УДК 535.36

ОПТИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ. ОСЛАБЛЕНИЕ СВЕТА ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫМ СФЕРОИДОМ

А. И. Сирота и Н. Г. Хлебцов

На основе теорий Релея—Ганса и ван де Хюлста рассчитано сечение ослабления света для сфероида в зависимости от его ориентации относительно направления распространения и плоскости поляризации падающего света. Анализируется влияние геометрических и оптических параметров сфероида на характер этой зависимости.

1. Электрооптический эффект в дисперсных системах обусловлен упорядоченным движением частиц в электрическом поле вследствие наличия у них дипольного момента, а также особенностями рассеяния и поглощения света несферическими частицами. Поэтому теоретическое описание электрооптического эффекта в дисперсных системах предполагает выяснение закономерностей движения частиц в переменных электрических полях и закономерностей ослабления света системой упорядоченно ориентированных частиц несферической формы.

В работах [1-3] механика движения частиц была качественно рассмотрена для модулирующего поля прямоугольных импульсов (Π_1-поля) и количественно для вращающегося модулирующего поля (B-поля). Оптическая сторона проблемы обсуждалась в [1-3] лишь качественно, причем достаточно полного объяснения наблюдавшихся явлений (например, четырех типов модуляционных кривых) дано не было. Построение теории оптических механизмов электрооптических эффектов в дисперсных системах затруднено сложностью решения дифракционной задачи для несферических частиц. В случае оптически «мягких» частиц с относительным показателем преломления, близким к единице, задача о рассеянии решалась в ряде работ [4-9], причем в основном в них рассматривалось влияние формы на индикатрису и эффективный коэффициент рассеяния системы хаотически ориентированных частиц. В работах [10] рассчитывались характеристики света, рассеянного ориентированными частицами.

Однако для описания оптических механизмов электрооптического эффекта в дисперсных системах необходим более детальный анализ ослабления света отдельной частицей в зависимости от ее ориентации, геометрических и оптических параметров. Это и является целью настоящей работы.

2. В дальнейшем будем рассматривать модельную изотропную дисперсную частицу, имеющую форму вытянутого сфероида с полуосями a и b ($a>b$). Пусть на сфероид падает линейно поляризованный монохроматический свет под углом α к его большой оси (рис. 1). Ориентация частицы по отношению к плоскости поляризации падающего света (вектору E_0) задается углом γ. В общем случае сечение ослабления света частицей зависит от углов α и γ. Если ввести в рассмотрение сечения σ_1 и σ_2 для ослабления света с вектором E_0, соответственно параллельным

или перпендикулярным плоскости S (рис. 1), то зависимость полного сечения от γ становится достаточно простой

$$\sigma = \sigma_1(\alpha)\cos^2\gamma + \sigma_1(\alpha)\sin^2\gamma. \tag{1}$$

Поэтому в дальнейшем мы остановимся на рассмотрении зависимости сечений σ_1 и σ_2 от угла α. Соответствующие расчеты проведем на основе приближенных методов, разработанных для «мягких» частиц (теории Релея—Ганса и ван де Хюлста [5, 6]). Область применимости всех результатов приближенно соответствует областям применимости этих методов для сферических частиц [5, 6].

3. Ослабление света частицей складывается из поглощения и рассеяния. В приближении Релея—Ганса сечение поглощения пропорционально объему частицы v [4, 6]

$$\sigma_{\Pi} = -kv\,\mathrm{Im}\,(m^2 - 1), \tag{2}$$

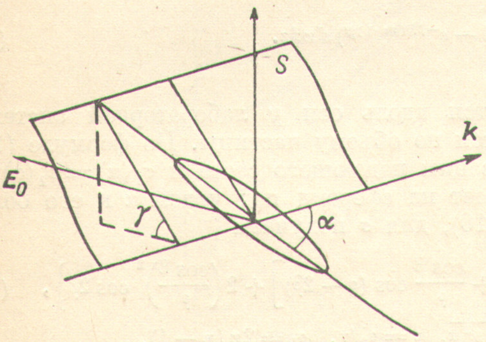

Рис. 1.

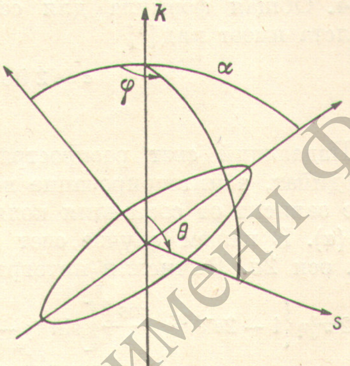

Рис. 2.

