

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины»

## **АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ**

Материалы V Республиканской  
научной конференции  
студентов, магистрантов и аспирантов

(Гомель, 21 апреля 2016 года)

В трёх частях

Часть 2

Электронное издание



Co-funded by the  
Tempus Programme  
of the European Union

Гомель  
ГГУ имени Ф. Скорины  
2016

**Актуальные вопросы физики и техники** [Электронный ресурс] : V Республиканская научная конференция студентов и аспирантов (Гомель, 21 апреля 2016 г.) : материалы : в 3 ч. Ч. 2. – Электрон. дан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2016. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: IBM-совместимый компьютер; Windows XP; ОЗУ 512 Мб; CD-ROM 8-х и выше. – Загл. с этикетки диска.

В материалах республиканской конференции рассматриваются актуальные общетеоретические и прикладные проблемы физики и техники.

Издание состоит из трёх частей. Во второй части опубликованы доклады и сообщения, в которых обсуждаются вопросы моделирования физических процессов, а также проблемы, посвященные методике преподавания физики в школе и вузе, в частности, особое внимание уделяется использованию мультимедийных и компьютерных технологий в обучении.

Статьи участников конференции размещены в алфавитном порядке по отдельным секциям.

Издание предназначено для студентов, учителей школ, гимназий, колледжей, преподавателей вузов.

УДК 530

**Редакционная коллегия:**

А. В. Рогачев (главный редактор),  
О. М. Демиденко, И. В. Семченко, С. А. Хахомов,  
А. Н. Сердюков, Ю. В. Никитюк,  
А. Н. Купо (ответственный секретарь),  
В. В. Андреев, Е. А. Дей, В. Д. Левчук, А. В. Воруев, В. Н. Мышковец,  
В. Е. Гайшун, Е. Б. Шершнев, Т. П. Желонкина

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

### ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

**Рогачев А. В.** – ректор УО «ГГУ имени Ф. Скорины», доктор химически наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси

### ЧЛЕНЫ ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА

**Хахомов С. А.** – первый проректор УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент

**Демиденко О. М.** – проректор по научной работе УО «ГГУ имени Ф. Скорины», д-р техн. наук, профессор

**Семченко И. В.** – проректор по учебной работе УО «ГГУ имени Ф. Скорины», д-р физ.-мат. наук, профессор

**Максименко Н. В.** – профессор кафедры теоретической физики УО «ГГУ имени Ф. Скорины», д-р физ.-мат. наук, профессор

**Никитюк Ю. В.** – проректор по воспитательной работе УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент

**Бойко А. А.** – проректор по научной работе ГГТУ им. П.О. Сухого, канд. физ.-мат. наук, доцент

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

### ПРЕДСЕДАТЕЛЬ

**Сердюков А. Н.** – профессор кафедры оптики УО «ГГУ имени Ф. Скорины», д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси

### ЗАМ. ПРЕДСЕДАТЕЛЯ

**Коваленко Д. Л.** – декан физического факультета УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент

### ЧЛЕНЫ ОРГКОМИТЕТА:

**Дерюжкова О. М.** – заместитель декана физического факультета УО «ГГУ имени Ф. Скорины» по научной работе, канд. физ.-мат. наук, доцент

**Самофалов А. Л.** – заместитель декана физического факультета УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент

**Алешкевич Н. А.** – заведующий кафедрой оптики УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент

- Андреев В. В.** – заведующий кафедрой теоретической физики УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент
- Левчук В. Д.** – заведующий кафедрой АСОИ УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. техн. наук, доцент
- Мышковец В. Н.** – заведующий кафедрой радиофизики и электроники УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. физ.-мат. наук, доцент
- Шершнев Е. Б.** – заведующий кафедрой общей физики УО «ГГУ имени Ф. Скорины», канд. техн. наук, доцент
- Бабич А. А.** – заведующий кафедрой «Высшая математика» ГГТУ им. П.О. Сухого, канд. физ.-мат. наук, доцент

#### ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

- Купо А.Н.** – заместитель декана физического факультета УО «ГГУ имени Ф. Скорины» по НИРС

### СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

#### 1. «Новые материалы и технологии»

**Председатели:**

Мышковец Виктор Николаевич, канд. физ.-мат. наук, доцент.  
Алешкевич Николай Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент.

#### 2. «Моделирование физических процессов»

**Председатели:**

Андреев Виктор Васильевич, канд. физ.-мат. наук, доцент.  
Дей Евгений Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент.

#### 3. «Автоматизация исследований»

**Председатели:**

Левчук Виктор Дмитриевич, канд. техн. наук, доцент.  
Воруев Андрей Валерьевич, канд. техн. наук, доцент.

#### 4. «Методика преподавания физики»

**Председатели:**

Шершнев Евгений Борисович, канд. техн. наук, доцент.  
Желонкина Тамара Петровна, старший преподаватель.

## ПОРЯДОК РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

21 апреля 2016 г.

9<sup>00</sup> – 11<sup>00</sup> – регистрация участников – корпус 5, фойе второго этажа (ул. Советская, 102).

11<sup>00</sup> – 12<sup>00</sup> – открытие конференции, пленарное заседание – корпус 4, ауд. 4-1 (ул. Советская, 102).

12<sup>00</sup> – 15<sup>00</sup> – работа секций.

### МЕСТА РАБОТЫ СЕКЦИЙ

1. **«Новые материалы и технологии»**  
Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 2-11.
2. **«Моделирование физических процессов»**  
Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 2-25.
3. **«Автоматизация исследований»**  
Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 4-16.
4. **«Методика преподавания физики»**  
Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 4-28.

### ПЛЕНАРНОЕ ЗАСЕДАНИЕ

1. **Рогачев А.В.** Ректор УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», член-корреспондент НАН Беларуси.

**Открытие конференции.**

2. **Коваленко Д.Л.** Декан физического факультета УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

**Наука на физическом факультете**

3. **Vitaly Levashenko, Elena Zaitseva.** Жилинский университет, Словакия

**CERES as platform for support of young researchers.**

**Miroslav Kvaššay.** Жилинский университет, Словакия

**Young researchers in informatics and their research activities.**

5. **Гришечкин Ю.А.** УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

**Определение резонансных состояний двухчастичных квантовых систем**

6. **Vyacheslav Kharchenko, Ievgen Babeshko, Andriy Kovalenko**  
RPC Radiy (Украина)

**Scientific Activities and Support of Young Researchers.**

## Секция 2. Моделирование физических процессов

### Председатели:

Андреев Виктор Васильевич, канд. физ.-мат. наук, доцент.

Дей Евгений Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент.

**R.I. Navitskaya** (BSU, Minsk)

Supervisor **I.V. Stashkevitch**, PhD, Associate Professor

### SIMULATION OF CAVITY DUMPING BY THE SECOND HARMONIC GENERATION

*Abstract.* This paper presents a method of cavity dumping by the second harmonic generation. A theoretical model of the process is proposed; the influence of the pump power and cavity losses on the output pulse shape is analyzed.

*Introduction.* The proposed method of cavity dumping by the second harmonic generation enables one to produce highly coherent pulse-periodic radiation of the enhanced power.

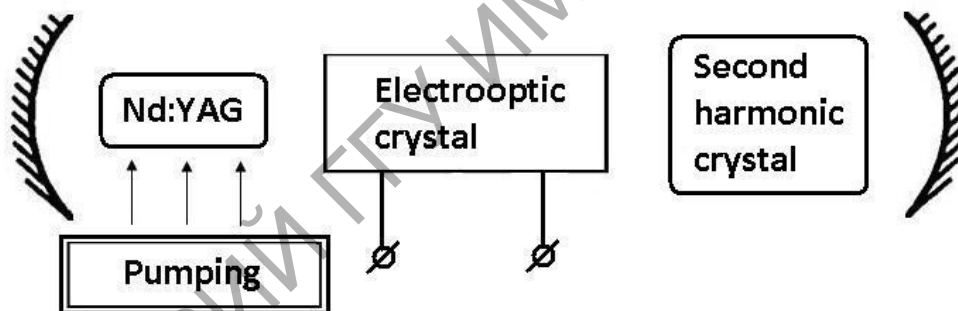


Figure 1 – Setup scheme

The setup (Fig. 1) has two working modes. In the first mode the second harmonic is not generated, and all radiation is confined in the cavity as reflectivity of the mirrors is 1 for the first harmonic. When the intensity of radiation in the cavity reaches its steady-state value, the voltage is applied to the electrooptic crystal and some part of energy transforms into the second harmonic. One of the cavity mirrors is made almost transparent for the second harmonic radiation to form a collimated laser beam outside the cavity.

*Calculations.* It is assumed that operation of the setup with a Nd:YAG laser crystal is realized according to the standard 4-level scheme, the fundamental frequency corresponding to the wavelength  $1.064\mu\text{m}$ . The calculations were performed using a point model of the laser [1], the calculation parameters were corresponding to those of a real DPSS laser.

The calculations were performed in two steps in line with the two sequential modes. At the first step we obtain values for the parameters after the continuous generation mode is attained, assuming the mirror reflectivity  $\rho=1$ . The second step involves the second harmonic generation. It is assumed that the second harmonic intensity  $I_2$  has a quadratic dependence on the intensity  $I_1$  of the fundamental-mode radiation. A decrease of the fundamental frequency intensity due to the transformation of the radiation into the second harmonic was included in the dependence of the exit mirror reflectivity on the  $I_1$ .

*Results.* Using this model, we can define the output radiation intensity  $I_2$  as a function of time (Fig. 2) and also the pulse length. The pump power  $P$  determines the pulse shape: the intensity profile becomes sharper as the pump power is growing, maximal value of the intensity increases considerably.

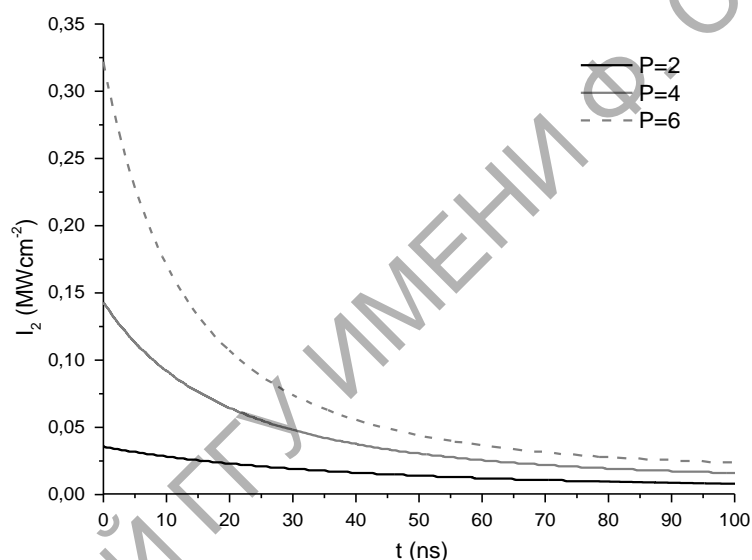


Figure 2 – Intensity of second harmonic radiation for different values of pump power ( $\gamma = 0.003$ )

Pulse duration corresponding to the half-width of the intensity curve decreases with  $P$  and reaches  $\sim 6$  ns at  $P = 10$  W. The coefficient of inactive losses of energy in the cavity  $\gamma$  also affects the parameters of the output laser beam. So, the pulse duration decreases almost linearly with  $\gamma$ ,  $T_{\min}$  is  $\sim 4$  ns at  $\gamma = 0.001$  ( $P = 6$  W).

*Conclusion.* The method of cavity dumping by second harmonic generation enables one to obtain short pulses of collimated radiation outside the cavity. Under the best conditions the duration of pulses is about 5-10 ns. The described setup may be operated in both of the modes considered.

## References

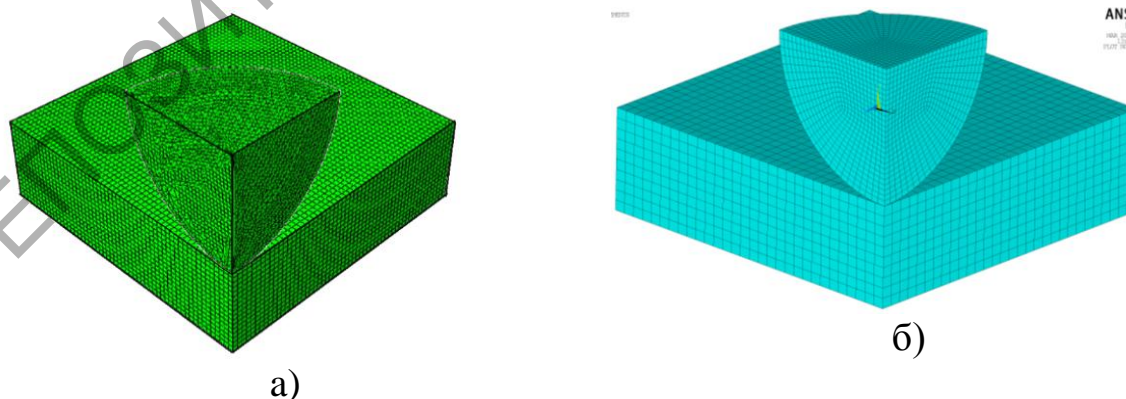
1. Храмов, В. Ю. Расчет элементов лазерных систем для информационных и технологических комплексов – СПб: СПбГУ ИТМО 2008.

## РЕШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММ ANSYS И ABAQUS

В настоящее время для решения большого числа инженерных задач находит применение метод конечных элементов [1]. Суть его состоит в аппроксимации сплошной среды, имеющей бесконечно большое число степеней свободы, совокупностью элементов (подобластей) с конечным числом степеней свободы. Практическая реализация метода осуществлена в таких программных продуктах, как ANSYS, ABAQUS, NAS-TRAN, DSMFEM и др. Для решения контактных задач наибольшее применение находят программные комплексы ANSYS и ABAQUS.

Целью представленной работы является сравнение результатов расчетов в ANSYS и ABAQUS напряженно-деформированного состояния (НДС), наблюдающегося при взаимодействии упругого сферического индентора с упругим основанием. Необходимость такого анализа связана с установлением причин существенного различия результатов, получаемых с помощью разных программных средств.

Нами рассматривалось вдавливание сферического металлического индентора диаметром 6 мм в деформируемое основание, имеющее форму прямоугольного параллелепипеда. Материал индентора считался линейно-упругим, изотропным, с модулем упругости  $E_{и} = 2 \cdot 10^{11}$  Па и коэффициентом Пуассона  $\nu_{и} = 0,3$ . Материал основания имел модуль упругости  $E_{о} = 5 \cdot 10^8$  Па и коэффициент Пуассона  $\nu_{о} = 0,3$ . С учетом того, что рассматриваемая система имеет две плоскости симметрии, решение контактной задачи выполнено для одной четверти конструкции, представленной на рисунке 1.



