, расположив так, что силовые линии перпендикулярны ее плоской поверхности. Найти: 1) плотность σ связанных зарядов на поверхности пластин; 2) энергию w электрического поля, сосредоточенную в пластине.

Ответ: $\sigma = 5,9$ нКл/м²; $w = 88,5$ пДж.

12 Бесконечно длинный цилиндр радиусом R равномерно заряжен с объемной плотностью ρ . Найти энергию w_1 на единицу длины, запасенную внутри цилиндра.

Ответ: $w_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi^2 \rho^2 R^4}{4\epsilon}$.

13 Найти потенциальную энергию w точечного заряда Q , находящегося на расстоянии r от диполя, момент которого p .

Ответ: $w = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(pr)}{r^3}$.

14 Два электрических диполя с моментами $p_1 = 1 \cdot 10^{-12}$ Кл·м и $p_2 = 4 \cdot 10^{-12}$ Кл·м находятся на расстоянии $r_0 = 2$ см друг от друга. Найти взаимную потенциальную энергию w диполей, соответствующую их устойчивому равновесию, и определить силу F их взаимодействия.

Ответ: $w = -9$ нДж; $F = 1,35$ мкН.

15 Найти взаимную потенциальную энергию w системы, состоящей из четырех одинаковых положительных точечных зарядов Q , расположенных в вершинах квадрата со стороной a .

$$\text{Ответ: } W = (\sqrt{2} + 4) \times \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

16 Найти взаимную потенциальную энергию w системы, состоящей из трех одинаковых положительных точечных зарядов, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной a .

$$\text{Ответ: } W = \frac{3Q^2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

17 Точечный заряд Q находится на расстоянии R от безграничной плоскости. Найти энергию взаимодействия w этого заряда с зарядами, индуцированными на плоскости.

$$\text{Ответ: } W_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{2r}.$$

18 Пластину предыдущей задачи переместили из поля в область пространства, где внешнее поле отсутствует. Пренебрегая уменьшением поля в диэлектрике с течением времени, определить энергию w электрического поля в пластине.

$$\text{Ответ: } w = 118 \text{ нДж}.$$

19 Найти энергию w уединенной сферы радиусом $R = 4 \text{ см}$, заряженной до потенциала $\varphi = 500 \text{ В}$.

$$\text{Ответ: } 0,55 \text{ мкДж}.$$

20 Вычислить энергию w электростатического поля металлического шара, которому сообщен заряд $Q = 100 \text{ нКл}$, если диаметр d шара равен 20 см .

$$\text{Ответ: } 450 \text{ мкДж}.$$

21 Уединенная металлическая сфера электроемкостью $C = 10 \text{ пФ}$ заряжена до потенциала $\varphi = 3 \text{ кВ}$. Определить энергию w поля, заключенного в сферическом слое, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в три раза больше радиуса сферы.

$$\text{Ответ: } 30 \text{ мкДж}.$$

22 Электрическое поле создано заряженной ($Q = 0,1 \text{ мКл}$) сферой радиусом $R = 10 \text{ см}$. Какова энергия w поля, заключенная в объеме, ограни-

ченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в два раза больше радиуса сферы.

Ответ: $w = 225 \text{ мкДж}$.

23 Уединенный металлический шар радиусом $R = 6 \text{ см}$ несет заряд Q . Концентрическая этому шару поверхность делит пространство на две части (внутренняя конечная и внешняя бесконечная), так что энергии электрического поля обеих частей одинаковы. Определить радиус R_2 этой, сферической поверхности.

Ответ: 12 см .

24 Сплошной парафиновый шар радиусом $R = 10 \text{ см}$ заряжен равномерно по объему с объемной плотностью $\rho = 10 \text{ нКл/м}^3$. Определить энергию w электрического поля, сосредоточенную в самом шаре, и энергию w_2 вне его.

Ответ: $w_1 = 7,88 \text{ нДж}$; $w_2 = 78,8 \text{ нДж}$.

25 Эбонитовый шар равномерно заряжен по объему. Во сколько раз энергия электрического поля вне шара превосходит энергию поля, сосредоточенную в шаре?

Ответ: $\frac{w_1}{w_2} = 15$.

Примеры решения задач

Пример 1 Конденсатор электроемкостью $c_1 = 3 \text{ мкФ}$ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40 \text{ В}$. После отключения от источника тока конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором электроемкостью $c_2 = 5 \text{ мкФ}$. Определить энергию ΔW , израсходованную на образование искры в момент присоединения второго конденсатора.

Решение

Энергия, израсходованная на образование искры, равна

$$\Delta W = W_1 - W_2, \quad (1)$$

где W_1 — энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора;

W_2 – энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Подставив в равенство (1) формулу энергии заряженного конденсатора $W = \frac{cU^2}{2}$ и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим:

$$\Delta W = \frac{c_1 U_1^2}{2} = \frac{(c_1 + c_2) U_2^2}{2}, \quad (2)$$

где c_1 и c_2 – емкости первого и второго конденсаторов;

U_1 – напряжение, которое имел первый конденсатор;

U_2 – напряжение на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{c_1 + c_2} = \frac{c_1 U_1}{c_1 + c_2}.$$

Подставив полученное выражение U_2 в формулу (2), получим:

$$\Delta W = \frac{c_1 U_1^2}{2} - \frac{(c_1 + c_2) c_1^2 U_1^2}{2(c_1 + c_2)^2} = \frac{c_1 c_2}{2(c_1 + c_2)} U_1^2.$$

Произведя вычисления, получим $\Delta W = 1,5 \text{ мДж}$.

Пример 2 Плоский воздушный конденсатор с площадью пластины S , равной 500 см^2 , подключен к источнику тока, э.д.с. $\mathcal{E}$ которого равна 300 В . Определить работу A внешних сил по раздвижению пластин от расстояния $d_1 = 1 \text{ см}$ до $d_2 = 3 \text{ см}$ в случае, если пластины перед раздвижением отключаются от источника тока.

Решение

Систему двух заряженных и отключенных от источника тока пластин можно рассматривать как изолированную систему, по отношению к которой справедлив закон сохранения энергии. В этом случае работа внешних сил равна изменению энергии системы:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1, \quad (1)$$

где W_2 – энергия поля конденсатора в конечном состоянии (пластины находятся на расстоянии d_2);

W_1 – энергия поля в начальном состоянии (пластины находятся на расстоянии d_1).

Энергию в данном случае удобно выразить через заряд Q на пластинах, так как заряд пластин, отключенных от источника при их раздвижении, не изменяется. Подставив в равенство (1) выражения

$$W_2 = \frac{Q^2}{2c_2} \quad \text{и} \quad W_1 = \frac{Q^2}{2c_1}$$

получим

$$A = \frac{Q^2}{2c_1} - \frac{Q^2}{2c_2} = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1} \right). \quad (2)$$

Выразив в формуле (2) заряд через э.д.с. $\mathcal{E}$ источника тока и начальную емкость c_1 ($Q = c_1 \mathcal{E}$), найдем

$$A = \frac{c_1^2 \mathcal{E}^2}{2} \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1} \right). \quad (3)$$

Подставим в формулу (3) выражения емкостей $c_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1}$ и $c_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2}$ плоского конденсатора и получим:

$$A = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{2d_1^2} (d_2 - d_1). \quad (4)$$

Произведя вычисления по формуле (4), найдем $A = 3,9 \text{ мкДж}$.

2 Основы теории электропроводности

2.1 Основные законы постоянного тока

Основные формулы

1 Сила постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t},$$

где Q – количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника за время t .

2 Плотность электрического тока есть векторная величина, равная отношению силы тока к площади S поперечного сечения проводника:

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \vec{k},$$

где $\vec{k}$ – единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда.

3 Сопротивление однородного проводника

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление вещества проводника;
 l – его длина.

4 Проводимость G проводника и удельная проводимость y вещества:

$$G = \frac{1}{R}, \quad y = \frac{1}{\rho}.$$

5 Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + at),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t 0° С;
 t – температура (по шкале Цельсия);
 a – температурный коэффициент сопротивления.

6 Сопротивление соединения проводников:

последовательно
$$R = \sum_{i=1}^n R_i;$$

параллельно
$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где R_i – сопротивление i -го проводника;
 n – число проводников.

7 Закон Ома:

для неоднородного участка цепи:

$$i = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \xi_{12}}{R} = \frac{U}{R};$$

для однородного участка цепи ($\xi_{12} = 0$):

$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R};$$

для замкнутой цепи ($\varphi_1 = \varphi_2$):

$$I = \frac{\xi}{R},$$

где $(\varphi_1 = \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи;
 ξ_{12} – э. д. с. источников тока, входящих в участок;
 U – напряжение на участке цепи;
 R – сопротивление цепи (участка цепи);
 ξ – э. д. с. всех источников тока цепи.

8 Правила Кирхгофа

Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т. е.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле.

Второе правило: в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме электродвижущих сил, т.е.

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \xi_i ,$$

где I_i – сила тока на i -м участке;

R_i – активное сопротивление на i -м участке;

ξ_i – э. д. с. источников тока на i -м участке;

n – число участков, содержащих активное сопротивление.

9 Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t :

$$A = IUt.$$

10 Мощность тока

$$P = IU.$$

11 Закон Джоуля–Ленца

$$Q = I^2 Rt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участках цепи за время t .

Закон Джоуля–Ленца справедлив при условии, что участок цепи неподвижен и в нем не совершаются химические превращения.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Что называется электрическим током?
- 2 Каковы условия существования постоянного тока?
- 3 Что называется силой тока?
- 4 В каких единицах (СИ) измеряется сила тока?
- 5 Сформулируйте закон Ома для однородного участка цепи.
- 6 Что такое сопротивление?
- 7 В каких единицах измеряется сопротивление?
- 8 От чего зависит сопротивление проводника?
- 9 Что такое электродвижущая сила (э.д.с.)?
- 10 В каких единицах (СИ) измеряется э.д.с. ?
- 11 Запишите закон Ома для полной цепи.
- 12 Чему равно эквивалентное сопротивление в случае:
 - а) параллельного;
 - б) последовательного соединения разных сопротивлений?
- 13 При каком сопротивлении нагрузки мощность, выделяемая на ней, максимальна?
- 14 Чему равен к.п.д. источника в этом случае?

15 Запишите закон Ома для сплошной среды.

16 Запишите закон Джоуля–Ленца:

а) в интегральной;

б) в дифференциальной форме.

Задачи

Закон Ома для участка цепи

1 Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 3 \text{ А}$ в течение времени $t = 10 \text{ с}$. Определить заряд Q , прошедший в проводнике.

Ответ: 15 Кл.

2 Определить заряд Q , прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3 \text{ Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2 \text{ В}$ до $U = 4 \text{ В}$ в течение $t = 20 \text{ с}$.

Ответ: 20 Кл.

3 Найти число электронов, проходящих через поперечное сечение проводника площадью 5 мм^2 за 1 мин., если плотность тока в проводнике $j = 50 \text{ А/см}^2$.

Ответ: 10^{21} электронов.

4 Определить плотность тока j в железном проводнике длиной $l = 10 \text{ м}$, если провод находится под напряжением $U = 6 \text{ В}$.

Ответ: $6,1 \text{ МА/м}^2$.

5 Сколько метров нихромовой проволоки диаметром $0,5 \text{ мм}$ необходимо для изготовления спирали к нагревателю, чтобы при присоединении ее к сети напряжением 127 В через нее проходил ток 2 А ? Изменением сопротивления проволоки при нагревании пренебречь.

Ответ: 12,7 м.

6 Сопротивление электролампочки (120 В , 100 Вт) в накаливаемом состоянии больше, чем в холодном, в 10 раз. Найти ее сопротивление R в холодном состоянии и температурный коэффициент сопротивления α , если температура накала нити $t = 2000 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ответ: $R = 14,4 \text{ Ом}$; $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

7 Имеется лампочка напряжением $U = 120 \text{ В}$, мощностью $P = 40 \text{ Вт}$. Какое добавочное сопротивление R надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети $U_0 = 220 \text{ В}$? Сколько метров l нихромовой проволоки диаметром $d = 0,3 \text{ мм}$ надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

Ответ: $R = 300 \text{ Ом}$; $l = 19 \text{ м}$.

8 Из медной проволоки длиной $l = 120 \text{ м}$ и площадью поперечного сечения $S = 24 \text{ мм}^2$ намотана катушка. Найти изменение сопротивления катушки при нагревании ее от $t_1^0 = 20^\circ \text{ C}$ до $t_2^0 = 70^\circ \text{ C}$.

Ответ: $\Delta R = Rt_2^0 - Rt_1^0 = \alpha p \frac{l}{S} (t_2^0 - t_1^0) = 0,176 \text{ Ом}$.

9 Электрический ток передается на расстояние 600 м по двухпроводной линии из медных проводов сечением 10 мм^2 . Напряжение в начале линии 240 В , ток в линии 18 А . Найти напряжение в конце линии и потерю напряжения в процентах от номинального напряжения 220 В .

Ответ: $\approx 203,3 \text{ В}$; $\approx 16,7 \%$.

10 К участку цепи, состоящему из сопротивлений 60 , 36 и 90 Ом , которые соединены параллельно, подведено постоянное напряжение 180 В . Найти величину тока в неразветвленной части цепи. Чему будет равна величина тока, если сопротивление 36 Ом отключить?

Ответ: 10 А ; 5 А .

11 Найти величину токов в параллельных ветвях и напряжение между точками разветвления (рисунок 2.1), если сопротивления ветвей 36 Ом и 24 Ом , а ток в неразветвленной части цепи при отключенной ветви с сопротивлением R_3 равен 15 А .

Ответ: 6 А ; 9 А ; 216 В .

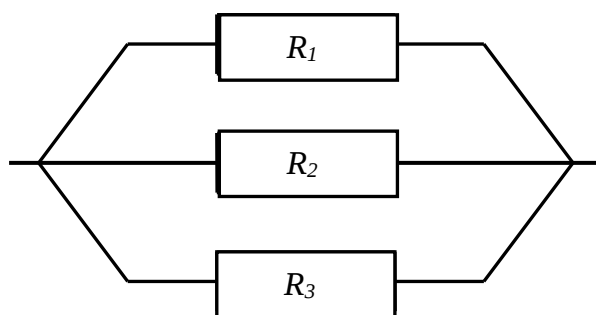


Рисунок 2.1

12 Два параллельно соединенных сопротивления, причем одно сопротивление в 2 раза больше другого, включены в сеть напряжением 90 В. Найти величины этих сопротивлений и ток в них, если до разветвления ток 1,5 А.

Ответ: 180 Ом, 90 Ом; 0,5 А, 1 А.

13 Два сопротивления 480 и 320 Ом включены последовательно в цепь 220 В. Определить общее сопротивление, величину тока в цепи и напряжение на зажимах сопротивлений.

Ответ: 800 Ом; 0,275 А; 132 В; 88 В.

14 Напряжение U на шинах электростанции равно 6,6 кВ. Потребитель находится на расстоянии $l = 10$ км. Определить площадь сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока I в линии равна 20 А и потери напряжения в проводах не должны превышать 3 %.

Ответ: 34,2 мм².

15 Вычислить сопротивление R графитового проводника, изготовленного в виде прямого кругового усеченного конуса высотой $h = 20$ см и радиусами оснований $r_1 = 12$ мм и $r_2 = 8$ мм. Температура t проводника равна 20° С.

Ответ: 2,58 мОм.

16 На одном конце цилиндрического медного проводника сопротивлением $R_0 = 10$ Ом (при 0° С) поддерживается температура $t_1 = 20^\circ$ С, на другом $t_2 = 400$ С. Найти сопротивление R проводника, считая градиент температуры вдоль его оси постоянным.

Ответ: 18,8 Ом.

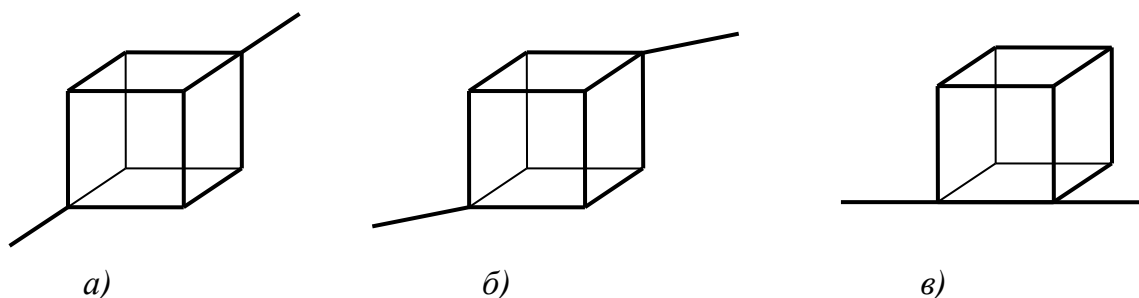


Рисунок 2.2

17 Проволочный куб составлен из проводников. Сопротивление R_1 каждого проводника, составляющего ребро куба равно 1 Ом. Вычислить

сопротивление R этого куба, если он включен в электрическую цепь, как показано на рисунке 2.2, а.

Ответ: $\frac{5}{6} \text{ Ом}.$

18 Проволочный куб составлен из проводников. Сопротивление R_1 каждого проводника, составляющего ребро куба равно 1 Ом . Вычислить сопротивление R этого куба, если он включен в электрическую цепь, как показано на рисунке 2.2, б.

Ответ: $\frac{3}{4} \text{ Ом}.$

19 Проволочный куб составлен из проводников. Сопротивление R_1 каждого проводника, составляющего ребро куба равно 1 Ом . Вычислить сопротивление R этого куба, если он включен в электрическую цепь, как показано на рисунке 2.2, в.

Ответ: $\frac{7}{12} \text{ Ом}.$

20 Найти температуру нити вольфрамовой лампы накаливания в рабочем состоянии, если известно, что сопротивление нити в момент включения при температуре 20° C в 12,6 раза меньше, чем в рабочем состоянии.

Ответ: $2500^\circ \text{ C}.$

21 Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К зажимам катушки присоединен вольтметр сопротивлением $R_B = 1 \text{ Ом}$. Показания амперметра $I = 0,5 \text{ А}$, вольтметра $U = 100 \text{ В}$. Определить сопротивление R катушки. Сколько процентов от точного значения сопротивления катушки составит погрешность, если не учитывать сопротивления вольтметра?

Ответ: $250 \text{ Ом}.$

22 Зашунтированный амперметр измеряет токи силой до $I = 10 \text{ А}$. Какую наибольшую силу тока может измерить этот амперметр без шунта, если сопротивление R_a амперметра равно $0,02 \text{ Ом}$ и сопротивление $R_{ш}$ шунта равно 5 мОм ?

Ответ: $2 \text{ А}.$

23 Найти величину добавочного сопротивления, которое необходимо подключить к вольтметру, чтобы измерять напряжение до 1000 В , если он рассчитан на 50 В и имеет внутреннее сопротивление 2000 Ом .

Ответ: $38 \text{ кОм}.$

24 Шкала микроамперметра с внутренним сопротивлением $10\ \text{Ом}$ содержит 100 делений при цене деления $10\ \text{мкА}$. Найти сопротивление шунта, который необходимо подсоединить к прибору, чтобы можно было измерять ток до $1\ \text{А}$.

Ответ: $\approx 10^{-3}\ \text{Ом}$.

25 Каким сопротивлением должен обладать реостат, чтобы с помощью его можно было изменять напряжение от 150 до $300\ \text{В}$ при последовательном включении с постоянным сопротивлением $60\ \text{Ом}$? Найти также величину приходящегося на реостат напряжения, когда он полностью введен.

Ответ: $60\ \text{Ом}$; $150\ \text{Вт}$.

26 Реостат сопротивлением $120\ \text{Ом}$ может изменять ток в цепи от $0,9$ до $4,5\ \text{А}$. Найти величину постоянного сопротивления цепи и пределы изменения напряжения на нем с помощью такого реостата.

Ответ: $30\ \text{Ом}$; от 27 до $135\ \text{Вт}$.

27 Определить удельное сопротивление ρ проводника длиной $l = 2\ \text{м}$, если при плотности тока $j = 10^6\ \text{А/м}^2$ на его концах поддерживается разность потенциалов $U = 2\ \text{В}$.

Ответ: $\rho = 10^{-6}\ \text{Ом}\cdot\text{м}$.

28 Генератор постоянного тока дает во внешнюю цепь ток $10\ \text{А}$. Сопротивление внешней цепи $R = 11,5\ \text{Ом}$. Определить э.д.с., индуцируемую в обмотке якоря, и напряжение на зажимах генератора, если сопротивление якоря $0,3\ \text{Ом}$.

Ответ: $118\ \text{В}$; $3\ \text{В}$.

Закон Ома для полной цепи

29 В цепи с сопротивлением $5\ \text{Ом}$ необходимо создать величину тока $8\ \text{А}$. Какое наименьшее количество аккумуляторов с э.д.с. в $2\ \text{В}$ и внутренним сопротивлением $0,5\ \text{Ом}$ каждый нужно взять для этого и как соединить группы в батарею, если в группе 4 аккумулятора подключены параллельно?