где $k = 2\pi/\lambda$. Следовательно, в этом приближении электрооптический эффект не связан с поглощением, так как σ_{Π} не зависит от углов α и γ (напомним, что вещество частиц предполагается оптически изотропным).

Сечение рассеяния в приближении Релея—Ганса находится интегрированием интенсивности рассеяния по всем направлениям, определяемым углами θ и φ (рис. 2). Используя результаты работы [7], запишем формулу для рассеянного поля в виде

$$\mathbf{E} = \mu v \frac{k^2}{r} e^{-ikr} R(\theta, \varphi, \alpha)\, \mathbf{E}_{0\perp}, \tag{3}$$

где

$$\mu = 3(m^2 - 1)/4\pi(m^2 + 2), \quad \mathbf{E}_{0\perp} = \mathbf{E}_0 - \mathbf{s}(\mathbf{s}\mathbf{E}_0), \tag{4}$$

m — относительный показатель преломления частицы, r — расстояние от центра частицы до точки наблюдения, $\mathbf{s}$ — единичный вектор в направлении рассеяния. Функция $R(\theta, \varphi, \alpha)$ имеет вид

$$R = 3(\sin q - q\cos q)/q^3, \tag{5}$$

где

$$q = 2kb\sin\frac{\theta}{2}\sqrt{1 + (p^2 - 1)\varkappa^2}, \tag{6}$$

$p = a/b$, $\varkappa$ — направляющий косинус угла между большой осью частицы и нормалью к биссектрисе угла рассеяния θ в плоскости рассеяния. Для выбранной нами геометрии рассеяния (рис. 2)

$$\varkappa = \cos\alpha\sin\frac{\theta}{2} + \sin\alpha\cos\frac{\theta}{2}\cos\varphi. \tag{7}$$

Плоскость, проходящую через ось $2a$ сфероида, и вектор $\mathbf{k}$ будем называть плоскостью отсчета. Рассмотрим два случая, когда вектор $\mathbf{E}_0$ параллелен плоскости отсчета или ей перпендикулярен. Для каждого из этих случаев можно получить следующие соотношения для сечений рассеяния:

$$\sigma_{Ri} = \pi r_0^2 \, |\mu|^2 \, \Phi_i (\alpha, x, p), \tag{8}$$

$$\Phi_i (\alpha, x, p) = \frac{32\pi}{9} x^4 \int\limits_0^\pi d\varphi \int\limits_0^\pi \sin\theta \left[1 - \sin^2\theta \begin{Bmatrix} \cos^2\varphi \\ \sin^2\varphi \end{Bmatrix}\right] R^2 d\theta, \tag{9}$$

где $i = 1, 2$, $x = kr_0$, $r_0 = \sqrt[3]{3v/4\pi}$ — радиус сферы эквивалентного объема. При $i = 1$ в (9) следует взять $\cos^2\varphi$, а при $i = 2 - \sin^2\varphi$. Из соотношений (8) следует, что полное количество энергии, рассеянной сфероидом, зависит от его ориентации относительно плоскости поляризации падающего света ($\sigma_1 \neq \sigma_2$) и относительно направления распространения света [$\sigma_i = \sigma_i(\alpha)$]. Ниже приведены результаты расчета функций Φ_i по формулам (9).

4. Общая формула для сечения ослабления в приближении ван де Хюлста имеет вид [8]

$$\sigma = 2 \operatorname{Re} \int\limits_v \left(1 - e^{-ik(m-1)y}\right) dx dz. \tag{10}$$

Падающий свет распространяется вдоль оси y лабораторной системы координат, а интегрирование ведется по объему частицы. По формуле (10) σ не зависит от состояния поляризации падающего света и $\sigma_1(\alpha) = \sigma_2(\alpha) = \sigma(\alpha)$. В нашем случае свет падает на сфероид под углом α к его большой оси $2a$. Вычисляя интеграл (10), для σ получаем

$$\sigma = 2\pi r_0^2 \eta \left\{1 - 2e^{-\rho \operatorname{tg}\beta} \frac{\cos\beta}{\rho}\left[\sin(\rho - \beta) + \frac{\cos\beta}{\rho}\cos(\rho - 2\beta)\right] + 2\left(\frac{\cos\beta}{\rho}\right)^2 \cos 2\beta\right\}, \tag{11}$$

$$\eta = p^{1/3}\sqrt{1 - (1 - p^{-2})\cos^2\alpha}, \quad \rho = \rho_0/\eta, \quad \rho_0 = 2x(n-1),$$

$$\operatorname{tg}\beta = n'/(n-1), \quad m = n - in'.$$

Формула (11) аналогична известной формуле для шара [5] с радиусом r_0/η.

