

ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОФИЛЯ ПУЧКА
В НЕЛИНЕЙНОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ФАБРИ—ПЕРО

Н. Н. Розанов и В. Е. Семенов

Рассмотрены режимы интерферометра Фабри—Перо, заполненного средой с нелинейным показателем преломления, при падении на него интенсивного лазерного излучения. Определены условия устойчивости режима плоской волны. Для лазерных пучков обнаружен эффект типа «пограничного слоя», а также наличие гистерезисного изменения профиля пучка при изменении его интенсивности.

1. В последнее время возрос интерес к явлениям оптической бистабильности (см., например, работы [1, 2] и цитированную в них литературу). Явления возникают при возбуждении лазерным излучением интерферометра Фабри—Перо, заполненного средой с нелинейным поглощением или показателем преломления. Простейшее описание на языке плоских волн [1-3] приводит к возможности S-образной зависимости интенсивности I внутри интерферометра (или же интенсивности прошедшего излучения) от интенсивности падающего излучения $G = g^2$ (рис. 1). При медленном (квазистационарном) возрастании G до значения $G^{(-)}$ интенсивность I следует нижней ветви кривой. Естественно ожидать, что в области $G \approx G^{(-)}$ происходит перескок I на верхнюю ветвь, тогда как при убывании от значений $G > G^{(-)}$ интенсивность I следует верхней ветви кривой с перескоком на нижнюю в области $G \approx G^{(+)}$. Такие рассуждения согласуются с экспериментом.

Вместе с тем приближение плоской волны не описывает достаточно полно физическую картину явления бистабильности по следующим причинам. Во-первых, в неограниченной нелинейной среде распространение интенсивной плоской волны неустойчиво по отношению к росту возмущений с достаточно низкими поперечными пространственными частотами [4]. В результате первоначально гладкий профиль пучка искажается и становится существенно изрезанным. Как мы покажем ниже, неустойчивость плоской волны имеет место и в рассматриваемой резонансной нелинейной системе, хотя условия ее возникновения заметно отличаются от условий неустойчивости в сплошной (или слоистой) нелинейной среде. Во-вторых, существенное различие между описанием с помощью плоской волны (сосредоточенная колебательная система) и ограниченного пучка (распределенная колебательная система) заключается в необходимости учета в последнем случае граничных условий — убывания поля при удалении от оси интерферометра. Это важное обстоятельство могло бы вести к однозначному определению поля и отсутствию гистерезисов. Ниже, однако, показано, что при возбуждении нелинейного интерферометра ограниченным пучком имеет место гистерезисное изменение профиля пучка. Это связано с эффектами типа «пограничного слоя» [5]. Насколько нам известно, эти эффекты, равно как и гистерезисы в распределенной колебательной системе, ранее в нелинейной оптике не рассматривались.

2. Наиболее простой моделью, обладающей гистерезисом указанного вида, является кольцевой интерферометр, образованный неограниченными

плоскими зеркалами с произведением амплитудных коэффициентов отражения зеркал и пропускания элементов внутри интерферометра R . Длину пути луча за один проход интерферометра обозначим через L . Среда внутри интерферометра предполагается непоглощающей, с диэлектрической проницаемостью ε_0 . Считаем, что в некотором сечении Π внутри интерферометра помещена бесконечно тонкая пластинка, фаза локального коэффициента пропускания которой зависит от локального значения интенсивности падающего на пластинку поля, например,

$$\Delta\varphi_{\text{пл}} = \tilde{\varphi}_2 \tilde{I}, \quad \tilde{I} = |\tilde{E}|^2, \quad \tilde{\varphi}_2 = \text{const.} \quad (1)$$

Здесь $\tilde{E} = \tilde{E}(\mathbf{r}_\perp)$ — поперечная зависимость амплитуды поля в сечении Π , $\mathbf{r}_\perp$ — поперечная координата. Записи (1) можно сопоставить либо сжатую в пластинку распределенную нелинейность среды в кольцевом или плоском интерферометре, либо поверхностную нелинейность фазы коэффициента отражения одного из зеркал. Как показано