Ответ: 160; батарея состоит из 40 последовательно соединенных групп.

30 Аккумулятор с внутренним сопротивлением $1\ \text{Ом}$ подключен для зарядки к сети напряжением $12,5\ \text{В}$. Найти э.д.с. аккумулятора, если при зарядке через него проходит ток $0,5\ \text{А}$.

Ответ: $13\ \text{В}$.

31 Аккумуляторная батарея с внутренним сопротивлением 2 Ом и остаточным напряжением 12 В подключена для зарядки к сети 15 В . Какое сопротивление должно быть включено последовательно в цепь, чтобы сила зарядного тока не превышала 1 А ?

Ответ: 1 Ом .

32 Два элемента с э.д.с. $\xi_1 = 1,6\text{ В}$ и $\xi_2 = 2\text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $0,3\text{ Ом}$ и $0,9\text{ Ом}$ соответственно соединены последовательно и замкнуты на внешнее сопротивление 6 Ом . Найти падение напряжения внутри каждого из элементов.

Ответ: $0,15\text{ В}$; $0,45\text{ В}$.

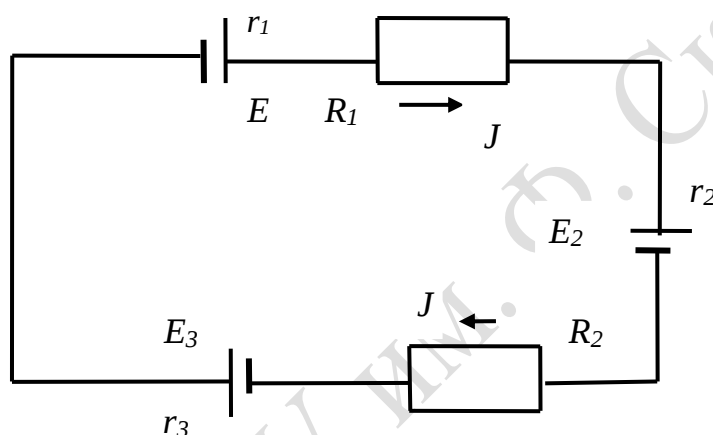


Рисунок 2.3

33 Определить величину общего тока в цепи (рисунок 2.3) и падение напряжения на внешних сопротивлениях, если $\xi_1 = 100\text{ В}$, $\xi_2 = 75\text{ В}$, $\xi_3 = 50\text{ В}$, $r_1 = 0,1\text{ Ом}$, $r_2 = 0,3\text{ Ом}$, $r_3 = 0,1\text{ Ом}$, $R_1 = 5\text{ Ом}$, $R_2 = 2\text{ Ом}$.

Ответ: 10 А ; 50 В ; 20 В .

34 Определить число аккумуляторов и выбрать способ соединения их для питания электроэнергией аварийного освещения цеха. Э.д.с. аккумулятора $\xi = 2\text{ В}$, его разрядный ток $I_p = 8\text{ А}$, мощность всех ламп $P = 2,2\text{ кВт}$ при напряжении $U = 110\text{ В}$.

Ответ: $m \geq \frac{I}{I_p} = 2,5$. Число групп $m = 3$; $n = \frac{U}{E} = 55$.

Общее число аккумуляторов $N = nm = 165$.

35 Параллельно соединенные сопротивления 6 Ом и 9 Ом включены в цепь, состоящую из последовательно соединенных элементов с э.д.с. $\xi = 1,2\text{ В}$ и внутренним сопротивлением $0,1\text{ Ом}$ каждый, по которой идет ток 3 А . Найти число элементов.

Ответ: 12 элементов .

36 Внутреннее сопротивление R батареи аккумуляторов равно 3 Ом . Сколько процентов от точного значения э.д.с. составляет погрешность, если, измеряя разность потенциалов на зажимах батареи вольтметром с сопротивлением $R_v = 200 \text{ Ом}$, принять ее равной э.д.с.?

Ответ: 1,48 % .

37 К источнику тока с э.д.с. $\xi = 1,5 \text{ В}$ присоединили катушку с сопротивлением $R = 0,1 \text{ Ом}$. Амперметр показал силу тока, равную $0,5 \text{ А}$. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же э.д.с. , то сила тока на той же катушке оказалась равной $0,4 \text{ А}$. Определить внутренние сопротивления R_1 и R_2 первого и второго источников тока.

Ответ: 2,9 Ом; 4,5 Ом .

38 Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. Э.д.с. ξ каждого элемента равна $1,2 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $R = 0,2 \text{ Ом}$. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление $R = 1,5 \text{ Ом}$. Найти силу тока I во внешней цепи.

Ответ: 2 А.

39 Имеется N одинаковых гальванических элементов с э.д.с. ξ и внутренним сопротивлением R_i каждый. Из этих элементов требуется собрать батарею, состоящую из нескольких параллельно соединенных групп, содержащих по n последовательно соединенных элементов. При таком значении n сила тока I во внешней цепи, имеющей сопротивление R , будет максимальной? Чему будет равно внутреннее сопротивление R_i батареи при этом значении n ?

Ответ: $n = \sqrt{\frac{NR}{r_i}}$; $R_i = R$.

40 Даны 12 элементов с э.д.с. $\xi = 1,5 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R = 0,4 \text{ Ом}$. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной из них батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,3 \text{ Ом}$? Определить максимальную силу тока I_{max}

Ответ: 4 параллельно соединенных группы по три последовательно соединенных элемента в каждой; 7,5 А.

41 Два элемента ($\xi_1 = 1,2 \text{ В}$, $R_1 = 0,1 \text{ Ом}$; $\xi_2 = 0,9 \text{ В}$, $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$) соединены одноименными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно $0,2 \text{ Ом}$. Определить силу тока I в цепи.

Ответ: 0,5 А.

42 Элемент, э.д.с. которого $\xi = 1,1 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $R = 1 \text{ Ом}$, замкнут на внешнее сопротивление $R = 9 \text{ Ом}$. Найти: а) силу тока в цепи I ; б) падение потенциала во внешней цепи U_1 ; в) падение потенциала внутри элемента U_2 ; г) с каким КПД η работает э.д.с.?

Ответ: а) $I = 0,11 \text{ А}$; б) $U_1 = 0,99 \text{ В}$; в) $U_2 = 0,11 \text{ В}$; г) $\eta = 0,9$.

43 В конце зарядки батареи аккумуляторов током $I_1 = 3 \text{ А}$ присоединенный к ней вольтметр показывал напряжение $U_1 = 4,25 \text{ В}$. В начале разрядки той же батареи током $I_2 = 4 \text{ А}$ вольтметр показал напряжение $U_2 = 3,9 \text{ В}$. Сопротивление вольтметра очень велико. Найти э.д.с. (ξ) и внутреннее сопротивление R батареи.

Ответ: $\xi = 4,1 \text{ В}$; $R = 0,05 \text{ Ом}$.

44 При силе тока $I_1 = 5 \text{ А}$ внешняя цепь источника потребляет мощность $P_1 = 9,5 \text{ Вт}$. Если же сопротивление внешней цепи $R = 0,225 \text{ Ом}$, то потребляемая мощность $P = 14,4 \text{ Вт}$. Какую наибольшую мощность P_{max} может потреблять внешняя цепь от этого источника? Чему равен при этом КПД η источника?

Ответ: $P_{\text{max}} \approx 33 \text{ Вт}$; $\eta = 50 \%$.

45 При каком сопротивлении R внешней цепи источник с э.д.с. $\xi = 10 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ будет отдавать максимальную мощность? Каково значение P_{max} этой мощности?

Ответ: $R = R$; $R = 20 \text{ Ом}$; $P_{\text{max}} = 1,25 \text{ Вт}$.

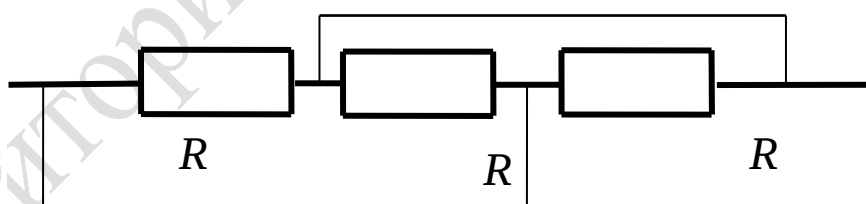


Рисунок 2.4

46 К источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением R подключили три одинаковых сопротивления R , соединенных, как показано на рисунке 2.4. При каком значении R тепловая мощность, выделяемая на этом участке, будет максимальной?

Ответ: $R = 3R$.

47 При подключении к источнику тока двух вольтметров, соединенных последовательно, показания их $U_1 = 6\text{ В}$ и $U_2 = 3\text{ В}$. При подключении к источнику только первого вольтметра его показание $U_3 = 8\text{ В}$. Найти э.д.с. (ξ) источника.

Ответ: $\xi = 12\text{ В}$.

48 Аккумулятор замкнут на некоторое сопротивление. Если в цепь включить два амперметра, соединенных между собой параллельно, они покажут токи $I_1 = 2\text{ А}$ и $I_2 = 3\text{ А}$. Если амперметры включить в цепь последовательно, они покажут ток $I_3 = 4\text{ А}$. Какой ток I проходит в цепи при отсутствии приборов?

Ответ: $I = 5,4\text{ А}$.

49 Батарея аккумуляторов состоит из 10 параллельно включенных аккумуляторов с э.д.с. в 2 В и внутренним сопротивлением $0,2\text{ Ом}$ каждый и дает ток во внешнюю цепь 5 А . Найти напряжение на зажимах батареи.

Ответ: $U = 0,1\text{ В}$.

50 Ток короткого замыкания источника тока с э.д.с. 12 В составляет 40 А . Найти сопротивление, которое необходимо подключить во внешнюю цепь, чтобы получить от этого источника ток 1 А .

Ответ: $\approx 12\text{ Ом}$.

51 В цепь, состоящую из источника тока с э.д.с. в 150 В и внутренним сопротивлением 3 Ом , включены параллельно соединенные сопротивления 80 и 40 Ом . Найти токи во всех участках цепи и напряжения на сопротивлениях.

Ответ: $\approx 5\text{ А}$; $1,67\text{ А}$; $3,33\text{ А}$; $134,8\text{ А}$.

Правила Кирхгофа

52 Три батареи с э.д.с. $\xi_1 = 12\text{ В}$, $\xi_2 = 5\text{ В}$ и $\xi = 10\text{ В}$ и одинаковыми внутренними сопротивлениями R , равными 1 Ом , соединены между собой одноименными полюсами. Сопротивление соединительных проводов ничтожно мало. Определить силы токов I , идущих через каждую батарею.

Ответ: 3 А ; 4 А ; 1 А .

53 Две батареи аккумуляторов ($\xi_1 = 10\text{ В}$, $R_1 = 1\text{ Ом}$; $\xi_2 = 8\text{ В}$, $R_2 = 2\text{ Ом}$) и реостат ($R = 6\text{ Ом}$) соединены, как показано на рисунке 2.5, а. Найти силу тока в батареях и реостате.

Ответ: $6,4\text{ А}$; $5,8\text{ А}$; $0,6\text{ А}$.

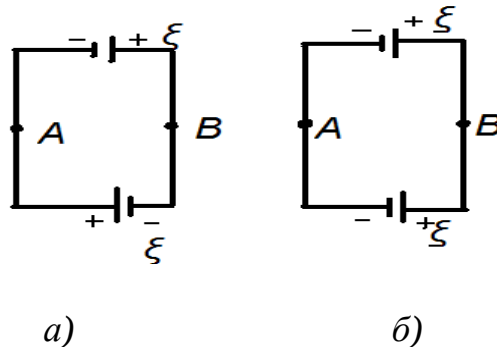


Рисунок 2.5

54 Два источника тока ($\xi_1 = 8 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$; $\xi_2 = 6 \text{ В}$, $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$) и реостат ($R = 10 \text{ Ом}$) соединены, как показано на рисунке 2.5, б. Вычислить силу тока I , текущего через реостат.

Ответ: 0,63 А.

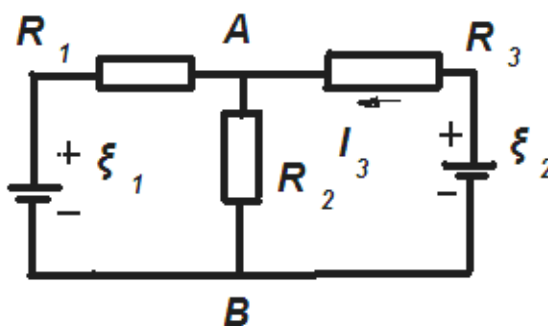


Рисунок 2.6

55 Определить силу тока I_3 в резисторе сопротивлением R_3 (рисунок 2.6) и напряжение U_3 на концах резистора, если $\xi_1 = 4 \text{ В}$, $\xi_2 = 3 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Ответ: $I_3 = 0$; $U_3 = 0$.

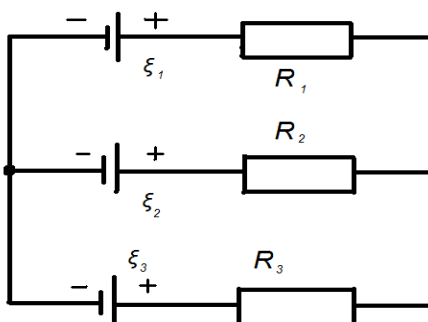


Рисунок 2.7

56 Три источника тока с э.д.с. $\xi_1 = 11 \text{ В}$, $\xi_2 = 4 \text{ В}$ и $\xi = 6 \text{ В}$ и три реостата с сопротивлениями $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$ и $R_3 = 2 \text{ Ом}$ соединены, как показано на рисунке 2.7. Определить силы токов I в реостатах. Внутреннее сопротивление источника тока пренебрежимо мало.

Ответ: 0,8 А; 0,3 А; 0,5 А.

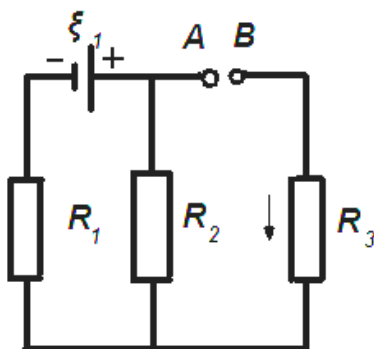
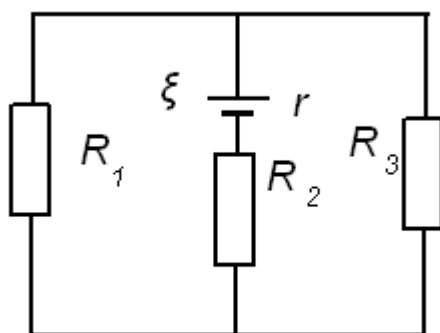


Рисунок 2.8

57 Три сопротивления $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$ и $R_3 = 3 \text{ Ом}$, а также источник тока с э.д.с. $\xi = 1,4 \text{ В}$ соединены, как показано на рисунке 2.8. Определить э.д.с. ξ источника тока, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы в сопротивлении R_3 шел ток силой $I = 1 \text{ А}$ в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источника тока пренебречь.



Ответ: 3,6 В.

Рисунок 2.9

58 В цепи (рисунок 2.9) $\xi = 3 \text{ В}$, $R = 0,8 \text{ Ом}$, $R_1 = 0,6 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$. Найти величину токов в отдельных сопротивлениях.

Ответ: $I_1 = 0,33 \text{ А}$; $I_2 = 0,8 \text{ А}$; $I_3 = 0,2 \text{ А}$.

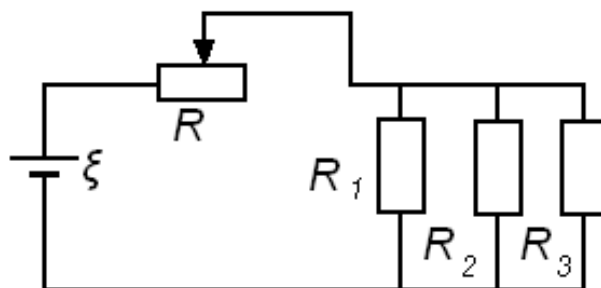


Рисунок 2.10

59 В цепи (рисунок 2.10) напряжения на клеммах батареи $5,2\text{ В}$, падение напряжения $U_1 = 4,2\text{ В}$, $I_1 = I_2 = 80\text{ мА}$, $I_3 = 75\text{ мА}$. Найти сопротивление включенной части реостата.

Ответ: $4,21\text{ Ом}$.

60 На рисунке 2.11 потенциометр сопротивлением R находится под напряжением U . Найти напряжение U_1 на потребителе сопротивлением R_1 в зависимости от включенной части x потенциометра.

Ответ: $U = \frac{R_1 l x}{R l x + R_1 l^2 - R x^2}$.

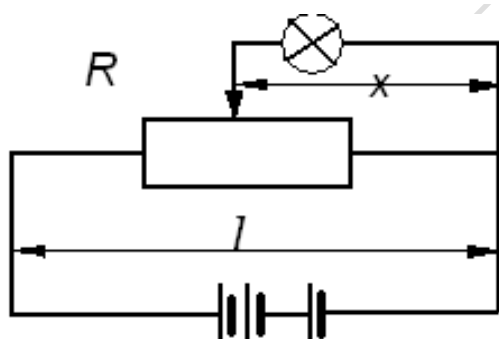


Рисунок 2.11

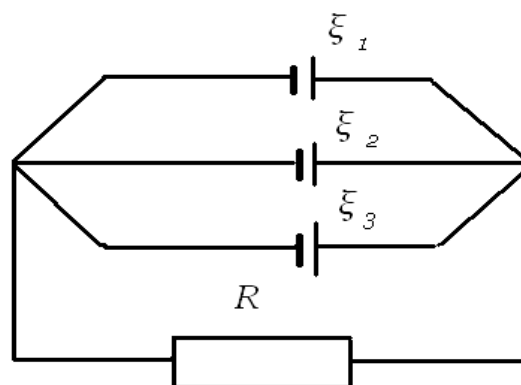


Рисунок 2.12

61 Найти величину тока, проходящего через каждый из элементов (рисунок 2.12), внутренние сопротивления которых одинаковы и равны $0,3\text{ Ом}$, а $\xi_1 = 1,3\text{ В}$, $\xi_2 = 1,4\text{ В}$; $\xi = 1,5\text{ В}$ и $R = 0,6\text{ Ом}$.

Ответ: $I_1 = 0,33\text{ А}$; $I_2 = 0,67\text{ А}$; $I_3 = 1\text{ А}$.

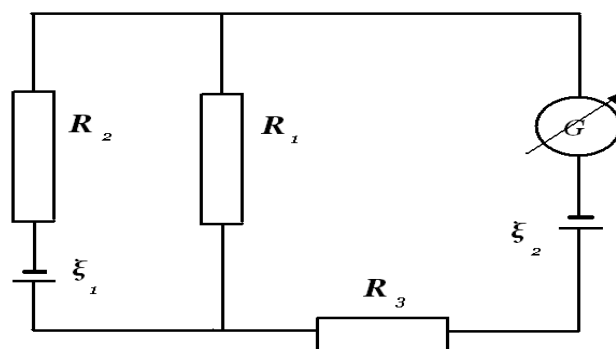


Рисунок 2.13

62 Найти величину тока через гальванометр, включенный в цепь (рисунок 2.13), пренебрегая внутренними сопротивлениями элементов, если $\xi_1 = 2 \text{ В}$, $\xi_2 = 1 \text{ В}$, $R_1 = 1000 \text{ Ом}$, $R_2 = 500 \text{ Ом}$, $R_3 = R_g = 200 \text{ Ом}$.

Ответ: 0,45 мА.

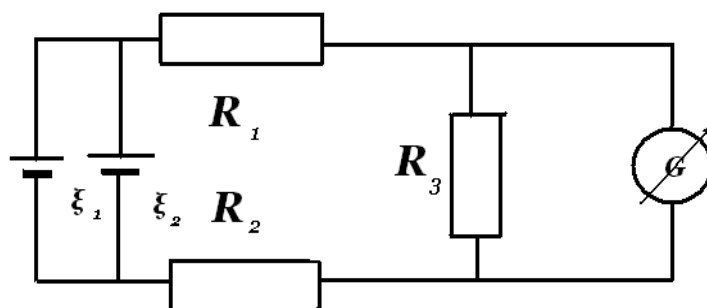


Рисунок 2.14

63 Найти величину тока через гальванометр, включенный в цепь (рисунок 2.14), если $\xi_1 = \xi_2 = 1,5 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $R_1 = R_2 = 0,5 \text{ Ом}$, внешнее сопротивление $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_g = 3 \text{ Ом}$.

Ответ: 75 мА.

