

вылете позитронов с энергий  $T_e = 0,172$  МэВ, а электронов с энергий  $T_e = 0,154$  МэВ. Для всех графиков рисунков 6–8 характерно смещение средней энергии распада в область  $T_e^{cp} = \frac{1}{3}T_{max}$ .

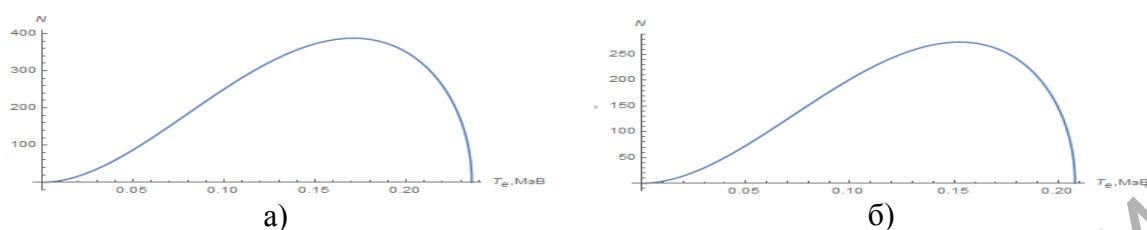


Рисунок 8 – Энергетический спектр  $\beta$ -распада изотопа менделевия  $Md_{101}^{258}$   
а)  $\beta^+$ -распад; б)  $\beta^-$ -распад

Анализ графиков рисунков 1–8 свидетельствует о том, что независимо от массовой области  $\beta$ -активных ядер наблюдается искажение зависимостей для  $\beta^+$ - и  $\beta^-$ -распада. Особенно это заметно в начале спектра, т. е. в области с малой энергией. Данное поведение кривых объясняется тем, что позитрон  $e^+$  и электрон  $e^-$  являются электрически заряженными частицами, поэтому взаимодействуют с положительно заряженным ядром, из которого вылетели. Позитрон (как и  $\alpha$ -частица) должен преодолеть потенциальный барьер внутри ядра, а электрон тормозится полем ядра. Такой незначительный вклад кулоновского взаимодействия в энергию вылетающих частиц и проявляется в спектрах  $\beta^+$ - и  $\beta^-$ -распада. Из рисунков 1–8 видно, что позитроны движутся чуть быстрее электронов, так как они отталкиваются, а электроны притягиваются к ядру.

Таким образом, использование системы *Wolfram Mathematica* для моделирования и анализа энергетических спектров позитронов и электронов, образующихся при  $\beta$ -распаде атомных ядер, позволяет наглядно продемонстрировать справедливость теоретических заключений о форме  $\beta$ -спектра, основанных на гипотезе В. Паули о существовании нейтрино. Следствием вылета этих частиц при  $\beta$ -распаде являются основные свойства спектра: непрерывность, плавность, наличие верхней границы или максимальной энергии, на которой  $\beta$ -спектр обрывается. При этом на форму  $\beta$ -спектра оказывает влияние кулоновское взаимодействие электрона (позитрона), образовавшегося в результате распада, с электрическим полем конечного ядра.

### Литература

1 Широков, Ю. М. Ядерная физика / Ю. М. Широков, Н. П. Юдин. – М.: Наука, 1980. – 728 с.

УДК 539.12

Д. В. Куцолан

### МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОСЛАБЛЕНИЯ $\gamma$ -КВАНТОВ В ВЕЩЕСТВЕ

В статье исследованы и проанализированы основные процессы, наблюдающиеся при взаимодействии  $\gamma$ -квантов с веществом, определены формулы, по которым рассчитывается сечение данных процессов, установлены зависимости сечений от

энергии  $\gamma$ -квантов и зарядового числа  $Z$  вещества. С помощью системы Wolfram Mathematica для наглядной интерпретации смоделирована зависимость коэффициента ослабления от энергии  $\gamma$ -квантов в различных веществах.

К  $\gamma$ -излучению принято относить электромагнитные волны, длина которых существенно меньше межатомных расстояний:

$$\lambda \ll a,$$

где  $a$  имеет порядок  $10^{-8}$  см. Данное излучение, в корпускулярной картине, представляет собой поток частиц, называемых  $\gamma$ -квантами. Верхнего предела энергии  $\gamma$ -квантов нет. В нынешних ускорителях получают кванты с энергией до 20 ГэВ. Нижний предел энергии квантов  $E = 2\pi\hbar c/\lambda$  имеет порядок десятков кэВ.