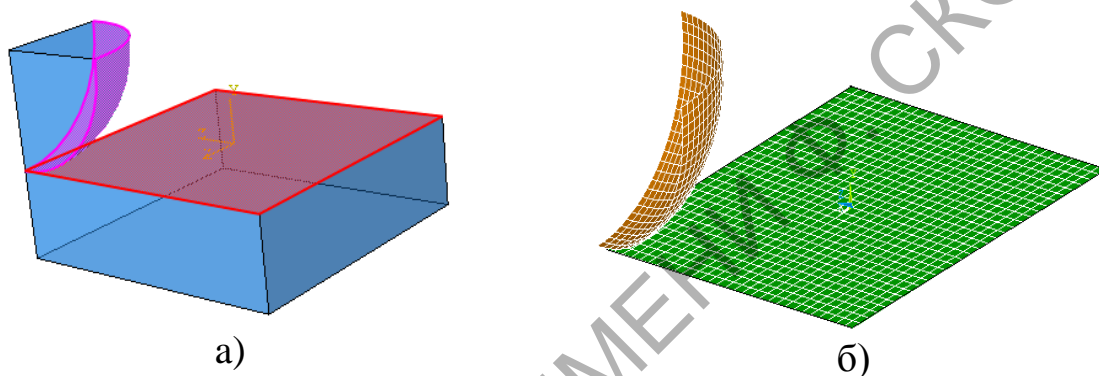
а – в среде программы ABAQUS; б – в программе ANSYS

Рисунок 1 – Конечноэлементные модели рассматриваемой системы



При создании конечноэлементной модели в среде программного комплекса ANSYS использован восьмиузловой конечный элемент SOLID65. Общее число элементов модели оказалось равным 22009, число узлов – 27426. При расчете НДС в программном комплексе ABAQUS применен восьмиузловой конечный элемент C3D8, который использует линейную интерполяцию в каждом направлении и представляет собой элемент первого порядка. Общее число элементов модели оказалось равным 91336, число узлов – 121145.

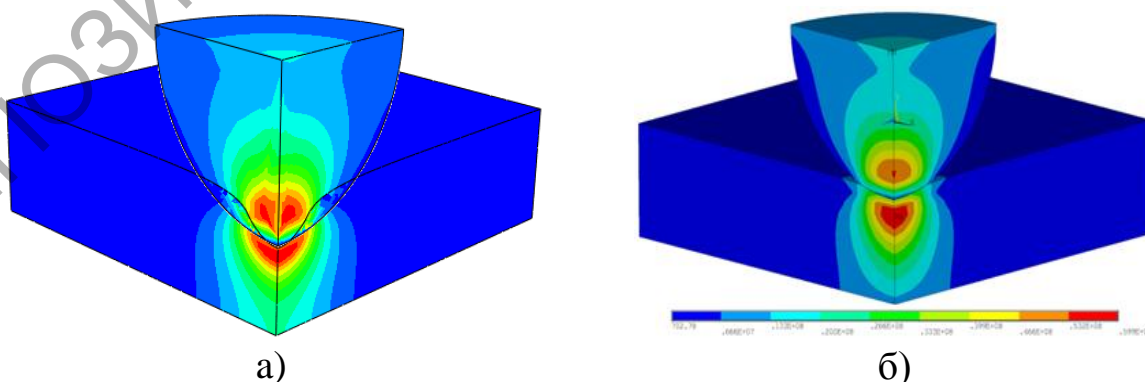
При создании контактной пары в обоих случаях использован контакт типа «поверхность–поверхность». Полученные модели контактных пар представлены на рисунке 2.



а – в среде программы ABAQUS; б – в программе ANSYS

Рисунок 2 – Модели контактной пары

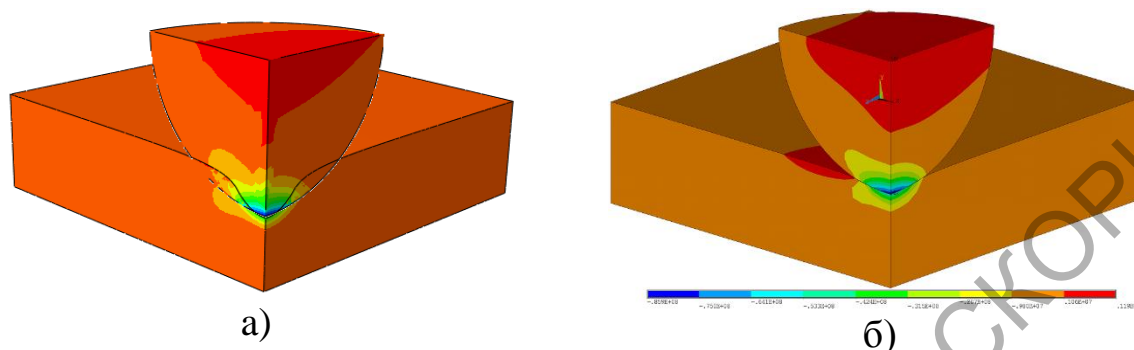
На рисунке 3 представлены схемы распределения эквивалентных напряжений в элементах системы под действием равномерно распределенного давления 5 МПа, приложенного к верхней грани модели индентора. В ходе расчета установлено, что максимальные напряжения в основании при расчете в ANSYS составляют 60 МПа, а в ABAQUS – около 62 МПа.



а – в среде программы ABAQUS; б – в программе ANSYS

Рисунок 3 – Эквивалентные напряжения:

Также весьма похожими оказались и составляющие полного напряжения. Например, результаты нахождения максимального напряжения по оси  $X$  оказались при расчете равными в ABAQUS 12 МПа, а в ANSYS – 11,8 МПа. На рисунке 4 приведены схемы распределения указанных напряжений по объему индентора и основания.



а – в среде программы ABAQUS; б – в программе ANSYS  
Рисунке 4 – Нормальные напряжения по оси  $X$

Время расчетов в ABAQUS оказалось почти в два раза меньшим, чем при расчете в ANSYS, несмотря на значительно большее количество элементов модели.

Отметим, что достаточно близкие результаты расчетов напряжений удалось получить только после того, как геометрическая модель, построенная в ANSYS, была экспортирована в ABAQUS. При расчетах в соответствии с геометрической моделью, построенной средствами ABAQUS, максимальные напряжения в конструкции оказались большими почти в два раза. Как оказалось, причиной этого является незначительное отклонение формы сферы в месте первоначального контакта с основанием.

Таким образом, выполненный анализ показал, что с целью экономии времени при решении контактных задач целесообразно использовать программный комплекс ABAQUS. Однако, учитывая недостаточную точность построения тел с угловыми точками, с целью получения адекватных результатов необходимо при расчетах использовать геометрические модели, выполненные в иных программах.

### Литература

1. Шимановский, А.О. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики / А.О. Шимановский, А.В. Путьто. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 61 с.

## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА ВАРИАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

*Введение.* Одной из интересных в практическом смысле задач квантовой механики является решение уравнения Шрёдингера

$$H\Phi_n = \left[ \frac{k^2}{2\mu} + V(|\mathbf{r}|) \right] \Phi_n = E_n \Phi_n, \quad (1)$$

с потенциалом вида

$$V(|\mathbf{r}|) = r^p e^{-\mu r}, \quad (p \dots -1). \quad (2)$$

Решать точно уравнение (1) с потенциалом (2) не представляется возможным.

Наиболее распространенным способом решения уравнения (1) является вариационный метод. В этом подходе решение уравнения (1) сводится к задаче на собственные значения

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \langle \Psi_k | H | \Psi_k \rangle \equiv \langle H \rangle_{k,k'} = E a_k, \quad (3)$$

с использованием разложения исходной волновой функции (ВФ)  $\Phi$  по некоторому полному набору состояний «пробных» ВФ  $\Psi$

$$\Phi = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \Psi_k. \quad (4)$$

Для приближенного решения уравнения ряд (4) обрывают на некотором значении  $n-1$  и получают задачу на собственные значения

$$\sum_{k=0}^{n-1} a_k \langle \Psi_k | \hat{H} | \Psi_k \rangle = \hat{E}_n a_k, \quad (5)$$

для матрицы  $\langle H \rangle_{n,n}$ . При этом, согласно вариационной технике Рэлея-Ритца для спектра с  $E_0 \leq E_1 \leq \dots$ , выполняется условие  $E_k \leq \hat{E}_k, k = 0, \dots, n-1$ . Другими словами решение системы уравнений (5) позволяет найти верхние границы  $E_n$  для (1).

Элементы матрицы  $\langle \Psi_n | \hat{H} | \Psi_n \rangle = \langle H \rangle_{n,n}$ , после вычисления угловой части с помощью пробных ВФ

$$\Psi_{n,\ell m}(r) = \psi_{n\ell}(r) Y_{\ell m}(\Omega_r), \quad \Psi_{n,\ell m}(k) = \psi_{n\ell}(k) Y_{\ell m}(\Omega_k) \quad (6)$$

представляют интегралы вида

$$\begin{aligned} \langle H \rangle_{n,n'} &= \int_0^\infty \psi_{n\ell}^*(\mathbf{k}) \frac{k^2}{2\mu} \psi_{n'\ell}(\mathbf{k}) k^2 dk + \\ &+ \int_0^\infty \psi_{n\ell}^*(r) V(r) \psi_{n'\ell}(r) r^2 dr, \quad r = |\mathbf{r}|, k = |\mathbf{k}|. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\psi_{n\ell}^*(\mathbf{k})$  фурье-образ ВФ  $\psi_{n\ell}^*(r)$ . Очевидно, что наиболее точного решения уравнения (1) необходимы матричные элементы с большими  $n$  и  $n'$ .

В качестве пробной ВФ очень часто используют функцию псевдокулоновского типа

$$\psi_{n\ell}^C(r, \beta) = N_{n\ell}^C (2\beta)^{3/2} (2\beta r)^\ell e^{-\beta r} L_n^{2\ell+2}(2\beta r), \quad N_{n\ell}^C = \sqrt{\frac{n!}{(n+2\ell+2)!}}. \quad (8)$$

В соотношении (8)  $L_n^\ell(z)$ -полиномы Лагерра; числа  $n, \ell \geq 0$ .

Таким образом, возникает задача вычисления элементов матрицы  $\langle H \rangle_{n,n'}$ . Элемент матрицы  $\langle H \rangle_{n,n'}$ , как следует из (7), представляет сумму двух интегралов. Если первый интеграл рассчитать аналитически несложно, то вычисление второго интеграла представляет собой нетривиальную задачу.

Для более точного решения и уменьшения временных затрат при получении собственных значений, необходимо рассчитать этот интеграл аналитически. Аналитический расчет интеграла

$$\int_0^\infty \psi_{n\ell}^*(r) V(r) \psi_{n'\ell}(r) r^2 dr, \quad r = |\mathbf{r}|, k = |\mathbf{k}| \quad (9)$$

с пробными ВФ (8) и с  $V(r) = r^p e^{-\mu r}$  является целью данной работы.

*Расчет  $\langle V \rangle_{n,n'}$ .* Для пробных ВФ псевдокулоновского типа (8)

потенциальная часть уравнения (7) с  $V(r) = r^p e^{-\mu r}$  запишется в виде

$$\begin{aligned} \langle r^p e^{-\mu r} \rangle_{n,n} &= \int_0^\infty \psi_{n\ell}^C(r, \beta) r^p e^{-\mu r} \psi_{n\ell}^C(r, \beta) r^2 dr = \\ &= N_{n\ell}^C N_{n\ell}^C (2\beta)^{2\ell+3} \int_0^\infty dr r^{2\ell+2+p} e^{-2\beta r} e^{-\mu r} L_n^{2\ell+2}(2\beta r) L_n^{2\ell+2}(2\beta r) \end{aligned} \quad (10)$$

После замены переменных  $z = 2\beta r$ ,  $\mu = \mu / 2\beta$  приходим к выражению

$$\langle r^p e^{-\mu r} \rangle_{n,n'} = \frac{N_{n\ell}^C N_{n'\ell}^C}{(2\beta)^p} \int_0^\infty dz z^{2\ell+2+p} e^{-z} e^{-\mu z} L_n^{2\ell+2}(z) L_{n'}^{2\ell+2}(z). \quad (11)$$

Далее используя соотношение Чу-Вандермонде (Chu-Vandermonde) [1],

$$L_{n-1}^\alpha(z) = \sum_{j=1}^n \frac{(\alpha - \beta)_{n-j}}{(n-j)!} L_{j-1}^\beta(z), \quad (12)$$

где  $(z)_N$ -символ Похгаммера с параметрами

$$\alpha = 2\ell + 2, \quad \beta = 2\ell + 2 + p \quad (13)$$

и интеграл вида (см. [1])

$$\int_0^\infty dz z^\beta e^{-bz} L_n^\beta(\lambda z) L_m^\beta(\gamma z) = \frac{\Gamma(m+n+\beta+1)(b-\lambda)^n (b-\gamma)^m}{m!n! b^{m+n+\beta+1}} \times \\ \times F\left[-m, -n; -m-n-\beta; \frac{b(b-\lambda-\gamma)}{(b-\lambda)(b-\gamma)}\right], \quad (14)$$

получаем общее соотношение для интеграла (10)

$$\langle r^p e^{-\mu r} \rangle_{n,n'} = \frac{1}{(2\beta)^p} \sqrt{\frac{n!n'}{(n'+2\ell+2)!(n+2\ell+2)!}} \times \\ \times \sum_{j=1}^{n+1} \sum_{i=1}^{n'+1} \frac{(-p)_{n+1-j} (-p)_{n'+1-i} \Gamma(i+j+\beta)}{(n+1-j)!(n'+1-i)!(j-1)!(i-1)!} \frac{(b-1)^{j-1} (b-1)^{i-1}}{b^{i+j+\beta-1}} \times \\ \times F\left[-j+1, -i+1; -j-i-\beta+2; \frac{b(b-2)}{(b-1)^2}\right], \quad n \leq n'. \quad (15)$$

Формула (15) обобщает соотношения работы [2], где вычисления были проведены для частных случаев с  $p = -1$  и  $p = 1$ .

Часть, связанная с кинетической энергией, также может быть вычислена аналитически.

$$\langle k^2 \rangle_{n,n'} = \beta^2 \frac{\sqrt{n!}}{\sqrt{n'}} \left( \frac{\sqrt{(n+2\ell+2)!}}{\sqrt{(n'+2\ell+2)!}} \right) \left( 2 + \frac{4n}{2\ell+3} - \delta_{n,n'} \right). \quad (16)$$

**Заключение.** В работе получены аналитические формулы для интегралов с пробными волновыми функциями псевдокулоновского типа, которые необходимы для решения уравнения Шредингера с потенциалом  $V(r) = r^p e^{-\mu r}$  ( $p \geq -1$ ) вариационным методом.

### Литература

1. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – 4-е переработанное. – Москва: Гос.изд-во физ.-мат. литературы, 1963. – 1110 с.

2. Fulcher, L.P. Energies of quark – anti-quark systems, the Cornell potential, and the spinless Salpeter equation / L. P. Fulcher, Z. Chen, K.C. Yeong // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D47. – P. 4122 – 4132 s.

**А.В. Бужан** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## ТЕОРЕМА ГАУССА И ЗАРЯДЫ НА ПОВЕРХНОСТИ

Теорема Гаусса в электростатике является простым и действенным способом для нахождения напряжённости поля, создаваемого системой симметрично распределённых зарядов. Однако, для нахождения поля, создаваемого такими зарядами, находящимися на некоторой поверхности, в точке, принадлежащей этой поверхности, теорема Гаусса неприменима, так как не ясным остаётся вопрос: принадлежат ли заряды на выделенной поверхности к объёму, ограниченному этой поверхностью? Для поиска правильного варианта ответа проведём прямой (то есть без использования теоремы Гаусса) расчет напряжённости поля, создаваемого бесконечно тонкой равномерно заряженной с поверхностной плотностью  $\sigma$  сферой радиуса  $R$ , в различных точках: (а) вне сферы; (б) внутри сферы; (в) на самой сфере.

а) Пусть точка  $A$  находится на расстоянии  $r > R$  от центра сферы  $O$  (см рисунок 1). Для нахождения напряжённости  $\vec{E}(r)$ , введём сферическую систему координат, с центром в точке  $O$  и осью  $Oz$ , проходящей через точку  $A$ . Рассмотрим кольцо на сфере, для которого полярный угол принадлежит промежутку  $[\theta; \theta + d\theta]$ .