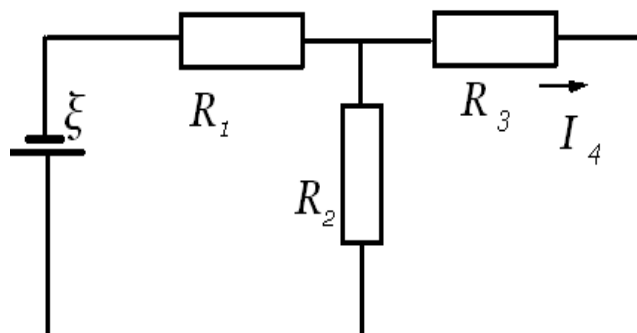


Рисунок 2.15

64 В схеме (рисунок 2.15) известны R_1, R_2, R_3, I_3 . Найти токи I_1, I_2 и э.д.с. батареи.

$$\text{Ответ: } I_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_2} I_3; \quad I_2 = \frac{R_3}{R_2} I_3; \quad E = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} I_3.$$

65 В схеме (рисунок 2.16) известны все сопротивления и I_4 . Найти э.д.с. батареи, пренебрегая ее внутренним сопротивлением.

$$\text{Ответ: } E = \frac{I_4}{R_5 R_3} [R_1 (R_2 R_5 + R_5 R_3 + R_4 R_5 + R_2 R_4 + R_3 R_4) + R_3 (R_2 R_4 + R_2 R_5 + R_4 R_5)].$$

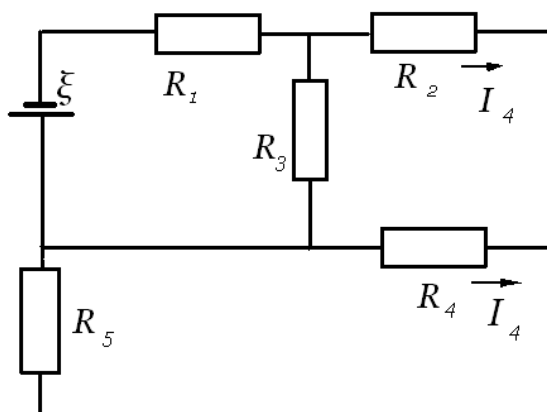


Рисунок 2.16

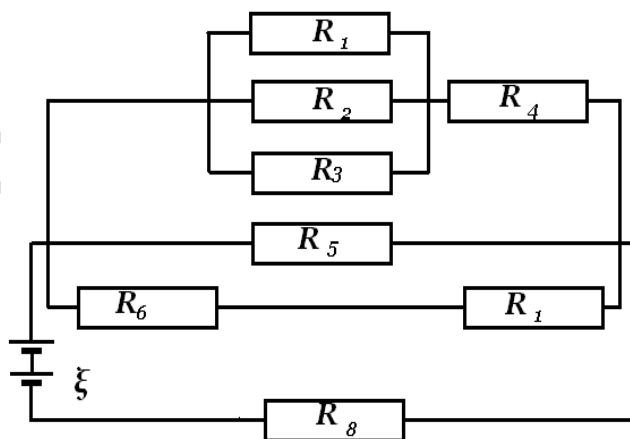


Рисунок 2.17

66 Найти общее сопротивление цепи (рисунок 2.17), величину тока в сопротивлениях и напряжение на зажимах источника тока, ес-

ли $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2,4 \text{ Ом}$, $R_4 = 6,8 \text{ Ом}$, $R_5 = 4,8 \text{ Ом}$, $R_6 = 5 \text{ Ом}$, $R_7 = 7 \text{ Ом}$, $R_8 = 5,8 \text{ Ом}$ и $I_1 = 0,06 \text{ А}$.

Ответ: $R_{\text{общ.}} = 8,2 \text{ Ом}$; $I_2 = 0,09 \text{ А}$; $I_3 = 0,15 \text{ А}$; $I_4 = 0,3 \text{ А}$; $I_5 = 0,5 \text{ А}$;
 $I_6 = I_7 = 0,2 \text{ А}$; $I_8 = 1 \text{ А}$; $U = 8,2 \text{ В}$.

67 Найти величину токов во всех участках цепи (рисунок 2.18), если э.д.с. $\xi_1 = 24 \text{ В}$, $\xi_2 = 18 \text{ В}$, сопротивления $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

Ответ: $I_1 \approx 0,72 \text{ А}$; $I_2 = 4,14 \text{ А}$; $I_3 = 4,86 \text{ А}$.

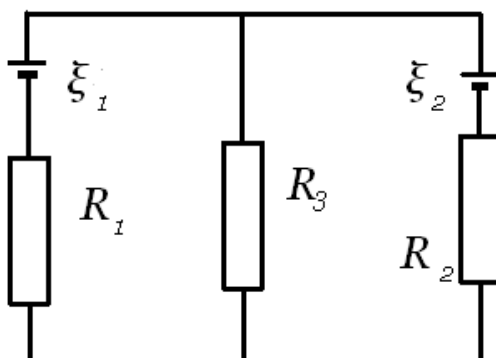


Рисунок 2.18

68 Три источника с э.д.с. $\xi_1 = 10 \text{ В}$, $\xi_2 = 5 \text{ В}$, $\xi_3 = 6 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $R_1 = 0,1 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_3 = 0,1 \text{ Ом}$ соединены, как показано на рисунке 2.19. Определить напряжение на внешних сопротивлениях $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$.

Ответ: $U_1 = 7,7 \text{ В}$; $U_2 = 0,6 \text{ В}$; $U_3 = 0,51 \text{ В}$.

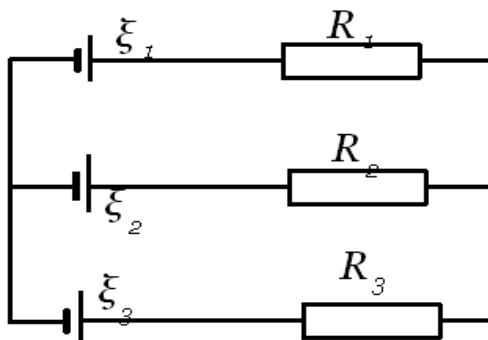


Рисунок 2.19

69 Найти величины токов во всех участках цепи (рисунок 2.20), если $\xi_1 = 20 \text{ В}$, $\xi_2 = 33 \text{ В}$, внутренние сопротивления $R_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,5 \text{ Ом}$, внешние – $R_1 = 0,8 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$.

Ответ: $I_1 \approx 4,6 \text{ A}$; $I_2 = 16,9 \text{ A}$; $I_3 = 12,3 \text{ A}$.

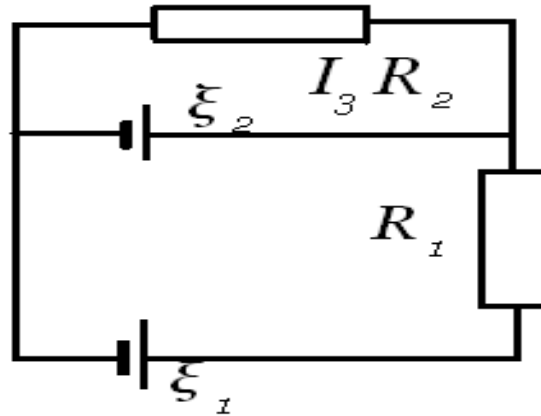


Рисунок 2.20

70 Найти величину тока в цепи (рисунок 2.21), величины токов в отдельных ветвях и эквивалентное сопротивление при разомкнутом и замкнутом ключе, если $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $\xi = 18 \text{ В}$. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Ответ: ключ разомкнут: $I_1 = I_2 = 0,9 \text{ A}$; $I_3 = I_4 = 2 \text{ A}$; $R = 6,2 \text{ Ом}$; $I = 2,9 \text{ A}$;
 ключ замкнут: $I_1 = 0,69 \text{ A}$, $I_2 = 1,11 \text{ A}$, $I_3 = 2,29 \text{ A}$, $I_4 = 1,86 \text{ A}$, $R = 6,06 \text{ Ом}$,
 $I_k = 0,43 \text{ A}$, $I = 2,97 \text{ A}$.

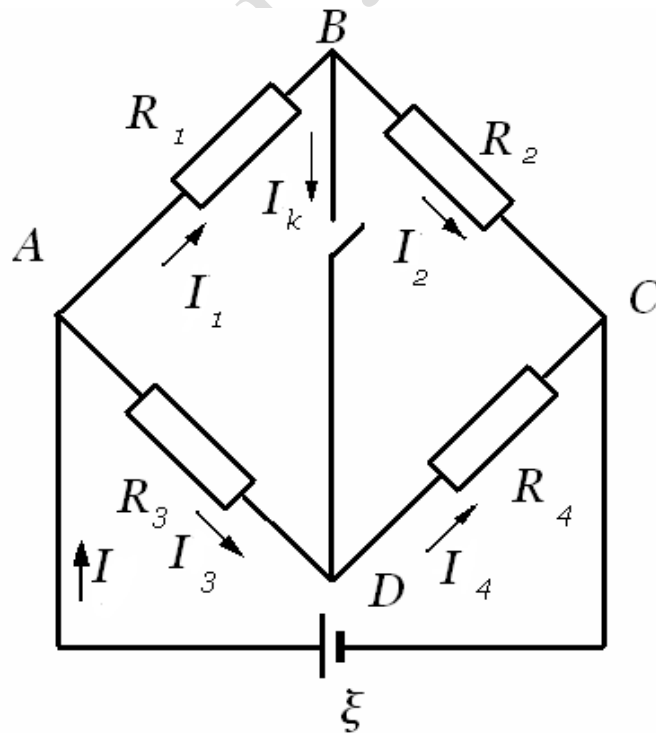


Рисунок 2.21

71 Два источника с э.д.с. $\xi_1 = 30 \text{ В}$ и $\xi_2 = 16 \text{ В}$, внутренними сопротивлениями $R_1 = 1 \text{ Ом}$ и $R_2 = 2 \text{ Ом}$ включены параллельно (рисунок 2.22) и работают на общее сопротивление $R = 25 \text{ Ом}$. Определить величины токов во всех ветвях и мощность, потребляемую нагрузкой

Ответ: $I_1 = 5,32 \text{ А}$; $I_2 = 4,34 \text{ А}$; $I = 0,99 \text{ А}$; $P = 24,35 \text{ Вт}$.

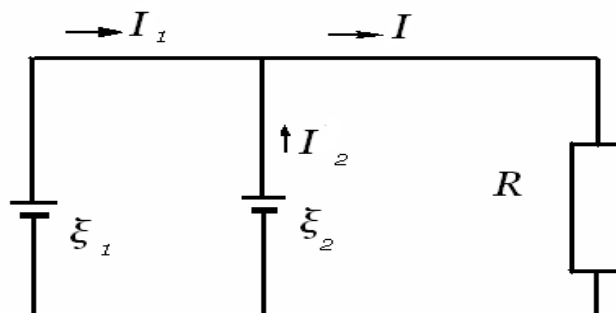


Рисунок 2.22

72 В схеме (рисунок 2.23) определить величины токов во всех участках цепи и мощность, развиваемую каждым источником тока, если $\xi_1 = 6 \text{ В}$, $\xi_2 = 10 \text{ В}$, $\xi_3 = 20 \text{ В}$, внутренние сопротивления $R_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_3 = 0,4 \text{ Ом}$, внешние — $R_1 = 19,8 \text{ Ом}$, $R_2 = 45,8 \text{ Ом}$, $R_3 = 100 \text{ Ом}$, $R_4 = 99,6 \text{ Ом}$.

Ответ: $I_1 = 0,113 \text{ А}$; $I_2 = 0,125 \text{ А}$; $I_3 = 0,012 \text{ А}$;
 $P_1 = 0,68 \text{ Вт}$; $P_2 = 1,25 \text{ Вт}$; $P_3 = 0,25 \text{ Вт}$.

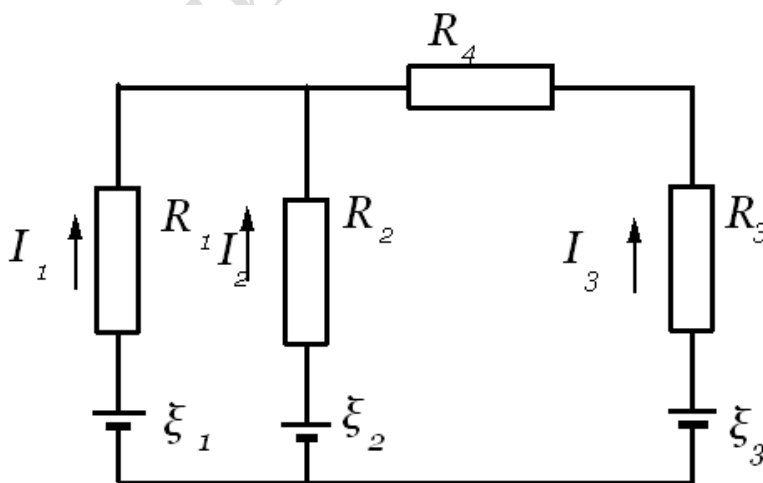


Рисунок 2.23

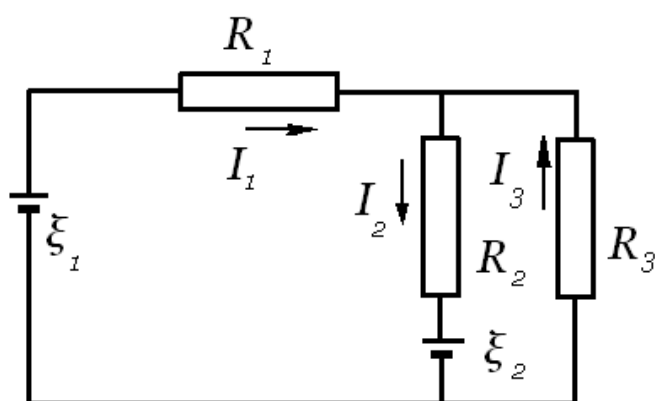


Рисунок 2.24

73 Определить величины токов в отдельных ветвях цепи (рисунок 2. 24), если $\xi_1 = 130 \text{ В}$, $\xi_2 = 117 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,6 \text{ Ом}$, $R_3 = 24 \text{ Ом}$.

Ответ: $I_1 = 10 \text{ А}$; $I_2 = 5 \text{ А}$; $I_3 = 5 \text{ А}$.

Работа и мощность тока

74 Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В , сопротивление R реостата равно 10 Ом . Внешняя цепь потребляет мощность $P = 120 \text{ Вт}$. Найти силу тока в цепи.

Ответ: 2 А .

75 Э.д.с. батареи аккумуляторов $\xi = 12 \text{ В}$, сила тока короткого замыкания равна 5 А . Какую наибольшую мощность P_{max} можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

Ответ: 15 Вт .

76 К батарее аккумуляторов, э.д.с. ξ которой равна 2 В и внутреннее сопротивление $R = 0,5 \text{ Ом}$, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление R проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность P , которая при этом выделяется в проводнике.

Ответ: $0,5 \text{ Ом}$; 2 Вт .

77 Э.д.с. ξ батареи равна 20 В . Сопротивление R внешней цепи равно 2 Ом , сила тока $I = 4 \text{ А}$. Найти к. п. д. батареи. При каком значении внешнего сопротивления R к. п. д. η будет равен 99% ?

Ответ: $0,4$; 297 Ом .

78 К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. Э.д.с. ξ батареи равна 24 В , внутреннее сопротивление $R = 1\text{ Ом}$. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80\text{ Вт}$. Вычислить силу тока I в цепи и к. п. д. η нагревателя.

Ответ: $I_1 = 20\text{ А}$; $\eta_1 = 0,17$; $I_2 = 4\text{ А}$; $\eta_2 = 0,83$.

79 Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через $t_1 = 16\text{ мин.}$, если только вторая, то – через $t_2 = 30\text{ мин.}$ Через какое время t закипит вода, если обе секции включить последовательно? параллельно?

Ответ: через 45 мин. ; через 10 мин.

80 При силе тока $I_1 = 3\text{ А}$ во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18\text{ Вт}$, при силе тока $I_2 = 1\text{ А}$ соответственно $P_2 = 10\text{ Вт}$. Определить ξ и внутреннее сопротивление R батареи.

Ответ: $\xi = 12\text{ В}$; $R = 2\text{ Ом}$.

81 Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12\text{ Ом}$ равномерно убывает от $I_0 = 5\text{ А}$ до $I = 0$ в течение времени $t = 10\text{ с}$. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

Ответ: $Q = 1\text{ кДж}$.

82 По проводнику сопротивлением $R = 3\text{ Ом}$ течет ток, сила которого возрастает. Количество теплоты Q , выделившееся в проводнике за время $t = 8\text{ с}$ равно 200 Дж . Определить количество электричества q , протекающее за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, сила тока в проводнике равна нулю.

Ответ: $q = 20\text{ Кл}$.

83 Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 15\text{ Ом}$ равномерно возрастает $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $t = 5\text{ с}$. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 10\text{ кДж}$. Найти среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике за этот промежуток времени.

Ответ: $\langle I \rangle = 10\text{ А}$.

84 Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $t = 10\text{ с}$. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 1\text{ кДж}$. Опреде-

лить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление R его равно 3 Ом .

$$\text{Ответ: } \frac{dI}{dt} = 1\text{ А/с}.$$

85 Электрический утюг потребляет мощность 400 Вт при напряжении 220 В . Определить сопротивление нагревательного элемента и величину тока, проходящего через него.

$$\text{Ответ: } 1,82\text{ А}; 121\text{ Ом}.$$

86 Ламповый реостат, состоящий из пяти одинаковых соединенных последовательно ламп, которые потребляют ток $1,36\text{ А}$, мощностью 60 Вт каждая, включается в сеть постоянного тока. Найти напряжение сети.

$$\text{Ответ: } 220,6\text{ Вт}.$$

87 Мощность 10 кВт необходимо передать по медным проводам на расстояние 500 м при напряжении 200 В . Определить необходимое сечение проводов, напряжение в начале линии передач и мощность потерь в линии, если напряжение у потребителя ниже указанного на 5% , а потеря напряжения в линии не должна превышать 10% .

$$\text{Ответ: } 8,22\text{ мм}^2; 290\text{ В}; 47,4\%.$$

88 Потребитель мощностью 15 кВт при напряжении 430 В находится на расстоянии 700 м от источника тока. Найти напряжение в начале двухпроводной линии из медных проводов сечением 18 мм^2 , потерю напряжения в проводах, мощность потерь в проводах и к. п. д. η передачи.

$$\text{Ответ: } 477,1\text{ Вт}; 10,95\%; 11\%; 89,8\%.$$

89 Для питания 120 электроламп, потребляющих мощность 50 Вт каждая, энергия передается по осветительной линии из алюминиевых проводов сечением 45 мм^2 на расстояние 50 м . Лампы рассчитаны на напряжение 127 В , но фактическое напряжение на лампах на 3% ниже расчетного. Найти напряжение в начале линии и потери напряжения.

$$\text{Ответ: } 126\text{ В}; 2,2\%.$$

90 Генератор постоянного тока развивает э.д.с. $\xi = 150\text{ В}$ и дает во внешнюю цепь величину тока $I = 30\text{ А}$. Определить мощность, передаваемую потребителю; мощность, развиваемую генератором; мощность потерь внутри источника и к. п. д. η источника, если внутреннее сопротивление $0,6\text{ Ом}$.

$$\text{Ответ: } 3,96\text{ кВт}; 540\text{ Вт}; 4,5\text{ кВт}; 88\%.$$

91 Определить напряжение и э.д.с. ξ источника с внутренним сопротивлением $0,6 \text{ Ом}$, если мощность потерь внутри источника 24 Вт , а сопротивление внешней цепи 12 Ом .

Ответ: $\approx 80 \text{ В}$; 76 В .

92 К зажимам генератора постоянного тока с э.д.с. $\xi = 200 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $0,6 \text{ Ом}$ подключен нагреватель сопротивлением 14 Ом . Определить количество, теплоты, выделяемое нагревателем каждую секунду, и стоимость переданной нагревателю энергии за 7 час. работы при тарифе $4 \text{ коп/кВт}\cdot\text{ч}$.

Ответ: $2,63 \text{ кДж/сек}$; 73 коп .

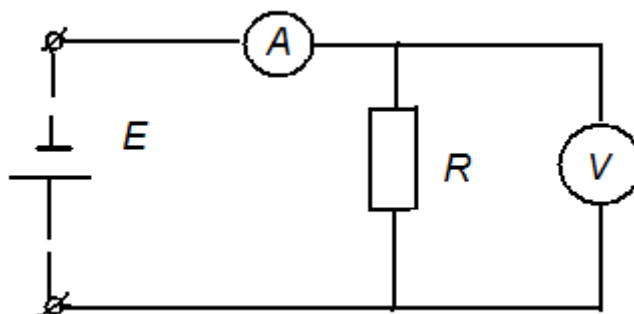


Рисунок 2.25

93 Амперметр и вольтметр с внутренними сопротивлениями $0,06$ и 2000 Ом включены в цепь (рисунок 2.25). Определить величину тока, напряжение и мощность, потребляемую приборами, если амперметр показывает 6 А , а вольтметр 140 В .

Ответ: $0,36 \text{ В}$; $0,07 \text{ А}$; $9,8 \text{ Вт}$; $2,16 \text{ Вт}$.