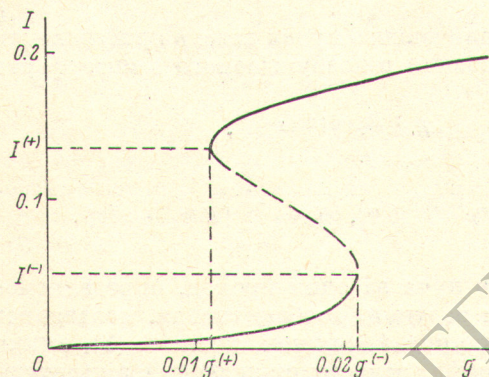


Рис. 1. Гистерезисная зависимость интенсивности в интерферометре I от амплитуды падающей волны g в приближении геометрической оптики.

$$\varphi_2 = 1, \quad R = 0.97, \quad \Delta = -0.14.$$

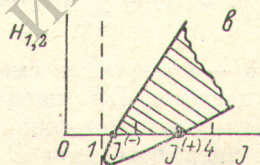
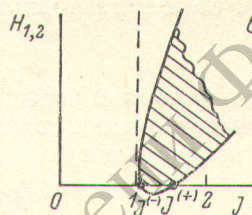
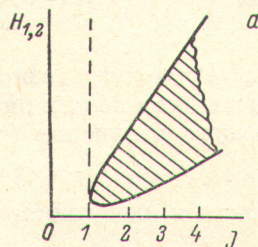


Рис. 2. Области неустойчивости режима плоской волны в нелинейном интерферометре.

в [1], учет распределенной нелинейности среды в рамках теории плоских волн не приводит к качественным изменениям результата. Поле внешнего сигнала в том же сечении обозначим через $\tilde{g}(\mathbf{r}_\perp)$ [эта величина учитывает коэффициент пропускания входного зеркала и дифракцию на пути от входного зеркала до плоскости Π ; в отсутствие следующих за пластинкой по ходу луча зеркал было бы $\tilde{E}(\mathbf{r}_\perp) = \tilde{g}(\mathbf{r}_\perp)$].

Для определения поля в интерферометре можно записать интегральное уравнение типа введенного Фоксом и Ли. Обозначим через $\hat{M}$ оператор дифракционного преобразования поперечной структуры поля за один проход через интерферометр начиная от сечения Π . Тогда интегральное уравнение примет вид

$$\tilde{E}(\mathbf{r}_\perp) = \tilde{g}(\mathbf{r}_\perp) + Re^{ik_0 L} \hat{M} \{ \tilde{E}(\mathbf{r}_\perp) e^{i\varphi_2} |\tilde{E}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \}, \quad (2)$$

где $k_0 = (\omega/c) \sqrt{\varepsilon_0}$, ω — оптическая частота, c — скорость света.

В пренебрежении дифракцией (геометрическая оптика) ядро интегрального оператора $\hat{M}$ содержит δ -функцию. Тогда уравнение (2) при нормальном падении принимает вид

$$\tilde{E} [1 - Re^{ik_0 L} e^{i\varphi_2} |\tilde{E}|^2] = \tilde{g}. \quad (3)$$

Уравнение (3) содержит зависимость от поперечных координат $\mathbf{r}_\perp$ как от параметра, а при фиксированном $\mathbf{r}_\perp$ (3) совпадает с уравнением теории плоских волн.

Далее без ограничения общности можно считать величину R вещественной ($0 < R < 1$) и $\varepsilon_0 = 1$. Введем безразмерные величины

$$I = |\tilde{\varphi}_2| |\tilde{E}|^2 = |E|^2, \quad G = |\tilde{\varphi}_2| |\tilde{g}|^2 = |g|^2, \quad \varphi_2 = \text{sign}(\tilde{\varphi}_2) = \pm 1, \quad k_0 L = 2\pi N_0 + \Delta,$$

где N_0 — целое, а $|\Delta| < \pi$. Тогда из (3) получим

$$I [1 + R^2 - 2R \cos(\Delta + \varphi_2 I)] = G. \quad (4)$$

Из (4) следует возможность S -образной (гистерезисной) зависимости интенсивности поля в интерферометре I от интенсивности G (амплитуды g) падающего излучения (рис. 1). При малой нелинейности, полагая

$$I \ll 1, \quad 1 - R \ll 1, \quad |\Delta| \ll 1, \quad d = |\Delta| / (1 - R), \quad J = I / (1 - R), \quad (5)$$