Заряд такого кольца равен:

$$dQ = \sigma dS = 2\pi\sigma R^2 \sin\theta d\theta. \quad (1)$$

Напряжённость поля, создаваемого таким кольцом, любая точка которого находится на одинаковом (равном  $l$ ) расстоянии от точки  $A$  (рисунок 2), направлена вдоль оси  $Oz$  и по величине равна:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dQ}{l^2} \cos\alpha. \quad (2)$$

Выражения для  $l$  и  $\cos\alpha$  найдём с помощью теоремы косинусов:

$$l^2 = r^2 + R^2 - 2Rr \cos\theta, \quad R^2 = r^2 + l^2 - 2rl \cos\alpha. \quad (3)$$

Подставив в (2)  $l$  и  $\cos\alpha$  из (3) и  $dQ$  из (1), получим:

$$dE = \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma R^2 \sin \theta d\theta}{l^3} l \cos \alpha = \frac{\sigma R^2 (r - R \cos \theta)}{2\varepsilon_0 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} \sin \theta d\theta. \quad (4)$$

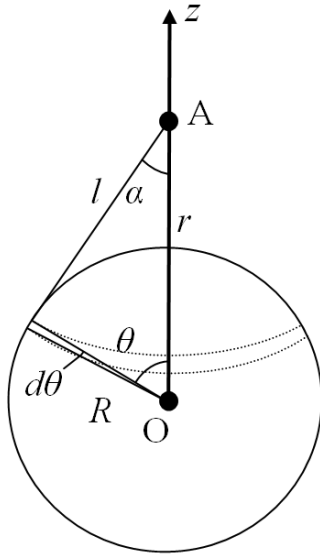


Рисунок 1 – Напряжённость поля вне сферы

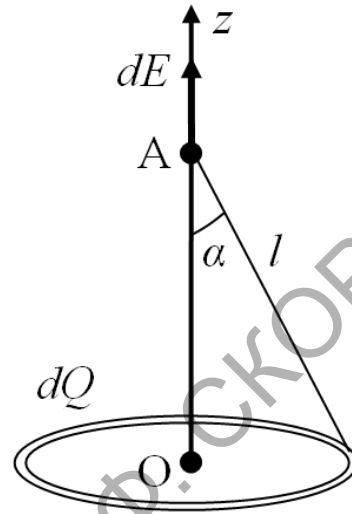


Рисунок 2 – Напряжённость поля выделенного кольца

Для нахождения результирующей напряжённости, проинтегрируем выражение (4) в пределах от  $\theta = 0$  до  $\theta = \pi$  или по  $\cos(\theta)$  от 1 до -1:

$$E(r) = \int_0^\pi \frac{\sigma R^2 (r - R \cos \theta)}{2\varepsilon_0 (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} \sin \theta d\theta = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_1^{-1} \frac{R^2 (R \cos \theta - r)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} d \cos \theta.$$

Перейдём к переменной интегрирования  $l^{-1} = (r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{-\frac{1}{2}}$ , которая изменяется от  $|r - R|^{-1}$  до  $(r + R)^{-1}$ :

$$\begin{aligned} E(r) &= \frac{\sigma}{4\varepsilon_0} \int_{(r-R)^{-1}}^{(r+R)^{-1}} \frac{R(r - R \cos \theta)}{(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{\frac{3}{2}}} d(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta) = \\ &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_{(r+R)^{-1}}^{|r-R|^{-1}} \frac{R(r - R \cos \theta)}{r} d(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Заменив  $(r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta)^{-\frac{1}{2}}$  на  $l^{-1}$  и проинтегрировав, получим

$$E(r) = \frac{\sigma R}{4\varepsilon_0 r^2} \int_{(r+R)^{-1}}^{|r-R|^{-1}} \left[ (l^{-1})^{-2} + (r^2 - R^2) \right] dl^{-1} = \frac{\sigma R^2}{2\varepsilon_0 r^2} \left( 1 + \frac{(r - R)}{|r - R|} \right). \quad (5)$$

При выполнении в выражении (5) условия  $r > R$ , имеем

$$E(r) = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma R^2}{r^2}. \quad (6)$$

Если полный заряд сферы равен  $Q$ , то с учётом того, что:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \quad (6a)$$

получим привычную формулу для расчета напряжённости на расстоянии  $r$  от центра сферы:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

б) Пусть точка  $A$  находится на расстоянии  $r < R$  от центра сферы  $O$  (Рисунок 3). Для нахождения напряжённости  $\vec{E}(r)$  последовательность действий будет такой же, как и в пункте а), поскольку формулы (1)–(4) справедливы и в этом случае, значит, выражение (5) также будет справедливо. Однако, при имеем:

$$1 + \frac{(r - R)}{|r - R|} = 0. \quad (7)$$

Это означает, что при  $r < R$  напряжённость электрического поля  $E(r) = 0$ , что вновь согласуется с теоремой Гаусса.

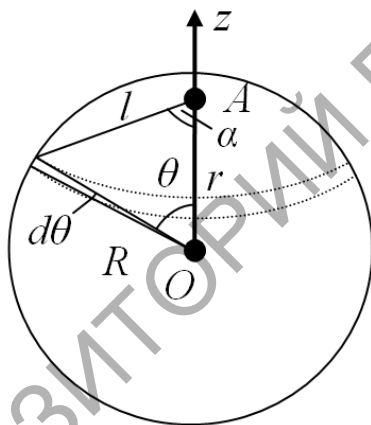


Рисунок 3 – Напряжённость поля внутри сферы

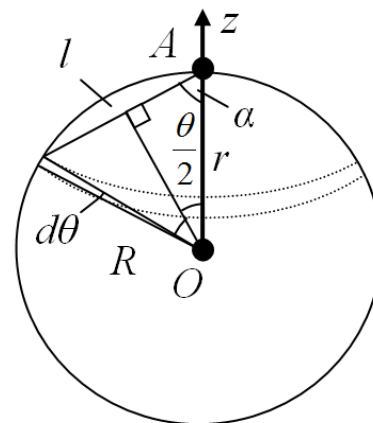


Рисунок 4 – Напряжённость поля на поверхности сферы

в) Пусть теперь точка  $A$  находится на расстоянии  $r = R$  от центра сферы  $O$  (Рисунок 4). Для нахождения напряжённости  $\vec{E}(R)$ , сделаем аналогичные пункту а) действия. Введём сферическую систему координат, с центром в точке  $O$  и осью  $Oz$ , проходящей через точку  $A$ . Опять, рассмотрим кольцо на сфере, для которого полярный угол принадлежит промежутку  $[\theta; \theta + d\theta]$ .



Выражения (1) и (2), разумеется, не изменятся, что же касается формул (3), то условие  $r = R$  позволяет записать очевидные из рисунка 4 выражения для  $l$  и  $\cos\alpha$ :

$$l = 2R \sin \frac{\theta}{2}, \quad \cos \alpha = \frac{l}{2R} = \sin \frac{\theta}{2}. \quad (8)$$

На основе (1), (8) и (2) получим

$$dE = \frac{\sigma}{8\varepsilon_0} \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \sin \theta d\theta = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0} \cos \frac{\theta}{2} d\theta. \quad (9)$$

Для нахождения результирующей напряжённости, проинтегрируем выражение (9) в пределах от  $\theta=0$  до  $\theta=\pi$ :

$$E(R) = \frac{\sigma}{8\varepsilon_0} \int_0^\pi \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \sin \theta d\theta = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_0^\pi d \sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (10)$$

Учитывая, (6а) получим, что модуль напряжённости поля на поверхности сферы равен половине модуля напряжённости поля вблизи внешней поверхности сферы:

$$E(R) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}.$$

Таким образом, напряжённость электрического поля равномерно заряженной сферы равна:

$$E(r) = \begin{cases} 0, & r < R; \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, & r = R; \\ \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{R^2}{r^2}, & r > R. \end{cases} \quad (11)$$

Отметим, что некоторые авторы [1–3] приводят другой ответ, отличающийся от (11) при  $r = R$  отсутствием множителя  $\frac{1}{2}$ .

Аналогично проделанному, можно рассчитать поле, создаваемое равномерно заряженной бесконечно длинной цилиндрической поверхностью, ответ в такой задаче аналогичен (11). Эти примеры с очевидностью ставят задачу уточнения доказательства теоремы Гаусса, включающего рассмотрение зарядов на поверхности.

## Литература

- 1.Макаренко, Г.М. Электростатика. Постоянный ток. Магнитное поле. Часть 2 – Новополоцк : ПГУ, 2008. стр. 14.
- 2.Миролюбов, Н.Н., Костейко, М.В. Левинштейн, М.В., Тиходеев Н.Н. Методы расчета электростатических полей. М.: Высшая школа, 1963. – 41 с.
- 3.Савельев, И.В. Курс общей физики. Том 2. Электричество. М. : Наука, 1970. – 33 с.

**О.Н. Вечорко** (УО «БрГУ им. А.С. Пушкина», Брест)  
Науч. рук. **В.А. Плетюхов**, д-р физ.-мат. наук, профессор

### К ТЕОРИИ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 3/2

Одним из распространенных и общих способов описания элементарных частиц в релятивистской квантовой механике является теория релятивистских волновых уравнений (РВУ) первого порядка. Данная теория исходит из того, что описание свободного микрообъекта с ненулевой массой и заданным значением спина может быть осуществлено посредством матрично-дифференциального уравнения

$$(\tilde{A}_\mu \partial_\mu + m)\psi(x_\mu) = 0, \quad (\mu = 1, 2, 3, 4), \quad (1)$$

где  $\psi$  – многокомпонентная волновая функция, преобразующаяся по некоторому набору неприводимых зацепляющихся представлений группы Лоренца;  $\Gamma_\mu$  – квадратные матрицы соответствующей размерности.

В стандартном подходе теории РВУ, основы которой были заложены Дираком, Фирцем и Паули, при построении уравнения для частицы с данным спином используется минимально необходимый набор неприводимых представлений. Так, в случае спина  $S = 3/2$ , берется набор  $(0, 1/2) \oplus (1/2, 0) \oplus (1/2, 1) \oplus (1, 1/2)$ , который образует так называемую схему зацеплений

$$\begin{array}{ccc} (1/2, 0) & \text{---} & (1, 1/2) \\ | & & | \\ (0, 1/2) & \text{---} & (1/2, 1) \end{array} \quad (2)$$

В результате получается хорошо известное уравнение Фирца–Паули [1].

РВУ указанного типа содержат только одну внутреннюю характеристику микрочастицы – её спин. Для описания же других внутренних

степеней свободы и внутренней структуры микрообъектов необходимо использовать уравнения с расширенным набором представлений группы Лоренца, включая кратные [2]. С учетом сказанного рассмотрим схему зацеплений

$$\begin{array}{ccccc} (1/2, 0) & \text{---} & (1, 1/2) & \text{---} & (1/2, 0)' \\ | & & | & & | \\ (0, 1/2) & \text{---} & (1/2, 1) & \text{---} & (0, 1/2)' \end{array} \quad (3)$$

которая получается путем добавления к (2) кратного биспинорного представления  $(0, 1/2)' \text{---} (1/2, 0)'$ . Исследование схемы (3) на предмет возможности построения на её основе РВУ для спина  $S = 3/2$ , неэквивалентного уравнению Фирца–Паули, будем проводить, используя подход Гельфанда–Яглома [3].

Спиновые блоки  $C^{1/2}$ ,  $C^{3/2}$  матрицы

$$\tilde{A}_4 = (C^{1/2} \oplus I_2) \oplus (C^{3/2} \oplus I_4) \quad (4)$$

в базисе Гельфанда–Яглома имеют вид

$$C^{1/2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & c_{14}^{1/2} & 0 & c_{16}^{1/2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{25}^{1/2} & c_{26}^{1/2} \\ 0 & 0 & 0 & c_{34}^{1/2} & c_{35}^{1/2} & c_{36}^{1/2} \\ c_{41}^{1/2} & 0 & c_{43}^{1/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{52}^{1/2} & c_{53}^{1/2} & 0 & 0 & 0 \\ c_{61}^{1/2} & c_{62}^{1/2} & c_{63}^{1/2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C^{3/2} = \begin{pmatrix} 0 & c_{36}^{3/2} \\ c_{63}^{3/2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где использована нумерация неприводимых представлений

$$(0, 1/2) \sim 1, (0, 1/2)' \sim 2, (1, 1/2) \sim 3, (1/2, 0) \sim 4, (1/2, 0)' \sim 5, (1/2, 1) \sim 6. \quad (6)$$

Требование релятивистской инвариантности РВУ (1) приводит к условиям [3]

$$c_{36}^{3/2} = 2c_{36}^{1/2}, \quad c_{63}^{3/2} = 2c_{63}^{1/2}. \quad (7)$$

Инвариантность относительно пространственных отражений дает

$$\begin{array}{l} c_{14}^{1/2} = c_{41}^{1/2}, \quad c_{25}^{1/2} = c_{52}^{1/2}, \quad c_{16}^{1/2} = c_{43}^{1/2}, \quad c_{26}^{1/2} = c_{53}^{1/2}, \\ c_{34}^{1/2} = c_{61}^{1/2}, \quad c_{35}^{1/2} = c_{62}^{1/2}, \quad c_{36}^{1/2} = c_{63}^{1/2}, \quad c_{36}^{3/2} = c_{63}^{3/2}. \end{array} \quad (8)$$

Возможность лагранжевой формулировки теории приводит к ограничениям  $c_{14}^{1/2}, c_{25}^{1/2}, c_{36}^{1/2}$  – вещественное (9),

$$c_{34}^{1/2} = \frac{\eta_{63}^{1/2}}{\eta_{14}^{1/2}} (c_{16}^{1/2})^*, \quad c_{35}^{1/2} = \frac{\eta_{63}^{1/2}}{\eta_{25}^{1/2}} (c_{26}^{1/2})^*. \quad (10)$$

Поскольку нас интересует спин  $3/2$ , не уменьшая общности, положим  $c_{36}^{3/2} = c_{63}^{3/2} = 1$ . (11)

При таком выборе собственные значения блока  $C^{3/2}$  получаются равными  $\pm 1$ . Условия (7)–(11) приводят к блокам  $C^{1/2}$ ,  $C^{3/2}$  вида

$$C^{1/2} = \begin{pmatrix} 0 & C \\ C & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & c_3 \\ 0 & c_2 & c_4 \\ f_1 c_3^* & f_2 c_4^* & 1/2 \end{pmatrix}, \quad C^{3/2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

Для исключения состояний частицы со спином  $1/2$  надо, чтобы все собственные значения блока  $C^{1/2}$  были равными нулю. Это требование приводит к условиям:

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 + 1/2 = 0; \quad c_1/2 + c_2/2 + c_1 c_2 - f_1 |c_3|^2 - f_2 |c_4|^2 = 0; \\ -c_1 c_2/2 + f_1 c_2 |c_3|^4 + f_2 c_1 |c_4|^2 = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь числа  $f_1, f_2$  независимо друг от друга могут принимать значения  $\pm 1$ .