94 В электрическом нагревателе емкостью 2 дм^3 вода нагревается от 15°C до кипения за 20 мин . Найти к. п. д. η и сопротивление нагревателя, если потребляемая величина тока 4 А при напряжении 220 В .

Ответ: $\approx 55 \text{ Ом}$; $67,45 \%$.

95 При прохождении постоянного тока в течение 30 мин. через сопротивление 5 Ом выделяется энергия 750 кДж . Определить величину тока и падение напряжения на сопротивлении.

Ответ: $\approx 9,1 \text{ А}$; $\approx 45,7 \text{ В}$.

96 Электрический нагреватель, включаемый в сеть напряжения 220 В , изготовлен из константанового провода, который должен нагреваться до

420°С при температуре окружающей среды 20° С. Определить мощность нагревателя, длину и диаметр провода, если известно, что плотность тока в константовом проводе не должна превышать $15,2 \times 10^6 \text{ А/м}^2$, а коэффициент теплоотдачи принять равным $64,7 \text{ Вт/м}^2 \times \text{град}$.

Ответ: 2,3 кВт; 0,9 мм; 30,15 м.

97 Спираль электрического нагревателя, рассчитанного на напряжение 220 В, изготовлена из нихромового провода диаметром 0,8 мм, который должен нагреваться до 800° С при температуре окружающей среды 20° С. Определить величину тока, необходимую длину провода и мощность нагревателя, если коэффициент теплоотдачи принять равным $75,6 \text{ Вт/м}^2 \times \text{град}$.

Ответ: 27,2 А; ≈13 м; 6 кВт.

98 Найти величину тока в обмотке троллейбусного двигателя, развивающего силу тяги 6000 н при напряжении в сети 600 В и движущегося со скоростью 54 км/ч. К. п. д. η двигателя = 80 %.

Ответ: 187,7 А.

99 Э.д.с. источника $\xi = 30 \text{ В}$, сопротивление его $R = 1 \text{ Ом}$. Потребляемая мощность подключенного нагревателя $P = 100 \text{ Вт}$. Определить величину тока в цепи и к. п. д. η нагревателя.

Ответ: $I = 3,8 \text{ А}$; $\eta = 87,3 \%$.

100 Какого сечения необходимо взять свинцовый предохранитель, если известно, что он плавится при повышении температуры проводки на 10° С ? Проводка выполнена из медного провода сечением 5 мм^2 , начальная температура 20° С. Отдачей теплоты в окружающую среду пренебречь.

Ответ: 0,24 мм².

101 Э.д.с. источника $\xi = 24 \text{ В}$, сопротивление внешней цепи 10 Ом, падение напряжения внутри источника э.д.с. $\xi = 4 \text{ В}$. Определить напряжение на зажимах источника, величину тока в цепи, внутреннее сопротивление источника, мощность, отдаваемую во внешнюю цепь, мощность потерь энергии внутри источника и полную мощность.

Ответ: 20 В; 2 А; 2 Ом; 40 Вт; 8 Вт; 48 Вт.

Примеры решения задач

Пример 1 Определить заряд Q , прошедший по проводу с сопротивлением $R = 3 \text{ Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2 \text{ В}$ до $U = 4 \text{ В}$ в течение $t = 20 \text{ с}$.

Решение

Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $Q = It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dQ = Idt$ и проинтегрируем:

$$\int_0^1 Idt.$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$Q = \int_0^1 \frac{U}{R} dt.$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U = U_0 + kt,$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Подставив выражение U в формулу (2), найдем

$$Q = \int_0^1 \left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R} \right) dt = \frac{U_0}{R} \int_0^1 dt + \frac{k}{R} \int_0^1 t dt.$$

Проинтегрировав, получим

$$Q = \frac{U_0}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R} (2U_0 + kt).$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3), если заметим, что при $t = 20 \text{ с}$ $U = 4 \text{ В}$

$$K = \frac{U - U_0}{t} = 0,1 \text{ В/с}$$

Подставив значения величин в формулу (4), получим $Q = 20 \text{ Кл}$.

Пример 2 Потенциометр с сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ подключен к источнику тока, э. д. с. которого равна 150 В и внутреннее сопротивление $r = 50 \text{ Ом}$ (рисунок 2.26). Определить показание вольтметра с сопро-

тивлением $R_B = 500 \text{ Ом}$, соединенного с одной из клемм потенциометра подвижным контактом, установленным посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре?

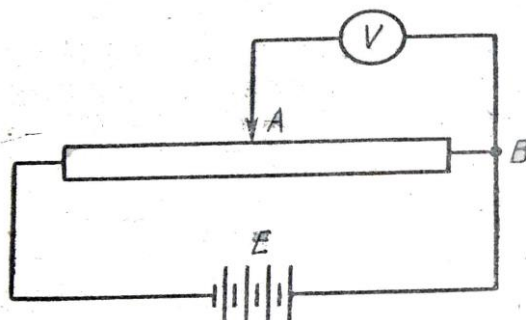


Рис. 19.1

Рисунок 2.26

Решение

Показание U_1 вольтметра, подключенного к точкам A и B (рисунок 1.26), определяется по формуле

$$U_1 = I_1 R_1, \quad (1)$$

где I_1 – сила тока в неразветвленной части цепи;

R_1 – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I = \frac{R}{R + r}, \quad (2)$$

где R – сопротивление внешней цепи.

Внешнее сопротивление R есть сумма двух сопротивлений:

$$R = \frac{R}{2} + R_1. \quad (3)$$

Сопротивление R_1 параллельного соединения может быть найдено по формуле

$$R_1 = \frac{RR_e}{R + 2R_e}.$$

Подставив в эту формулу числовые значения, величин и произведя вычисления, найдем $R_1 = 45,5 \text{ Ом}$.

Подставив в выражение (2) правую часть равенства (3), определим силу тока $I = 1,03 \text{ А}$.

Если подставить значение I_1 и R_1 в формулу (1), то найдем показание вольтметра $U = 46,9 \text{ В}$.

Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I на половину сопротивления потенциометра

$$U_2 = \frac{\varepsilon}{R+r} \frac{R}{2}.$$

Подставив сюда значения величин ε , R и r , получим $U = 50 \text{ В}$.

2.2 Переменный электрический ток

1 Переменный электрический ток

Физические процессы, происходящие в цепях синусоидального переменного тока, представляют собой установившиеся вынужденные электромагнитные колебания.

Напряжение U , создаваемое генератором переменного тока, изменяется со временем t по закону:

$$U(t) = U_0 \times \cos(\omega t),$$

где U_0 – амплитуда;

$\omega = 2\pi n$ – круговая или циклическая частота колебаний;

n – обычная частота колебаний в герцах.

При включении в цепь обычного омического (активного) сопротивления R через него пойдет ток:

$$I(t) = I_0 \times \cos(\omega t), \quad I_0 = \frac{U_0}{R}.$$

Ток изменяется в фазе с приложенным напряжением.

При включении конденсатора с емкостью C через него пойдет ток:

$$I(t) = I_0 \times \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad I_0 = U_0 C \omega.$$

Ток опережает по фазе напряжение на $\frac{\pi}{2}$.

Конденсатору с емкостью C сопоставляется емкостное (реактивное) сопротивление

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

При включении катушки с индуктивностью L через нее пойдет ток:

$$I(t) = I_0 \times \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad I_0 = \frac{U_0}{\omega L}.$$

Ток отстает по фазе от напряжения на $\frac{\pi}{2}$.

Катушке с индуктивностью L сопоставляется индуктивное (реактивное) сопротивление

$$X_L = \omega L.$$

Индуктивное реактивное сопротивление – свойство индуктивности увеличивать свое сопротивление переменному току с ростом частоты.

2 Последовательная цепь переменного тока

В последовательной цепи переменного тока, содержащей активное сопротивление R , емкость C и индуктивность L , сила тока I в каждый момент времени во всех участках цепи одинакова, а сумма мгновенных значений напряжений U_R, U_C и U_L равна значению приложенного напряжения U в тот же момент времени:

$$U = U_R + U_C + U_L.$$

3 Параллельная цепь переменного тока

При параллельном соединении активного сопротивления R и реактивных сопротивлений RC и RL мгновенное значение тока в неразветвленной части цепи равно алгебраической сумме токов в параллельных участках:

$$I = I_R + I_C + I_L.$$

4 Мощность в цепи переменного тока

Мгновенная мощность в цепи переменного тока равна:

$$P(t) = U \times I.$$

Вопросы для самоконтроля

- 1 По какому закону изменяется переменный ток?
- 2 Какие значения тока и напряжения показывают приборы?
- 3 Чему равна работа, совершаемая переменным током за время равное периоду?
- 4 Чему равна промышленная частота переменного тока?

Задачи

- 1 Определить эффективное значение синусоидального тока, если его среднее значение 2 А .

Ответ: $2,2 \text{ А}$.

- 2 Найти эффективное и среднее значения тока прямоугольных импульсов, период которых в 4 раза больше их длительности, а максимальное значение $0,8 \text{ А}$.

Ответ: $0,4 \text{ А}$; $0,2 \text{ А}$.

3 Прибор магнитоэлектрической системы показывает среднее значение измеряемой величины за период, а прибор тепловой системы – эффективное значение. Каковы будут показания амперметров этих систем при последовательном их включении в цепь, питаемую от однополупериодного выпрямителя, если амплитудное значение тока 5 А ?

Ответ: $1,16\text{ А}$; $2,5\text{ А}$.

4 Для определения индуктивности дросселя его сначала включают в цепь постоянного тока, а затем в цепь переменного тока частотой $\nu = 50\text{ Гц}$. Параллельно к дросселю подключен электродинамический вольтметр. Определить индуктивность дросселя, если при прохождении через него постоянного тока величиной $I_1 = 3\text{ А}$ показание вольтметра $U_1 = 15\text{ В}$, а при переменном токе $I_2 = 2\text{ А}$ соответствующее показание $U_2 = 120\text{ В}$.

Ответ: $0,19\text{ Гн}$.

5 В сеть с напряжением 220 В включены последовательно катушка, индуктивность которой $0,16\text{ Гн}$, и активное сопротивление 2 Ом , а также конденсатор емкостью 64 мкФ . Определить ток в цепи, если частота его 200 Гц . При какой частоте наступит резонанс напряжений и каковы будут при этом токи напряжения на зажимах катушки и конденсатора?

Ответ: $1,18\text{ а}$; 50 Гц ; 5500 В .

6 Дуга Петрова питается током промышленной частоты с эффективным напряжением 127 В . Определить индуктивность дросселя с омическим сопротивлением 1 Ом , который нужно включить последовательно с дугой, чтобы получить ток величиной 20 А при сопротивлении горячей дуги 2 Ом .

Ответ: $0,02\text{ Гн}$.

7 Неоновая лампочка, которая зажигается и гаснет при напряжении 84 В , включена в цепь переменного тока промышленной частоты с эффективным напряжением 120 В . Определить время между вспышками лампочки и продолжительность вспышки.

Ответ: $\Delta t_1 = 3,3 \times 10^{-3}\text{ сек}$; $\Delta t_2 = 6,6 \times 10^{-3}\text{ сек}$.

8 Ртутно-кварцевая лампа ПРК-2 подключается к источнику переменного напряжения частотой 50 Гц через дроссель, рабочее напряжение на котором 180 В , а эффективный ток 4 А . Определить омическое сопротивление дросселя, если его индуктивность $0,1$.

Ответ: 32 Ом .

9 Конденсатор емкостью 5 мкФ и омическое сопротивление 150 Ом включены последовательно в цепь переменного тока с напряжением 120 В и частотой 50 Гц . Определить максимальное и эффективное значения тока, сдвиг фаз между током и напряжением, а также эффективную мощность.

Ответ: $0,258 \text{ А}$; $0,18 \text{ А}$; $76^\circ 49'$; $5,11 \text{ Вт}$.

10 Определить эффективное значение тока, эффективную мощность и сдвиг фаз между током и напряжением, если омическое сопротивление 150 Ом и конденсатор емкостью 5 мкФ включены параллельно в цепь переменного тока напряжением 120 В и частотой 50 Гц .

Ответ: $0,8 \text{ А}$; $93,5 \text{ Вт}$; $13^\circ 15'$.

11 В цепь переменного тока частотой 50 Гц включены катушка индуктивности, вольтметр, амперметр и ваттметр. Показания вольтметра, амперметра и ваттметра соответственно 120 В , 10 А и 900 Вт . Определить коэффициент самоиндукции катушки, ее омическое сопротивление и сдвиг фаз между током и напряжением.

Ответ: $25,3 \text{ мГн}$; 9 Ом ; $41^\circ 24'$.

12 В цепь переменного тока с эффективным напряжением 220 В подключены последовательно катушка с индуктивностью $0,5 \text{ Гн}$ и омическим сопротивлением 10 Ом и конденсатор емкостью $0,5 \text{ мкФ}$. Определить величину эффективного тока и эффективной мощности.

Ответ: $0,35 \text{ А}$; $12,5 \text{ МВт}$.

13 Три одинаково заряженных конденсатора емкостью $C = 5 \text{ мкФ}$ каждый соединяются в батарею и подключаются к катушке, омическое сопротивление которой $R = 20 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,02 \text{ Гн}$. Во сколько раз будут отличаться периоды затухающих колебаний, если конденсаторы один раз соединить параллельно, а второй раз – последовательно?

Ответ: $n = 3,1 \text{ раза}$.

14 Резонансная частота колебательного контура, состоящего из последовательно соединенных конденсатора и катушки индуктивности, $\nu_p = 4000 \text{ Гц}$. Определить индуктивность катушки, если полное сопротивление, оказываемое этим контуром переменному току частотой $\nu_p = 1000 \text{ Гц}$, равно $Z = 1000 \text{ Ом}$, а омическое сопротивление катушки $R = 10 \text{ Ом}$.

Ответ: $L = 0,01 \text{ Гн}$.

15 Заряженный конденсатор емкостью $0,5 \text{ мкФ}$ подключили к катушке с индуктивностью 5 мГн . Через сколько времени от момента подключения катушки энергия электрического поля конденсатора будет равна энергии магнитного поля катушки? Омическим сопротивлением катушки пренебречь.

Ответ: $t = 39 \text{ МК} \times \text{сек.}$

16 В колебательном контуре, состоящем из конденсатора и катушки с индуктивностью 5 мГн , происходят электромагнитные колебания, при которых максимальное значение тока 10 мА . Определить емкость конденсатора, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает 50 В , а омическим сопротивлением катушки можно пренебречь.

Ответ: $C = 200 \text{ нФ}$.

17 Какое сопротивление может содержать колебательный контур, состоящий из катушки с индуктивностью 10 мГн и конденсатора емкостью 4 мкФ , чтобы в нем могли еще возникнуть электромагнитные колебания?

Ответ: 100 Ом .

18 Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, который состоит из конденсатора емкостью $C = 2 \text{ мкФ}$ и катушки длиной $l = 0,1 \text{ м}$ и радиусом $R = 1 \text{ см}$, содержащей $N = 500$ витков, если относительная магнитная проницаемость среды, заполняющей катушку, равна $\mu = 1$, а сопротивлением катушки можно пренебречь.

Ответ: $f = 25 \text{ кГц}$.

19 Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 2 мкФ и катушки с индуктивностью $0,1 \text{ Гн}$ и сопротивлением 10 Ом . Определить логарифмический декремент затухания колебаний.

Ответ: $\delta = 0,14$.

20 Определить омическое сопротивление колебательного контура, индуктивность которого $L = 1 \text{ Гн}$, если через $t = 0,1 \text{ сек.}$ амплитудное значение разности потенциалов на обкладках конденсатора уменьшилось в $n = 4$ раза.

Ответ: $R = 37 \text{ Ом}$.

21 Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, содержащего конденсатор емкостью $C = 0,5 \text{ мкФ}$, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает $U_{\text{max}} = 100 \text{ В}$, а максимальный ток в катушке равен $I_{\text{max}} = 50 \text{ мА}$. Омическим сопротивлением катушки пренебречь.

Ответ: $f = 159 \text{ Гц}$.

22 Какую энергию необходимо подвести к колебательному контуру с логарифмическим декрементом затухания $\delta = 0,03$, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания в течение $t = 1 \text{ час.}$, если контур состоит из конденсатора емкостью $C = 0,05 \text{ мкФ}$ и катушки с индуктивностью $L = 2 \text{ мГн}$, а максимальный ток в катушке достигает значения $I_{\text{max}} = 5 \text{ мА}$?

Ответ: $W = 0,17 \text{ Дж}$.

23 На какую длину волны настроен радиоприемник, если его приемный контур обладает самоиндукцией $1,5 \text{ мГн}$ и емкостью 450 пФ ?

Ответ: 1550 м .

24 Определить скорость распространения электромагнитных колебаний в стекле, если $\varepsilon = 7$, а $\mu = 1$.

Ответ: $1,1 \times 10^8 \text{ м/сек}$.

25 Двухпроводная линия индуктивно связана с генератором электромагнитных колебаний и погружена в спирт. Определить частоту генератора, если расстояние между пучностями в стоячей волне $0,5 \text{ м}$, а относительные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей спирта соответственно 26 и 1.

Ответ: $f = 59 \text{ МГц}$.

Пример решения задач

Пример 1 Найти амплитуду э.д.с., наводимую при вращении прямоугольной рамки в горизонтальном однородном магнитном поле со скоростью, соответствующей частоте 50 Гц , если площадь рамки 100 см^2 , индукция магнитного поля $0,2 \text{ Т}$, а начальная фаза равна нулю.

Решение

По закону Фарадея, э.д.с. индукции, возникающая в рамке, равна:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \quad (1)$$

где $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока за время Δt ,

$\Phi_1 = BS \cos \omega t$, и $\Phi_2 = BS \cos(\omega H + \Delta t)$ – магнитные потоки, пронизывающие рамку в моменты времени t и $t + \Delta t$.

$$\text{Тогда } \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BC[\cos[w(t + \Delta t)] - \cos wt]. \quad (2)$$

Используя тригонометрическую формулу

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,$$

преобразуем выражение (2):

$$\Delta\Phi = BS(\cos wt \cos w\Delta t - \sin wt \sin w\Delta t - \cos wt).$$

Поскольку величина $\omega\Delta t$ мала, то $\cos \omega\Delta t \approx 1$ и $\sin \omega\Delta t \approx \omega\Delta t$, следовательно:

$$\Delta\Phi = BS(\cos \omega t - \omega\Delta t \sin \omega t - \cos \omega t) = -BS\omega\Delta t \sin \omega t. \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в формулу (1) получим:

$$\varepsilon = BS\omega \sin \omega t.$$

Отсюда следует, что амплитуда э.д.с. равна $\varepsilon_0 = BS\omega$, или, поскольку $\omega = 2\pi\nu$, $\varepsilon_0 = 2\pi\nu BS$. Подставив числовые значения, получим:

$$\varepsilon_0 = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,2 \times 10^{-2} = 0,628 \text{ В}.$$

2.3 Ток в жидкостях и газах

Основные формулы

1 Плотность тока j , средняя скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения носителей заряда и их концентрация n связаны соотношением

$$j = en \langle v \rangle,$$

где e – элементарный заряд.

2 Закон Ома в дифференциальной форме

$$j = \gamma E,$$

где γ – удельная проводимость проводника;

E – напряженность электрического поля.

3 Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме

$$\omega = \gamma E^2,$$

где ω – объемная плотность тепловой мощности.

4 Термоэлектродвижущая сила, возникающая в термопаре,

$$\xi = a(T_1 - T_2),$$

где a – удельная термо- э.д.с.;

$(T_1 - T_2)$ – разность температур спаев термопары.

5 Законы электролиза Фарадея

Первый закон

$$m = kQ,$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда Q ;

k – электрохимической эквивалент вещества.

Второй закон

$$K = \frac{M}{FZ},$$

где F – постоянная Фарадея ($F = 96,5$ кКл/моль);
 M – молярная масса ионов данного вещества;
 Z – валентность ионов.

Объединенный закон

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} Q = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} It,$$

где I – сила тока, проходящего через электролит;
 t – время, в течение которого шел ток.

6 Подвижность ионов

$$b = \frac{\langle v \rangle}{E},$$

где $\langle v \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения ионов;
 E – напряженность электрического поля.

7 Закон Ома в дифференциальной форме для электролитов и газов при самостоятельном разряде в области, далекой от насыщения,

$$j = Qn(b_+ + b_-)E,$$

где Q – заряд иона;
 n – концентрация ионов;
 b_+, b_- – подвижности соответственно положительных и отрицательных ионов.

8 Плотность тока насыщения

$$j_{нас.} = Qn_0d,$$

где n_0 – число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема в единицу времени;
 d – расстояние между электродами.

$$n_0 = NI(Vt),$$

где N – числа пар ионов, создаваемых ионизатором за время t в пространстве между электродами;
 V – объем этого пространства.

Вопросы для самоконтроля

- 1 Чем можно обеспечить электронейтральность раствора, в котором имеются ионы?
- 2 Что выражает подвижность ионов?
- 3 Чем отличается ионизация газа от ионизации жидких растворов?
- 4 Какую роль играет разреженный газ при создании катодных лучей в трубе?