приходим к следующим условиям гистерезиса:

$$\text{sign } \Delta = -\varphi_2, \quad d > \sqrt{3}. \quad (6)$$

При этом характерные значения интенсивности (рис. 1)

$$J(\pm) = (2d \pm \sqrt{d^2 - 3}) / 3.$$

При наклонном падении ограниченного пучка даже в приближении геометрической оптики связь падающего и возбуждаемого в интерферометре полей нелокальная

$$E(\mathbf{r}_\perp) = g(\mathbf{r}_\perp) + R e^{ik_0 L} e^{i\varphi_2} |E(\mathbf{r}_\perp - \delta)|^2, \quad (7)$$

или

$$E(\mathbf{r}_\perp) = \sum_{m=0}^{\infty} g(\mathbf{r}_\perp - m\delta) R^m e^{i(m k_0 L + S_m)}, \quad S_m = \sum_{n=0}^m |E(\mathbf{r}_\perp - n\delta)|^2. \quad (8)$$

Здесь δ — поперечное смещение луча за один проход, определяемое его углом падения. При наклонном падении, вообще говоря, нельзя использовать гистерезисные кривые типа рис. 1, так как, согласно (8), амплитуда поля в интерферометре E в точке $\mathbf{r}_\perp$ зависит от значений амплитуды падающего поля g в точках $\mathbf{r}_\perp$, $\mathbf{r}_\perp - \delta$, $\mathbf{r}_\perp - 2\delta$ и т. д. При нормальном падении $\delta = 0$, и (7) переходит в (3). Можно ожидать, что для широких пучков при не слишком больших углах падения влияние формы падающего пучка на локальные значения поля в интерферометре невелико.

3. В настоящем разделе исследуется устойчивость режима плоской волны в нелинейном интерферометре при падении на него также плоской волны ($g = \text{const}$). Для определенности рассматривается случай кольцевого лазера. В воздушном промежутке между зеркалами можно положить

$$E = [A_0 + a_1 e^{i(\kappa_\perp \mathbf{r}_\perp + \kappa_z z)} + a_2^* e^{i(-\kappa_\perp \mathbf{r}_\perp + \kappa_z z)}] e^{i(k_0 z - \omega_0 t)}. \quad (9)$$

Здесь A_0 — амплитуда невозмущенной волны, $a_{1,2}$ — амплитуды возмущения ($|a_{1,2}| \ll |A_0|$), κ — волновой вектор возмущений (за вычетом волнового вектора невозмущенной волны k_0). Удобно ввести двухкомпонентный вектор возмущения a и матрицу его преобразования за один проход интерферометра W [6], связывающую начальный $a_{\text{нач.}}$ и конечный $a_{\text{кон.}}$ векторы возмущений

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad a_{\text{кон.}} = W a_{\text{нач.}} \quad (10)$$

В нашем случае вид матрицы преобразования W следующий:

$$W = R \begin{pmatrix} e^{i\varphi_0} (1 + i\varphi_2 |A_0|^2), & i\varphi_2 A_0^2 e^{i\varphi_0} \\ -ie^{-i\varphi_0} \varphi_2 A_0^{2*}, & e^{-i\varphi_0} (1 - i\varphi_2 |A_0|^2) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где

$$\varphi_0 = k_0 L \sqrt{1 - (\kappa_\perp^2 / k_0^2)} + \varphi_2 I_0, \quad I_0 = |A_0|^2. \quad (12)$$

Собственные значения $\Lambda_{1,2}$ матрицы W определяются соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \Lambda_{1,2}/R = p \pm \sqrt{p^2 - 1}, \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1, \\ p &= \cos \varphi_0 - \varphi_2 I_0 \sin \varphi_0 = \sqrt{1 + I_0^2} \cos(\varphi_0 + \alpha), \quad \alpha = \arctg(\varphi_2 I_0). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Режим плоской волны с интенсивностью I_0 , определяемой из (4), будет устойчив, если $|\Lambda_{1,2}| \leq 1$, т. е. $|\lambda_{1,2}| \leq 1/R$. В частности, устойчивость имеет место при $p^2 \leq 1$, так как тогда $|\lambda_{1,2}| = 1$ ($R < 1$). Из (13) следует, что при любой пространственной частоте возмущений $\kappa_{\perp}$ устойчивы режимы с достаточно малой интенсивностью, а именно при

