

## 4 ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОВОДНИКОВ

**Проводники** электричества – это вещества, содержащие свободные заряженные частицы. В проводящих телах электрические заряды могут свободно перемещаться в пространстве. К проводникам относятся, в первую очередь, металлы. Кроме того, электропроводными свойствами обладают электролиты, а также плазма. В данном разделе мы рассмотрим свойства проводников на примере их самых типичных представителей – металлов.

Электрические свойства металлов обусловлены наличием в них очень большого количества **электронов проводимости, или свободных электронов**. Это электроны, которые вследствие хаотического теплового движения приобрели достаточную энергию и потеряли связь с отдельными атомами металла. Такие электроны могут достаточно свободно перемещаться в металле под действием электрического поля. Эти процессы являются возможными, поскольку в металлах энергия связи электронов с ядром мала.

При помещении проводника во внешнее электрическое поле электроны проводимости начинают упорядоченно двигаться, но затем достигают равновесного положения. Оно становится возможным, когда на электроны проводимости перестаёт действовать электрическая сила. Это означает, что напряжённость электрического поля внутри металла становится равной нулю.

Механизм исчезновения электрического поля внутри металла заключается в следующем. При помещении проводника в электростатическое поле  $\vec{E}_0$ , созданное внешними зарядами, электроны проводимости перераспределяются и создают внутри проводника собственное поле  $\vec{E}'$ . Это поле полностью компенсирует поле  $\vec{E}_0$ , созданное внешними источниками. В результате суммарная напряжённость поля внутри проводника обращается в нуль (рисунок 5):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0. \quad (4.1)$$

Следует особо отметить, что соотношение (4.1) выполняется для проводника произвольной формы, хотя на рисунке 3 для удобства изображён сферический проводник. Из закона Кулона в дифференциальной форме (2.10) следует, что объёмная плотность заряда внутри проводника также равна нулю:

$$\rho = 0. \quad (4.2)$$

Это означает, что электрические заряды могут концентрироваться только на поверхности проводника произвольной формы в слое атомарной толщины. Внутри объема проводника также существуют заряженные частицы (ядра

атомов и электроны), однако их заряды взаимно компенсируются, и суммарная объемная плотность электрического заряда обращается в нуль.

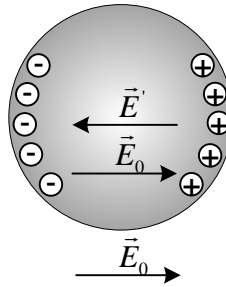


Рисунок 5 - Перераспределение зарядов на поверхности металла и исчезновение электрического поля внутри металла

Соотношения (4.1) и (4.2) выражают два основных свойства металлов в электрическом поле. С помощью эффекта Холла (см. далее) можно экспериментальным путем определить объемную концентрацию  $N$  электронов проводимости в металлах. Измерения показывают, что величина  $N$  является очень большой и имеет порядок

$$N \sim 10^{28} \text{ м}^{-3}, \quad (4.3)$$

то есть на каждый атом металла приходится в среднем около одного электрона проводимости. Очень высокая концентрация электронов проводимости обеспечивает выполнение соотношений (4.1) и (4.2) при любых, даже самых сильных, внешних электрических полях.

При наличии проводника поле, созданное внешними источниками, искажается, поскольку свободные заряды проводника перераспределяются, и проводник создаёт собственное электрическое поле. Для характеристики электростатического поля в присутствии проводников удобно ввести поверхностную плотность электрического заряда  $\sigma$  (2.12). Можно показать, что вблизи поверхности проводника напряженность электрического поля пропорциональна поверхностной плотности заряда  $\sigma$  (2.12) и направлена ортогонально поверхности:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}, \quad (4.4)$$

где  $\vec{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности проводника, направленный наружу от металла.

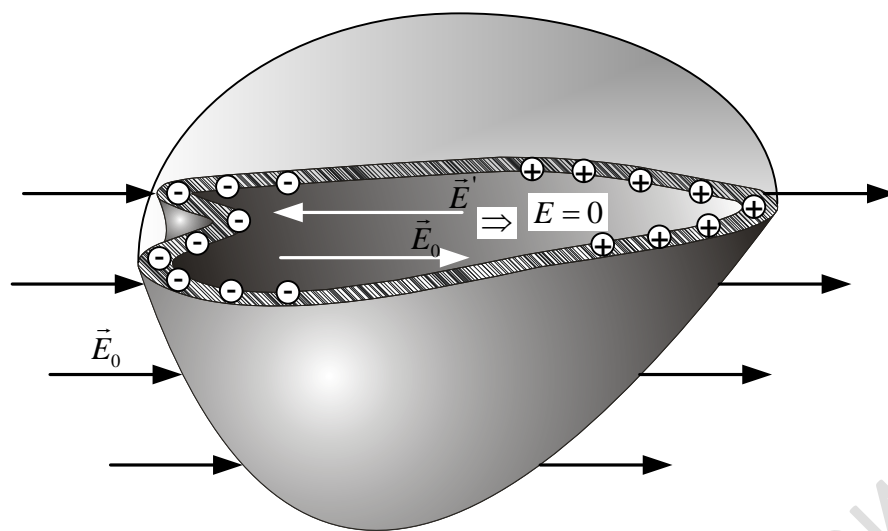
Плотность заряда  $\sigma$  увеличивается с увеличением кривизны поверхности, если поверхность выпуклая, и уменьшается с увеличением кривизны, если поверхность вогнутая. Другими словами, электрические заряды обладают свойством скапливаться на острых выпуклых участках поверхности