Задачи

Ток в жидкостях

1 При силе тока $I = 5 \text{ A}$ за время $t = 10 \text{ мин.}$ в электролитической ванне выделилось $m = 1,02 \text{ г}$ двухвалентного металла. Определить его относительную атомную массу A_r .

Ответ: 65,4.

2 Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделилось $m_1 = 3,9 \text{ г}$ цинка, во второй за то же время $m_2 = 2,24 \text{ г}$ железа. Цинк двухвалентен. Определить валентность железа.

Ответ: 3.

3 Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов с э.д.с. $\xi = 4 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R = 0,1 \text{ Ом}$. Определить массу m меди, выделившейся при электролизе за время $t = 10 \text{ мин.}$, если э.д.с. поляризации $\xi_{\text{п}} = 1,5 \text{ В}$ и сопротивление R раствора равно $0,5 \text{ Ом}$. Медь двухвалентна.

Ответ: 0,83 г.

4 Определить толщину h слоя меди, выделившейся за время $t = 5 \text{ час.}$ при электролизе медного купороса, если плотность тока $j = 80 \text{ A/м}^2$.

Ответ: 54 мкм.

5 Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени $\Delta t = 20 \text{ с}$ от $I_0 = 0$ до $I = 2 \text{ A}$. Найти массу m меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

Ответ: 6,6 мг.

6 В электролитической ванне через раствор прошел заряд $Q = 193 \text{ кКл}$. При этом на катоде выделился металл количеством вещества ν моль. Определить валентность второго металла.

Ответ: $z = 2$.

7 Определить количество вещества ν и число атомов N двухвалентного металла, отложившегося на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение времени $t = 5 \text{ мин.}$ шел ток силой $I = 2 \text{ А}$.

Ответ: $\nu = 3,12 \text{ ммоль}$; $N = 1,87 \times 10^{21}$.

8 Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 см^2 поверхности электрода за время $t = 5 \text{ мин.}$ при плотности тока $j = 10 \text{ А/м}^2$?

Ответ: $9,3 \times 10^{17}$.

9 Для гальванического покрытия золотом пользуются раствором хлористого золота (AgCl_3). Через сколько времени может быть получен слой золота 5 мк , если плотность тока $0,2 \text{ А/дм}^2$?

Ответ: $39,36 \text{ мин.}$

10 Сколько кулонов электричества нужно пропустить через электролитическую ванну, наполненную подкисленной водой, чтобы заполнить водородом шар-зонд диаметром $D = 10 \text{ м}$ при нормальных условиях?

Ответ: $q = 4,53 \cdot 10^9 \text{ К}$.

11 Зная атомные массы элементов, определить электрохимические эквиваленты серебра, меди, алюминия и никеля.

Ответ: $1,118 \cdot 10^{-6} \text{ кг/К}$.

12 При прохождении величины тока $2,2 \text{ А}$ в течение 1 часа 12 мин. через электролит, содержащий медь, выдѣлилось на катоде $1,65 \text{ г}$ меди. Определить к. п. д. установки.

Ответ: $57,89 \%$.

13 Три ванны с раствором CuSO_4 , AgNO_3 и NiSO_4 соединены последовательно. За время прохождения тока в первой ванне выдѣлилось 10 г меди. Сколько никеля и серебра выдѣлилось во второй и третьей ваннах?

Ответ: 34 г ; $9,24 \text{ г}$.

14 В цепь электролитической ванны с раствором медного купороса включен амперметр, показывающий величину тока 5 А . На катоде за 25 мин выдѣлилось $2,1 \text{ г}$ меди. Правильно ли показывает амперметр?

Ответ: амперметр должен показать $4,45 \text{ А}$.

15 Каково накопление заряда в аккумуляторе, содержащем 20 г перекиси свинца (PbO_2)?

Ответ: 5,17 А·ч.

16 При никелировании деталь покрывается слоем никеля толщиной $h = 0,03$ мм. Определить плотность тока, если время никелирования $t = 3$ часа.

Ответ: $j = 8,13$ А/м².

17 На основании законов электролиза определить массу водородного иона и заряд электрона.

Ответ: $1,65 \cdot 10^{-27}$ кг; $1,6 \cdot 10^{-19}$ К.

18 При электролизе раствора серной кислоты катион H^+ движется в 5,4 раза быстрее аниона SO_4^{--} . Найти число переноса.

Ответ: 0,844; 0,156.

19 Через стеклянную трубку сечением $0,834$ см², заполненную раствором поваренной соли (NaCl), проходит ток величиной $2,7$ А. Определить, сколько пар ионов образуется за 1 сек. в 1 см², если под влиянием электрического поля ионы хлора перемещаются в растворе со скоростью $0,1015$ см/сек, а ионы натрия – $0,0675$ см/сек.

Ответ: $1,2 \cdot 10^{20}$ см⁻³/сек⁻¹.

20 Сколько никеля выделится из раствора при прохождении тока 100 А за время 1 час?

Ответ: 0,11 кг.

21 При покрытии слоем серебра поверхности $S = 50$ см² понадобилось пропускать ток $I = 2$ А в течение $t = 5$ час. через раствор соли серебра. Найти толщину слоя серебра.

Ответ: $h = 76,67$ мк.

22 Элемент с э.д.с. $\xi = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $R = 0,5$ Ом замкнут на внешнее сопротивление $R = 3$ Ом. Найти время работы элемента, в течение которого в нем израсходовано $m = 5$ г цинка.

Ответ: $t \approx 9,57$ часа.

23 Коэффициент диссоциации раствора азотнокислого серебра (Ag_2SO_4) с концентрацией $C = 30$ кг/м³ равен $\alpha = 45$ %. Найти удельную электропроводность этого раствора при 18°C .

Ответ: $\sigma = 9,1 \cdot 10^{-15}$ ом⁻¹·м⁻¹.

24 Найти коэффициент диссоциации раствора хлористого серебра (AgCl), если удельное сопротивление его $\rho = 0,25 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ при концентрации $C = 120 \text{ кг/м}^3$ и температуре 18°C .

Ответ: $\alpha = 40 \%$.

25 Коэффициент диссоциации водного раствора хлористого калия (KCl) $77,5 \%$. Найти концентрацию раствора, если удельное сопротивление его $7,4 \times 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Ответ: $99,7 \text{ кг/м}^3$.

Ток в газах

26 Энергия ионизации атома водорода $E_i = 2,18 \times 10^{-18} \text{ Дж}$. Определить потенциал ионизации U_i водорода.

Ответ: $13,6 \text{ В}$.

27 Какой наименьшей скоростью $v_{\min}$ должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом азота, если потенциал ионизации U_i азота равен $14,5 \text{ В}$?

Ответ: $2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.

28 Какова должна быть температура T атомарного водорода, чтобы средняя кинетическая энергия поступательного движения атомов была достаточна для ионизации путем соударений? Потенциал ионизации U_i атомарного водорода равен $13,6 \text{ В}$.

Ответ: 210 К .

29 Посередине между электродами ионизационной камеры пролетела α -частица, двигаясь параллельно электродам, и образовала на своем пути цепочку ионов. Спустя какое время после пролета α -частицы ионы дойдут до электродов, если расстояние d между электродами равно 4 см , разность потенциалов $U = 5 \text{ кВ}$ и подвижность ионов обоих знаков в среднем $b = 2 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$?

Ответ: $0,8 \text{ мс}$.

30 Объем V газа, заключенного между электродами ионизационной камеры, равен $0,5 \text{ л}$. Газ ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока насыщения $I = 4 \text{ нА}$. Сколько пар ионов образуется в 1 с в 1 см^3 газа? Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

Ответ: $5 \cdot 10^7 \text{ 1/}(\text{см}^3 \cdot \text{с})$.

31 Найти силу тока насыщения между пластинами конденсатора, если под действием ионизатора в каждом кубическом сантиметре пространства между пластинами конденсатора каждую секунду образуется $n_0 = 10^8$ пар ионов, каждый из которых несет один элементарный заряд. Расстояние d между пластинами конденсатора равно 1 см, площадь S пластины равна 100 см^2 .

Ответ: $1,6 \cdot 10^{-9} \text{ А}$.

32 В ионизационной камере, расстояние d между плоскими электродами которой равно 5 см, проходит ток насыщения плотностью $j = 16 \text{ мкА/м}^2$. Определить число n пар ионов, образующихся в каждом кубическом сантиметре пространства камеры в 1 с.

Ответ: $2 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

33 Какой относительной скоростью должны обладать молекулы неона, чтобы при соударении произошла однократная ионизация одной из них?

Ответ: $7,56 \cdot 10^6 \text{ м}$.

34 Воздух, заключенный между пластинами плоского конденсатора, ионизируется внешним ионизатором. Найти скорость ионов в поле конденсатора емкостью $5 \times 10^{-8} \text{ Ф}$ с площадью пластин $S = 250 \text{ см}^2$ каждая при напряжении 400 В между ними.

Ответ: $1,26 \cdot 10^4 \text{ м/сек}$; $1,72 \text{ м/сек}$.

35 Напряженность поля вблизи земли перед молниевым разрядом 250 кВ/м . Найти плотность тока проводимости в атмосфере, если известно, что проводимость атмосферного воздуха наступает при концентрации ионов 750 см^{-3} .

Ответ: $9,9 \cdot 10^{-9} \text{ А/м}^2$.

36 Найти концентрацию ионов между пластинами плоского конденсатора емкостью $6,6 \times 10^{-12} \text{ Ф}$, если воздух ионизируется внешним ионизатором и при напряжении 450 В идет ток 7 мкА. Насыщение не имеет места.

Ответ: $3,95 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$.

37 Аргон, находящийся между пластинами конденсатора площадью 300 см^2 каждая с расстоянием между ними 5 см, ионизируется внешним ионизатором. Найти число пар ионов, которые образуются за 1 сек. в 1 см^3 аргона, если ток насыщения между пластинами $4 \cdot 10^{-12} \text{ А}$.

Ответ: $1,7 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}$.

38 Какой скоростью должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом аргона при ударе?

Ответ: $2,35 \cdot 10^6 \text{ м/сек.}$

39 При температуре 730°C начинается ионизация атомов кислорода. Найти потенциал ионизации.

Ответ: $U = 13,6 \text{ В.}$

40 Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 5 см друг от друга, за 1 сек. в 1 см^3 образуется $6,6 \cdot 10^6$ пар ионов под действием внешнего ионизатора. Найти площадь пластины конденсатора, если ток насыщения $3 \cdot 10^{-12} \text{ А.}$

Ответ: $5,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$

41 Найти число пар ионов, образующихся в атмосфере при нормальных условиях в 1 см^3 за 1 сек. между пластинами плоского конденсатора площадью 250 см^2 каждая, если при расстоянии между пластинами 5 см ток насыщения 10^{-15} А.

Ответ: $5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}.$

42 Согласно опытным данным искровой разряд в воздухе при нормальных условиях наступает при напряженности поля 30 кВ/см. Найти расстояние свободного пробега электрона, обладающего энергией $1,5 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ при данных условиях.

Ответ: $3,12 \text{ Мк.}$

43 Разность потенциалов между облаком и землей в момент разряда (молнии) достигает 10^7 В, а количество протекшего электричества 30 К. Найти энергию разряда и напряженность поля, если высота облаков 4 км.

Ответ: $3 \cdot 10^8 \text{ Дж; } 2,50 \text{ кВ/м.}$

44 Атомы ртути бомбардируются электронами, движущимися со скоростью 10^9 м/сек. Будет ли возникать ионизация атомов ртути, если потенциал ионизации их $10,4 \text{ В?}$

Ответ: да, так как при этой скорости энергия $4,5 \cdot 10^{-13} \text{ Дж,}$
а работа ионизации атомов ртути $1,7 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$

45 Электрон проходит путь 10 см в поле напряженностью 10^5 В/м. Сколько атомов кислорода может ионизировать он на своем пути?

Ответ: $770.$

46 Объем ионизационной камеры $V = 620 \text{ см}^3.$ Найти ток насыщения $I_{\text{нас.}}$ в такой камере, если известно, что ионизатор образует в 1 см^3 ежесекундно 10^9 пар ионов. Ионы считать одновалентными.

Ответ: $I_{\text{нас.}} = 9,92 \cdot 10^{-8} \text{ А.}$

47 Средняя напряженность электрического поля Земли 130 В/м . Найти плотность тока I проводимости в атмосфере, если в 1 м^3 воздуха находится $7 \cdot 10^8$ пар одновалентных ионов, обуславливающих проводимость.

Ответ: $j = 4,8 \cdot 10^{-12} \text{ А/м}^2$.

48 Воздух, заключенный между пластинами площадью $S = 300 \text{ см}^2$, находящимися на расстоянии $d = 2 \text{ см}$ друг от друга, ионизуется рентгеновскими лучами. При напряжении $U = 150 \text{ В}$, значительно меньшем, чем напряжение, дающее ток насыщения, между пластинами идет ток $I = 4 \text{ мкА}$. Найти концентрацию n ионов между пластинами.

Ответ: $n = 3,4 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}$.

49 Воздух между двумя параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на расстояние $d = 2 \text{ см}$, ионизуют рентгеновскими лучами. Площадь каждой пластины $S = 500 \text{ см}^2$. Найти концентрацию n ионов, если при напряжении $U = 100 \text{ В}$ между пластинами идет ток $I = 3 \text{ мкА}$, значительно меньший тока насыщения. Подвижность ионов воздуха: $b_+ = 1,37 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $b_- = 1,91 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Ответ: $n = 2,3 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}$.

50 Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновским излучением. Сила тока I , текущего через камеру, равна $1,2 \text{ мкА}$. Площадь S каждого электрода равна 300 см^2 , расстояние между ними $d = 2 \text{ см}$, разность потенциалов $U = 100 \text{ В}$. Найти концентрацию n пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов $b_+ = 1,4$ и отрицательных $b_- = 1,9 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

Ответ: $1,52 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}$.

Пример решения задач

Пример 1 Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объем $V = 375 \text{ см}^3$ и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластин конденсатора $S = 250 \text{ см}^2$. При каком напряжении U между пластинами конденсатора сила тока I , протекающего через конденсатор, достигнет значения 2 мкА , если концентрация n ионов обоих знаков в газе равна $5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$? Принять подвижность ионов $b_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $b_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Решение

Напряжение U на пластинах конденсатора связано с напряжением E электрического поля между пластинами и расстоянием d между ними соотношением

$$U = Ed. \quad (1)$$

Напряженность поля может быть найдена из выражения плотности тока:

$$j = Qn(b_+ + b_-)E,$$

где Q – заряд иона.

Отсюда

$$E = \frac{j}{Qn(b_+ + b_-)} = \frac{I}{Qn(b_+ + b_-)S}.$$

Расстояние d между пластинами, входящее в формулу (1), найдем из соотношения

$$d = \frac{V}{S}.$$

Подставив выражения E и d в формулу (1), получим:

$$U = \frac{IV}{Qn(b_+ + b_-)S^2}. \quad (2)$$

Проверим, дает ли правая часть полученной расчетной формулы единицу напряжения:

$$\frac{[I][V]}{[Q][n][b][S^2]} = \frac{1A \cdot 1M^2}{1Kл \cdot 1M^{-3} [1M^2(c \cdot B)] M^4} = \frac{1A \cdot 1M^6 \cdot 1c \cdot 1B}{1Kл \cdot 1M^6} = \frac{1Kл \cdot 1B}{1Kл} = 1B.$$

Подставим в формулу (2) значения величин и произведем вычисления:

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 375 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} \cdot (5,4 + 7,4) \cdot 10^{-4} \cdot (250 \cdot 10^{-4})^2} B = 110 B.$$

Пример 2 Через водный раствор соляной кислоты пропускают электрический ток силой $0,5 A$ в течение $100 сек.$, при условии, что $T = 273 K$, $\rho = 1,01 \cdot 10^8 Па$, $Z_1 = 1$, $Z_2 = 2$. Какой объем гремучего газа V образуется при нормальных условиях?

Решение

Объем гремучего газа V равен сумме объемов V_1 водорода и V_2 кислорода, образовавшихся при электролизе подкисленной воды:

$$V = V_1 + V_2. \quad (1)$$

Масса выделившегося кислорода равна:

$$M_1 = \frac{1}{F} \cdot \frac{A_1}{Z_1} \cdot It.$$

По формуле Менделеева-Коайперона

$$\rho V_1 = \frac{M_1}{\mu_1} \cdot RT,$$

где $\mu_1 = 2 A_1$ – молярная масса водорода.

Поэтому

$$V_1 = \frac{M_1 RT}{\mu_1 \rho} = \frac{It RT}{2 F Z_1 \rho}.$$

Аналогично объем выделившегося кислорода:

$$V_2 = \frac{It RT}{2 F Z_2 \rho}.$$

Подставив в формулу (1) выражения для V_1 и V_2 , найдем V :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{It RT}{2 F \rho} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right).$$

Проведем вычисления в СИ:

$$V = \frac{It RT}{2 F \rho} \cdot \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) = \frac{0,5 \cdot 100 \cdot 8,31 \cdot 273}{2 \cdot 9,65 \cdot 10^4 \cdot 1,01 \cdot 10^5} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) \text{ м}^2 = 0,87 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 = 8,7 \text{ см}^3.$$

Пример 3 Какова концентрация ионов в воздухе, если при напряженности электрического поля $E = 20 \text{ В/м}$, плотность тока далека от насыщения и равна $j = 6,58 \text{ мкА/м}^2$. Ионы одновалентны. Их подвижности равны $u_+ = 1,38 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$, $u_- = 1,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$.

Решение

Из формулы для плотности тока при несамостоятельном разряде в газе следует, что концентрация ионов

$$n_0 = \frac{j}{eE(u_+ + u_-)}.$$

Произведем вычисления в СИ:

$$n_0 = \frac{j}{eE(u_+ + u_-)} = \frac{6,58 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-18} \cdot 20 \cdot (1,38 + 1,91) \cdot 10^{-4}} \text{ м}^{-3} = 6,25 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}.$$

3 Магнитное поле в вакууме

Основные формулы

1 Сила ампера – сила, действующая на элемент длины проводника с током I помещенного в магнитное поле:

$$dF = I[dlB],$$

где dl – вектор элемента длины проводника, проведенный в направлении тока;

B – вектор магнитной индукции.

2 Сила Лоренца – сила, действующая на электрический заряд q , движущийся со скоростью v в магнитном поле:

$$F = q[vB],$$

где B – магнитная индукция поля.

3 Закон Био–Савара: вектор индукции магнитного поля, созданного элементом проводника dl , по которому идет ток I , равен:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [dlr],$$

где r – радиус-вектор, проведенный от элемента dl до той точки, в которой определяется индукция поля;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м – магнитная постоянная.

В скалярной форме:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin(dl, r)}{r^2}.$$

4 Магнитная индукция в произвольной точке A поля, созданного прямолинейным проводником с током I :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

где a – расстояние от точки A до проводника;

φ_1, φ_2 – углы, образованные радиусом-вектором, проведенным в точку A соответственно из начала и конца проводника, с направлением тока.

5 *Магнитная индукция в центре дуги окружности длиной L , обтекаемой током I :*

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IL}{R^2},$$

где R – радиус окружности.

6 *Циркуляция вектора магнитной индукции B вдоль замкнутого контура L равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром, умноженной на μ_0 :*

$$\oint_L (Bdl) = \oint_L Bdl \cos(B, dl) = \mu_0 \sum I.$$

7 *Магнитная индукция на оси длинного соленоида с током I в точках, близких к его середине:*

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} = \mu_0 nI,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

8 *Магнитный момент замкнутого плоского контура, обтекаемого током I :*

$$P_m = IS,$$

где S – вектор, численно равный площади, ограниченной контуром; направление этого вектора совпадает с положительным направлением нормали к плоскости контура и связано с направлением тока в контуре правилом правого винта.

9 *Механический момент, действующий на замкнутый контур с током в однородном магнитном поле с индукцией B :*

$$M = P_m B.$$

10 *Поток вектора магнитной индукции B (магнитный поток) сквозь поверхность S определяется интегралом:*

$$\Phi = \int_S B_n ds,$$

где B_n – проекция вектора B на направление нормали к элементу площади dS .

11 Работа сил магнитного поля по перемещению замкнутого контура с постоянным током I :

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром.

Вопросы для самоконтроля

1 Назовите свойства магнитной составляющей полной электромагнитной силы – силы Лоренца, действующей на движущийся со скоростью v точечный заряд q .

2 Дайте определение силовой характеристики магнитного поля – магнитной индукции B .

3 Используя элементарный закон Био – Савара – Лапласа и принципы суперпозиции, получите выражение для магнитной индукции в центре кругового тока.

4 Рассмотрите магнитное взаимодействие параллельных прямых токов.

5 Дайте определение единицы силы тока.

6 Определите числовое значение магнитной постоянной. В каких единицах она измеряется?

7 Как построена гауссова система единиц – абсолютная система единиц Гаусса?