В интеграл (10) входит множитель $e^{-\rho \operatorname{tg}\beta}$, характеризующий уменьшение амплитуды поля вследствие поглощения. Доля энергии, поглощенной в частице, пропорциональна $1 - e^{-2\rho \operatorname{tg}\beta}$. Интегрируя по объему частицы, найдем сечение поглощения

$$\sigma_\Pi = \pi r_0^2 \eta \left[1 + \left((1 + 2\rho \operatorname{tg}\beta) e^{-2\rho \operatorname{tg}\beta} - 1\right)/(2\rho \operatorname{tg}\beta)^2\right]. \tag{12}$$

Результаты расчета σ и σ_Π при различных ρ_0, p, $\operatorname{tg}\beta$, α приведены ниже.

5. В приближении Релея—Ганса сечения рассеяния σ_{Ri} выражаются через функции $\Phi_i(\alpha, x, p)$, которые рассчитывали численно при изменении α от 0 до 90°, x от 0.2 до 2 через 0.2 и от 2 до 10 через 1 и p от 1 до 5 через 1. Графики зависимости $\Phi_i(\alpha, x, p)$ от α при некоторых x и p представлены на рис. 3.

Для $x \ll 1$ значения функций Φ_1 и Φ_2 близки и не зависят от α, поскольку для релеевских частиц с показателем преломления, близким к единице, сечение рассеяния пропорционально квадрату объема [5]. При $x < 1$ для всех $p \leqslant 5$ Φ_i есть монотонно возрастающие функции α. При малых ka асимптотические выражения для Φ_i имеют вид

$$\Phi_i = \frac{8\pi^2}{27} p^{4/3} z^4 \left[1 - \frac{z^2}{10} - \frac{z^2 (p^2 - 1)}{100}(7 - \beta_i \sin^2\alpha)\right], \tag{13}$$

где $z = 2kb$, $\beta_i = 6 + 2\delta_i$, $i = 1, 2$, δ_{2i} — символ Кронекера. Если $x \geqslant 1$, то монотонная зависимость Φ_i от α нарушается сначала для Φ_2, а затем с увеличением x и для Φ_1 причем тем раньше, чем больше p. С увеличением x максимумы кривых Φ_1 и Φ_2 смещаются в область малых α. Начиная с некоторого значения x кривые становятся монотонно убывающими, причем тем раньше, чем меньше p. Отметим, что с увеличением x анизотропия рассеяния $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ стремится к нулю. Указанные закономерности поведения функций Φ_i при больших x находятся в соответствии с тем, что при $x \gg 1$ результаты теории Релея—Ганса должны совпадать с результатами теории ван де Хюлста при $\rho \ll 1$ [5]. Из формул (12), (13) при $\rho \ll 1$ ($\rho \ll 1$, $\operatorname{tg} \beta \ll 1$ для поглощающих частиц) получаем сечение рассеяния

$$\sigma_R = \pi r_0^2 \, |\mu|^2 \, F(\alpha, x, p), \tag{14}$$

$$F(\alpha, x, p) = \frac{8\pi^2 x^2 p^{2/3}}{\sqrt{1 + (p^2 - 1)\sin^2 \alpha}}. \tag{15}$$

Зависимость $F(\alpha, x, p)$, а также численные значения F, даваемые формулой (15), согласуются с результатами расчетов $\Phi_i(\alpha, x, p)$ при $x \gg 1$. Таким образом, при $x \gg 1$ $\Phi_1 = \Phi_2 = F(\alpha, x, p)$.