Аналогично заряженным частицам,  $\gamma$ -излучение поглощается веществом в основном из-за электромагнитных взаимодействий, но механизм поглощения отличается от заряженных частиц. Во-первых,  $\gamma$ -квантов нет электрического заряда, поэтому они не подвергаются воздействию действующих кулоновских сил. Взаимодействие  $\gamma$ -лучей с электронами происходит в областях с радиусом порядка  $10^{-11}$  см, что на три порядка меньше межатомных расстояний. Поэтому  $\gamma$ -кванты при прохождении через вещество сравнительно редко сталкиваются с электронами и ядрами, но зато при столкновении, как правило, резко отклоняются от своего пути, т. е. практически выбывают из пучка. Второй характерной особенностью  $\gamma$ -квантов является то, что они обладают нулевой массой покоя, в результате этого их скорость совпадает со скоростью света, т. е.  $\gamma$ -кванты в среде замедляться не могут. Они или поглощаются, или рассеиваются, причем в основном на большие углы.

Стоит отметить, что для  $\gamma$ -квантов нет таких понятий, как пробег, максимальный пробег, потери энергии на единицу длины. При прохождении квантов через вещество их энергия не изменяется, но в результате столкновений интенсивность пучка будет постепенно ослабляться. Нетрудно получить закон, по которому происходит это ослабление. Монохроматический поток падающих частиц обозначим как  $I$ , т. е. число частиц, проходящих через  $1 \text{ см}^2$  в 1 с. Пучок  $\gamma$ -квантов ослабнет на величину  $dI$  пройдя слой вещества  $dx$ . Очевидно, что  $dI$  пропорционально потоку и толщине слоя:

$$dI = -\mu I dx. \quad (1)$$

Коэффициент  $\mu$  будет постоянным, если среда однородна. Тогда уравнение (1) легко интегрируется:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (2)$$

где  $I_0$  – начальная интенсивность. Величину  $\mu$  называют коэффициентом поглощения. Зачастую используют понятие массового коэффициента поглощения, равного  $\mu/\rho$ , где  $\rho$  – плотность вещества. Тогда толщину удобно определять в  $\text{г/см}^2$ . Коэффициент поглощения полностью характеризует процесс прохождения  $\gamma$ -излучения через вещество. Он зависит от свойств вещества и от энергии квантов.

Если поглощение происходит в результате нескольких различных процессов, то коэффициент поглощения  $\mu_i$  будет соответствовать каждому процессу, а сумма всех  $\mu_i$  будет характеризовать полный коэффициент поглощения  $\mu$ :

$$\mu = \sum_i \mu_i. \quad (3)$$

Величины  $\mu$ ,  $\mu_i$  имеют размерность  $\text{см}^{-1}$ . Если коэффициент поглощения  $\mu_i$ , соответствующий определенному процессу, разделить на число  $n_i$  поглощающих центров в  $1 \text{ см}^3$ , то получим полное сечение  $\sigma_i$  данного процесса [1]:

$$\mu_i = n_i \sigma_i. \quad (4)$$

При взаимодействии  $\gamma$ -квантов с веществом, основными процессами являются фотоэффект, комптоновское рассеяние и рождение электронно-позитронной пары.

Фотоэффектом принято называть взаимодействие  $\gamma$ -кванта с электроном, связанным с атомом, при котором  $\gamma$ -квант передает всю энергию электрону, при этом происходит вырывание электрона из атома с кинетической энергией:

$$E_e = E_\gamma - I_i - E_{я}, \quad (5)$$

где  $E_\gamma$  – энергия  $\gamma$ -кванта,  $I_i$  – потенциал ионизации  $i$ -ой, оболочки атома,  $E_{я}$  – энергия отдачи ядра, которая обычно мала.

Формулы для сечения фотоэффекта получены методами квантовой электродинамики и выглядят следующим образом [2]:

$$\sigma_\Phi = \frac{5}{4} 1,09 \cdot 10^{-16} Z^5 \left( \frac{13,61}{E_\gamma(\text{эВ})} \right)^{\frac{7}{2}} E_\gamma \ll m_e c^2, \quad (6)$$

$$\sigma_\Phi = \frac{5}{4} 1,34 \cdot 10^{-33} Z^5 \left( \frac{1}{E_\gamma(\text{МэВ})} \right) E_\gamma \gg m_e c^2, \quad (7)$$

где  $Z$  – зарядовое число,  $m_e c^2$  – энергия покоя электрона. Сечение фотоэффекта измеряется в  $\text{см}^2$ .

На основании формулы (7) рассчитаем сечение фотоэффекта для следующих химических элементов: хром  $Cr$  ( $Z=24$ ), железо  $Fe$  ( $Z=26$ ), медь  $Cu$  ( $Z=29$ ). Результаты расчетов представлены в виде таблицы 1.

