

вылете позитронов с энергий $T_e = 0,172$ МэВ, а электронов с энергий $T_e = 0,154$ МэВ. Для всех графиков рисунков 6–8 характерно смещение средней энергии распада в область $T_e^{cp} = \frac{1}{3}T_{max}$.

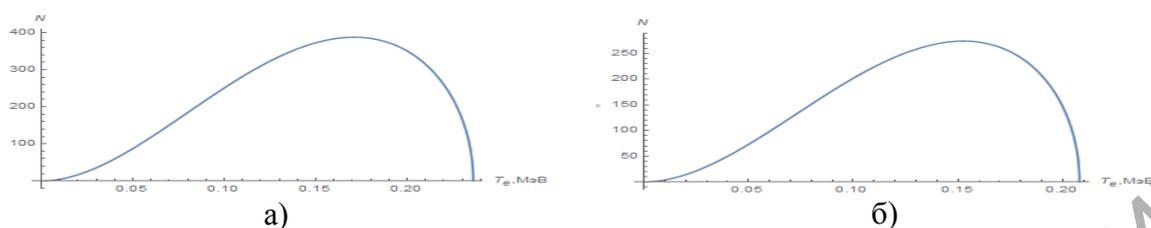


Рисунок 8 – Энергетический спектр β -распада изотопа менделевия Md_{101}^{258}
а) β^+ -распад; б) β^- -распад

Анализ графиков рисунков 1–8 свидетельствует о том, что независимо от массовой области β -активных ядер наблюдается искажение зависимостей для β^+ - и β^- -распада. Особенно это заметно в начале спектра, т. е. в области с малой энергией. Данное поведение кривых объясняется тем, что позитрон e^+ и электрон e^- являются электрически заряженными частицами, поэтому взаимодействуют с положительно заряженным ядром, из которого вылетели. Позитрон (как и α -частица) должен преодолеть потенциальный барьер внутри ядра, а электрон тормозится полем ядра. Такой незначительный вклад кулоновского взаимодействия в энергию вылетающих частиц и проявляется в спектрах β^+ - и β^- -распада. Из рисунков 1–8 видно, что позитроны движутся чуть быстрее электронов, так как они отталкиваются, а электроны притягиваются к ядру.

Таким образом, использование системы *Wolfram Mathematica* для моделирования и анализа энергетических спектров позитронов и электронов, образующихся при β -распаде атомных ядер, позволяет наглядно продемонстрировать справедливость теоретических заключений о форме β -спектра, основанных на гипотезе В. Паули о существовании нейтрино. Следствием вылета этих частиц при β -распаде являются основные свойства спектра: непрерывность, плавность, наличие верхней границы или максимальной энергии, на которой β -спектр обрывается. При этом на форму β -спектра оказывает влияние кулоновское взаимодействие электрона (позитрона), образовавшегося в результате распада, с электрическим полем конечного ядра.

Литература

1 Широков, Ю. М. Ядерная физика / Ю. М. Широков, Н. П. Юдин. – М.: Наука, 1980. – 728 с.

УДК 539.12

Д. В. Куцолан

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОСЛАБЛЕНИЯ γ -КВАНТОВ В ВЕЩЕСТВЕ

В статье исследованы и проанализированы основные процессы, наблюдающиеся при взаимодействии γ -квантов с веществом, определены формулы, по которым рассчитывается сечение данных процессов, установлены зависимости сечений от

энергии γ -квантов и зарядового числа Z вещества. С помощью системы Wolfram Mathematica для наглядной интерпретации смоделирована зависимость коэффициента ослабления от энергии γ -квантов в различных веществах.

К γ -излучению принято относить электромагнитные волны, длина которых существенно меньше межатомных расстояний:

$$\lambda \ll a,$$

где a имеет порядок 10^{-8} см. Данное излучение, в корпускулярной картине, представляет собой поток частиц, называемых γ -квантами. Верхнего предела энергии γ -квантов нет. В нынешних ускорителях получают кванты с энергией до 20 ГэВ. Нижний предел энергии квантов $E = 2\pi\hbar c/\lambda$ имеет порядок десятков кэВ.