8 Каково соотношение между единицами индукции магнитного поля в СИ и гауссовой системе?

9 Как связана в СИ электродинамическая постоянная с электрической и магнитной постоянными?

10 Сформулируйте теорему Гаусса для вектора магнитной индукции и напишите ее математические выражения в интегральной и дифференциальной формах. Существуют ли в природе магнитные заряды?

11 Сформулируйте теорему о циркуляции вектора магнитной индукции для постоянных токов проводимости. Напишите и объясните ее математические выражения в интегральной и дифференциальной формах.

12 Является ли магнитное поле потенциальным?

13 Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции для токов проводимости, рассмотрите магнитное поле B постоянного тока I , проходящего вдоль бесконечно длинного прямого провода, имеющего круговое сечение радиусом R .

14 Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции для постоянных токов проводимости, рассчитайте магнитные поля: а) бесконечно длинного соленоида; б) тороида.

15 Получите выражение для работы, совершаемой при произвольном перемещении контура с током в магнитном поле, $A = I\Delta\Phi$, где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную замкнутым контуром. В каких единицах измеряется магнитный поток?

Задачи

Магнитное поле постоянного тока

1 Напряженность H магнитного поля равна $79,6 \text{ кА/м}$. Определить магнитную индукцию B_0 этого поля в вакууме.

Ответ: $0,1 \text{ Тл}$.

2 Магнитная индукция B поля в вакууме равна 10 мТл . Найти напряженность H магнитного поля.

Ответ: $7,96 \text{ кА/м}$.

3 Вычислить напряженность H магнитного поля, если его индукция в вакууме $B_0 = 0,05 \text{ Тл}$.

Ответ: $39,8 \text{ кА/м}$.

4 Найти магнитную индукцию в центре тонкого кольца, по которому идет ток силой $I = 10 \text{ А}$. Радиус r кольца равен 5 см .

Ответ: 126 мкТл .

5 По обмотке очень короткой катушки радиусом $r = 16 \text{ см}$ течет ток силой $I = 5 \text{ А}$. Сколько витков N проволоки намотано на катушку, если напряженность H магнитного поля в ее центре равна 800 А/м ?

Ответ: 51 .

6 Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка радиусом $r = 8 \text{ см}$ равна 30 А/м . Определить напряженность H_1 на оси витка в точке, расположенной на расстоянии $d = 6 \text{ см}$ от центра витка.

Ответ: $15,4 \text{ А/м}$.

7 По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10 \text{ см}$ течет ток силой $I = 80 \text{ А}$. Найти магнитную индукцию B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на $r = 20 \text{ см}$.

Ответ: $62,8 \text{ мкТл}$.

8 Катушка длиной $l = 20 \text{ см}$ содержит $N = 100$ витков. По обмотке катушки идет ток силой $I = 5 \text{ А}$. Диаметр d катушки равен 20 см . Определить магнитную индукцию B в точке, лежащей на оси катушки на расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от ее конца.

Ответ: 606 мкТл .

9 Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0,5 \text{ мм}$ намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Какова напряженность H магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 4 \text{ А}$? Толщиной изоляции пренебречь.

Ответ: 8 кА/м .

10 По проводнику (рисунок 3.8) в виде тонкого кольца радиусом $R = 10 \text{ см}$ течет ток. Чему равна сила I этого тока, если магнитная индукция B поля в точке A равна 1 мкТл ? Угол $\beta = 10^\circ$.

Ответ: 305 А .

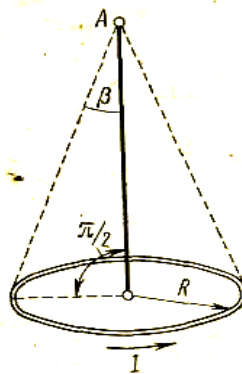


Рисунок 3.8

11 Обмотка катушки диаметром $d = 10 \text{ см}$ состоит из плотно прилегающих друг к другу витков тонкой проволоки. Определить минимальную длину $l_{\min}$ катушки, при которой магнитная индукция в середине ее отличается от магнитной индукции бесконечного соленоида, содержащего такое же количество витков на единицу длины, не более чем на $0,5 \%$. Сила тока, протекающего по обмотке, в обоих случаях одинакова.

Ответ: 1 м .

12 Обмотка соленоида выполнена тонким проводом с плотно прилегающими друг к другу витками. Длина l катушки равна 1 м , ее диаметр $d = 2 \text{ см}$. По обмотке идет ток. Вычислить размеры участка на осевой линии, в пределах которого магнитная индукция может быть вычислена по формуле бесконечного соленоида с погрешностью, не превышающей $0,1 \%$.

Ответ: $68,4 \text{ см}$.

13 Тонкая лента (рисунок 3.9) шириной $l = 40 \text{ см}$ свернута в трубку радиусом $R = 30 \text{ см}$. По ленте течет равномерно распределенный по ее ширине ток силой $I = 200 \text{ А}$. Определить магнитную индукцию B на оси трубки в двух точках: 1) в средней точке; 2) в точке, совпадающей с концом трубки.

Ответ: 349 мкТл ; 251 мкТл .

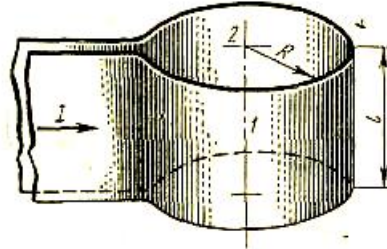


Рисунок 3.9

14 По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток силой $I = 50 \text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на расстояние $r = 5 \text{ см}$ от проводника.

Ответ: 200 мкТл .

15 Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии $r = 5 \text{ см}$ один от другого. По проводам текут в противоположных направлениях одинаковые токи силой $I = 10 \text{ А}$ каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 2 \text{ см}$ от одного и $r_2 = 3 \text{ см}$ от другого провода.

Ответ: 132 А/м .

16 Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно 5 см . По проводам в одном направлении текут одинаковые токи силой $I = 30 \text{ А}$ каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4 \text{ см}$ от одного и $r_2 = 3 \text{ см}$ от другого провода.

Ответ: 200 А/м .

17 По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 50 \text{ А}$ и $I_2 = 100 \text{ А}$ в противоположных направлениях. Расстояние d между проводами равно 20 см . Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25 \text{ см}$ от первого и на $r_2 = 40 \text{ см}$ от второго провода.

Ответ: $21,2 \text{ мкТл}$.

18 По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 20\text{ А}$ и $I_2 = 30\text{ А}$ в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10\text{ см}$.

Ответ: 87,2 мкТл.

19 Два бесконечно длинных прямых провода (рисунок 3.10) скрещены под прямым углом. По проводам текут токи силой $I_1 = 80\text{ А}$ и $I_2 = 60\text{ А}$. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определить магнитную индукцию B в точке A , одинаково удаленной от обоих проводников.

Ответ: 400 мкТл.

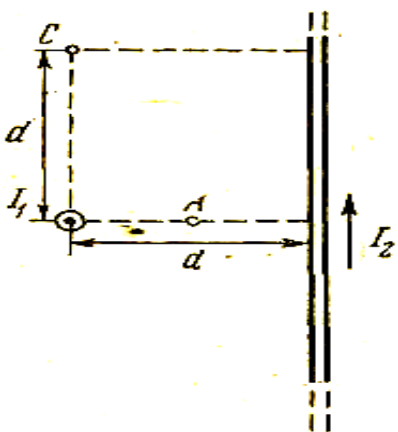


Рисунок 3.10

20 По двум бесконечно длинным прямым проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи силой $I_1 = 30\text{ А}$ и $I_2 = 40\text{ А}$. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке C (рисунок 3.10), одинаково удаленной от обоих проводов на расстояние, равное d .

Ответ: 50 мкТл.

21 Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом (рисунок 3.11). По проводнику течет ток силой $I = 20\text{ А}$. Какова магнитная индукция B в точке A , если $r = 5\text{ см}$?

Ответ: 40 мкТл.

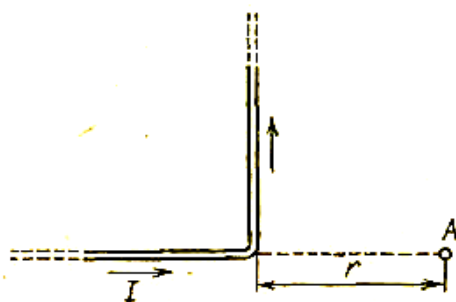


Рисунок 3.11

22 По бесконечно длинному прямому проводу, изогнутому так, как это показано на рисунке 3.12, течет ток силой $I = 100 \text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в точке O , если $r = 10 \text{ см}$.

Ответ: 357 мкТл .

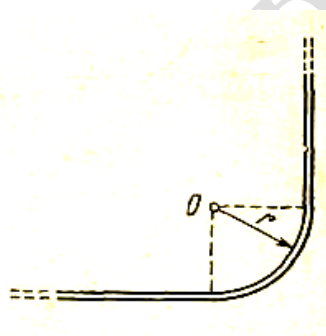


Рисунок 3.12

23 Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводу течет ток силой $I = 100 \text{ А}$. Вычислить магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины угла на $a = 100 \text{ см}$.

Ответ: 482 мкТл .

24 По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\alpha = 120^\circ$, течет ток силой $I = 50 \text{ А}$. Найти магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины его на расстояние $a = 5 \text{ см}$.

Ответ: 346 мкТл ; 116 мкТл .

25 По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой $I = 40 \text{ А}$. Длина a стороны треугольника равна 30 см . Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

Ответ: 240 мкТл .

26 По контуру в виде квадрата идет ток силой $I = 50 \text{ А}$. Длина a стороны квадрата равна 20 см . Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

Ответ: 282 мкТл .

27 По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток силой $I = 60 \text{ А}$. Длины сторон прямоугольника равны $a = 30 \text{ см}$ и $b = 40 \text{ см}$. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

Ответ: 200 мкТл .

28 Тонкий провод изогнут в виде правильного шестиугольника. Длина d стороны шестиугольника равна 10 см . Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника, если по проводу течет ток силой $I = 25 \text{ А}$.

Ответ: 173 мкТл .

29 По проводу, согнутому в виде правильного шестиугольника с длиной a стороны, равной 20 см , течет ток силой $I = 100 \text{ А}$. Найти напряженность H магнитного поля в центре шестиугольника. Для сравнения определить напряженность H_0 поля в центре кругового провода, совпадающего с окружностью, описанной около данного шестиугольника.

Ответ: 275 А/м .

30 По тонкому проволочному кольцу течет ток. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре контура?

Ответ: $1,15$.

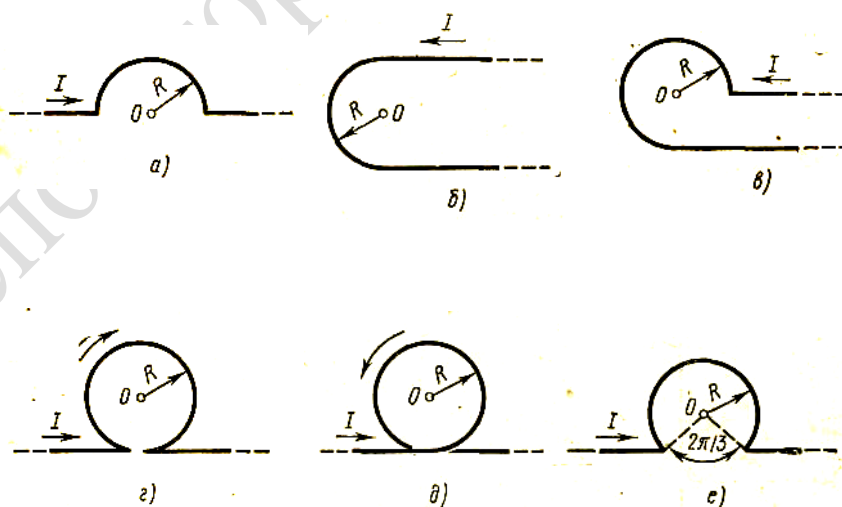


Рисунок 3.13

31 Бесконечно длинный тонкий проводник с током силой $I = 50 \text{ А}$ имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10 \text{ см}$. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случаях $a) - e)$, изображенных на рисунке 3.13.

Ответ: 157 мкТл ; 257 мкТл ; 286 мкТл ;
 214 мкТл ; 414 мкТл ; 102 мкТл .

32 По плоскому контуру из тонкого провода течет ток силой $I = 100 \text{ А}$. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O , в случаях $a) - e)$, изображенных на рисунке 3.14. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см .

Ответ: 235 мкТл ; $78,5 \text{ мкТл}$; 209 мкТл ;
 305 мкТл ; 271 мкТл ; 298 мкТл .

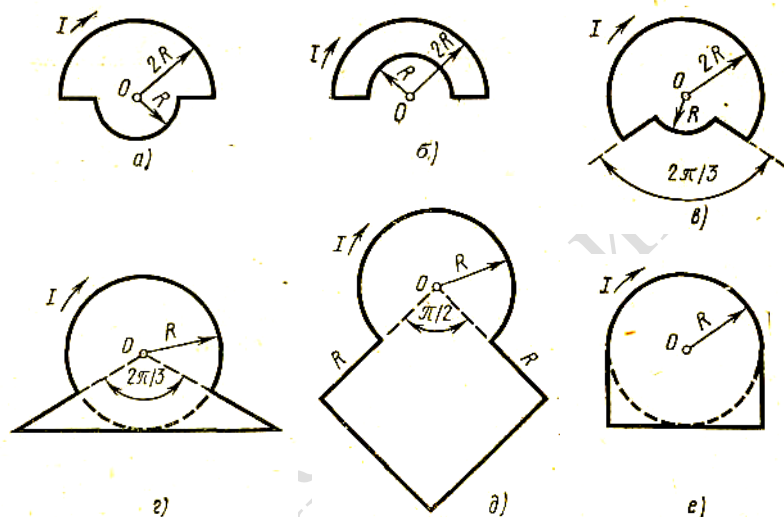


Рисунок 3.14

33 Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53 \text{ нм}$. Вычислить силу эквивалентного кругового тока I и напряженность H поля в центре окружности.

Ответ: $1,1 \text{ мА}$; 10 МА/м .

34 Определить максимальную магнитную индукцию B_{max} поля, создаваемого электроном, движущимся прямолинейно со скоростью $v = 10 \text{ Мм/с}$, в точке, отстоящей от траектории на расстоянии $d = 1 \text{ нм}$.

Ответ: 16 мТл .

135 На расстоянии $r = 10 \text{ нм}$ от траектории прямолинейно движущегося электрона максимальное значение магнитной индукции $B_{\text{max}} = 60 \text{ мкТл}$. Определить скорость v электрона.

Ответ: 1 Мм/с .

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле

37 Прямой провод, по которому течет ток силой $I = 1 \text{ кА}$, расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. С какой силой F действует поле на отрезок провода длиной $l = 1 \text{ м}$, если магнитная индукция B равна 1 Тл ?

Ответ: 1 кН/м .

38 Прямой провод длиной $l = 10 \text{ см}$, по которому течет ток силой $I = 20 \text{ А}$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01 \text{ Тл}$. Найти угол α между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила $F = 10 \text{ мН}$.

Ответ: $\frac{\pi}{6} \text{ рад}$.

39 Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой $I = 1 \text{ кА}$. Определить силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

Ответ: $0,1 \text{ Н}$.

40 Провод в виде тонкого полукольца радиусом $R = 10 \text{ см}$ находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 50 \text{ мТл}$. По проводу течет ток силой $I = 10 \text{ А}$. Найти силу F , действующую на провод, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям индукции, а проводящие провода находятся вне поля.

Ответ: $0,1 \text{ Н}$.

41 По тонкому проводу в виде кольца радиусом $R = 20 \text{ см}$ течет ток силой $I = 100 \text{ А}$. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 20 \text{ мТл}$. Найти силу F , растягивающую кольцо.

Ответ: $0,4 \text{ Н}$.

42 По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2,5 \text{ м}$ каждый, находящимся на расстоянии $d = 20 \text{ см}$ друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 1 \text{ кА}$. Вычислить силу взаимодействия токов.

Ответ: $2,5 \text{ Н}$.

43 Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной $l = 2 \text{ м}$ каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии $d = 20 \text{ см}$. Определить силу F взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним течет ток силой $I = 10 \text{ кА}$.

Ответ: 200 Н .

44 По двум параллельным проводам длиной $l = 1$ м каждый текут токи одинаковой силы. Расстояние d между проводами равно 1 см. Токи взаимодействуют с силой $F = 1$ мА. Найти силу тока I в проводах.

Ответ: 7 А.

45 По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $a = 10$ см друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F , действующую на отрезок длиной $l = 1$ м каждого провода.

Ответ: 20 мН; 20 мН; 34,6 мН.

46 По двум тонким проводам, изогнутым в виде кольца радиусом $R = 10$ см, текут одинаковые токи силой $I = 10$ А в каждом. Найти силу F взаимодействия этих колец, если плоскости, в которых лежат кольца, параллельны, а расстояние d между центрами колец равно 1 мм.

Ответ: 12,6 мН.

47 По двум одинаковым квадратным плоским контурам со стороной $a = 20$ см текут токи силой $I = 10$ А в каждом. Определить силу F взаимодействия контуров, если расстояние d между соответственными сторонами контуров равно 2 мм.

Ответ: 8 мН.

48 По витку радиусом $r = 5$ см течет ток силой $I = 10$ А. Определить магнитный момент p_m кругового тока.

Ответ: 78,6 мА·м².

49 Очень короткая катушка содержит $N = 1000$ витков тонкого провода. Катушка имеет квадратное сечение со стороной длиной $a = 10$ см. Найти магнитный момент p_m катушки при силе тока $I = 1$ А.

Ответ: 10 А·м².

50 Магнитный момент p_m витка равен 0,2 Дж/Тл. Определить силу тока I в витке, если его диаметр $d = 10$ см.

Ответ: 25,5 А.

51 Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка равна 200 А/м. Магнитный момент p_m витка равен 1 А·м². Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

Ответ: 37 А; 9,25 см.

52 По кольцу радиусом R течет ток. На оси кольца на расстоянии $d = 1 \text{ м}$ от его плоскости магнитная индукция $B = 10 \text{ нТл}$. Определить магнитный момент p_m кольца с током. Считать R много меньшим d .

Ответ: $50 \text{ мА} \cdot \text{м}^2$.

53 Электрон, в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53 \text{ пм}$. Вычислить, магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока и механический момент M , действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция B поля равна $0,1 \text{ Тл}$.

Ответ: $94 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$; $9,4 \cdot 10^{-25} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

54 Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать направления векторов p_m и L .

Ответ: $87,9 \text{ ГКл/кг}$.

55 По тонкому стержню длиной $l = 20 \text{ см}$ равномерно распределен заряд $Q = 240 \text{ нКл}$. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10 \text{ рад/с}$ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент p_m , обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса $(\frac{p_m}{L})$, если стержень имеет массу $m = 12 \text{ г}$.

Ответ: $4 \text{ нА} \cdot \text{м}^2$; 10 мКл/кг .

56 Тонкое кольцо радиусом $R = 10 \text{ см}$ несет заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через ее центр. Найти: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса $(\frac{p_m}{L})$, если масса m кольца равна 10 г .

Ответ: $3,14 \text{ нА} \cdot \text{м}^2$; 10 мКл/кг .

57 Диск радиусом $R = 10 \text{ см}$ несет равномерно распределенный по поверхности заряд $Q = 0,2 \text{ мКл}$. Диск равномерно вращается с частотой $n = 20 \text{ с}^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и

проходящей через его центр. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ($\frac{p_m}{L}$), если масса m диска равна 100 г.

Ответ: 1,57 нА·м².

58 Тонкостенная металлическая сфера радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по ее поверхности заряд $Q = 3$ мКл. Сфера равномерно вращается с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, проходящей через центр сферы. Найти: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемый вращением сферы; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ($\frac{p_m}{L}$), если масса m сферы равна 100 г.

Ответ: 1 нА·м²; 1,5 нКл/кг.

59 Сплошной шар радиусом $R = 10$ см несет заряд $Q = 200$ нКл, равномерно распределенный по объему. Шар вращается относительно оси, проходящей через центр шара, с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, обусловленного вращением шара; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ($\frac{p_m}{L}$), если масса m шара равна 10 кг.

Ответ: 4 нА·м²; 10 нКл/кг.

60 Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2$ кА/м. Плоскость витка образует угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением поля. По витку течет ток силой $I = 4$ А. Найти механический момент M , действующий на виток.

Ответ: 39,5 мкН/м.

61 Виток диаметром $d = 20$ см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой $I = 10$ А. Найти механический момент M , который нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении. Горизонтальную составляющую B_Γ магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл.

Ответ: 6,28 мкН·м.

62 Рамка гальванометра длиной $a = 4$ см и шириной $b = 1,5$ см, содержащая $N = 200$ витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Найти: 1) механический момент M , действующий на рамку, когда по

витку течет ток силой $I = 1 \text{ мА}$; 2) магнитный момент p_m рамки при этом токе.