проводника. Такое сосредоточение заряда приводит к возрастанию электрического поля вблизи острия, возникает возможность ионизации окружающего воздуха. В сильном электрическом поле ионы и электроны интенсивно движутся, и часть их кинетической энергии переходит в энергию света. Возникает свечение газа вблизи острого участка проводника, которое называется коронным разрядом и по форме напоминает корону. Это явление служит экспериментальным подтверждением зависимости плотности электрического заряда от кривизны поверхности.

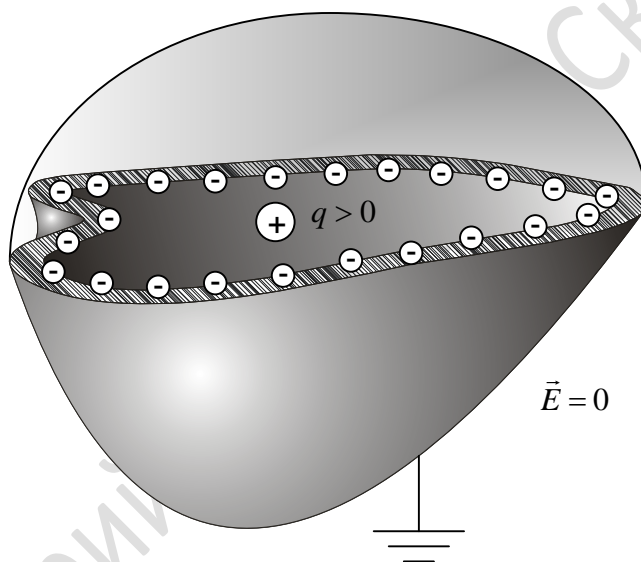
Как показывают соотношения (4.1) и (4.2), внутри металла отсутствуют электрическое поле и объемная плотность электрических зарядов. Следовательно, вещество внутри рассматриваемого металлического образца является электрически нейтральным. Допустим, что это вещество из внутренней области можно изъять. При этом ни распределение электрических зарядов на поверхности металла, ни распределение поля внутри проводника не изменится. Получим, что электрическое поле в образовавшейся полости внутри образца будет отсутствовать, хотя внешнее поле не равно нулю. Такое поведение металла во внешнем электрическом поле позволяет осуществлять *электростатическую защиту* объектов с помощью металлических экранов. *Металлическим экраном* называется замкнутая металлическая оболочка, такая оболочка экранирует внутреннее пространство от внешнего электрического поля (рисунок 6а).

Одновременно возникает вопрос, проникает ли во внешнее пространство электростатическое поле зарядов, расположенных внутри полости? Да, в общем случае проникает. Можно доказать, что внешнее пространство экранируется замкнутой проводящей оболочкой от зарядов, находящихся внутри полости, только в том случае, если оболочка заземлена (рисунок 6б). Заземление оболочки означает, что она соединена проводником с массивным металлическим предметом, например, листом, который закопан в землю. Обычно такой предмет закапывают на глубине подпочвенных вод, где проводимость грунта велика по причине растворения солей, содержащихся в земле. При этом все заряды с внешней поверхности оболочки переходят к Земле, остаются только первоначальные заряды внутри полости и индуцированные заряды противоположного знака на внутренней поверхности оболочки. Тогда электрическое поле во внешнем пространстве исчезает.

Экранирующая поверхность не обязательно должна быть сплошной, достаточно использовать сетку с мелкими ячейками.



а)



б)

Рисунок 6 - Принцип действия металлических экранов:

а) экранирование внутренней полости от внешних электрических полей;

б) экранирование внешнего пространства от зарядов, находящихся во внутренней полости

Поскольку внутри проводника электрическое поле отсутствует, то из формулы (3.7) следует, что потенциал во всех точках проводника является одинаковым. Рассмотрим уединенный проводник, на большом расстоянии от которого создаваемое им электрическое поле стремится к нулю. В этом случае можно применить условие нормировки потенциала (3.6). Тогда потенциал уединенного проводника можно вычислить следующим образом

$$\varphi = \int_{(1)}^{\infty} \vec{E} d\vec{l} , \quad (4.5)$$

где точка (1) – любая точка проводника, траектория интегрирования также является произвольной по причине потенциальности электростатического поля.