$$I_0 < (1 - R^2)/2R. \quad (14)$$

При $1 - R \ll 1$ это условие имеет вид

$$I_0 < 1 - R. \quad (15)$$

Если же неравенство (14) не выполняется, то, вообще говоря, имеются зоны неустойчивости — интервалы значений $\kappa_{\perp}^2$, при которых возмущения будут нарастать (за один проход в $\Lambda_1 = R\lambda_1 > 1$ раз). Границы этих зон отвечают условию

$$p = p_{\text{гр.}} = \frac{1}{2} \left(R + \frac{1}{R} \right), \quad \cos[\varphi_0(\kappa_{\perp}) + \alpha] = \left(R + \frac{1}{R} \right) / (2\sqrt{1 + I_0^2}). \quad (16)$$

Наибольшие в зонах неустойчивости инкременты нарастания достигаются при соотношениях

$$(2\pi N_0 + \Delta) \sqrt{1 - (\kappa_{\perp}^2/k_0^2)} + \varphi_2 I_0 + \arctg(\varphi_2 I_0) = \pi N, \quad N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (17)$$

Заметим, что на промежуточной ветви S -образной кривой (штриховая кривая на рис. 1) рост интенсивности падающего излучения приводит к уменьшению интенсивности падающего излучения I_0 , т. е. $dI_0/dG < 0$. Можно показать, что из этого условия для низкочастотных возмущений ($\kappa_{\perp} = 0$) вытекает

$$p > p_{\text{гр.}}, \quad \lambda_1 > 1/R. \quad (18)$$

Таким образом, такие режимы оказываются неустойчивыми, что согласуется с естественными физическими представлениями [1, 2]. То, что при $\kappa_{\perp} = 0$ собственное значение $\Lambda_1 > 1$, подчеркивает существенное отличие неустойчивости плоской волны в рассматриваемой нами резонансной системе от неустойчивости в сплошной или слоистой нелинейной среде, где при $\kappa_{\perp} = 0$ инкремент нарастания возмущений обращается в ноль [4].

Приведем приближенный вид условий неустойчивости, приняв приближения (5) и дополнив их предположением $\kappa_{\perp}^2/k_0^2 \ll 1$

$$H_1 < \frac{\pi N_0}{1 - R} \frac{\kappa_{\perp}^2}{k_0^2} < H_2, \quad (19)$$

где

$$H_{1,2} = \text{sign}(\varphi_2) (2J - d) \mp \sqrt{J^2 - 1}. \quad (20)$$

На рис. 2 изображены соответствующие области неустойчивости (заштрихованы) при положительной ($\varphi_2 > 0$) нелинейности. Области неустойчивости для отрицательной ($\varphi_2 < 0$) нелинейности получаются из того же рисунка изменением знака оси ординат ($H_{1,2} \rightarrow -H_{1,2}$). Как уже отмечалось, при $J < 1$ имеет место устойчивость по отношению к возмущениям с любыми пространственными частотами [см. (15)]. Гистерезис возможен при $d > \sqrt{3}$, причем характерные значения интенсивностей $I^{(\pm)}$ (рис. 1) отвечают точкам $J^{(\pm)}$ на рис. 2, что согласуется с указанной выше неустойчивостью промежуточных ветвей S -образной кривой ($dI_0/dG < 0$) по отношению к низкочастотным возмущениям. Как видно из рис. 2, для положительной нелинейности и $d < 2$ при $J > 1$ все режимы плоской волны неустойчивы по отношению к возмущениям в определенном диапазоне изменения $\kappa_{\perp}$ ($\kappa_{\min} < \kappa_{\perp} < \kappa_{\max}$), тогда как при $d > 2$ устойчива нижняя ветвь гистерезисной кривой ($I < I^{(-)}$), а верхняя — не-

устойчива. Из (20) следует, что ширина области неустойчивости уменьшается с увеличением N_0 , т. е. длины пути луча в интерферометре L .