Ответ: $12 \text{ мкН}\cdot\text{м}$; $120 \text{ мкА}\cdot\text{м}^2$.

63 Короткая катушка площадью S поперечного сечения, равной 150 см^2 , содержит $N = 200$ витков провода, по которому течет ток силой $I = 4 \text{ А}$. Катушка помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 8 \text{ кА/м}$. Определить магнитный момент p_m катушки, а также вращающий момент M , действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями индукции.

Ответ: $12 \text{ А}\cdot\text{м}^2$; $0,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

64 Рамка гальванометра, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, подвешена на упругой нити. Площадь S рамки равна 1 см^2 . Нормаль к плоскости рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции ($B = 5 \text{ мТл}$). Когда через гальванометр был пропущен ток силой $I = 2 \text{ мкА}$, то рамка повернулась на угол $\alpha = 30^\circ$. Найти постоянную кручения C нити.

Ответ: $335 \text{ нН}\cdot\text{м/рад}$.

65 По квадратной рамке из тонкой проволоки массой $m = 2 \text{ г}$ пропущен ток силой $I = 6 \text{ А}$. Рамка свободно подвешена за середину одной из сторон на неупругой нити. Определить период T малых колебаний такой рамки в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \text{ мТл}$. Затуханием колебаний пренебречь.

Ответ: $1,05 \text{ с}$.

66 Тонкий провод в виде кольца массой $m = 3 \text{ г}$ свободно подвешен на неупругой нити в однородном магнитном поле. По кольцу течет ток силой $I = 2 \text{ А}$. Период T малых крутильных колебаний относительно вертикальной оси равен $1,2 \text{ с}$. Найти магнитную индукцию B поля.

Ответ: $6,65 \text{ мТ}$.

67 На оси контура с током, магнитный момент которого p_m равен $10 \text{ мА}\cdot\text{м}^2$, находится другой такой же контур. Вектор магнитного момента второго контура перпендикулярен оси. Вычислить механический момент M , действующий на второй контур. Расстояние d между контурами равно 50 см . Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

Ответ: $160 \text{ нН}\cdot\text{м}$.

68 Магнитное поле создано кольцевым проводником радиусом $R = 20 \text{ см}$, по которому течет ток силой $I = 100 \text{ А}$. На оси кольца расположено другое кольцо малых размеров с магнитным моментом $p_m = 10 \text{ мА} \cdot \text{м}^2$. Плоскости колец параллельны, а расстояние d между центрами равно 1 см . Найти силу, действующую на малое кольцо.

Ответ: 5,89 мН.

69 Магнитное поле создано бесконечно длинным проводником с током силой $I = 100 \text{ А}$. На расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от проводника находится точечный диполь, вектор магнитного момента ($p_m = 1 \text{ мА} \cdot \text{м}^2$) которого лежит в одной плоскости с проводником и перпендикулярен ему. Определить силу F , действующую на магнитный диполь.

Ответ: 2 мкН.

70 Определить степень неоднородности магнитного поля ($\frac{dB}{dx}$), если максимальная сила F_{max} , действующая на точечный магнитный диполь, равна 1 мН . Магнитный момент p_m точечного диполя равен $2 \text{ мА} \cdot \text{м}^2$.

Ответ: 0,5 Тл/м.

71 Проволочный виток радиусом $R = 20 \text{ см}$ расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлен компас. Какой силы I ток течет по витку, если магнитная стрелка компаса отклонена на угол $\alpha = 9^\circ$ от плоскости магнитного меридиана?

Ответ: 1,01 А.

72 Определить число n витков катушки тангенс-гальванометра, при котором сила тока, текущего по обмотке, численно равна тангенсу угла отклонения магнитной стрелки, помещенной в центре обмотки? Радиус катушки R равен 25 см . Ось катушки перпендикулярна плоскости магнитного меридиана.

Ответ: 8.

73 Длинный прямой соленоид, содержащий $n = 5$ витков на каждый сантиметр длины, расположен перпендикулярно к плоскости магнитного меридиана. Внутри соленоида, в его средней части, находится магнитная стрелка, установившаяся в магнитном поле Земли. Когда по соленоиду пустили ток, стрелка отклонилась на угол $\alpha = 60^\circ$. Найти силу тока I .

Ответ: 55 мА.

74 Короткий прямой магнит расположен перпендикулярно плоскости магнитного меридиана. На оси магнита на расстоянии 50 см от его сере-

дины (которое много больше длины магнита) находится магнитная стрелка. Вычислить магнитный момент p_m магнита, если стрелка отклонена на угол $\alpha = 6^\circ$ от плоскости магнитного меридиана.

Ответ: $1,32 \text{ А}\cdot\text{м}^2$.

75 Конденсатор электроемкостью $C = 50 \text{ мкФ}$ заряжается от источника тока, э. д. с. $\mathcal{E}$ которой равна 80 В , и с помощью особого переключателя полностью разряжается 100 раз в секунду через обмотку тангенс-гальванометра, расположенного в плоскости магнитного меридиана. На какой угол α отклонится магнитная стрелка, находящаяся в центре тангенс-гальванометра, если его обмотка имеет $n = 10$ витков радиусом $R = 25 \text{ см}$?

Ответ: $26,5^\circ$.

76 Магнитная стрелка, помещенная в центре кругового провода радиусом $R = 10 \text{ см}$, образует угол $\alpha = 20^\circ$ с вертикальной плоскостью, в которой находится провод. Когда по проводу пустили ток силой $I = 3 \text{ А}$, то стрелка повернулась в таком направлении, что угол α увеличился. Определить угол поворота стрелки.

Ответ: $33,5^\circ$.

Сила, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле

77 Определить силу Лоренца F , действующую на электрон, влетевший со скоростью v в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям индукции. Магнитная индукция B поля равна $0,2 \text{ Тл}$.

Ответ: 64 фН .

78 Вычислить радиус R дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией $B = 15 \text{ мТл}$, если скорость v протона равна 2 Мм/с .

Ответ: $1,38 \text{ м}$.

79 Двукратно ионизированный атом гелия (α -частица) движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 100 \text{ кА/м}$ по окружности радиусом $R = 100 \text{ см}$. Найти скорость v α -частицы.

Ответ: $0,61 \text{ Мм/с}$.

80 Ион, несущий один элементарный заряд, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,015 \text{ Тл}$ по окружности радиусом $R = 10 \text{ см}$. Определить импульс p иона.

Ответ: $2,4 \cdot 10^{-22} \text{ кг}\cdot\text{м/с}$.

81 Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$. Определить момент импульса L , которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла дугу окружности радиусом $R = 0,1 \text{ см}$.

Ответ: $3,2 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

82 Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0,02 \text{ Тл}$ по окружности радиусом $R = 1 \text{ см}$. Определить кинетическую энергию электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

Ответ: $0,563 \text{ фДж}$.

83 Заряженная частица влетела перпендикулярно линиям индукции в однородное магнитное поле, созданное в среде. В результате взаимодействия с веществом частица, находясь в поле, потеряла половину своей первоначальной энергии. Во сколько раз будут отличаться радиусы кривизны R траектории начала и конца пути?

Ответ: $\sqrt{2}$.

84 Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом $R_1 = 2 \text{ см}$, прошла через свинцовую пластину, расположенную на пути частицы. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории изменился и стал равным $R_2 = 1 \text{ см}$. Определить относительное изменение энергии частицы.

Ответ: $0,75$.

85 Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600 \text{ В}$, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3 \text{ Тл}$ и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R .

Ответ: 12 мм .

86 Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,52 \text{ Тл}$. Найти отношение Q заряда частицы к ее массе m , если частица в поле описала дугу окружности радиусом $R = 4 \text{ см}$. По этому отношению определить, какая это частица.

Ответ: $96,3 \text{ МКл/кг}$.

87 Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2 \text{ кВ}$, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15,1 \text{ мТл}$ по окружности радиусом $R = 1 \text{ см}$. Определить отношение заряда частицы $|e|$ к ее массе m и скорость v частицы.

Ответ: 175 ГКл/кг .

88 Заряженная частица с энергией $T = 1 \text{ кэВ}$ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1 \text{ мм}$. Найти силу F , действующую на частицу со стороны поля.

Ответ: 0,32 нН.

89 Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$ перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F , действующую на электрон со стороны поля, если радиус R кривизны траектории равен $0,5 \text{ см}$.

Ответ: 1,4 нН.

90 Электрон движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 4 \text{ кА/м}$ со скоростью $v = 10 \text{ Мм/с}$. Вектор скорости направлен перпендикулярно линиям напряженности. Найти силу F , с которой поле действует на электрон, и радиус R окружности, по которой он движется.

Ответ: 8,05 фН; 1,13 см.

91 Протон с кинетической энергией $T = 1 \text{ МэВ}$ влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($B = 1 \text{ Тл}$). Какова должна быть минимальная протяженность l поля в направлении, по которому летел протон, когда он находился вне поля, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположное?

Ответ: 14,5 см.

92 Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10 \text{ кА/м}$. Вычислить период T вращения электрона.

Ответ: 2,84 нс.

93 Определить частоту n вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, индукция B которого равна $0,2 \text{ Тл}$.

Ответ: 562 МГц.

94 Электрон в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1 \text{ Тл}$ движется по окружности. Найти силу I эквивалентного кругового тока, создаваемого движением электрона.

Ответ: 448 нА.

95 Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2 \text{ Тл}$, стал двигаться по окружности радиусом $R = 5 \text{ см}$. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Ответ: 7,04 нА·м².

96 Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса m_1 которого равна 12 а. е. м. , описал дугу окружности радиусом $R_1 = 4 \text{ см.}$ Определить массу m_2 другого иона, который описал дугу окружности радиусом $R_2 = 6 \text{ см.}$

Ответ: 27 а.е.м.

97 Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5 \text{ см,}$ второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2,5 \text{ см.}$ Найти отношение масс ионов $\frac{m}{m_2}$, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

Ответ: 4.

98 В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100 \text{ мкТл}$ движется электрон по винтовой линии. Определить скорость v электрона, если шаг h винтовой линии равен 20 см, а радиус $R = 5 \text{ см.}$

Ответ: 1,04 Мм/с.

99 Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 9 \text{ мТл}$ по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 7,8 \text{ см.}$ Определить период T вращения электрона и его скорость v .

Ответ: 3,97 нс; 25 Мм/с.

100 В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \text{ Тл}$ движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10 \text{ см}$ и шагом $h = 60 \text{ см.}$ Определить кинетическую энергию T протона.

Ответ: 580 фДж.

101 Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H = 16 \text{ кА/м}$ со скоростью $v = 8 \text{ Мм/с.}$ Вектор скорости составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле. Определить также шаг винтовой линии для электрона, летящего под малым углом к линиям индукции.

Ответ: 1,96 мм; 7,1 мм; 14,2 мм.

102 Определить энергию ε , которую приобретает протон, сделав $n = 40$ оборотов в магнитном поле циклотрона, если максимальное значение U_{max} переменной разности потенциалов между дуантами равно

60 кВ. Определить также относительное увеличение $\frac{\Delta m}{m_0}$ массы протона в сравнении с массой покоя, а также скорость v протона.

Ответ: 4,8 МэВ; 0,5 %; 30 Мм/с.

103 Вычислить скорость v и кинетическую энергию T α -частиц, выходящих из циклотрона, если, подходя к выходному окну, ионы движутся по окружности радиусом $R = 50$ см. Индукция B магнитного поля циклотрона равна 1,7 Тл.

Ответ: 41 Мм/с; 34,9 МэВ.

104 Индукция B магнитного поля циклотрона равна 1 Тл. Какова частота ν ускоряющего поля между дуантами, если в циклотроне ускоряются дейтоны?

Ответ: 7,7 МГц.

105 В циклотроне требуется ускорять ионы гелия (He^{++}). Частота ν переменной разности потенциалов, приложенной к дуантам, равна 10 МГц. Какова должна быть индукция B магнитного поля, чтобы период T вращения ионов совпадал с периодом изменения разности потенциалов?

Ответ: 1,3 Тл.

106 Определить число N оборотов, которые должен сделать протон в магнитном поле циклотрона, чтобы приобрести кинетическую энергию $T = 10$ МэВ, если при каждом обороте протон проходит между дуантами разность потенциалов $U = 30$ кВ.

Ответ: 167.

107 Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью $v = 0,8 c$ (c – скорость света в вакууме). Магнитная индукция B поля равна 0,01 Тл. Определить радиус окружности в двух случаях: 1) не учитывая увеличение массы со скоростью; 2) учитывая это увеличение.

Ответ: 13,7 см; 22,8 см.

108 Электрон движется в магнитном поле по окружности радиусом $R = 2$ см. Магнитная индукция B поля равна 0,1 Тл. Определить кинетическую энергию электрона.

Ответ: 0,28 МэВ.

109 Электрон, влетевший в камеру Вильсона, оставил след в виде дуги окружности радиусом $R = 10$ см. Камера находится в однородном маг-

нитном поле с индукцией $B = 10 \text{ Тл}$. Определить кинетическую энергию T электрона.

Ответ: 300 МэВ.

110 Кинетическая энергия T α -частицы равна 500 МэВ. Частица движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 80 \text{ см}$. Определить магнитную индукцию B поля.

Ответ: 4,2 Тл.

111 Электрон, имеющий кинетическую энергию $T = 1,5 \text{ МэВ}$, движется в однородном магнитном поле по окружности. Магнитная индукция B поля равна 0,02 Тл. Определить период τ вращения.

Ответ: 7,02 нс.

112 Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$ возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100 \text{ кВ/м}$. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость v частицы.

Ответ: 1 Мм/с.

113 Заряженная частица, двигаясь перпендикулярно скрещенным под прямым углом электрическому ($E = 400 \text{ кВ/м}$) и магнитному ($B = 0,25 \text{ Тл}$) полям, не испытывает отклонения при определенной скорости v . Определить эту скорость и возможные отклонения Δv от нее, если значения электрического и магнитного полей могут быть обеспечены с точностью, не превышающей 0,2 %.

Ответ: 1,6 Мм/с; 6,4 км/с.

114 Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104 \text{ В}$ и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10 \text{ кВ/м}$) и магнитное ($B = 0,1 \text{ Тл}$) поля. Найти отношение Q заряда частицы к ее массе m , если двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Ответ: 48 МКл/кг.

115 Заряженная частица движется по окружности радиусом $R = 1 \text{ см}$ в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$. Параллельно магнитному полю возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100 \text{ В/м}$. Вычислить промежуток времени Δt , в течение которого должно действовать электрическое поле, для того чтобы кинетическая энергия частицы возросла вдвое.

Ответ: 10 мкс.

116 Протон влетает со скоростью $v = 100 \text{ км/с}$ в область пространства, где имеются электрическое ($E = 210 \text{ В/м}$) и магнитное ($B = 3,3 \text{ мТл}$) поля. Напряженность E электрического поля и магнитная индукция B совпадают по направлению. Определить ускорение протона для начального момента движения в поле, если направление вектора его скорости v : 1) совпадает с общим направлением векторов E и B ; 2) перпендикулярно этому направлению.

Ответ: $20,1 \text{ Гм/с}^2$; $37,5 \text{ Гм/с}^2$.

Примеры решения задач

Пример 1 Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400 \text{ В}$, попал в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1,5 \text{ мТл}$. Определить: 1) радиус R кривизны траектории; 2) частоту n вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Решение

Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из того, что на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца F (действием силы тяжести можно пренебречь.) Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона сообщает электрону нормальное ускорение $a_n F = m a_n$. Подставив значения выражений F и a_n , получим

$$|e| \mathcal{B} \sin \alpha = \frac{m \mathcal{V}^2}{R}, \quad (1)$$

где $e, \mathcal{V}, m$ – заряд, скорость, масса электрона;

B – индукция магнитного поля;

R – радиус кривизны траектории;

α – угол между направлениями вектора скорости $\mathcal{V}$ и индукции B (в нашем случае $\mathcal{V} \perp B$ и $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{m \mathcal{V}}{|e| B}. \quad (2)$$

Входящий в выражение (2) импульс $m \mathcal{V}$ выразим через кинетическую энергию T электрона:

$$m \mathcal{V} = \sqrt{2mT}. \quad (3)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U , определяется равенством $T = |e|U$. Подставив это выражение T в формулу (3), получим:

$$m\vartheta = \sqrt{2m|e|U}.$$

Тогда выражение (2) для радиуса кривизны приобретает вид:

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{|e|}}. \quad (4)$$

После вычисления по формуле (4) найдем $R = 45$ мм.

Для определения частоты вращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом кривизны траектории:

$$n = \frac{\vartheta}{2\pi R}.$$

Подставив R из выражения (2) в эту формулу, получим:

$$n = \frac{1}{2\pi} \frac{|e|}{m} B.$$

Произведя вычисления, найдем $n = 4,20 \times 10^7 \text{ c}^{-1}$.

Пример 2 Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи силой $I = 60 \text{ А}$, расположены на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_2 = 12 \text{ см}$.

Решение

Для нахождения магнитной индукции в точке A определим направления векторов индукций B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически, т. е.

$$B = B_1 + B_2.$$

Абсолютное значение индукции найдем по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}. \quad (1)$$

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки, индукцию в которой мы вычисляем:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя значения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (2)$$

Вычисляем $\cos \alpha$. Заметим, что $\alpha = \angle DAC$. Поэтому по теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha$, где d – расстояние между проводниками. Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}.$$

Подставив данные, вычислим значение косинуса:

$$\cos \alpha = 0,576.$$

Подставив в формулу (2) значения μ_0 , I , r_1 , r_2 и $\cos \alpha$, найдем $B = 286$ мкТл.

4 Электромагнитная индукция

Основные формулы

1 Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея): при всяком изменении магнитного потока сквозь контур в нем возникает электродвижущая сила индукции, пропорциональная скорости изменения магнитного потока, т.е.:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

2 Количество электричества, протекающего по контуру сопротивлением R при изменении магнитного потока сквозь контур на величину $\Delta\Phi$,

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R}.$$

3 Магнитный поток сквозь контур и сила тока в нем связаны соотношением:

$$\Phi = LI,$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность длинного соленоида с немагнитным сердечником

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} = \mu_0 n^2 V,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида;

S – площадь его поперечного сечения;

V – его объем.

4 Сила тока в цепи, обладающей постоянными сопротивлением R и индуктивностью L и содержащей постоянную э.д.с. ε , изменяется при замыкании и размыкании цепи по закону

$$I = I_0 e^{-Rt/L} + \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}).$$

При замыкании цепи начальная сила тока $I_0 = 0$; при размыкании $\varepsilon = 0$.

Вопросы для самоконтроля

- 1 В чем заключается явление электромагнитной индукции?
- 2 Сформулируйте закон электромагнитной индукции и напишите его математическое выражение.
- 3 Каково содержание правила Ленца?
- 4 Каковы физические причины, приводящие к возникновению э.д.с. индукции?
- 5 Можно ли получить выражение для э.д.с. индукции на основе закона сохранения энергии?
- 6 В чем состоит баллистический метод определения индукции магнитного поля?
- 7 Какие существуют другие методы определения магнитной индукции поля?
- 8 Что называется явлением самоиндукции? Напишите выражение для ЭДС самоиндукции. Дайте определение индуктивности и ее единицы измерения.
- 9 Рассмотрите электрические токи при замыкании и размыкании цепи.
- 10 В чем состоит явление взаимной индукции?
- 11 Что называется взаимной индуктивностью контуров?
- 12 Покажите, что магнитное поле токов обладает энергией.
- 13 Запишите выражение для плотности энергии магнитного поля.
- 14 Каким образом по петле гистерезиса можно вычислить работу, затрачиваемую при совершении одного цикла перемагничивания единицы объема ферромагнетика. На что идет эта работа?
- 15 В чем состоит обобщение явления электромагнитной индукции, сделанное Максвеллом?
- 16 Рассмотрите принцип действия индукционного ускорителя электронов – бетатрона.
- 17 Что называется током смещения; плотностью тока смещения; плотностью полного тока?
- 18 В чем состоит обобщение теоремы и циркуляции вектора H для стационарных токов проводимости, сделанное Максвеллом?
- 19 Запишите (в интегральной и дифференциальной формах) полную систему фундаментальных уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Объясните физический смысл этих уравнений.

Задачи

1 В однородном магнитном поле (рисунок 4.1) с индукцией $1,00 \cdot 10^{-2} \text{ Т}$ расположена прямоугольная рамка $abcd$, подвижная сторона которой ad длиной $l = 0,100 \text{ м}$ перемещается со скоростью $v = 25 \text{ м/с}$ перпендикулярно линиям индукции поля. Определить э.д.с. индукции, возникающую в контуре $abcd$.

Ответ: $\varepsilon = \frac{B}{v}$.