Рассмотрим случай, когда

$$f_1 = -1, \quad f_2 = -1. \quad (14)$$

Из уравнения (13) тогда получается

$$c_2 = -c_1 - 1/2, \quad |c_3|^2 = c_1^3 / (2c_1 + 1/2), \quad |c_4|^2 = 1/4 + c_1(c_1 + 1/2) - c_1^3 / (2c_1 + 1/2).$$

Отсюда следует, что на свободный вещественный параметр  $c_1$  накладываются ограничения, обусловленные неравенствами

$$1/4 + c_1(c_1 + 1/2) > c_1^3 / (2c_1 + 1/2) > 0. \quad (15)$$

Неравенствам (15) можно удовлетворить множеством способов. Возьмем например,  $c_1 = 1/2$ . Числа  $c_2, |c_3|, |c_4|$  при этом принимают значения

$$c_2 = -1, \quad |c_3| = 1/2\sqrt{3}, \quad |c_4| = \sqrt{2/3}. \quad (16)$$

Выбирая числа  $c_3, c_4$  вещественными и положительными, получаем следующий явный вид спинового блока  $C^{1/2}$ :

$$C^{1/2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \sqrt{2/3} \\ 0 & 0 & 0 & -1/2\sqrt{3} & -\sqrt{2/3} & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \sqrt{2/3} & 0 & 0 & 0 \\ -1/2\sqrt{3} & -\sqrt{2/3} & 1/2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Как уже отмечалось, задание блока  $C^{1/2}$  в виде (17) не является единственно возможным. Здесь, во-первых, существует определенный произвол в выборе параметра  $c_1$ , и, во-вторых, при фиксированном  $c_1$  остается неоднозначность в выборе чисел  $c_3, c_4$ . Однако, во всех случаях минимальные полиномы для спиновых блоков  $C^{1/2}, C^{3/2}$  и матрицы  $\Gamma_4$  имеют один и тот же вид:

$$(C^{1/2})^3 = 0, \quad (C^{3/2})^2 - 1 = 0, \quad \Gamma_4^3 (\Gamma_4^2 - 1) = 0, \quad (18)$$

что, с одной стороны, свидетельствует об унитарной эквивалентности всех таких РВУ, а с другой, об их неэквивалентности уравнению Фирца–Паули.

Итак, мы показали, что на основе схемы зацеплений (3) можно получить РВУ для спина 3/2, отличающееся от общеизвестного уравнения Фирца–Паули. Матрица  $\Gamma_4$  и спиновые блоки этого РВУ имеют в базе Гельфанда–Яглома соответственно вид (4), (12), (17).

### Литература

1. Fierz, M. Über relativistische Feldgleichungen von Teilchen mit beliebigem Spin im elektromagnetischen Feld / M. Fierz, W. Pauli // Helv. Phys. Acta – 1939. – Bd. 12. – S. 297–300.

2. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск: Беларуская навука, 2015. – 326 с.

3. Гельфанд, И. М. Общие релятивистские инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца / И. М. Гельфанд, А. М. Яглом // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18. – Вып. 8. – С. 703–733.

**Д.В. Гетиков, Е.С. Абрамов, Д.В. Дервянко**

(УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **Е.И. Сукач**, канд. техн. наук, доцент

## **ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ ПОТОКОВЫХ СИСТЕМ ОГРАНИЧЕННОЙ РАЗМЕРНОСТИ**

Существует ряд задач, решение которых предполагает оптимизацию потоковых систем (ПС) в соответствии с заданным критерием. Среди них можно выделить две «классические» задачи – определение максимального потока и выбор кратчайшего пути для заданных истока и стока. В то же время, решение указанных задач становится возможным при определенных ограничениях ПС и их участков.

Если исследуемая ПС и ее количественные показатели подчиняются заданным закономерностям, не меняющимся с течением времени и не зависящим от случайных факторов, то основным подходом, используемым при оценке вероятностных характеристик данной системы и ее потоков, принято считать использование детерминированных алгоритмов.

Так, при нахождении максимального потока для ПС применяется алгоритм Форда-Фалкерсона. Данный алгоритм имеет существенный недостаток – его применение предполагает учёт пропускной способности участков системы как постоянных величин, не зависящих от случайных факторов функционирования.

В случаях, когда функционирование системы зависит от случайных факторов, возможно применение расчётного метода, основанного на сочетании аналитических алгоритмов решения классических задач и метода Монте-Карло. Суть его заключается в использовании модифицированных детерминированных алгоритмов при учете вероятностных характеристик участков системы, значения которых «разыгрываются» с использованием метода статистических испытаний [1]. Однако метод подобного рода предполагает рассмотрение различных траекторий функционирования исследуемых систем во времени с последующим усреднением полученных статистических результатов, что является весьма ресурсоёмким как по материальным, так и по временным затратам процессом.

Альтернативным способом оценки максимального потока ПС является вероятностный подход. В этом случае ПС представляется в виде графа, для которого указан исток и сток. В расчетах в качестве исходных данных используются векторы вероятностей, которые характеризуют вероятные значения пропускной способности участков ПС. Ставится задача поиска вероятностной оценки максимального потока ПС, а также соответствующих интервальных значений пропускной способности ПС с учётом имеющихся данных. Для ПС простой графовой структуры применим метод вероятностно-алгебраического моделирования. Он гарантирует определение интегральных вероятностных характеристик ПС, увеличение числа элементарных участков которых и их состояний не приводит к экспоненциальному усложнению расчётов.

Для ПС структурно-сложной организации метод вероятностно-алгебраического моделирования предполагает декомпозицию исследуемой ПС в виде непересекающейся совокупности графовых подструктур-четырёхполюсников, являющихся образами подсистем исследуемой системы и последующее вероятностно-алгебраическое умножение полученных векторов вероятностей, характеризующих пропускную способность выделенных графовых структур.

Алгоритм оценки пропускной способности ПС реализуется несколькими последовательными «шагами». На *шаге 1* генерируются все детерминированные варианты реализации случайного графа  $G(N, K)$ , рёбра которого имеют вероятностные веса, определяющие вероятности возможных значений пропускной способности участков. На *шаге 2* для

полученных вариантов реализаций, представляющих собой графы  $G_i(N, K)$  с детерминированными значениями пропускной способности участков, на основе алгоритма Форда-Фалкерсона определяется величина максимального потока и его распределение по сети. В результате каждой реализации случайного графа ставится в соответствие значение максимального потока. Затем вычисляются вероятности возможных значений максимального потока, соответствующие вариантам реализации случайного графа (*шаг 3*) и формируются интервальные оценки значений пропускной способности ПС, образом которой является граф  $G(N, K)$  (*шаг 4*). С этой целью среди всех вариантов значений максимального потока определяются минимальное и максимальное, после чего полученный интервал изменения пропускной способности системы разбивается на  $n$  интервалов, каждый из которых характеризует  $j$ -ый уровень пропускной способности, определяющий вероятностное состояние системы. Далее идет заключительный *шаг 5*, при котором вычисляются вероятности состояний пропускной способности, соответствующие интервалам пропускной способности. Таким образом, результатом оценки вероятностных значений состояний ПС является два вектора, а именно, *вектор интервальных значений пропускной способности* и *вектор вероятностей*, характеризующий эти интервальные оценки пропускной способности.

Описанные выше методы легли в основу создания программного комплекса, оптимизирующего организацию ПС с учётом случайных параметров их функционирования за счёт решения типовых задач моделирования путем эксплуатации набора параметризованных имитационных моделей [2].

С целью вероятностного моделирования схема организации ПС преобразуется в граф с выделением элементов графовых моделей. В программном комплексе разработан графический интерфейс для отображения рассматриваемого графа, редактирования графа напрямую или с помощью его матрицы смежности, реализованы детерминированный и вероятностный подходы. При использовании вероятностного подхода происходит генерация всех возможных матриц смежности  $n^m$ , где  $n$  – количество состояний,  $m$  – число связей между вершинами, для каждой комбинации программа находит максимальный поток/кратчайший путь, строит вектор вероятностей и графически выделяет оптимальный путь/поток.

Примером может служить матрица смежности графа с двумя возможными состояниями. В графе имеются ребра, соединяющие вершины. Для создания всех возможных комбинаций используется число из системы счисления, равной числу возможных состояний. В примере

у ребер может быть два состояния 0101110011, значение 0 – ребро в первом состоянии, 1 – во втором.

После обработки полученной матрицы смежности к двоичному числу добавляется единица и генерируется новая матрица смежности. Таким образом, перебираются все возможные варианты матриц. Матрицы обрабатываются с использованием алгоритмов Форда-Фолкерсона и Дейкстры соответственно для поиска кратчайшего пути и максимального потока.

Практическое применение программного комплекса заключается в возможности прогноза вероятностных оценок интервальных значений пропускной способности структурно-сложных ПС с учётом, со временем изменяющихся, вероятностных значений пропускной способности их участков.

### Литература

1. Сукач, Е.И. Моделирование и анализ транспортных сетей с учётом случайных параметров их функционирования / Е.И. Сукач и др. // Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины. – 2010. – № 5(62). – С. 21–25.

2. Гетиков, Д.В. Моделирование вероятностных характеристик надежности потоковых систем / Д.В. Гетиков, Е.С. Абрамов, Д.В. Деревянко // Сборник материалов научной конференции «Молодежь в науке – 2015», г. Пинск, ноябрь 2015 г.

**А.Б. Горбач** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **С.Ф. Маслович**, канд. техн. наук, доцент

### **АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Целью работы является решение актуальной научно-технической проблемы создания эффективного метода и средств исследования надежности сложных электрических систем (СЭС) сетей 0,4 кВ. Для достижения цели исследования поставлены и решены следующие задачи: разработан метод имитационного моделирования надежности СЭС сетей 0,4 кВ; разработан программно-технологический комплекс имитационного моделирования, обеспечивающий реализацию метода; апробирован разработанный метод имитации, средства автоматизации имитационных экспериментов и технологии использования этих средств



для реализации метода и методик решения задач проектного моделирования СЭС.

В имитационной модели могут быть реализованы произвольные вероятностные закономерности надежностных свойств элементов и воздействий на систему. Поэтому стандарты [1] определяют имитационное моделирование в качестве наиболее универсального метода исследования надежности систем.

Имитационное моделирование – метод научного исследования систем, для которого характерно воспроизведение (на ЭВМ) процессов функционирования элементов системы с сохранением их алгоритмов, причинно-следственных связей, последовательности протекания и вероятностного характера. Так, в процессе имитации с помощью генератора случайных чисел разыгрываются моменты наступления и виды отказов некоторых элементов и проверяются условия работоспособности системы в этот момент. Если существующие отказы элементов не нарушают условий работоспособности системы, то разыгрываются очередные отказы. Наряду с моделированием отказов имитируются процессы восстановления отказавших элементов. В процессе имитации отслеживаются и фиксируются определенные события и состояния системы, по которым оцениваются показатели надежности системы.

Ограничения имитационного моделирования:

– не предоставляется непосредственное решение задачи (как при использовании аналитических методов). Имитационная модель служит лишь средством для анализа поведения системы в условиях, определяемых экспериментатором;

– результаты имитационного моделирования зачастую носят вероятностный характер и требуют применения многочисленных методов статистического анализа данных.

Основу имитационного моделирования составляет метод статистического моделирования (метод Монте-Карло). Использование имитационного моделирования для расчёта надёжности сложных технических систем основано на том, что процесс их функционирования представляется математической вероятностной моделью, отражающей в реальном масштабе времени все события (отказы, восстановления), происходящие в системе. С помощью такой модели программными средствами многократно моделируется процесс функционирования системы, и по полученным результатам определяются искомые статистические характеристики этого процесса, являющиеся показателями надёжности.

Программный инструментарий имитационной модели при анализе работоспособности системы позволяет моделировать отказ потребителя электрической энергии, исходя из климатических и производственных условий его эксплуатации. В качестве наиболее значимых показателей

безотказности используются следующие: вероятность безотказной работы, средняя наработка, гамма-процентная наработка до отказа, средняя остаточная наработка до отказа.

Практическое применение программного инструментария заключается в оптимизации технических решений по обеспечению надежности при проектировании и эксплуатации сложных электрических систем. Результаты исследования позволят: прогнозировать показатели надежности электрооборудования СЭС; установить «узкие места» в обеспечении надежности; разработать мероприятия по повышению эффективности функционирования электрооборудования.

### Литература

1. Жаднов, В. В. Современные проблемы автоматизации расчетов надежности / В. В. Жаднов, И. В. Жаднов, С. Н. Полесский // Надежность. – 2007. – № 2 (21). – С. 3–12.

2. Максимей, И. В. Имитационное моделирование на ЭВМ / И. В. Максимей. – М.: Радио и связь, 1988. – 232 с.

3. Сертификация и доказательство безопасности систем железнодорожной автоматики / под ред. Вл. В. Сапожникова. – М.: Транспорт, 1997. – 288 с.

4. Задачи и модели исследования операций. Ч.3. Технология имитации на ЭВМ и принятие решений : учеб. пособие / И. В. Максимей [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 1999. – 150 с.

**А.С. Грибовский** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА

Уравнение Шрёдингера является одним из важнейших уравнений физики. Нахождение его аналитического решения во многих случаях является сложной задачей. Одним из методов, способных упростить решение, является операционное исчисление.

В данной статье рассматривается метод решения уравнения Шрёдингера, основанный на преобразовании Лапласа. Данный метод удобен тем, что путем преобразования дифференциальные уравнения второго порядка приводятся к уравнениям первого порядка.

Применить метод можно, например, к уравнению Шрёдингера с кулоновским потенциалом:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{-e^2}{x} - E \right\} \Psi(x) = 0. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) можно представить в виде интеграла

$$\Psi(x) = \int_l \psi(t) e^{xt} dt,$$

где  $\psi(t)$  – новая искомая функция-изображение, а  $l$  – искомый, не зависящий от  $x$  путь интегрирования.

Выполнив преобразование, было найдено уравнение для искомого изображения, которое справедливо только при выполнении условия

$$\left[ \psi(t) \left( t^2 + \frac{2me^2}{\hbar^2} \right) e^{xt} \right]_l = 0.$$

После решения этого уравнения волновая функция представляется в виде интеграла

$$\Psi(x) = C \int_l (t - \alpha_1)^{p-1} (t - \alpha_2)^{q-1} e^{xt} dt, \quad (2)$$

где  $C$  – произвольная постоянная, а контур  $l$  должен удовлетворять условию

$$[(t - \alpha_1)^p (t - \alpha_2)^q e^{xt}]_l = 0 \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) были приняты следующие обозначения:

$$\alpha_1 = i \sqrt{\frac{2me^2}{\hbar^2}}, \quad \alpha_2 = -i \sqrt{\frac{2me^2}{\hbar^2}},$$

$$p = -i \frac{E}{\hbar e} \sqrt{\frac{m}{2}}, \quad q = i \frac{E}{\hbar e} \sqrt{\frac{m}{2}}.$$

Контур  $l$  выбирается так, чтобы интеграл, входящий в формулу (2), не был тождественно по  $x$  равен нулю.

Подынтегральная функция в выражении (2) имеет особые точки  $t = \alpha_1$  и  $t = \alpha_2$ , которые будут точками разветвления, так как  $p$  и  $q$  – числа не целые. При обходе вокруг точки  $t = \alpha_1$  в положительном направлении, подынтегральная функция получит множитель  $e^{2i\pi p}$ , а при обходе точки  $t = \alpha_2$  она получит множитель  $e^{2i\pi q}$ .

Была взята некоторая точка  $x_0$  плоскости, лежащая на конечном расстоянии и отличная от  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , и обозначены через  $l_1$  и  $l_2$  замкнутые контуры, выходящие из  $x_0$  и обходящие вокруг точек  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Через  $(l_1, l_2)$  символически был обозначен контур, который состоит из следующих последовательных обходов: обхода по  $l_1$  в положительном направлении, обхода по  $l_2$  в положительном направлении, обхода по  $l_1$  в отрицательном направлении и обхода по  $l_2$  в отрицательном направлении. Таким образом, окончательно вернувшись в точку  $x_0$  имеется для

левой части (3) та же самая ветвь, которая была взята, отправляясь из  $x_0$ , и, таким образом, принимая за  $l$  контур  $(l_1, l_2)$ , условие (3) удовлетворяется, и формула (2) дает решение уравнения.