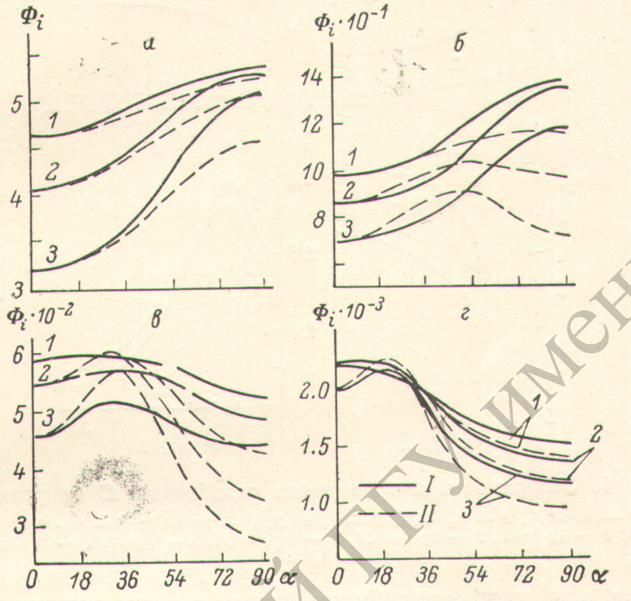

Рис. 3. Зависимость функции Φ_1 (I) и Φ_2 (II) от угла α.
а — $x=0.6$, *б* — $x=1.6$, *в* — $x=3$, *г* — $x=6$. *1* — $p=2$, *2* — $p=3$, *3* — $p=5$.

Расчеты показали, что для всех x при α, близких к 90°, увеличение фактора формы приводит к уменьшению сечений рассеяния и к возрастанию анизотропии $\Delta\Phi$. Для различных x и p при некоторых углах α наблюдается явление, аналогичное эффекту Герца [5] ($\Phi_1 = \Phi_2$).

Рассмотрим результаты расчета коэффициентов ослабления $K = \sigma / \pi r_0^2$ и поглощения $K_\Pi = \sigma_\Pi / \pi r_0^2$ по формулам (11), (12). Геометрические и оптические параметры сфероида определялись величинами ρ_0, $\operatorname{tg} \beta$, p. Все расчеты проводились при $p=3$, что приближенно соответствует форме бактериальных частиц, исследовавшихся в наших экспериментах и в работах [1-3]. Для различных значений ρ_0 и $\operatorname{tg} \beta$ рассчитывали коэффициенты ослабления, поглощения и рассеяния при изменении α от 0 до 90°. Можно строго показать, что при любых ρ_0 и $\operatorname{tg} \beta$ K_Π есть монотонно возрастающая функция α, причем при $\rho \operatorname{tg} \beta \to \infty$ $K_\Pi \to \eta$. Поэтому ниже мы рассмотрим только результаты, полученные для коэффициента ослабления, часть из которых представлена на рис. 4. При этом обратимся к графикам зависимости коэффициента ослабления Q от $\rho_c = 2kr_c(n-1)$ для сферической частицы радиуса r_c, приведенными в [5]. В формулах (11), (12) параметр ρ эквивалентен параметру ρ_c для шара. При изменении α от 0 до 90° ρ изменяется от $\rho_{max} = 2ka(n-1)$ до $\rho_{min} = 2kb(n-1)$, что вызывает изменение K в соответствии с графиками для Q, приведенными в [5]. Вместе с тем формулы (11), (12) отличаются от формул для шара множителем η, стоящим перед скобками и учитывающим изменение геометрического сечения частицы, «подставляемого» свету (площади проекции частицы на плоскость, перпендикулярную направлению распространения света). При изменении α от 0 до 90° $\pi r_0^2 \eta$ изменяется от $S_{\min} = \pi b^2$ до $S_{\max} = \pi ab$. Таким образом, результирующее изменение K обусловлено: 1) увеличением площади проекции частицы при увеличении α; 2) уменьшением ρ при увеличении α. При этом изменение $K = = \eta Q(\rho)$ определяется через коэффициент ослабления шара $Q(\rho)$ [5] с эквивалентным параметром $\rho_c = \rho$.

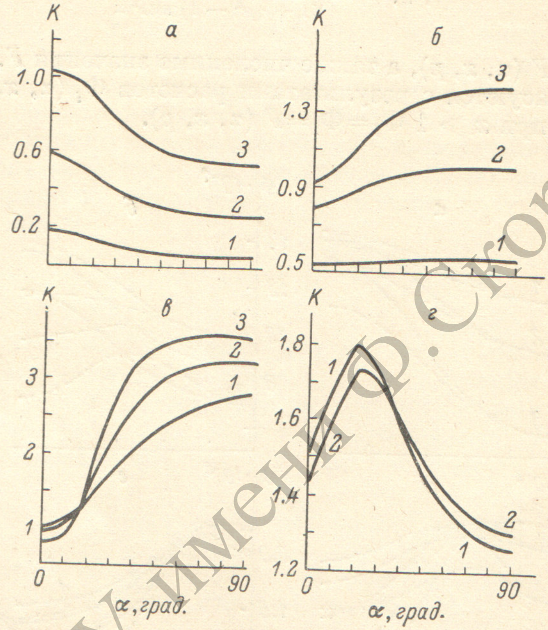

Рис. 4. Зависимость коэффициента ослабления K от угла α.