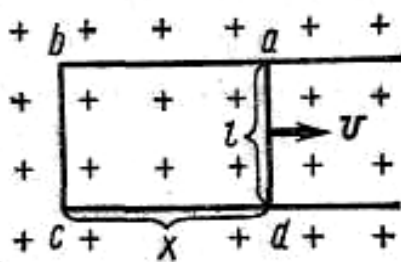


Рисунок 4.1

2 В однородном магнитном поле (рисунок 4.2) с индукцией B вращается в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, медный диск радиуса r , совершая n оборотов в секунду. При помощи скользящих контактов диск подключен к цепи, сопротивление которой R . Определить э.д.с. индукции, возникающую при вращении диска, количество электричества q , протекающего по цепи, а также количество теплоты Q , выделенное в цепи за время, в течение которого диск совершил n оборотов.

Ответ: $\varepsilon = 2nB \int_0^r l dl = \pi r^2 nB$; $q = \pi r^2 NB / R$; $Q = \pi^2 r^4 nNB^2 / R$.

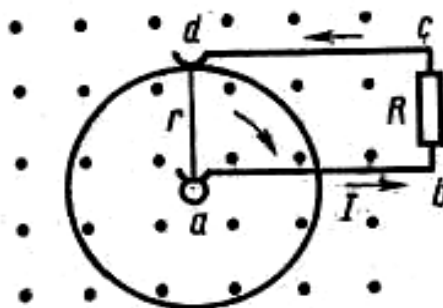


Рисунок 4.2

3 Виток медной проволоки охватывает сердечник трансформатора. Вследствие изменения силы тока в обмотке трансформатора магнитный поток внутри сердечника равномерно изменяется со скоростью -30 Вб/с . К точкам А, В, которые делят виток на два участка так, что $l_2 = 2l_1$ подключен вольтметр двумя способами, изображенными на рисунке 4.3. Определить его показания. Считать сопротивление витка ничтожно малым по сравнению с сопротивлением вольтметра.

Ответ: $U = 10 \text{ В}$, $U' = 20 \text{ В}$.

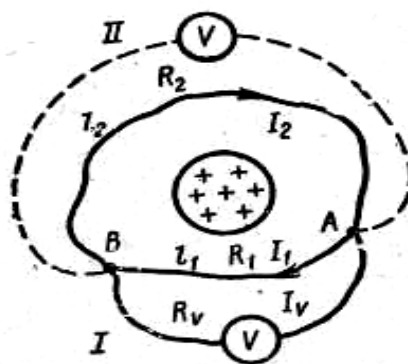


Рисунок 4.3

4 По длинному соленоиду с немагнитным сердечником сечением $S = 5,0 \text{ см}^2$, содержащему $n = 1200$ витков, течет ток силой $I = 2,00 \text{ А}$. Индукция магнитного поля в центре соленоида $B = 10,0 \text{ мТ}$. Определить его индуктивность.

Ответ: $L = 3,0 \text{ мГ}$.

5 В цепи, схема которой изображена на рисунке 4.4, $R_1 = 5,0 \text{ Ом}$, $R_2 = 95 \text{ Ом}$, $L = 0,34 \text{ Г}$, $E = 38 \text{ В}$. Внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало. Определить силу тока в резисторе R_2 в трех случаях: 1) до размыкания цепи; 2) в первый момент после размыкания; 3) через $0,01 \text{ с}$ после размыкания.

Ответ: $I_2 = 0,40 \text{ А}$; $I_2' = 7,6 \text{ А}$; $I_2'' = 0,4 \text{ А}$.

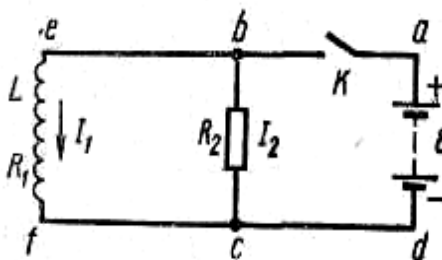


Рисунок 4.4

6 Резистор (рисунок 4.5) сопротивлением R присоединен к верхним концам двух вертикальных медных стержней, отстоящих на расстоянии друг от друга. Стержни замкнуты медной перемычкой массы m , которая без трения может скользить по ним. В окружающем пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией B , перпендикулярное плоскости, в которой расположены стержни. Перемычку отпустили, после чего она начала падать без нарушения электрического контакта. Пренебрегая сопротивлением стержней и перемычки, найти установившуюся скорость v последней. Принять индуктивность единицы длины системы стержней равной k .

Ответ: $v = \frac{mgR}{B^2 l^2 - mgk}$.

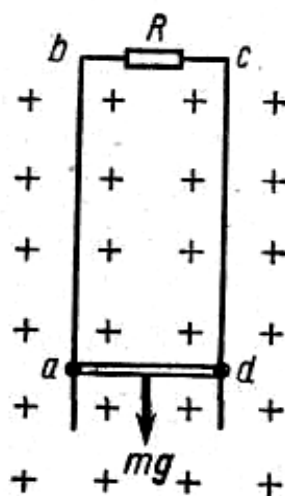


Рисунок 4.5

7 По соленоиду длиной $l = 1$ м без сердечника, имеющему $n = 10^3$ витков, течет ток силой $I = 20$ А. Определить циркуляцию вектора магнитной индукции вдоль контура, изображенного на рисунке 4.6 а, б.

Ответ: 0.

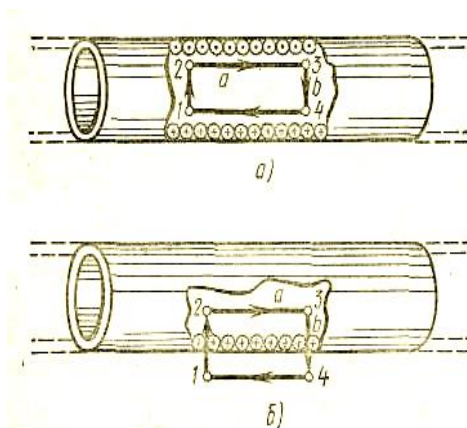


Рисунок 4.6

8 Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи $I_1 = 10 \text{ А}$, $I_2 = 15 \text{ А}$, текущие в одном направлении, и ток $I_3 = 20 \text{ А}$, текущий в противоположном направлении.

Ответ: 6,28 мкТл·м.

9 По сечению проводника равномерно распределен ток плотностью $I = 2 \text{ МА/м}^2$. Найти циркуляцию вектора напряженности вдоль окружности радиусом $R = 5 \text{ мм}$, проходящей внутри проводника и ориентированной так, что ее плоскость составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с вектором плотности тока.

Ответ: 78,6 А.

10 Диаметр D тороида (рисунок 4.7) без сердечника по средней линии равен 30 см. В сечении тороид имеет круг радиусом $r = 5 \text{ см}$. По обмотке тороида, содержащей $n = 2000$ витков, течет ток силой $I = 5 \text{ А}$. Пользуясь законом полного тока, определить максимальное и минимальное значения магнитной индукции B в тороиде.

Ответ: 20 мТл; 10 мТл.

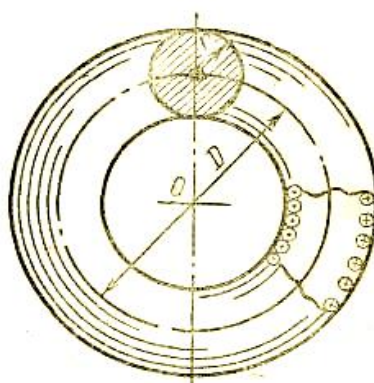


Рисунок 4.7

11 Найти магнитный поток Φ , создаваемый соленоидом сечением $S = 10 \text{ см}^2$, если он имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I = 20 \text{ А}$.

Ответ: 25,2 мкВб.

12 Плоский контур, площадь S которого равна 25 см^2 , находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,04 \text{ Тл}$. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями индукции.

Ответ: 50 мкВб.

13 Соленоид длиной $l = 1 \text{ м}$ и сечением $S = 16 \text{ см}^2$ содержит $n = 2000$ витков. Вычислить потокосцепление ψ при силе тока I в обмотке 10 А .

Ответ: $80,5 \text{ мВб} \times \text{виток}$.

14 В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток силой $I = 50 \text{ А}$, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $l = 65 \text{ см}$ параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Найти магнитный поток Φ , пронизывающий рамку.

Ответ: $4,5 \text{ мкВб}$.

15 Определить, во сколько раз отличаются магнитные потоки, пронизывающие квадратную рамку при двух ее положениях относительно прямого проводника с током, представленных на рисунке 4.8.

Ответ: $3,81$.

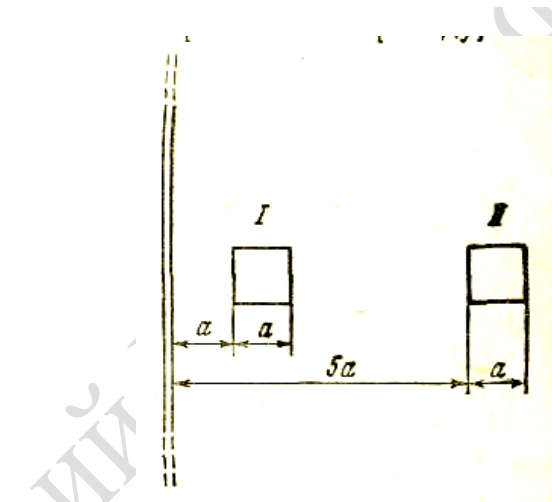


Рисунок 4.8

16 Квадратная рамка со стороной длиной $a = 20 \text{ см}$ расположена в одной плоскости с прямым, бесконечно длинным проводом с током. Расстояние l от провода до середины рамки равно 1 м . Вычислить относительную погрешность, которая будет допущена при расчете магнитного потока, пронизывающего рамку, если поле в пределах рамки считать однородным, а магнитную индукцию – равной значению ее в центре рамки.

Ответ: $0,617 \%$.

17 Тороид квадратного сечения содержит $n = 1000$ витков. Наружный диаметр D тороида равен 40 см , внутренний $d = 20 \text{ см}$. Найти магнитный поток Φ в тороиде, если сила тока I , протекающего по обмотке, равна 10 А . Учесть, что магнитное поле тороида неоднородно.

Ответ: 139 мкВб .

18 По обмотке соленоида индуктивностью $L = 0,2 \text{ Гн}$ течет ток силой $I = 10 \text{ А}$, Определить энергию W магнитного поля соленоида.

Ответ: 10 Дж.

19 Индуктивность L катушки (без сердечника) равна $0,1 \text{ мГн}$. При какой силе тока I энергия W магнитного поля равна 100 мкДж ?

Ответ: 14 А.

20 Соленоид содержит $n = 1000$ витков. Сила тока I в его обмотке равна 1 А , магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида равен $0,1 \text{ мВб}$. Вычислить энергию W магнитного поля.

Ответ: 50 мДж.

21 На железное кольцо намотано в один слой $n = 200$ витков. Определить энергию W магнитного поля, если при токе силой $I = 2,5 \text{ А}$, магнитный поток Φ в железе равен $0,5 \text{ мВб}$.

Ответ: 0,15 Дж.

22 При некоторой силе тока I плотность энергии ω магнитного поля соленоида (без сердечника) равна $0,2 \text{ Дж/м}^3$. Во сколько раз увеличится плотность энергии поля при той же силе тока, если соленоид будет иметь железный сердечник?

Ответ: в $1,6 \cdot 10^3$ раза.

23 Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. Определить плотность энергии ω поля, если по обмотке течет ток силой $I = 16 \text{ А}$.

Ответ: 161 Дж/м^3 .

24 Обмотка тороида содержит $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник немагнитный. При какой силе тока I в обмотке плотность энергии ω магнитного поля равна 1 Дж/м^3 ?

Ответ: 1,26 А.

25 Катушка индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$ и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 20 \text{ см}$ каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см . Определить период T колебаний.

Ответ: $T = 33,2 \text{ Нс}$.

26 Конденсатор электроемкостью $C = 500 \text{ нФ}$ соединен параллельно с катушкой длиной $l = 40 \text{ см}$ и площадью S сечения, равной 5 см^2 . Катушка

содержит $n = 1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T колебаний.

Ответ: $T = 5,57 \text{ мкс.}$

27 Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 20 \text{ мкГн}$ и конденсатора электроемкостью $C = 80 \text{ нФ}$. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2 %. Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

Ответ: $\lambda = 2,38 \cdot 10^3 \pm 23,8 \text{ м.}$

28 Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1,6 \text{ мГн}$, электроемкость $C = 0,04 \text{ мкФ}$ и максимальное напряжение U_{max} на зажимах, равное 200 В. Определить максимальную силу тока I_{max} в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало.

Ответ: 1А.

29 Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C = 8 \text{ нФ}$ и катушку индуктивностью $L = 0,5 \text{ мГн}$. Каково максимальное напряжение U_{max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{\text{max}} = 40 \text{ мА}$?

Ответ: $U_{\text{max}} = 317 \text{ В.}$

30 Катушка (без сердечника) длиной $l = 50 \text{ см}$ и площадью S_1 сечения, равной 3 см^2 имеет $n = 1000$ витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2 = 75 \text{ см}^2$ каждая. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Диэлектрик – воздух. Определить период T колебаний контура.

Ответ: $T = 0,628 \text{ Нс.}$

31 Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора электроемкостью $C = 1 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивностью $L = 1 \text{ мГн}$. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту ν колебаний.

Ответ: 5,05 кГц.

32 Индуктивность L колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость C контура, чтобы он резонировал на длину волны $\lambda = 300 \text{ м}$?

Ответ: 51 нФ.

33 На какую длину волны λ будет резонировать контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 4 \text{ мкГн}$ и конденсатора емкостью $C = 1,11 \text{ нФ}$?

Ответ: 126 м.

34 Для демонстрации опытов Герца с преломлением электромагнитных волн иногда берут большую призму, изготовленную из парафина. Определить показатель преломления парафина, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$ и магнитная проницаемость $\mu = 1$.

Ответ: 1,4.

35 Два параллельных провода, погруженных в глицерин, индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний частотой $\nu = 420 \text{ МГц}$. Расстояние l между пучностями стоячих волн на проводах равно 7 см. Найти диэлектрическую ε проницаемость глицерина. Магнитную проницаемость μ принять равной единице.

Ответ: 26.

Примеры решения задач

Пример 1 В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$ равномерно вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$. Площадь S рамки равна 150 см^2 . Определить мгновенное значение э. д. с. ξ , соответствующее углу поворота рамки в 30° .

Решение

Мгновенное значение э. д. с. индукции ξ определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$\xi_1 = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (1)$$

Потокосцепление $\psi = N\Phi$, где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ . Подставив выражение в формулу (1), получим:

$$\xi_1 = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении рамки магнитный поток Φ , пронизывающий рамку в момент времени t , изменяется по закону:

$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

где B – магнитная индукция;

S – площадь рамки;

ω – круговая частота.

Подставив в формулу (2) выражение Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение э. д. с. индукции:

$$\xi_1 = NBS\omega \sin \omega t. \quad (3)$$

Круговая частота ω связана с частотой n вращения соотношением $\omega = 2\pi n$. Подставив выражение в формулу (3), получим:

$$\xi_1 = 2\pi n NBS \sin \omega t. \quad (4)$$

Произведя вычисления по формуле (4), найдем $\xi = 47,1 \text{ В}$.

Пример 2 По соленоиду течет ток силой $I = 2 \text{ А}$. Магнитный поток Φ , пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен 4 мкВб . Определить индуктивность L соленоида, если он имеет $N = 800$ витков.

Решение

Индуктивность L соленоида связана с потокоцеплением ψ соотношением $\psi = LI$, откуда $L = \frac{\psi}{I}$. Заменяя здесь потокоцепление ψ его выражением через магнитный поток Φ и число витков N соленоида ($\psi = \Phi N$), получим:

$$L = \frac{\Phi N}{I}. \quad (1)$$

После вычисления по формуле (1) найдем $L = 1,6 \text{ мГн}$.

Пример 3 При скорости изменения силы тока $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ в соленоиде, равной 50 А/с , на его концах возникает э. д. с. самоиндукции $\xi_1 = 0,08 \text{ В}$. Определить индуктивность L соленоида.

Решение

Индуктивность соленоида связана с э. д. с. самоиндукции и скоростью изменения силы тока в его обмотке соотношением:

$$\xi_1 = -\frac{\Delta \psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t}.$$

Вынося постоянную величину L за знак приращения, получим:

$$\xi_1 = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Опустив знак «минус» в этом равенстве (направление э. д. с. в данном случае несущественно) и выразив интересующую нас величину – индуктивность, получим:

$$L = \frac{\xi_1}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}.$$

Проведя вычисления по этой формуле, найдем $L = 1,6 \text{ мГн}$.

Пример 4 На проволочный виток радиусом $r = 10 \text{ см}$, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный момент $M_{\text{max}} = 6,5 \text{ мкН}$. Сила тока I в витке равна 2 А . Определить магнитную индукцию B поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

Решение

Индукцию B магнитного поля можно определить из выражения механического момента, действующего на виток с током в магнитном поле:

$$M = p_m B \sin \alpha. \quad (1)$$

Если учесть, что максимальное значение механический момент принимает при $\alpha = \frac{\pi}{2} (\sin \alpha = 1)$, а также что $p_m = IS$, то формула (1) примет вид:

$$M_{\text{max}} = IBS.$$

Отсюда, учитывая, что $S = \pi r^2$, находим

$$B = \frac{M_{\text{max}}}{(\pi r^2 I)}. \quad (2)$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем $B = 104 \text{ мкТл}$.

Литература

- 1 Гурский, И.П. Элементарная физика с примерами решения задач: учеб. руководство / И. П. Гурский ; под ред. И. В. Савельева. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1984. – 448 с.
- 2 Детлаф, А.А. Курс физики : учебник для вузов. В 2 т. Т.2. Электричество и магнетизм. – 4-е изд., испр.– М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.
- 3 Зильберман, Г.Е. Электричество и магнетизм / Г. Е. Зильберман. – М.: Наука, 1970. – 389 с.
- 4 Иродов, И.Е. Основные законы электромагнетизма / И. Е. Иродов.– М.: Высшая школа, 1991 – 289с.
- 5 Калашников, С.Г. Электричество / С. Г. Калашников. – 6-е изд. – М.: Физматлит, 2003. – 624 с.
- 6 Кашин, Н.В. Курс физики: в 2 т. Т.2. Электричество и магнетизм. – 4-е изд. – М.: Высшая школа, 1968. – 644 с.
- 7 Коган, Ю.Б. Сто задач по электричеству / Ю. Б. Каган. – М.: Наука, 1976. – 63 с.
- 8 Ландсберг, Г.С. Элементарный учебник физики: в 2 т. Т. 2. Электричество и магнетизм / Г. С. Ландсберг. – М.: Наука, 1985. – 479 с.
- 9 Ландсберг, Г.С. Электричество и магнетизм / Г. С. Ландсберг. – М.: Физматлит, 2004. – 478 с.
- 10 Матвеев, А.И. Курс физики : учебное пособие. В 5 т. Т.3. Электричество и магнетизм / А. И. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1989. – 463 с.
- 11 Савельев, И.В. Курс общей физики . Электричество, волны, оптика / И. В. Савельев.– 2-е изд. – М.: Наука, 1982. – 496 с.
- 12 Сивухин, Д.В. Общий курс физики : в 4 т. Т. 3. Электричество / Д. В. Сивухин. – 2-е изд. – М.: Наука, 1983. – 688 с.
- 13 Стрелков, С.П. Сборник задач по общему курсу физики : в 5 кн. Кн.3. Электричество и магнетизм / С. П. Стрелков [и др.]; под ред. И. А. Яковлева. – М.: Физматлит, Лань, 2006. – 232 с.
- 14 Тамм, И.Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – 10-е изд. – М.: Наука, 1989. – 504 с.
- 15 Тамм, И.Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – 11-е изд. – М.: Наука, 2003. – 504 с.
- 16 Трубецкова, С.В. Физика. Вопросы – ответы. Задачи – решения: в 6 ч. Ч. 5,6. Электричество и магнетизм / С. В. Трубецкова. – М.: Физматлит, 2003. – 624 с.
- 17 Физика. Интенсивный курс подготовки к экзамену. Основные методы решения задач.– 3-е изд., доп. и перераб. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 400 с.
- 18 Фомина, М.В. Решебник задач по физике / М. В. Фомина. – М.: Мир, 2001. – 469 с.
- 19 Яковлев, И. А. Сборник задач по общему курсу физики. Электричество и магнетизм. – 4-е изд. – М.: Наука, 2006. – 128 с.

Учебное издание

ЖЕЛОНКИНА Тамара Петровна
СЕМЧЕНКО Игорь Валентинович

ФИЗИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ по разделу «Электричество» для студентов специальности 2-53 01 01 «Автоматизированные системы обработки информации»

Редактор *В.И. Шкредова*
Корректор *В.В. Калугина*

Лицензия № 02330/9549481 от 14.05.09.

Подписано в печать Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Усл.-печ. л. .

Уч.- изд. л. Тираж 100 экз. Заказ № .

Отпечатано с оригинал-макета на ризографе
учреждения образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Лицензия № 02330/0150450 от 03.02.09.

246019, г. Гомель, ул. Советская, 104