Для отрицательной нелинейности верхняя ветвь гистерезисной кривой всегда устойчива, а неустойчивость нижней ветви возникает только при $d > 2$. Таким образом, при условиях

$$\varphi_2 < 0, \sqrt{3} < d < 2, \quad (21)$$

имеет место гистерезис при одновременной устойчивости верхней и нижней ветвей S -образной кривой. Если же (21) не выполняется, то одновременной устойчивости верхней и нижней ветвей не имеется. Учитывая, что $x_{\min}$ отлично от нуля как для верхней, так и для нижней ветвей, можно устранить их неустойчивость. Для этого достаточно поместить в воздушном промежутке пространственный фильтр с шириной полосы пропускания $x_{\phi} < x_{\min}$ [7].

Для определения условий устойчивости ограниченных пучков требуется более сложный анализ. Отметим только, что ограниченность апертуры в реальных системах приводит к фильтрации достаточно высоких пространственных частот.

4. Рассмотрим теперь возбуждение колебаний в нелинейном интерферометре (резонаторе) Фабри—Перо при падении на него ограниченного пучка. Далее рассматривается плоский случай (зависимость полей от поперечной координаты y отсутствует). При учете дифракции в уравнении (2) оператор $\hat{M}$ можно задавать интегралом Гюйгенса—Френеля, что эквивалентно приближению параболического уравнения. В наших расчетах, однако, это приближение не использовалось, а преобразование поля на линейных участках определялось из решения полного волнового уравнения. Для этого исходное поле в сечении нелинейной пластинки разлагалось в ряд Фурье

$$E(x) = \sum_n c_n e^{in\Delta x x}. \quad (22)$$

Тогда

$$\hat{M}\{E(x)\} = \sum_n c_n e^{i\sqrt{k_0^2 - n^2 \Delta x^2} L} e^{in\Delta x x}. \quad (23)$$

Для падающего на интерферометр поля $g(x)$ использовалось аналогичное (22) разложение. В расчетах в (22) и (23) сохранялись конечные суммы с $|n| < k_0/\Delta x$. При суммировании применялась программа быстрого преобразования Фурье. Решение уравнения (2) находилось методом итераций. Расчеты проводились для положительной нелинейности $\varphi_2 > 0$. Возникавшие в соответствии с предыдущим разделом неустойчивости устранялись фильтрацией достаточно высоких пространственных частот.

Нормальное падение. Амплитуда падающего поля $g(x)$ бралась в виде

$$g(x) = g_0 \exp(-x^2/w^2), \quad w/\lambda \gg 1. \quad (24)$$

Прежде чем перейти к численным результатам, отметим следующие обстоятельства. Для рассматриваемых широких пучков ($w \gg \lambda$) приближение геометрической оптики должно хорошо оправдываться, т. е. локальные значения установившегося в интерферометре поля $E(x)$ должны быть близки к определяемым из (3), (5) при $g = g(x)$. Ввиду этого при $g_0 < g^{(-)}$ нетрудно найти достаточно гладкую зависимость поля $E(x)$, отвечающую нижней ветви S -образной кривой. Если, однако, $g_0 > g^{(-)}$, то центральной части пучка отвечает верхняя часть S -образной кривой, а периферийной — нижняя. Поэтому при некотором $x = x_n$ должен происходить перескок с одной ветви на другую. В этой области приближение геометрической оптики несправедливо из-за принципиальной роли дифракционных явлений. Ситуация здесь отвечает эффекту пограничного слоя и, вообще говоря, допускает аналитическое (асимптотическое) решение на основе сшивания приближенных решений в областях $x < x_n$, $x > x_n$ и $x \approx x_n$ [8]. Соответствующие точке перескока значения амплитуды

падающего поля $g_{\pi}=g(x_{\pi})$ не должны существенно зависеть от формы падающего пучка $g(x)$ и, в частности, от g_0 . Ввиду этого величина g_{π} имеет определяющее значение. Естественнее считать $g^{(+)} < g_{\pi} < g^{(-)}$. Тогда гистерезис — наличие двух решений, одно из которых отвечает нижней ветви S-образной кривой, а другое — верхней с перескоком на нижнюю в окрестности $x \approx x_{\pi}$, $g \approx g_{\pi}$ будет возможен при условиях

$$g_{\pi} < g_0 < g^{(-)}. \quad (25)$$

При $g_0 < g_{\pi}$ получим только одно решение, отвечающее нижней ветви, а при $g_0 > g^{(-)}$ — единственное решение с перескоком между верхней и нижней ветвями.