Потенциал уединенного проводника прямо пропорционален его заряду, поэтому можно ввести коэффициент пропорциональности между этими величинами – электроёмкость. **Электроёмкостью (ёмкостью) уединенного проводника** называется отношение заряда  $Q$  проводника к его потенциалу  $\varphi$ :

$$C = \frac{Q}{\varphi}. \quad (4.6)$$

Электроёмкость проводника определяется его формой и размерами, но не зависит от заряда и потенциала проводника. Из формулы (4.6) можно найти, каким образом зависит изменение потенциала проводника от его заряда:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta Q}{C}. \quad (4.7)$$

Таким образом, ёмкость показывает, насколько значительно возрастает потенциал проводника при увеличении его заряда.

Ёмкость измеряется в **фарадах** ( $1\text{Ф} = 1\text{ Кл}/1\text{ В}$ ). Один фарад является очень большой величиной, оценить которую можно, вычислив ёмкость планеты Земля. Для этого в качестве приближённой модели Земли рассмотрим уединённый проводящий шар радиусом  $R = 6400\text{ км}$ . Будем считать электрическое поле Земли сферически симметричным и применим электростатическую теорему Гаусса (2.2), аналогично тому, как это было сделано в разделе 2 для бесконечной равномерно заряжённой плоскости. Для этого необходимо ввести в рассмотрение вспомогательную поверхность ( $S$ ) в виде сферы радиуса  $r$ , удовлетворяющего неравенству  $r > R$  (подробнее смотрите раздел 37). Вычисляя поток вектора  $\vec{E}$  сквозь сферу радиуса  $r$ , находим модуль напряжённости электростатического поля шара во внешнем пространстве

$$E(r) = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad (4.8)$$

где  $Q$  - заряд шара;

$r$  - расстояние от центра шара до точки пространства, в которой рассматривается электрическое поле;

знак «плюс» выбирается при условии  $Q > 0$ , знак «минус» - в противоположном случае.

Аналогично (4.8), потенциал электростатического поля шара во внешнем пространстве можно вычислить с помощью формулы (3.9), рассматривая при этом весь заряд шара как точечный, сосредоточенный в его центре:

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (4.9)$$

Используя формулы (4.6) и (4.9) и полагая  $r = R$ , можно найти ёмкость уединённого проводящего шара радиуса  $R$ :

$$C = 4\pi\epsilon_0 R. \quad (4.10)$$

В результате получаем **значение ёмкости Земли**  $C_{\text{Земли}} = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$ .

На практике обычно встречаются ёмкости, меньшие на несколько порядков. Поэтому в электротехнике для измерения ёмкости используются микрофарады и пикофарады ( $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$ ).

Измерения показывают, что **средняя напряжённость электростатического поля на поверхности Земли** равна  $E_{\text{Земли}} = 130 \text{ В/м}$ , при этом Земля заряжена отрицательно. Следовательно, согласно формуле (4.8), **суммарный электрический заряд Земли** приблизительно равен  $Q_{\text{Земли}} = -6 \cdot 10^5 \text{ Кл}$ .

Используя формулу (4.9), можно вычислить потенциал Земли при условии нормировки (3.6):

$$\varphi_{\text{Земли}} = -8,3 \cdot 10^8 \text{ В}. \quad (4.11)$$

Полученное значение потенциала используется при рассмотрении электрических полей на больших расстояниях от поверхности Земли. В то же время нужно помнить, что физический смысл имеет не сам потенциал, а разность потенциалов. Так как электрический потенциал является неоднозначной функцией, то можно использовать **условие нормировки**, аналогичное (3.6):

$$\varphi_{\text{Земли}} = 0. \quad (4.12)$$

В отличие от (3.6), условие нормировки (4.12) применяется при изучении электрических полей непосредственно вблизи поверхности Земли.

Большая ёмкость и хорошая электропроводность Земли позволяют осуществлять защиту человека от электрического разряда путем заземления корпусов электрооборудования. При этом корпуса приборов соединяются проводником с массивным металлическим предметом, закопанным в землю. Тогда электрические заряды, возникшие на корпусе прибора в результате неисправности, перераспределяются между корпусом и Землёй. Поскольку

ёмкость Земли является очень большой, то заряды переходят от корпуса прибора к Земле, в результате, согласно (4.12), корпуса всех электрических приборов и устройств при заземлении также будут иметь нулевой потенциал.