Таблица 1 – Численные значения сечения фотоэффекта для  $Cr$ ,  $Fe$ ,  $Cu$

	<i>Cr</i>	<i>Fe</i>	<i>Cu</i>
$E_\gamma = 1$ МэВ	$1,333 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$	$1,990 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$	$3,435 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$
$E_\gamma = 2$ МэВ	$6,668 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$9,950 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$1,717 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$
$E_\gamma = 3$ МэВ	$4,445 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$6,633 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$1,145 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$
$E_\gamma = 4$ МэВ	$3,334 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$4,975 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$8,589 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 5$ МэВ	$2,667 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,980 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$6,871 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 6$ МэВ	$2,222 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,316 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$5,726 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 7$ МэВ	$1,905 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$2,843 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$4,908 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 8$ МэВ	$1,667 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$2,487 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$4,294 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 9$ МэВ	$1,481 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$2,211 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,817 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$
$E_\gamma = 10$ МэВ	$1,333 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$1,990 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$	$3,435 \cdot 10^{-27} \text{см}^2$

Из таблицы 1 видно, что для элементов с большим зарядовым числом  $Z$  сечение фотоэффекта будет больше, а при росте энергии  $\gamma$ -кванта сечение уменьшается.

Эффектом Комптона называют некогерентное рассеяние  $\gamma$ -квантов на атомных электронах, энергия  $\gamma$ -квантов намного больше энергии связи электронов в атомах. При каждом рассеянии, часть энергии  $\gamma$ -кванта передается электрону.

Полное сечение комптоновского рассеяния определяется в виде:

$$\sigma_K = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{(1+\alpha)}{\alpha^2} \left[ \frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1+2\alpha) \right] + \frac{1}{2\alpha} \ln(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right\}, \quad (8)$$

где  $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,82 \cdot 10^{-13}$  см – классический радиус электрона,  $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$ .

Умножив уравнение (8) на зарядовое число  $Z$ , определим сечение комптоновского рассеяния для  $Cr$ ,  $Fe$ ,  $Cu$ . Результаты расчетов представлены в виде таблицы 2.

Таблица 2 – Численные расчеты сечения комптоновского рассеяния для *Cr, Fe, Cu*

	<i>Cr</i>	<i>Fe</i>	<i>Cu</i>
$E_\gamma = 1$ МэВ	$5,004 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$5,421 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$6,047 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 2$ МэВ	$3,468 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$3,757 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$4,190 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 3$ МэВ	$2,727 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,954 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$3,295 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 4$ МэВ	$2,274 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,463 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,747 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 5$ МэВ	$1,963 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,127 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,372 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 6$ МэВ	$1,735 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,879 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,096 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 7$ МэВ	$1,559 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,689 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,884 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 8$ МэВ	$1,418 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,537 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,714 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 9$ МэВ	$1,304 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,412 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,575 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 10$ МэВ	$1,208 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,308 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,459 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$

Из таблицы 2 видно, что при увеличении зарядового числа  $Z$  сечение комптоновского рассеяния также увеличивается, а при росте энергии  $\gamma$ -кванта сечение уменьшается.

Эффект, когда  $\gamma$ -квант превращается в электрон и позитрон, называют рождением электронно-позитронной пары, этот процесс происходит при высокой энергии  $\gamma$ -кванта в поле ядра или в поле электрона, в вакууме этот процесс невозможен, так как не выполняются законы сохранения энергии и импульса.

В области малых энергий без учета экранирования поля ядра сечение образование пар записывается в виде:

$$\sigma_{\text{пар}} = \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left( \frac{28}{9} \ln \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} - \frac{218}{27} \right) \text{ при } m_e c^2 < E_\gamma < 137 m_e c^2 Z^{-\frac{1}{3}}. \quad (9)$$

Согласно выражению (9), сечение растет с энергией  $\gamma$ -кванта логарифмически, но с учетом экранирования заряда ядра при энергиях больше, чем  $E_{\text{кр}} = 137 m_e c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$ , сечение насыщается и перестает вообще зависеть от энергии фотона [3], тогда:

$$\sigma_{\text{пар}} = \frac{Z^2 r_e^2}{137} \left( \frac{28}{9} \ln \left( 183 Z^{-\frac{1}{3}} \right) - \frac{2}{27} \right). \quad (10)$$

На основании формулы (9) рассчитаем сечение рождения электронно-позитронных пар для *Cr, Fe, Cu*. Результаты расчетов представлены в виде таблицы 3.