Из точек  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  были проведены разрезы  $l'_1$  и  $l'_2$ , параллельные оси  $\text{Re}(t)$  и направленные на  $-\infty$  (рисунок 1). На плоскости  $t$  с проведенными разрезами подынтегральная функция интеграла (2) однозначна. Выбирается та её ветвь, для которой  $\arg(t - \alpha_1) = 0$  при  $(t - \alpha_1) > 0$ , т. е. на продолжении первого разреза, и  $\arg(t - \alpha_2) = 0$  при  $(t - \alpha_2) > 0$ .

Указанные на рисунке 1 контуры выбираются за контуры интегрирования. Получаются, таким образом, два решения уравнения (2):

$$\Psi_1(x) = C_1 \int_{l'_1} (t - \alpha_1)^{p-1} (t - \alpha_2)^{q-1} e^{xt} dt, \quad (4)$$

$$\Psi_2(x) = C_2 \int_{l'_2} (t - \alpha_1)^{p-1} (t - \alpha_2)^{q-1} e^{xt} dt. \quad (5)$$

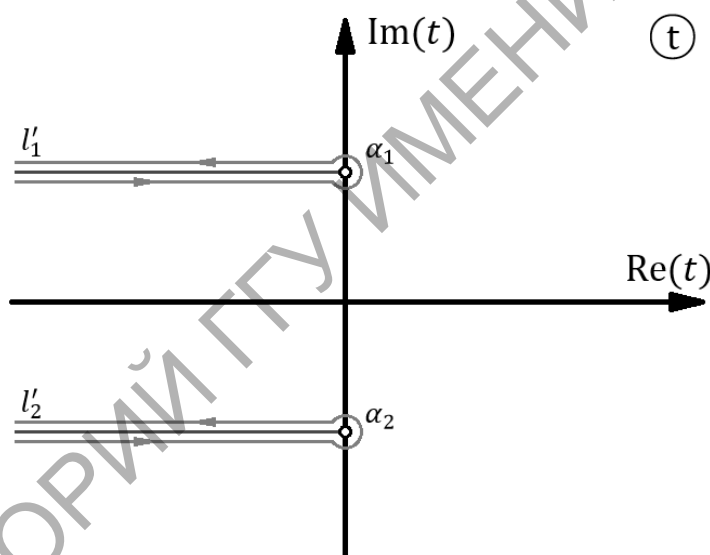


Рисунок 1 – Контур интегрирования

В случае  $p = -q$  для получения регулярного (в начале координат) решения можно брать за контур интегрирования простой контур, выходящий из некоторой точки  $x_0$  и обходящий сначала  $\alpha_1$  в положительном направлении, а затем и  $\alpha_2$  в положительном направлении. При первом обходе подынтегральная функция получит множитель  $e^{2i\pi p}$ , а при втором – множитель  $e^{2i\pi q} = e^{-2i\pi p}$ , так что она вернется к исходному значению, и условие (3) будет выполнено. Построенное решение не зависит от выбора точки  $x_0$ . Отведя эту точку, не затрагивая точек  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  на  $-\infty$ , например, по нижнему берегу разреза, идущего в точку  $\alpha_1$  (рисунок 2), обход точки  $\alpha_1$  даст при этом решение  $\Psi_1(x)$ .

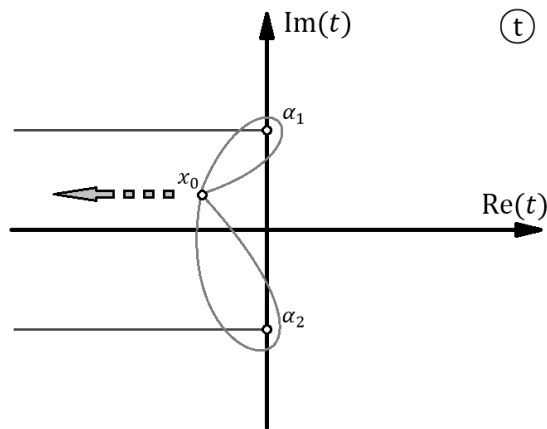


Рисунок 2 – Путь интегрирования

Затем необходимо обойти точку  $\alpha_2$  в положительном направлении. Если бы этот обход был совершен с нижнего берега разреза, идущего в точку  $\alpha_1$ , то получилось бы решение  $\Psi_2(x)$ . Но при переходе на верхний берег разреза, откуда и совершается обход точки  $\Psi_2(x)$ , подынтегральная функция приобрела множитель  $e^{2i\pi p}$ , и, следовательно, обход вокруг  $\alpha_2$  в отрицательном направлении даст  $e^{2i\pi p}\Psi_2(x)$ . Окончательно получается следующее: регулярный интеграл, получаемый интегрированием по контуру, указанному на рисунке 2, выражается через решения (4) и (5) в виде

$$\Psi(x) = \Psi_1(x) + e^{2i\pi p}\Psi_2(x).$$

Приведённым методом решаются и другие уравнения, например, квазипотенциальные уравнения общего вида с хромодинамическим взаимодействием [1].

### Литература

1. Дей, Е. Точное решение квазипотенциальных уравнений общего вида с хромодинамическим взаимодействием / Е. Дей, В. Капшай, Н. Скачков. – Дубна: ОИЯИ, 1985. – 19 с.

**Л.В. Груздова** (УО «МГУ им. А. А. Кулешова», Могилев)  
 Науч. рук. **И.В. Ивашкевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ ДЛЯ ПЛЕНОК ПЕРОВСКИТА НА СТЕКЛЯННЫХ ПОДЛОЖКАХ

В настоящее время большое внимание уделяется получению материалов с наперед заданными свойствами. В связи с этим немаловажное

значение имеет определение дисперсии оптических параметров (показателей преломления  $n$  и поглощения  $k$ ) исследуемых образцов. Среди многих существующих методик, позволяющих установить эти дисперсионные зависимости можно выделить спектральную эллипсометрию.

Эллипсометрия — высокочувствительный и точный поляризационно-оптический метод исследования поверхностей и границ раздела различных сред (твердых, жидких, газообразных), основанный на изучении изменения состояния поляризации света после взаимодействия его с поверхностью границ раздела этих сред. Преимуществом данного метода является его бесконтактность, а следовательно, то, что он представляет собой неразрушающий метод контроля [1].

Основное уравнение эллипсометрии имеет вид [1]

$$\operatorname{tg}\Psi e^{i\Delta} = R_p/R_s,$$

где  $\Psi$  и  $\Delta$  — измеряемые эллипсометрические углы при заданных углах падения излучения  $\varphi$  в заданном диапазоне длин волн  $\lambda$ ,  $R_p$ ,  $R_s$  — амплитудные коэффициенты отражения р- и s-поляризованного излучения, зависящие от выбранной математической модели.

Цель данной работы — получить решение прямой задачи спектральной эллипсометрии для пленок перовскита на стеклянной подложке.

Перовскиты и системы на их основе в настоящее время становятся реальным конкурентом кремнию в области солнечной энергетики. Поэтому для создания солнечных ячеек на их основе необходимы знания о дисперсии их оптических параметров.

Решение прямой задачи спектральной эллипсометрии заключается в вычислении спектров  $\operatorname{tg}\Psi(\lambda)$  и  $\cos\Delta(\lambda)$  по параметрам известной математической модели, описывающей структуру исследуемых объектов. Полученное решение прямой задачи позволит установить оптимальные условия измерения экспериментальных спектров  $\operatorname{tg}\Psi_e(\lambda)$  и  $\cos\Delta_e(\lambda)$  пленок перовскита на стеклянной подложке.

В математическом пакете Mathcad 15 было получено решение прямой задачи спектральной эллипсометрии для однослойной модели пленка – подложка при различных углах падения в диапазоне  $50^\circ$ – $75^\circ$ . При этом дисперсия показателей преломления пленки перовскита  $N_1(\lambda) = n_1(\lambda) - ik_1(\lambda)$  и стеклянной подложки  $N_2(\lambda) = n_2(\lambda) - ik_2(\lambda)$  в спектральной области 400 – 1000 нм бралась из [2, 3], толщина пленки варьировалась от 100 до 500 нм.

На рисунке представлены рассчитанные спектры  $\operatorname{tg}\Psi(\lambda)$  и  $\cos\Delta(\lambda)$  для вышеуказанной модели при углах падения излучения  $60^\circ$  – кривые а,  $65^\circ$  – кривые б,  $70^\circ$  – кривые с,  $75^\circ$  – кривые d.

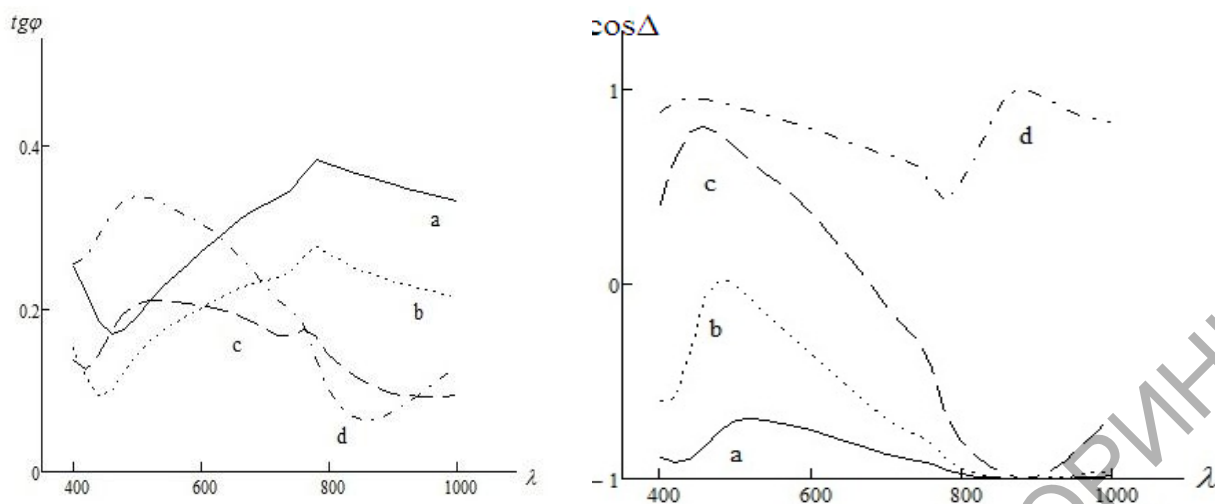


Рисунок – Рассчитанные спектры  $\text{tg}\Psi(\lambda)$ ,  $\cos\Delta(\lambda)$  при различных углах падения

Из рисунка видно, что оптимальным углом падения излучения, при котором следует проводить измерения спектров  $\text{tg}\Psi_e(\lambda)$  и  $\cos\Delta_e(\lambda)$  пленок перовскита на стеклянной подложке в спектральной области 400 – 1000 нм, является угол  $\varphi = 70^\circ$ . При этом угле падения дисперсия показателя преломления пленки  $N_1(\lambda)$  оказывает наибольшее влияние на спектры  $\text{tg}\Psi(\lambda)$  и  $\cos\Delta(\lambda)$ .

### Литература

1. Горшков, М.М. Эллипсометрия / М.М. Горшков. – Москва : Советское радио, 1974. – 200 с.
2. Refractive index database [Электронный ресурс] / refractiveindex.info. – Режим доступа: <http://refractiveindex.info/?shelf=other&book=CH3NH3PbI3&page=Leguy>, – Дата доступа: 5.02.2016.
3. Refractive index database [Электронный ресурс] / refractiveindex.info. – Режим доступа: <http://refractiveindex.info/?shelf=main&book=SiO2&page=Gao>, – Дата доступа: 5.02.2016.

М.Л. Гугнюк (УО «БрГУ им. А.С. Пушкина», Брест)  
 Науч. рук. В.А. Плетюхов, д-р физ.-мат. наук, профессор

### К ТЕОРИИ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 2

В релятивистской квантовой механике особое место занимает теория релятивистских волновых уравнений (РВУ). Подход данной теории заключается в том, что описание частиц с ненулевой массой и заданным

значением спина может быть сведено к системе дифференциальных уравнений, представимой в матричной форме

$$(\Gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi = 0, \quad (\mu = 1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

где  $\Gamma_\mu$  – квадратные матрицы,  $m$  – связанный с массой скалярный параметр,  $\psi$  – многокомпонентная волновая функция.

В рамках теории РВУ считается, что элементарная частица как единый объект должна описываться не распадающимися по полной группе Лоренца уравнениями. Из условия инвариантности относительно преобразований собственной группы Лоренца следует, что волновая функция должна преобразовываться по некоторому приводимому представлению группы Лоренца, состоящему из зацепляющихся неприводимых представлений. Если в наборе неприводимых представлений хотя бы одно из них встречается два или более раз, то говорят об РВУ с кратными представлениями или РВУ с расширенным набором представлений. Такие РВУ имеют ряд отличительных особенностей, главная из них состоит в том, что на основе использования расширенного набора представлений можно строить уравнения, описывающие не только спин частицы, но и дополнительные внутренние степени свободы, а также внутреннюю структуру микрообъекта.

Простейшее РВУ для частицы со спином 2 базируется на наборе неприводимых представлений [1]

$$(0,0) \oplus (1/2,1/2) \oplus (1,1) \oplus (1/2,3/2) \oplus (3/2,1/2) \oplus (3/2,3/2) \quad (2)$$

(уравнение Федорова).

Мы рассмотрим расширенный набор неприводимых представлений

$$(0,0) \oplus 2(1/2,1/2) \oplus (1,1) \oplus (1/2,3/2) \oplus (3/2,1/2) \oplus (3/2,3/2), \quad (3)$$

в котором векторное представление  $(1/2,1/2)$  является двукратным.

Будем использовать подход Гельфанда–Яглома [2].