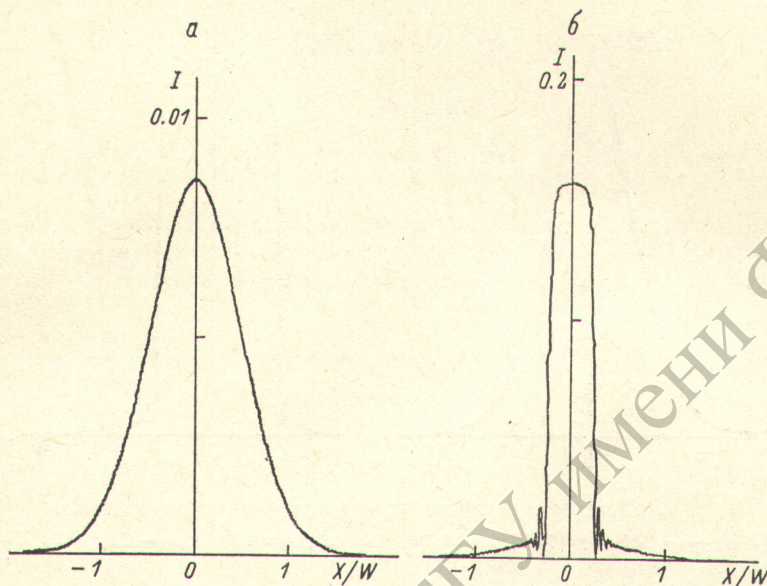


Рис. 3. Гистерезис профиля пучка при нормальном падении.

$\varphi_2=1$, $R=0.97$, $\Delta=-0.14$, $w=1000\lambda$, $N_0=100$, $g_0^2=0.0012$; а — $I_0(x)=0$, б — $I_0(x)=40g^2(x)$.

Расчеты подтвердили высказанные соображения и позволили определить положение точки перескока. Оказалось, что с высокой степенью точности $g_{\pi}=g^{(+)}$. Гистерезис действительно имеет место при условиях (25). Он иллюстрируется рис. 3, полученном при одном и том же падающем поле $g(x)$. В зависимости от вида поля на начальной итерации $E_0(x)$ устанавливается один из двух режимов. Так, рис. 3, а получен при низкой начальной интенсивности $I_0=|E_0(x)|^2=0$ (нижняя ветвь), а рис. 3, б — при высоких значениях I_0 . Видный на рис. 3, б пограничный слой между центральной (верхняя ветвь S-образной кривой) и периферийной (нижняя ветвь) частями пучка отвечает условию $g(x_{\pi})=g^{(+)}$. При $g_0 < g^{(+)}$ и $g_0 > g^{(-)}$ независимо от начальной итерации устанавливается единственное решение, так что гистерезис при этих условиях отсутствует.

Полученные результаты достаточны для описания гистерезисных явлений при медленном (квазистационарном) временном изменении амплитуды падающего пучка $g_0=g_0(t)$. На переднем фронте импульса, до тех пор, пока $g_0(t) < g^{(-)}$, интенсивность поля в интерферометре следует нижней ветви гистерезисной кривой, профиль пучка $I(x)$ гладкий. Как только $g_0(t)$ превысит величину $g^{(-)}$, профиль пучка резко искажается. Интенсивность в центре скачкообразно возрастает, пучок как бы расширяется, хотя на периферии $I(x)$ практически не меняется. На заднем фронте временного импульса происходит сужение интенсивной центральной части пучка. Характер профиля сохраняется до тех пор, пока g_0 не приблизится к $g^{(+)}$, после чего происходит возврат к плавному профилю пучка, отвечающему нижней ветви гистерезисной кривой.