Если несколько проводников расположены достаточно близко друг к другу, и их нельзя считать удалёнными, то говорят, что проводники образуют систему. В этом случае потенциал  $\varphi_i$  и заряд  $Q_i$  любого проводника системы определяется соотношениями

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} Q_j, \quad Q_i = \sum_{j=1}^N C_{ij} \varphi_j, \quad (4.13)$$

где  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$  – **потенциальные коэффициенты**;

$C_{ij} = C_{ji}$  – **ёмкостные коэффициенты**;

$N$  – число проводников в системе;

суммирование производится по всем проводникам системы.

Эти коэффициенты обладают следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} &> 0 \quad \text{при } i = j, \\ \alpha_{ij} &\leq 0 \quad \text{при } i \neq j. \end{aligned} \quad (4.14)$$

При этом свойства  $C_{ij}$  являются такими же. Эти коэффициенты зависят только от геометрических характеристик проводников и от их взаимного расположения.

Соотношения (4.13) являются обобщением формулы (4.6) на случай системы проводников. Они показывают, что потенциал каждого проводника в системе зависит от зарядов всех проводников, поскольку они взаимодействуют.

Если к заряжённому проводнику приблизить другой проводник, несущий заряд противоположного знака, то потенциал каждого проводника уменьшится, поскольку проводники влияют друг на друга. В соответствии с формулой (4.6), ёмкость возрастёт по сравнению со случаем уединённого проводника. Ёмкость будет максимальной, если два проводника имеют одинаковые по величине, но противоположные по знаку заряды. Такая система проводников называется **конденсатором**, а сами проводники – **обкладками** конденсатора. Подбирая форму обкладок, можно добиться того, чтобы электрическое поле было в основном сосредоточено в пространстве между обкладками, так как линии напряжённости электростатического поля начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах.

Аналогично формуле (4.6), можно ввести в рассмотрение **ёмкость (ёмкость) конденсатора**:

$$C = \frac{Q}{U}, \quad (4.15)$$

где  $Q$  - заряд одной обкладки;

$U$  - напряжение на конденсаторе (разность потенциалов между обкладками).

Формула (4.15) означает, что напряжение между обкладками всегда пропорционально заряду обкладок.

Если применить формулы (4.13) и (4.14) к обкладкам конденсатора и вычислить напряжение между обкладками, то можно показать, что ёмкость конденсатора связана с потенциальными коэффициентами следующим образом:

$$C = (\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12})^{-1}. \quad (4.16)$$

Учитывая свойства потенциальных коэффициентов (4.14), получаем, что ёмкость конденсатора (4.16) всегда положительна:  $C > 0$ .

Если обкладки конденсатора имеют форму плоскостей, то конденсатор называется плоским. Электрическое поле внутри плоского конденсатора можно считать приблизительно однородным, если не учитывать ослабление поля вблизи краев обкладок. Точность такого приближения возрастает по мере увеличения площади обкладок и по мере уменьшения расстояния между обкладками. Напряженность поля внутри плоского конденсатора можно вычислить с помощью формулы (2.14). Согласно принципу суперпозиции, поля, создаваемые положительно заряженной и отрицательно заряженной обкладками, складываются. Учитывая направление этих полей, получаем, что снаружи плоского конденсатора суммарное электростатическое поле обращается в нуль. В то же время внутри плоского конденсатора поле усиливается в два раза по сравнению с полем одной заряженной плоскости. Поэтому, используя формулу (2.14), напряженность поля внутри плоского конденсатора можно записать в виде

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad (4.17)$$

где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора.

Тогда из соотношений (2.12), (3.8), (4.15) и (4.17) следует **формула для ёмкости плоского конденсатора**

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}, \quad (4.18)$$

где  $S$  - площадь обкладки;

$d$  - расстояние между обкладками.

Из формулы (4.18) следует, что электрическая постоянная  $\varepsilon_0$  имеет размерность Ф/м.

При **последовательном соединении нескольких конденсаторов** ёмкость всех конденсаторов определяется соотношением



$$\frac{1}{C} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k}, \quad (4.19)$$

где  $N$  - количество конденсаторов;

$C_k$  - емкость некоторого конденсатора.

При этом полное напряжение равно сумме напряжений на каждом конденсаторе, а заряды всех конденсаторов одинаковы и равны полному заряду.

В случае *параллельного соединения конденсаторов* ёмкость всех конденсаторов равна

$$C = \sum_{k=1}^N C_k, \quad (4.20)$$

при этом все конденсаторы находятся под одинаковым напряжением, а полный заряд равен сумме зарядов всех конденсаторов.

Репозиторий ГГУ им. Ф. Скоринны