Пронумеруем неприводимые компоненты, которые содержатся в (3):

$$(0,0) \square 1, \quad (1/2,1/2) \square 2, \quad (1/2,1/2)' \square 3, \quad (1,1) \square 4, \quad (4) \\ (3/2,3/2) \square 5, \quad (3/2,1/2) \square 6, \quad (1/2,3/2) \square 7.$$

Матрица  $\Gamma_4$  в базисе Гельфанда–Яглома будет состоять из четырех спиновых блоков  $C^s$  ( $s = 0, 1, 2, 3$ ), из которых блок  $C^3$  тривиально равен нулю, а остальные в самом общем случае, с использованием нумерации (4) запишутся так:



$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & c_{12}^0 & c_{13}^0 & 0 & 0 \\ c_{21}^0 & 0 & 0 & c_{24}^0 & 0 \\ c_{31}^0 & 0 & 0 & c_{34}^0 & 0 \\ 0 & c_{42}^0 & c_{43}^0 & 0 & c_{45}^0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^0 & 0 \end{pmatrix}, C^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_{24}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{34}^1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{42}^1 & c_{43}^1 & 0 & c_{45}^1 & c_{46}^1 & c_{47}^1 \\ 0 & 0 & c_{54}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{64}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{74}^1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C^2 = \begin{pmatrix} 0 & c_{45}^2 & c_{46}^2 & c_{47}^2 \\ c_{54}^2 & 0 & 0 & 0 \\ c_{64}^2 & 0 & 0 & 0 \\ c_{74}^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Требование инвариантности РВУ относительно преобразований собственной группы Лоренца и пространственных отражений соответственно приводит к следующим связям между элементами спиновых блоков:

$$c_{24}^1 = \sqrt{2/3}c_{24}^0, \quad c_{42}^1 = \sqrt{2/3}c_{42}^0, \quad c_{34}^1 = \sqrt{2/3}c_{34}^0, \quad c_{43}^1 = \sqrt{2/3}c_{43}^0, \\ c_{45}^1 = \sqrt{5/6}c_{45}^0, \quad c_{54}^1 = \sqrt{5/6}c_{54}^0, \quad c_{45}^2 = c_{45}^0/\sqrt{2}, \quad c_{54}^2 = c_{54}^0/\sqrt{2}, \quad (6)$$

$$c_{46}^2 = \sqrt{3}c_{46}^1, \quad c_{64}^2 = \sqrt{3}c_{64}^1, \quad c_{47}^2 = \sqrt{3}c_{47}^1, \quad c_{74}^2 = \sqrt{3}c_{74}^1; \\ c_{47}^1 = c_{46}^1, \quad c_{74}^1 = c_{64}^1, \quad c_{47}^2 = c_{46}^2, \quad c_{74}^2 = c_{64}^2. \quad (7)$$

Требование возможности лагранжевой формулировки РВУ дает

$$c_{21}^0 = f_1(c_{12}^0)^*, \quad c_{31}^0 = f_2(c_{13}^0)^*, \quad c_{42}^0 = f_3(c_{24}^0)^*, \\ c_{43}^0 = f_4(c_{34}^0)^*, \quad c_{54}^0 = f_5(c_{45}^0)^*, \quad c_{64}^1 = f_6(c_{46}^1)^*, \quad (8)$$

где введены обозначения

$$f_1 = \eta_{22}^0/\eta_{11}^0, \quad f_2 = \eta_{33}^0/\eta_{11}^0, \quad f_3 = \eta_{44}^0/\eta_{22}^0, \\ f_4 = \eta_{44}^0/\eta_{33}^0, \quad f_5 = \eta_{55}^0/\eta_{44}^0, \quad f_6 = \eta_{67}^1/\eta_{55}^1. \quad (9)$$

Поскольку элементы матрицы билинейной формы  $\eta_{\tau\bar{\tau}}^s$  могут быть выбраны без уменьшения общности равными  $\pm 1$ , то такие же значения принимают числа  $f_i$  (9).

Соотношения (6)–(8) означают, что из 26 ненулевых элементов  $\Gamma_4$  независимыми являются только шесть:

$$c_{12}^0 = c_1, \quad c_{13}^0 = c_2, \quad c_{24}^0 = c_3, \quad c_{34}^0 = c_4, \quad c_{45}^0 = c_5, \quad c_{46}^1 = c_6. \quad (10)$$

С учетом (6)–(8) и обозначений (10) для блоков  $C^0$ ,  $C^1$ ,  $C^2$  получаются выражения

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & c_1 & c_2 & 0 & 0 \\ f_1 c_1^* & 0 & 0 & c_3 & 0 \\ f_2 c_2^* & 0 & 0 & c_4 & 0 \\ 0 & f_3 c_3^* & f_4 c_4^* & 0 & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & f_5 c_5^* & 0 \end{pmatrix},$$

$$C^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sqrt{2/3}c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2/3}c_4 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2/3}f_3c_3^* & \sqrt{2/3}f_4c_4^* & 0 & \sqrt{5/6}c_5 & c_6 & c_6 \\ 0 & 0 & \sqrt{5/6}f_5c_5^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_6c_6^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_6c_6^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$C^2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}c_5 & \sqrt{3}c_6 & \sqrt{3}c_6 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}f_5c_5^* & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{3}f_6c_6^* & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{3}f_6c_6^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как нас интересует уравнение для частицы со спином 2, все собственные значения блоков  $C^0$  и  $C^1$  должны быть нулевыми. Ненулевые корни блока  $C^2$  полагаем равными  $\pm 1$ .

После составления характеристических уравнений для нахождения корней спиновых блоков  $C^0$ ,  $C^1$ ,  $C^2$  (11) нами были получены следующие равенства:

$$\begin{aligned} f_1|c_1|^2 + f_2|c_2|^2 + f_3|c_3|^2 + f_4|c_4|^2 + f_5|c_5|^2 &= 0, \\ f_1f_4|c_1|^2|c_4|^2 + f_2f_3|c_2|^2|c_3|^2 + f_1f_5|c_1|^2|c_5|^2 + f_2f_5|c_2|^2|c_5|^2 - f_1f_3c_1^*c_3^*c_2c_4 - f_2f_4c_1c_3c_2^*c_4^* &= 0, \\ (2/3)f_3|c_3|^2 + (2/3)f_4|c_4|^2 + (5/6)f_5|c_5|^2 + 2f_6|c_6|^2 &= 0, \\ (1/2)f_5|c_5|^2 + 6f_6|c_6|^2 &= 1. \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом соотношений (12) нетрудно убедиться, что минимальные полиномы блоков  $C^0$ ,  $C^1$ ,  $C^2$  и матрицы  $\Gamma_4$  имеют вид

$$(C^0)C^5 = 0, (C^1)C^4 = 0, (C^2)^2[(C^2)^2 - 1] = 0, \Gamma_4^5(\Gamma_4^2 - 1) = 0. \quad (13)$$

Система (12) имеет множество решений: два параметра из шести остаются в определенных пределах произвольными. Поскольку выбор этих параметров не влияет на вид минимальных полиномов блоков  $C^0$ ,  $C^1$ ,  $C^2$  и матрицы  $\Gamma_4$ , то все варианты получающихся РВУ при фиксированном выборе чисел  $f_i$  являются унитарно эквивалентными.

В то же время для уравнения Федорова минимальный полином матрицы  $\Gamma_4$  имеет вид  $\Gamma_4^3(\Gamma_4^2 - 1) = 0$ , отличающийся от (13). Следовательно, есть основания полагать, что построенное нами РВУ для частицы со спином 2 унитарно (а значит и физически) неэквивалентно уравнению Федорова.

## Литература

1. Федоров, Ф.И. К теории частицы со спином 2 / Ф.И. Федоров // Ученые записки БГУ. Сер. физ.-мат. 1951. – № 12. С. 156–173.
2. Гельфанд, И. М. Общие релятивистские инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца / И. М. Гельфанд, А. М. Яглом // ЖЭЕФ. – 1948. – Т. 18. – Вып. 8. – С. 703–733.

**И.Д. Дошик, Е.Д. Мишкевич** (УО «БрГТУ», Брест)  
Науч. рук. **В.В. Борушко**, ассистент,  
**В.И. Гладковский**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ COMSOL MULTIPHYSICS ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ УСЛОВИЙ РАБОТЫ МАТРИЦЫ СВЕТОДИОДОВ

Одной из наиболее важных задач при разработке конструкции светодиодных светильников является отведение тепла от светодиода, возникающего в процессе работы.

Была поставлена задача исследования тепловых условий работы матрицы светодиодов в среде моделирования COMSOL Multiphysics 3.5a при различных значениях тока, проходящего через матрицу.

В среде моделирования COMSOL Multiphysics была создана изображённая на рисунке 1 модель матрицы, состоящей из 33 светодиодов Philips Lumileds LXZ1-PE01-0048. Спектр излучения диодов лежал в зеленой области спектра.

В созданной модели матрицы светодиодов учитывались все слои: алюминиевое основание, медная фольга, диэлектрик, припой и кристалл из нитрида галлия.

В основе математической модели, описывающей распространение тепла по системе, лежит уравнение теплопроводности:

$$C_p \rho \nabla T = \nabla(k \nabla T),$$

где  $C_p$  – теплоемкость,  $\rho$  – плотность,  $k$  – коэффициент теплопроводности,  $\nabla$  – гамильтониан,  $T$  – температура.

Для конкретизации математической модели задавались следующие граничные условия:

1. Термостабилизированная нижняя поверхность алюминиевой подложки при температуре 293,15 К.

2. На внешней границе светодиодного кристалла GaN задавался тепловой поток  $q$  внутрь подложки.

3. На всех остальных внешних поверхностях задавалось условие конвективного теплообмена:

$$-\nabla(-k\nabla T) = 0.$$

4. На границах между элементами задавался режим непрерывности теплового потока.

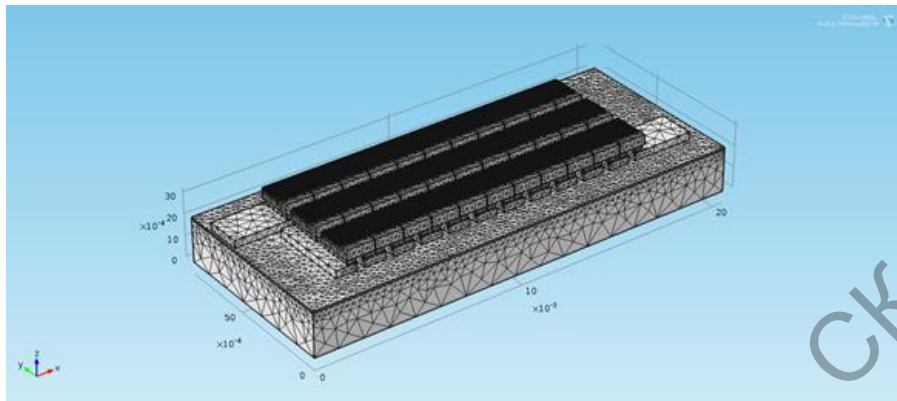


Рисунок 1 – Вид сетки в среде моделирования COMSOL Multiphysics 3.5 а

Для решения поставленной задачи использовался метод конечных элементов. По умолчанию, COMSOL строит в трехмерном режиме тетраэдрическую сетку, изображённую на рисунке 1. В нашем случае сетка состоит из  $1 \times 546 \times 256$  элементов на сгущающихся сетках.

Моделирование теплового распределения проводилось при различных величинах тока инжекции светодиодов. На рисунке 3 представлены зависимости максимальной температуры  $T$  в активной области светодиодов от тепловой мощности  $q$ , идущей на нагревание светодиодного кристалла, полученные в результате расчетов и экспериментально.

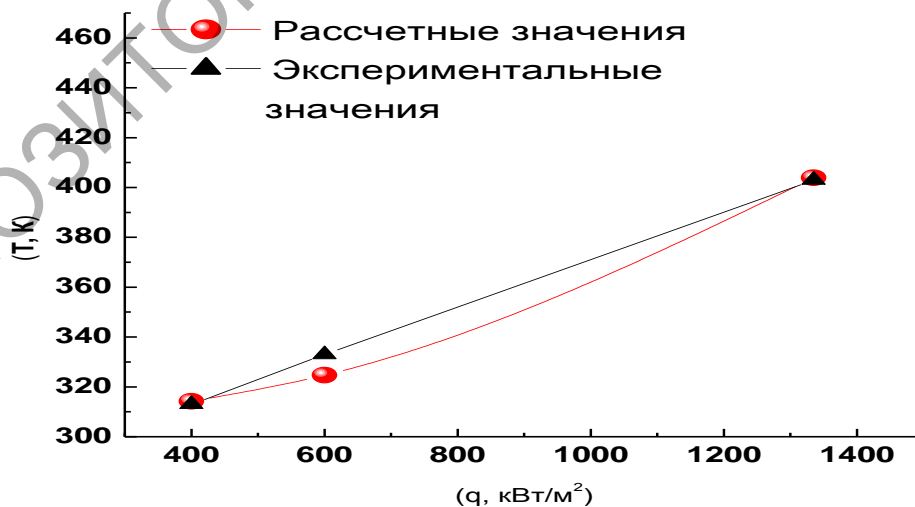


Рисунок 2 – Зависимость температуры от тепловой мощности, полученные в результате расчетов и экспериментально

Осуществив подбор табличных параметров слоёв, получили результаты, достаточно близкие к экспериментальным. Из сравнения графиков, построенных по экспериментальным данным и по данным, полученным с помощью ПО COMSOL, видно, что зависимости практически идентичны.

**А.В. Дробов, Д.Н. Раков** (УО «БелГУТ», Гомель)  
Науч. рук. **В.Н. Галушко** канд. техн. наук, доцент

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ С АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

В работе рассматриваются способы регулирования частоты и напряжения на примере трехфазного автономного инвертора напряжения (АИН) с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) на несущей частоте. По сравнению с однофазным инвертором, в трехфазном АИН моделирующие напряжения управления транзисторами каждого плеча инвертора сдвинуты на 120 градусов. Эти сигналы сравниваются с пилообразным несущим напряжением и формируют сигналы управления каждым плечом (пример сигналов управления плечом фазы А показаны на рисунке 1. В соответствии с сигналами управления транзисторами формируется напряжения на каждой фазе нагрузки.

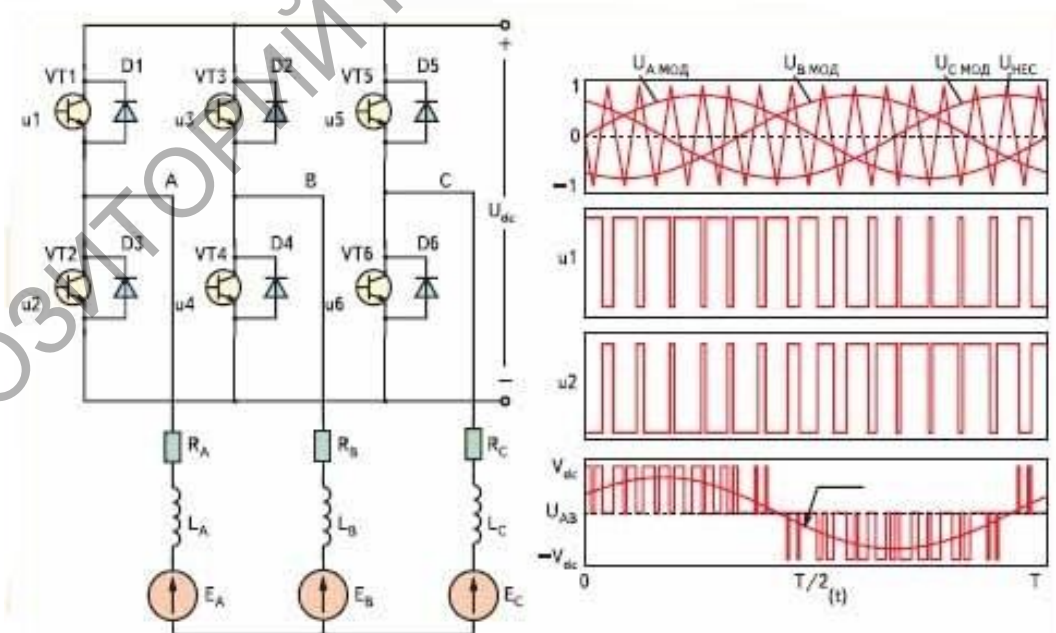


Рисунок 1 – Трехфазный инвертор с синусоидальной ШИМ на несущей частоте

В настоящее время автономные инверторы все чаще используются в электромеханических системах электропитания в качестве активных выпрямителей, активных фильтров, компенсаторов реактивной мощности и т.д. Во всех этих устройствах инвертор с одной стороны присоединен к источнику постоянного напряжения, а с другой – к двигателю. В данной модели блок DC Voltage Source имитирует звено постоянного тока. Блок Universal Bridge представляет собой трехфазный автономный инвертор напряжения, работающий на IGBT транзисторах. Инверторы подобного типа отличаются простотой сборки и применением на них более совершенных и простых способов управления, построенных на базе ШИМ. Блок Asynchronous Machine – это трехфазный асинхронный двигатель. Блок Machine Measurement измеряет электромеханические характеристики двигателя и выводит полученные результаты на осциллографы Scope 3 и Scope (рисунок 2).