Таблица 3 – Численные расчеты сечения рождения электронно-позитронной пары для *Cr, Fe, Cu*

	<i>Cr</i>	<i>Fe</i>	<i>Cu</i>
$E_\gamma = 5$ МэВ	$3,883 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$4,558 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$5,670 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$
$E_\gamma = 6$ МэВ	$5,753 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$6,752 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$8,400 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$
$E_\gamma = 7$ МэВ	$7,334 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$8,607 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$1,070 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 8$ МэВ	$8,703 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$1,021 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,270 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 9$ МэВ	$9,911 \cdot 10^{-25} \text{см}^2$	$1,163 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,447 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 10$ МэВ	$1,099 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,290 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,604 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 11$ МэВ	$1,196 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,404 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,747 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 12$ МэВ	$1,286 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,509 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,877 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 13$ МэВ	$1,368 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,605 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,997 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 14$ МэВ	$1,444 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,694 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,108 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$
$E_\gamma = 15$ МэВ	$1,515 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$1,778 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$	$2,212 \cdot 10^{-24} \text{см}^2$

Из таблицы 3 видно, что при увеличении зарядового числа  $Z$  и при росте энергии  $\gamma$ -кванта сечение рождения электронно-позитронной пары будет увеличиваться.

Полный коэффициент ослабления  $\gamma$ -квантов определяется по формуле:

$$\mu = \frac{N_A}{A} \rho (\sigma_{\text{Ф}} + Z\sigma_{\text{К}} + \sigma_{\text{П}}), \quad (11)$$

где  $N_A$  – число Авогадро,  $A$  – массовое число,  $\rho$  – плотность вещества,  $Z$  – зарядовое число,  $\sigma_{\text{Ф}}$  – сечение фотоэффекта,  $\sigma_{\text{К}}$  – сечение комптоновского рассеяния,  $\sigma_{\text{П}}$  – сечение рождения пар.

Характерной особенностью зависимости коэффициента ослабления  $\gamma$ -излучения от энергии является наличие минимума. Область минимального ослабления излучения объясняется уменьшением сечения комптоновского рассеяния с энергией и увеличением сечения образования пар [3].

Воспользуемся формулами (7), (8), (9) и (11) для моделирования зависимости коэффициента ослабления от энергии  $\gamma$ -квантов в различном веществе (рисунок 1) с помощью системы *Wolfram Mathematica*, которая позволяет наглядно продемонстрировать основные характеристики взаимодействия.

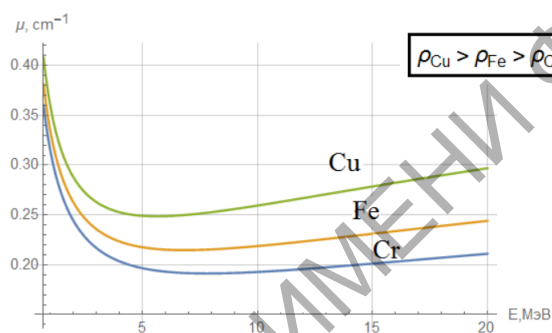


Рисунок 1 – Зависимость коэффициента ослабления от энергии  $\gamma$ -квантов в *Cr, Fe, Cu*

С учетом вклада сечений трех процессов в коэффициент ослабления из рисунка 1 следует, что для элементов *Cr, Fe, Cu* всю область изменения энергии  $\gamma$ -квантов можно разбить на три части, для каждой из которых доминирует один из процессов взаимодействия: сечение фотоэффекта преобладает при малых энергиях  $\gamma$ -кванта, при больших энергиях основную роль играет образование пар, а в промежуточной области, в основном протекает процесс комптоновского рассеяния. Для данной зависимости характерно наличие минимального ослабления, принимающего для элементов *Cr, Fe, Cu* разные значения из-за различия характеристик вещества, при этом коэффициент ослабления растет с увеличением плотности вещества  $\rho$ , зарядового числа  $Z$  и уменьшением атомной массы  $A$ .

Таким образом, компьютерное моделирование и анализ закономерностей поведения  $\gamma$ -квантов в веществе позволяют сделать выводы о выборе необходимой защиты, снижающей уровень излучения до допустимых норм.

### Литература

- 1 Широков, Ю. М. Ядерная физика / Ю. М. Широков, Н. П. Юдин. – М.: Наука, 1980. – 728 с.
- 2 Ядерная физика в Интернете // Проект кафедры общей ядерной физики физического факультета МГУ [Электронный ресурс]. – 2018. Режим доступа: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/partmat/pm03.htm>. – Дата доступа: 14.04.2019.
- 3 Батурицкий, М. А. Взаимодействие ионизирующего излучения с веществом: учеб. пособие / М. А. Батурицкий, И. Я. Дубовская. – Минск: РИВШ, 2010. – 220 с.