Аналогично заряженным частицам, γ -излучение поглощается веществом в основном из-за электромагнитных взаимодействий, но механизм поглощения отличается от заряженных частиц. Во-первых, γ -квантов нет электрического заряда, поэтому они не подвергаются воздействию дальнедействующих кулоновских сил. Взаимодействие γ -лучей с электронами происходит в областях с радиусом порядка 10^{-11} см, что на три порядка меньше межатомных расстояний. Поэтому γ -кванты при прохождении через вещество сравнительно редко сталкиваются с электронами и ядрами, но зато при столкновении, как правило, резко отклоняются от своего пути, т. е. практически выбывают из пучка. Второй характерной особенностью γ -квантов является то, что они обладают нулевой массой покоя, в результате этого их скорость совпадает со скоростью света, т. е. γ -кванты в среде замедляться не могут. Они или поглощаются, или рассеиваются, причем в основном на большие углы.

Стоит отметить, что для γ -квантов нет таких понятий, как пробег, максимальный пробег, потери энергии на единицу длины. При прохождении квантов через вещество их энергия не изменяется, но в результате столкновений интенсивность пучка будет постепенно ослабляться. Нетрудно получить закон, по которому происходит это ослабление. Монохроматический поток падающих частиц обозначим как I , т. е. число частиц, проходящих через 1 см^2 в 1 с. Пучок γ -квантов ослабнет на величину dI пройдя слой вещества dx . Очевидно, что dI пропорционально потоку и толщине слоя:

$$dI = -\mu I dx. \quad (1)$$

Коэффициент μ будет постоянным, если среда однородна. Тогда уравнение (1) легко интегрируется:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (2)$$

где I_0 – начальная интенсивность. Величину μ называют коэффициентом поглощения. Зачастую используют понятие массового коэффициента поглощения, равного μ/ρ , где ρ – плотность вещества. Тогда толщину удобно определять в $\text{г}/\text{см}^2$. Коэффициент поглощения полностью характеризует процесс прохождения γ -излучения через вещество. Он зависит от свойств вещества и от энергии квантов.

Если поглощение происходит в результате нескольких различных процессов, то коэффициент поглощения μ_i будет соответствовать каждому процессу, а сумма всех μ_i будет характеризовать полный коэффициент поглощения μ :

$$\mu = \sum_i \mu_i. \quad (3)$$

Величины μ , μ_i имеют размерность см^{-1} . Если коэффициент поглощения μ_i , соответствующий определенному процессу, разделить на число n_i поглощающих центров в 1 см^3 , то получим полное сечение σ_i данного процесса [1]:

$$\mu_i = n_i \sigma_i. \quad (4)$$

При взаимодействии γ -квантов с веществом, основными процессами являются фотоэффект, комптоновское рассеяние и рождение электронно-позитронной пары.

Фотоэффектом принято называть взаимодействие γ -кванта с электроном, связанным с атомом, при котором γ -квант передает всю энергию электрону, при этом происходит вырывание электрона из атома с кинетической энергией:

$$E_e = E_\gamma - I_i - E_{я}, \quad (5)$$

где E_γ – энергия γ -кванта, I_i – потенциал ионизации i -ой, оболочки атома, $E_{я}$ – энергия отдачи ядра, которая обычно мала.

Формулы для сечения фотоэффекта получены методами квантовой электродинамики и выглядят следующим образом [2]:

$$\sigma_\Phi = \frac{5}{4} 1,09 \cdot 10^{-16} Z^5 \left(\frac{13,61}{E_\gamma(\text{эВ})} \right)^{\frac{7}{2}} E_\gamma \ll m_e c^2, \quad (6)$$

$$\sigma_\Phi = \frac{5}{4} 1,34 \cdot 10^{-33} Z^5 \left(\frac{1}{E_\gamma(\text{МэВ})} \right) E_\gamma \gg m_e c^2, \quad (7)$$

где Z – зарядовое число, $m_e c^2$ – энергия покоя электрона. Сечение фотоэффекта измеряется в см^2 .

На основании формулы (7) рассчитаем сечение фотоэффекта для следующих химических элементов: хром Cr ($Z=24$), железо Fe ($Z=26$), медь Cu ($Z=29$). Результаты расчетов представлены в виде таблицы 1.