Наклонное падение. Амплитуда $g(x)$ задавалась в виде

$$g(x) = g_0 \exp[-(x/w)^2 + ik_0 x \sin \theta], \quad w/\lambda \gg 1, \quad \theta \ll 1 \quad (26)$$

(пучок, вообще говоря, не гауссовский). Расчеты показывают, что при небольших углах падения θ (но даже на порядок превосходящих дифракционную расходимость падающего пучка) нет качественных изменений по сравнению со случаем нормального падения. Гистерезис профиля пучка имеет место (рис. 4), причем профили интенсивности, как и следовало

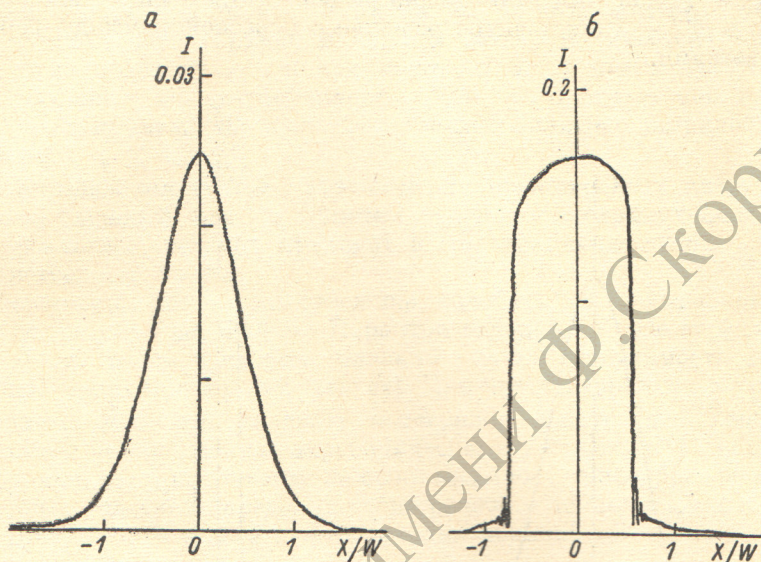


Рис. 4. Гистерезис профиля пучка при наклонном падении.

$\varphi_2=1$, $R=0.97$, $\Delta=-0.14$, $w=1000\lambda$, $\theta=0.0033$, $N_0=100$, $g_0^2=0.0018$; а — $I_0(x)=0$, б — $I_0(x)=40g(x)^2/(x)$.

ожидать, несимметричны. При больших углах падения гистерезис исчезает.

Заметим, что наши результаты не согласуются с высказанным в работе [8] мнением о полном отсутствии гистерезисных явлений при отражении ограниченных пучков нелинейными средами. Указанный вывод [8] основывается на использовании приближения медленно меняющихся в поперечном направлении x амплитуд (параболического уравнения). Это заранее исключает возможность гистерезисов и «перескоков» между ветвями гистерезисной кривой, в области которых приближение параболического уравнения неприменимо из-за высоких скоростей изменения поля и существенно дифракционных явлений. В настоящей работе гистерезисные явления описываются не параболическим, а полным волновым уравнением. Вместе с тем наши результаты в согласии с [8] (см. также [9]) показывают существенную роль ограниченности пучков в рассматриваемых нелинейных явлениях.

Литература

- [1] J. H. Marburger, F. S. Fertlber. Phys. Rev., A, 17, 335, 1978.
- [2] Ф. В. Капушко, А. С. Киреев, А. А. Морозов, Г. В. Синицын, Н. В. Стриженов. Ж. прикл. спектр., 26, 269, 1977.
- [3] A. Szöke, V. Daneu, J. Goldhar, N. A. Kurnit. Appl. Phys. Lett., 15, 376, 1969.
- [4] В. И. Беспалов, В. И. Таланов. Письма ЖЭТФ, 3, 471, 1966.
- [5] Дж. Коул. Методы возмущений в прикладной математике. «Мир», М., 1972.
- [6] Н. Н. Розанов, В. А. Смирнов. Письма ЖТФ, 5, 544, 1979.
- [7] J. T. Hunt, J. A. Glaze, W. W. Simmons, P. A. Renard. Appl. Opt., 17, 2053, 1978.
- [8] А. А. Колоколов, А. И. Суков. Изв. вуз, радиофизика, 21, 1459, 1978.
- [9] Н. Н. Розанов. Опт. и спектр., 47, 606, 1979.

Поступило в Редакцию 4 апреля 1979 г.