Результаты моделирования, представленные на рисунке 3, указывают на верификацию широтно-импульсной модуляции с помощью формы кривой напряжения и тока. Из рисунка видно, что форма кривой напряжения практически синусоидальна, а следовательно можно сделать вывод, что ШИМ выполняется.

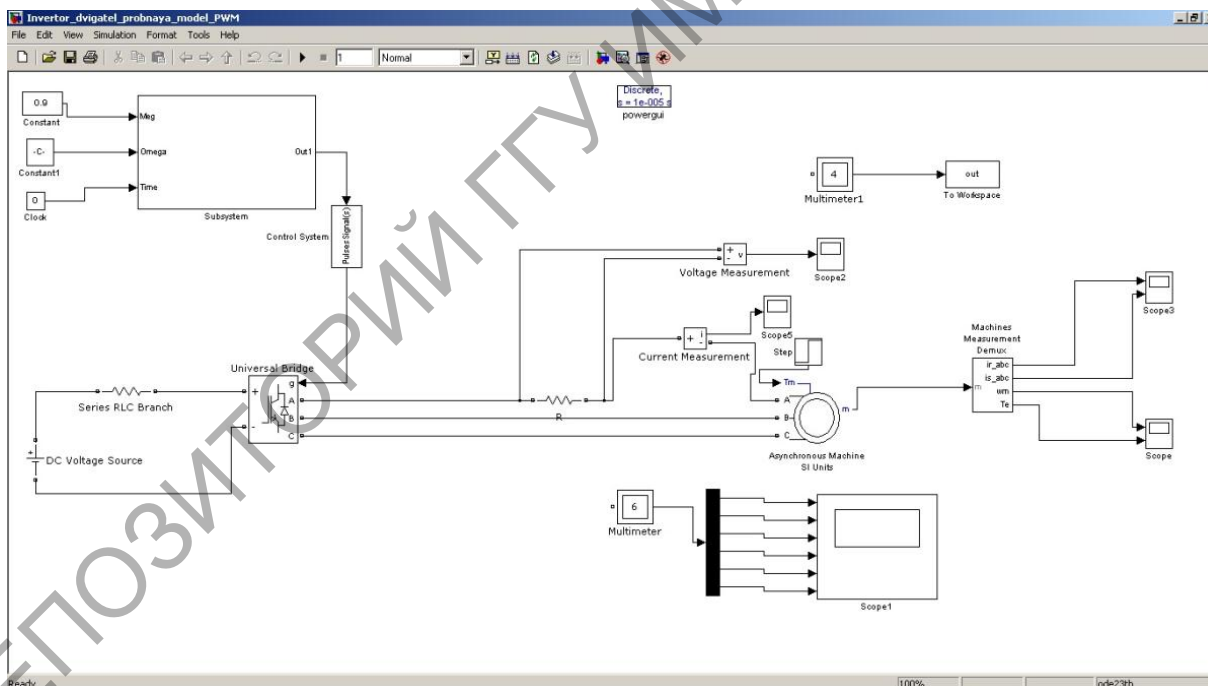


Рисунок 2 – Математическая модель инвертор-двигатель

При анализе работы трехфазного асинхронного двигателя измерялись значения токов ротора и статора, частота вращения и электромагнитный момент на валу короткозамкнутого ротора двигателя. Для проведения измерений в блоке Step установлено конечное значение нагрузки на валу в 200 Н (при моделировании, с учетом шага дискретизации,



программа плавно увеличивает нагрузку на валу до этого значения). Результаты моделирования представлены на рисунке 4.

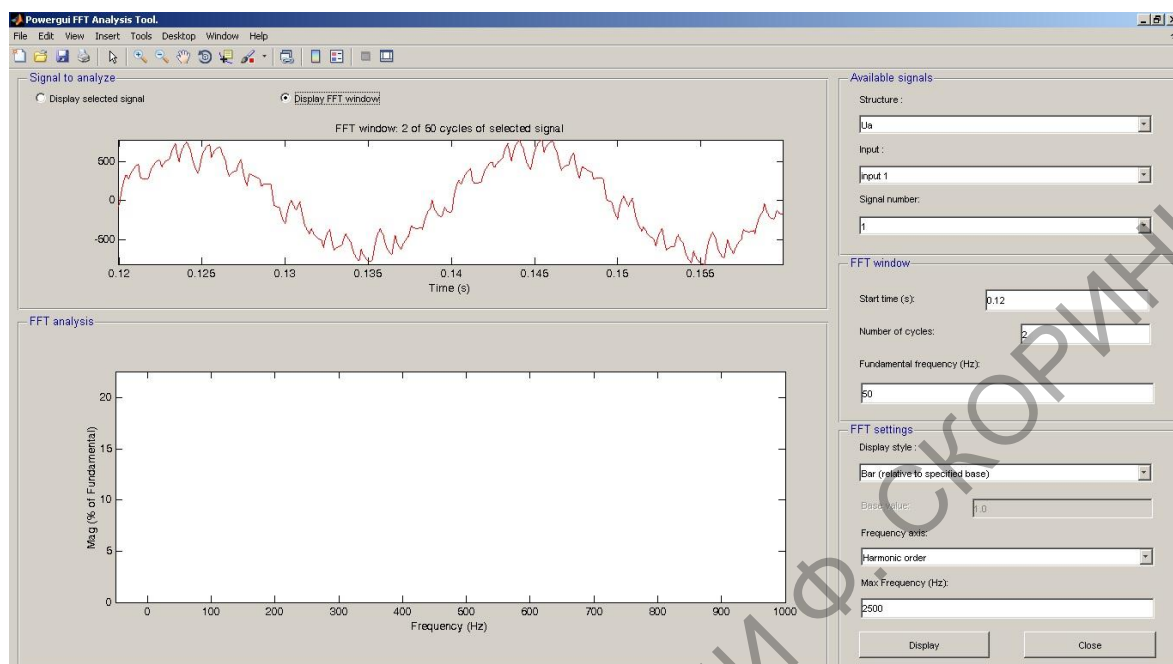


Рисунок 3 – Форма кривой напряжения на выходе инвертора фазы А

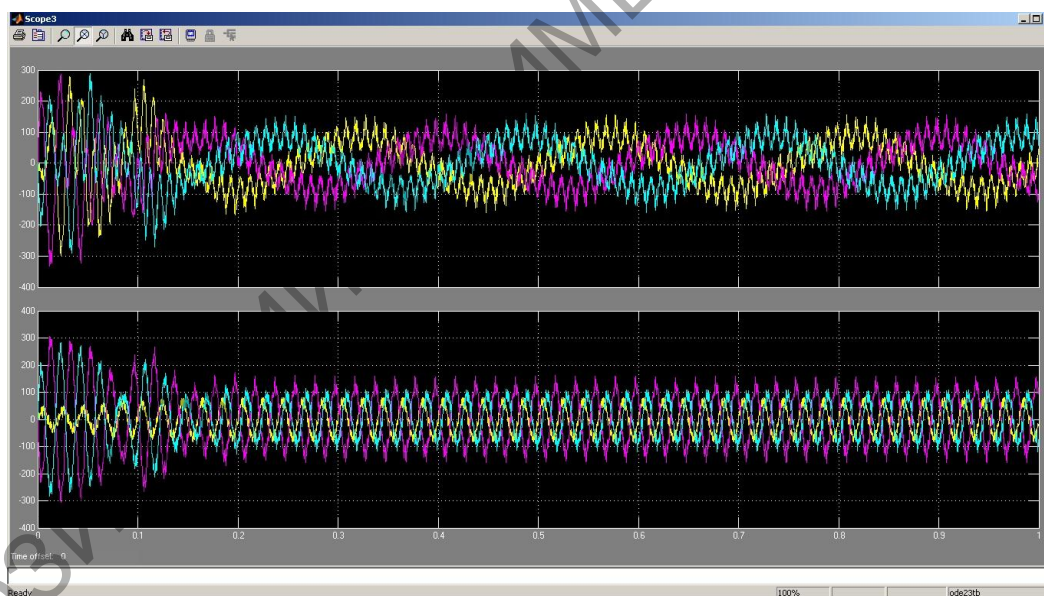


Рисунок 4 – Осциллограммы токов ротора (верхняя часть) и статора(нижняя часть)

Полученные результаты моделирования позволяют выбрать такой способ ШИМ, при котором влияние гармонических составляющих на вращающий момент АД минимальны. Также данная адекватная модель принимается за основу при создании четырехквadrантного преобразователя для электровоза БКГ-1 и БКГ-2.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

*Введение.* Изучение физических свойств элементарных частиц связано с моделированием их движения. Особенно большое практическое значение подобные исследования имеют для ускорителей, в которых потоки частиц ускоряются внешним электрическим и магнитным полями.

Цель данной работы – продемонстрировать, как без учета квантово-механических эффектов при различных параметрах смоделировать движение частиц во внешнем электрическом поле.

*Движение частицы в электрическом поле.* Рассмотрим движение электрона  $e$  с массой  $m$  в однородном постоянном электрическом поле  $\vec{E}$ . Будем считать, что частица имеет сферическую форму, а заряд частицы сосредоточен в центре.

Принимая направление поля  $\vec{E}$  вдоль оси  $Ox$ , запишем уравнения движения частицы в плоскости  $xOy$  [1]:

$$\dot{p}_x = e|\vec{E}|, \quad \dot{p}_y = 0 \quad (1)$$

(точка над буквой обозначает дифференцирование по времени), откуда

$$p_x = e|\vec{E}|t, \quad p_y = p_0. \quad (2)$$

Начало отсчета времени выбираем в тот момент, когда  $p_x = 0$ , а  $p_0$  – импульс частицы в этот момент.

Кинетическая энергия частицы в релятивистском [2] случае равна  $\mathcal{E} = c\sqrt{\vec{p}^2 + m^2c^2}$ . Подставляя сюда (2), находим

$$\mathcal{E} = \sqrt{\tilde{n}^2 p_0^2 + (ce|\vec{E}|t)^2 + m^2c^4} = \sqrt{\mathcal{E}_0^2 + (ce|\vec{E}|t)^2}, \quad (3)$$

где  $\mathcal{E}_0$  – энергия частицы при  $t = 0$ .

Известно [2,3], что скорость релятивистской частицы связана с энергией соотношением  $\vec{v} = \vec{p}c^2/\mathcal{E}$ . Для скорости  $v_x = \dot{x}$  имеем

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{p_x c^2}{\mathcal{E}} = \frac{e|\vec{E}|tc^2}{\sqrt{\mathcal{E}_0^2 + (ce|\vec{E}|t)^2}}, \quad (4)$$

откуда, после интегрирования, находим

$$x(t) = \frac{1}{e|\vec{E}|} \sqrt{\mathcal{E}_0^2 + (ce|\vec{E}|t)^2} \quad (5)$$



(постоянную интегрирования полагаем равной нулю).

Для определения  $y(t)$  имеем

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{p_y c^2}{\varepsilon} = \frac{p_0 c^2}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + (ce|\vec{E}|t)^2}}, \quad (6)$$

откуда

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{p_0 c}{e|\vec{E}|} \text{Ln} \left[ ec|\vec{E}| \left( ec|\vec{E}|t + \sqrt{\varepsilon_0^2 + (ec|\vec{E}|t)^2} \right) \right] = \\ &= \frac{cp_0}{e|\vec{E}|} \text{Arsh} \left[ \frac{ec|\vec{E}|t}{\varepsilon_0} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

*Параметры моделирования.* Принимая заряд электрона  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Кл и массу  $m = 9.1 \times 10^{-31}$  кг (система единиц С.И.) при значениях  $p_0 = 0 \hat{e} \hat{a} \hat{i} / \hat{n}$  и модуля напряженности внешнего электрического поля  $|\vec{E}| = 200 \hat{A} / \hat{m}$  получаем следующую траекторию движения:



Рисунок 1 – Траектория движения электрона при  $p_0 = 0 \hat{e} \hat{a} \hat{i} / \hat{n}$

То есть электрон движется по прямой линии [1].

В случае, когда  $p_0 \neq 0 \hat{e} \hat{a} \hat{i} / \hat{n}$ , при тех же параметрах получаем следующую траекторию движения:

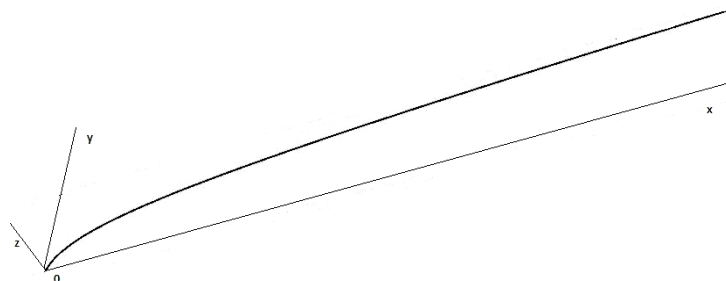


Рисунок 2 – Траектория движения электрона при  $p_0 \neq 0 \hat{e} \hat{a} \hat{i} / \hat{n}$

Таким образом, при  $p_0 \neq 0 \hat{e} \hat{a} \hat{i} / \hat{n}$ , заряд движется в однородном электрическом поле по цепной линии [1].

*Заключение.* Работа посвящена моделированию движения заряженных частиц во внешнем электрическом поле. В ходе работы было показана процедура решения уравнений движения заряженных частиц в полях с последующим моделированием движения при различных параметрах.

### Литература

1. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособ.: для вузов. В 10 т. Т. II. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Физматлит. – 2006. – 586 с.
2. Медведев, Б.В. Начала теоретической физики / Б.В. Медведев. – Москва: Наука.–1977.– 496 с.
3. Савельев И.В. Основы теоретической физики: учебник. В 2 томах. Т. I. Механика. Электродинамика / И.В. Савельев. – Спб. : Издательство «Лань».–2005. – 496 с.

**Е.В. Зайцев** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель),  
**Т.Я. Каморникова** (ассистент УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Е.И. Сукач**, канд. техн. наук, доцент

### ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ОЦЕНКИ НАДЁЖНОСТИ СХЕМ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ УЧАСТКОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА

Проектирование и исследование надёжности технологического процесса производства (ТПП) немислимы без его математического моделирования, учитывающего структурную организацию исследуемого объекта, параметры элементов и случайные воздействия факторов внешней среды. Модель упрощает, удешевляет и ускоряет процесс исследования оригинала. Необходимость использования моделей возникает, когда получение решений на реальном объекте дорого, сложно или вообще невозможно [1]. В случае наличия элементов потенциальной опасности моделирование предупреждает возникновение аварий и чрезвычайных ситуаций в ходе функционирования исследуемых объектов. С использованием автоматизированного компьютерного моделирования возможен выбор схем резервирования потенциально опасных участков ТПП, позволяющих предупредить аварии на системном уровне.

В докладе приводится один из подходов к решению задачи сравнительного анализа надёжности различных схем резервирования участков ТПП, основанный на проведении вероятностных расчётов, учитывающих вероятностные характеристики структурных составляющих ТПП с различным числом их состояний надёжности. Дается описание

программных средств, позволяющих сформировать различные схемы резервирования, задать вероятностные параметры их элементов и оценить их надёжность.

Объектом исследования является основная подсистема производственных систем, а именно, подсистема ТПП, представленная в виде графа. Предполагается, что элементами подсистемы являются технологические операции (ТХО), при выполнении которых могут происходить отказы и опасные отказы. Таким образом, часть из ТХО по ряду признаков можно отнести к потенциально опасным элементам, оказывающим непосредственное влияние на реализацию технологического цикла.