Таблица 1 – Численные значения сечения фотоэффекта для Cr , Fe , Cu

	<i>Cr</i>	<i>Fe</i>	<i>Cu</i>
$E_\gamma = 1$ МэВ	$1,333 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$	$1,990 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$	$3,435 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$
$E_\gamma = 2$ МэВ	$6,668 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$9,950 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$1,717 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$
$E_\gamma = 3$ МэВ	$4,445 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$6,633 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$1,145 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$
$E_\gamma = 4$ МэВ	$3,334 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$4,975 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$8,589 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 5$ МэВ	$2,667 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,980 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$6,871 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 6$ МэВ	$2,222 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,316 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$5,726 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 7$ МэВ	$1,905 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$2,843 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$4,908 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 8$ МэВ	$1,667 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$2,487 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$4,294 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 9$ МэВ	$1,481 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$2,211 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,817 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 10$ МэВ	$1,333 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$1,990 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,435 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$

Из таблицы 1 видно, что для элементов с большим зарядовым числом Z сечение фотоэффекта будет больше, а при росте энергии γ -кванта сечение уменьшается.

Эффектом Комптона называют некогерентное рассеяние γ -квантов на атомных электронах, энергия γ -квантов намного больше энергии связи электронов в атомах. При каждом рассеянии, часть энергии γ -кванта передается электрону.

Полное сечение комптоновского рассеяния определяется в виде:

$$\sigma_K = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{(1+\alpha)}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1+2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\}, \quad (8)$$

где $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,82 \cdot 10^{-13}$ см – классический радиус электрона, $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$.

Умножив уравнение (8) на зарядовое число Z , определим сечение комптоновского рассеяния для Cr , Fe , Cu . Результаты расчетов представлены в виде таблицы 2.

Таблица 2 – Численные расчеты сечения комптоновского рассеяния для *Cr, Fe, Cu*

	<i>Cr</i>	<i>Fe</i>	<i>Cu</i>
$E_\gamma = 1$ МэВ	$5,004 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$5,421 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$6,047 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 2$ МэВ	$3,468 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$3,757 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$4,190 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 3$ МэВ	$2,727 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,954 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$3,295 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 4$ МэВ	$2,274 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,463 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,747 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 5$ МэВ	$1,963 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,127 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,372 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 6$ МэВ	$1,735 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,879 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,096 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 7$ МэВ	$1,559 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,689 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,884 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 8$ МэВ	$1,418 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,537 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,714 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 9$ МэВ	$1,304 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,412 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,575 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 10$ МэВ	$1,208 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,308 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,459 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$

Из таблицы 2 видно, что при увеличении зарядового числа Z сечение комптоновского рассеяния также увеличивается, а при росте энергии γ -кванта сечение уменьшается.

Эффект, когда γ -квант превращается в электрон и позитрон, называют рождением электронно-позитронной пары, этот процесс происходит при высокой энергии γ -кванта в поле ядра или в поле электрона, в вакууме этот процесс невозможен, так как не выполняются законы сохранения энергии и импульса.

В области малых энергий без учета экранирования поля ядра сечение образование пар записывается в виде:

$$\sigma_{\text{пар}} = \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left(\frac{28}{9} \ln \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} - \frac{218}{27} \right) \text{ при } m_e c^2 < E_\gamma < 137 m_e c^2 Z^{-\frac{1}{3}}. \quad (9)$$

Согласно выражению (9), сечение растет с энергией γ -кванта логарифмически, но с учетом экранирования заряда ядра при энергиях больше, чем $E_{\text{кр}} = 137 m_e c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$, сечение насыщается и перестает вообще зависеть от энергии фотона [3], тогда:

$$\sigma_{\text{пар}} = \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left(\frac{28}{9} \ln \left(183 Z^{-\frac{1}{3}} \right) - \frac{2}{27} \right). \quad (10)$$

На основании формулы (9) рассчитаем сечение рождения электронно-позитронных пар для *Cr, Fe, Cu*. Результаты расчетов представлены в виде таблицы 3.