а — $\mathrm{tg}\,\beta = 0.05$: *1* — $\rho_0 = 0.4$, *2* — $\rho_0 = 0.8$, *3* — $\rho_0 = 1.2$, *б* — $\mathrm{tg}\,\beta = 1$: *1* — $\rho_0 = 0.4$, *2* — $\rho_0 = 0.8$, *3* — $\rho_0 = 1.2$; *в* — $\rho_0 = 4$: *1* — $\mathrm{tg}\,\beta = 1$, *2* — $\mathrm{tg}\,\beta = 0.8$, *3* — $\mathrm{tg}\,\beta = 0.4$; *г* — $\rho_0 = 2$: *1* — $\mathrm{tg}\,\beta = 0.01$, *2* — $\mathrm{tg}\,\beta = 0.05$.

В дальнейшем для краткости будем называть эти зависимости первой и второй соответственно. Можно выделить несколько характерных областей ρ_0 и $\mathrm{tg}\,\beta$, в которых функция $K(\alpha)$ имеет монотонный характер.

А. $\rho_0 \leqslant 1.5$, $\mathrm{tg}\,\beta \leqslant 0.1$. В этой области доминирует вторая зависимость, вследствие чего с ростом α K монотонно убывает (рис. 3, *а*) в соответствии с графиком Q для шара работы [5]. При $\rho_0 \to 0$ и $\mathrm{tg}\,\beta \neq 0$ K пропорционален объему частицы и не зависит от α ($K = K_{\Pi}$). Б. $\mathrm{tg}\,\beta \geqslant 0.6 \div 1$. В этой области поглощение сильно сглаживает дифракционные явления. Поэтому функция $Q(\rho_c)$ для шара становится монотонной [5]. В целом доминирующей будет первая зависимость и K монотонно возрастает при увеличении α (рис. 3, *б*). В этой области увеличение поглощения приводит к увеличению как абсолютной величины K, так и скорости его изменения. В. $\rho_0 \geqslant 4$. При таких больших ρ_0 коэффициент ослабления сильнее зависит от η, нежели от ρ. Поэтому доминирует первая зависимость и K монотонно возрастает с ростом α. Типичные кривые приведены на рис. 4, *б*. Увеличение поглощения приводит к уменьшению K и скорости его изменения. При $\rho_0 \to \infty$ $Q \to 2$, поэтому $K = 2\eta$, т. е. изменяется пропорционально площади проекции частицы.

Для всех других значений ρ_0 и $\mathrm{tg}\,\beta$, не попадающих в области А, Б, В, зависимость K от α будет немонотонной, так как первая и вторая зависимости работают в противофазе и ни одна из них не доминирует. Типичные кривые для этого случая приведены на рис. 4, *г*. В заключение отметим, что и при факторе формы $p \neq 3$ можно, очевидно, выделить области параметров ρ_0 и $\mathrm{tg}\,\beta$ (аналогичные областям А, Б, В), в которых зависимость K от α будет монотонной.

Литература

[1] Н. А. Толстой, А. А. Спартаков, Г. И. Хилько. Коллоидн. ж., *22*, 705, 1960.
[2] Н. А. Толстой, А. А. Спартаков. Коллоидн. ж., *28*, 580, 1966.
[3] Н. А. Толстой, А. А. Спартаков, А. А. Трусов. В сб.: Исследования в области поверхностных сил, 56. «Наука», М., 1967.
[4] К. С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. ГИТТЛ, М.—Л., 1951.
[5] Г. ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. ИЛ, М., 1961.
[6] M. Kerker. The scattering of light and other electromagnetic radiation. Acad. Press, New York, 1969.
[7] А. В. Шатилов. Опт. и спектр., *9*, 86, 1960; *9*, 231, 1960.
[8] В. И. Сухачева, С. Д. Творогов. Изв. АН СССР, сер. ФАО, *9*, 1320, 1973.
[9] F. D. Bryant, P. Latimer. J. Coll. Interface Sci., *30*, 291, 1969.
[10] J.-C. Ravey. Europ. Polym. J., *8*, 937, 1972; *9*, 47, 1973; *9*, 57, 1973.

Поступило в Редакцию 30 марта 1979 г.
В окончательной редакции 27 августа 1979 г.