Таблица 3 – Численные расчеты сечения рождения электронно-позитронной пары для *Cr, Fe, Cu*

	<i>Cr</i>	<i>Fe</i>	<i>Cu</i>
$E_\gamma = 5$ МэВ	$3,883 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$4,558 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$5,670 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$
$E_\gamma = 6$ МэВ	$5,753 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$6,752 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$8,400 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$
$E_\gamma = 7$ МэВ	$7,334 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$8,607 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$1,070 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 8$ МэВ	$8,703 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$1,021 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,270 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 9$ МэВ	$9,911 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$1,163 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,447 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 10$ МэВ	$1,099 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,290 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,604 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 11$ МэВ	$1,196 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,404 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,747 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 12$ МэВ	$1,286 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,509 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,877 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 13$ МэВ	$1,368 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,605 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,997 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 14$ МэВ	$1,444 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,694 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,108 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 15$ МэВ	$1,515 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,778 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,212 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$

Из таблицы 3 видно, что при увеличении зарядового числа Z и при росте энергии γ -кванта сечение рождения электронно-позитронной пары будет увеличиваться.

Полный коэффициент ослабления γ -квантов определяется по формуле:

$$\mu = \frac{N_A}{A} \rho (\sigma_{\text{Ф}} + Z\sigma_{\text{К}} + \sigma_{\text{П}}), \quad (11)$$

где N_A – число Авогадро, A – массовое число, ρ – плотность вещества, Z – зарядовое число, $\sigma_{\text{Ф}}$ – сечение фотоэффекта, $\sigma_{\text{К}}$ – сечение комптоновского рассеяния, $\sigma_{\text{П}}$ – сечение рождения пар.

Характерной особенностью зависимости коэффициента ослабления γ -излучения от энергии является наличие минимума. Область минимального ослабления излучения объясняется уменьшением сечения комптоновского рассеяния с энергией и увеличением сечения образования пар [3].

Воспользуемся формулами (7), (8), (9) и (11) для моделирования зависимости коэффициента ослабления от энергии γ -квантов в различном веществе (рисунок 1) с помощью системы *Wolfram Mathematica*, которая позволяет наглядно продемонстрировать основные характеристики взаимодействия.

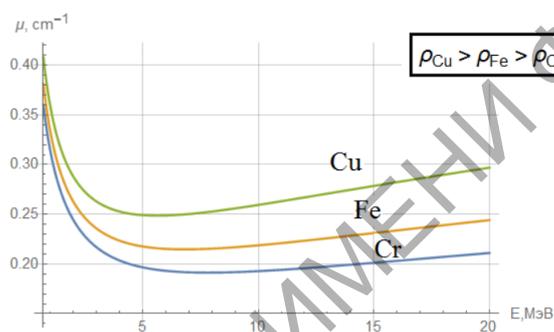


Рисунок 1 – Зависимость коэффициента ослабления от энергии γ -квантов в Cr , Fe , Cu

С учетом вклада сечений трех процессов в коэффициент ослабления из рисунка 1 следует, что для элементов Cr , Fe , Cu всю область изменения энергии γ -квантов можно разбить на три части, для каждой из которых доминирует один из процессов взаимодействия: сечение фотоэффекта преобладает при малых энергиях γ -кванта, при больших энергиях основную роль играет образование пар, а в промежуточной области, в основном протекает процесс комптоновского рассеяния. Для данной зависимости характерно наличие минимального ослабления, принимающего для элементов Cr , Fe , Cu разные значения из-за различия характеристик вещества, при этом коэффициент ослабления растет с увеличением плотности вещества ρ , зарядового числа Z и уменьшением атомной массы A .

Таким образом, компьютерное моделирование и анализ закономерностей поведения γ -квантов в веществе позволяют сделать выводы о выборе необходимой защиты, снижающей уровень излучения до допустимых норм.

Литература

- 1 Широков, Ю. М. Ядерная физика / Ю. М. Широков, Н. П. Юдин. – М.: Наука, 1980. – 728 с.
- 2 Ядерная физика в Интернете // Проект кафедры общей ядерной физики физического факультета МГУ [Электронный ресурс]. – 2018. Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/partmat/pm03.htm>. – Дата доступа: 14.04.2019.
- 3 Батурицкий, М. А. Взаимодействие ионизирующего излучения с веществом: учеб. пособие / М. А. Батурицкий, И. Я. Дубовская. – Минск: РИВШ, 2010. – 220 с.