В качестве характеристик надёжности элементов при оценке надёжности организации подсистемы ТПП были выбраны вероятности отказов, возникающие в ходе выполнения ТХО. Рассматривались три состояния надёжности элементов:  $S_1$  – надёжное выполнение операции;  $S_2$  – отказы при выполнении ТХО;  $S_3$  – опасные отказы при выполнении ТХО. Первые элементы  $p_0^i$  векторов

$$P^i = (p_0^i, p_1^i, \dots, p_n^i), \sum_{j=0}^n p_j^i = 1, i = \overline{1, m} \quad (1)$$

определяли вероятность безотказного выполнения  $i$ -ой ТХО, вторые  $p_1^i$  указывали на вероятности отказов при выполнении ТХО, не влияющие на надёжность выполнения последующих ТХО; третьи составляющие вектора (1)  $p_2^i$  задавали вероятность опасного отказа, возникающего при выполнении ТХО.

Для описания связей между ТХО были использованы функции, определяющие коэффициенты вероятностно-алгебраического умножения, однозначно позволяющие рассчитать вероятностные характеристики всей подсистемы ТПП на основе известных значений векторов вида (1).

Для описания ТХО, реализуемых последовательно использовались функции вида  $F_1(i, j) = \max(i, j)$ . Такой выбор функции означает, что при выполнении цепочки последовательных  $\{ТХО_i\}$  отказ происходит в результате отказа наименее надёжной ТХО. Такой технологической операцией является ТХО из множества  $\{ТХО_i\}$ , которая находится в состоянии с максимальным номером, определяющим её показатель надёжности.

Для описания ТХО, реализуемых параллельно использовались функции вида  $F_2(i, j) = \min(i, j)$ . Такой выбор функции означает, что при одновременном выполнении множества параллельных  $\{ТХО_i\}$  отказ происходит в только в случае отказа самой надёжной ТХО. Такой ТХО является та из множества  $\{ТХО_i\}$ , которая находится в состоянии с минимальным номером.

Для расчёта надёжности участков, на которых реализуется выполнение совокупности ТХО с резервированием по схеме мажоритарной логики (2 из 3) использовалась функция вида  $F_3(i, j, l)_{2/3} = [(i + j + l - \min(i, j, l)) / 2]$ , что означает: при одновременном выполнении множества  $\{ТХО_i\}$ , участок надёжен, если выполняются минимум две из трёх ТХО.

Переход к оценке времени и стоимости выполнения цикла ТПП (с подсчётом результирующих значений времени и стоимости выполнения технологического цикла) осуществляется путём изменения функций, определяющих коэффициенты вероятностно-алгебраического моделирования, и обновлением значений векторов вероятностей (1) в соответствии с выбранной семантикой.

В этом случае для определения оценки ТХО, реализуемых последовательно использовалась функции вида  $F_4(i, j) = \min(i + j - 1, n)$ . Такой выбор функции означает, что при выполнении цепочки последовательных ТХО из множества  $\{ТХО_i\}$  происходит суммирование значений времени/стоимости их выполнения с одновременным формированием интегральных значений вероятностей этой величины.

Для демонстрации решения поставленной задачи использовалось программное обеспечение, обеспечивающее расчёт надёжности выполнения ТПП для различных схем резервирования ТХО со случайными значениями вероятностей их отказа (опасного отказа). На рисунке 1 представлен фрагмент интерфейса, демонстрирующий расчёт надёжности ТПП, включающей два элемента (ТХО), соединённых последовательно.

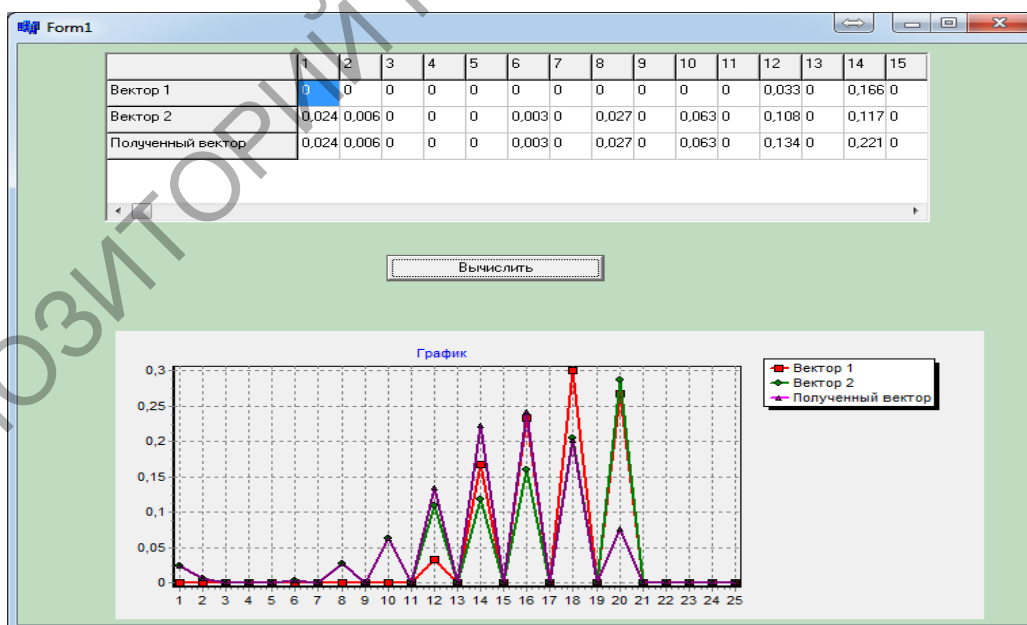


Рисунок 1 – Фрагмент интерфейса программного обеспечения для расчёта надёжности схем резервирования участков ТПП

## Литература

1. Зайцев, Е.В. Свойства схемы формализации вероятностного моделирования графовых объектов / Е.В. Зайцев, А.А. Красовская, Е.Е. Шереметьева // XLIII студенческая научная конференция «Дни студенческой науки», 24–25 апреля 2014г., ГГУ им. Ф. Скорины. – 2014, ч.1. – С. 58–59.

**В.Д. Коротченя, Т.С. Лавицкая** (БГУ, Минск)  
Науч. рук. **Ю.М. Покотило**, канд. физ.-мат. наук, доцент,  
**А.Н. Петух**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### ДИНАМИКА РАСПЛАВА В ПРОЦЕССЕ РОСТА МОНОКРИСТАЛЛОВ КРЕМНИЯ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО

Известно [1], что характер распределения примесей в объеме монокристалла достаточно объективно отражает гидродинамическую ситуацию в расплаве у фронта кристаллизации. Поэтому получение полупроводникового материала с определенными характеристиками требует учета всего сложного комплекса физико-химических явлений, сопровождающий рост кристалла. Целью настоящей работы явилось изучение процессов, управляющих формированием микронеоднородности на основе изучения распределения примесей вдоль оси роста кристаллов.

Исследовались слитки кремния типа КДБ-12 и КЭФ-4,5, которые выращивались методом Чохральского на различных промышленных установках. Кристаллизация осуществлялась из шихты без вращения тигля. Диаметры тигля и слитков равны 330 мм и 100 мм соответственно. Частота вращения слитков ( $\omega$ ) составляла 3–5 об/мин, а скорость их вытягивания ( $R$ ) варьировалась от слитка к слитку в пределах 0,8–1,2 мм/мин. Распределение концентрации кислорода и легирующих примесей (бора или фосфора) вдоль оси роста слитков измерялось спектрометром, разработанным и изготовленным на кафедре физической информатики и атомно-молекулярной физики.

На рис.1 представлены типичные профили распределения концентрации кислорода вдоль оси роста слитков. Общей закономерностью представленных на рисунке.1 распределений является наличие микроскопических осцилляций, сопровождающих изменение концентрации кислорода в макроскопическом масштабе. Неоднородности такого типа, на первый взгляд, ассоциируются с шумами измерительной системы или с внешними случайными воздействиями на ростовую систему, но

могут быть и результатом внутренних физических процессов в расплаве при росте кристаллов.

Одним из основных способов отделения случайного хаоса от детерминированного поведения динамической системы служит корреляционный анализ, который был применён в данной работе для микроскопических осцилляций концентрации внедряемого кислорода в соответствии с процедурой Грассбергера и Прокаччи [2].

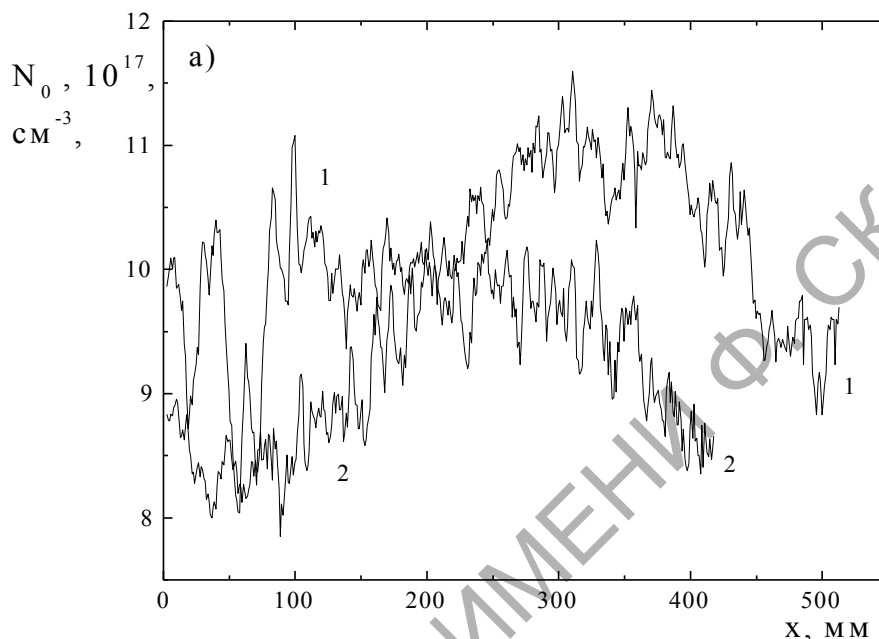


Рисунок 1 – Типичные профили распределения концентрации кислорода вдоль оси роста слитков типа КДБ-12 диаметром 100 мм.

Согласно этой процедуре из временных реализаций концентрации кислорода, полученных путем преобразования координаты профилей на рисунке.1 во время с учетом скорости вытягивания, выделялись различные подпоследовательности длины  $k$  и для  $k$ -мерного фазового пространства рассчитывалось значение корреляционного интеграла:

$$C_k(r) = \frac{1}{N} \sum_n^N \sum_{n'}^N \Theta[r - \rho(n, n')] \quad (1)$$

где  $N$  – полное число элементов временной последовательности,  $\rho(n, n')$  – расстояние между произвольными векторами длины  $k$ , начинающихся с номеров  $n$  и  $n'$ ,  $r$  – радиус некоторой области в  $k$ -мерном пространстве,  $\Theta(z)$ - функция Хэвисайда. Как следует из (1) в корреляционный интеграл  $C_k(r)$  дают вклад только те пары векторов, расстояние между которыми меньше или равно заданной величины  $r$ . При малых  $r$  корреляционный интеграл должен стремиться к нулю, т. е.

$$C_k(r) = r^m \quad (2)$$

Величину  $m$  находят из графика зависимости  $\ln C_k(r)$  от  $\ln(r)$ . Полученные зависимости  $C_k(r)$  для слитка n14111 в двойном логарифмическом масштабе показаны на рисунке 2. Видно, что при малых  $r$  наклон этих кривых стремится к насыщению и, начиная с некоторого номера  $k$ , перестает возрастать с увеличением  $k$ , что согласно теории свидетельствует о детерминированности исследуемой временной реализации. Это значение  $k$  дает размерность вложения аттрактора  $d_e$ , а предельный тангенс угла наклона ( $m$ ) – корреляционную размерность  $d_k$ , равную в нашем случае 3,6, т. е. осцилляции концентрации кислорода в процессе роста слитков могут быть описаны конечномерной динамической системой, движущейся на странном аттракторе с дробной корреляционной размерностью.

Для сравнения была проанализирована временная последовательность значений концентрации кислорода на спектрометре в одной точке слитка отражающая шумы измерительной системы, которая показала отсутствие корреляции.

Таким образом, полученные результаты корреляционного анализа свидетельствуют о том, что динамика внедрения кислорода в выращиваемые кристаллы носит детерминированный характер и обусловлена динамическим поведением самой ростовой системы.

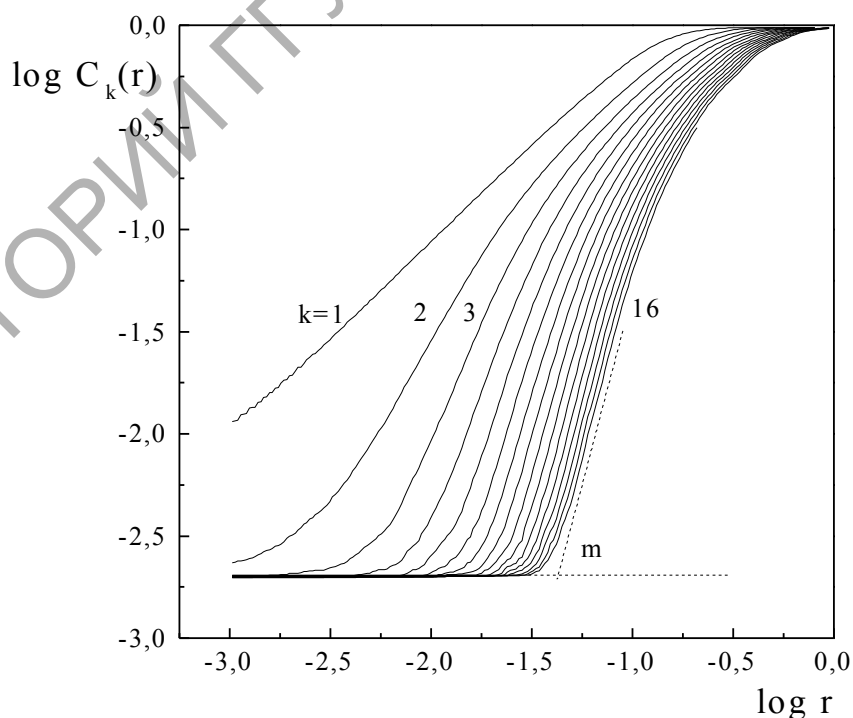


Рисунок 2 – Зависимость корреляционного интеграла  $C_k(r)$  при разных значениях размерности фазового пространства ( $k$ )

## Литература

1. А.В. Картавых, Э.С. Копелиович, М.Г. Мильвидский и др. // Кристаллография. – 1997. – Т. 42, № 4. – С. 755–761.
2. Grassberger P., Procaccia J. Measuring the strangeness of strange attractors // Physica D. – 1983. – Vol. 9. P. 3–15.

**А. Кравцов** (УО «ГГТУ им. П. О. Сухого», Гомель)  
Науч. рук. **В.Ю. Гавриш**, старший преподаватель

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Введение.* Изучение физических свойств элементарных частиц связано с моделированием их движения. Особенно большое практическое значение подобные исследования имеют для ускорителей, в которых потоки частиц ускоряются внешним электрическим и магнитным полями.

Цель данной работы – продемонстрировать, как без учета квантово-механических эффектов при различных параметрах смоделировать движение частиц во внешнем магнитном поле.

*Движение частицы в магнитном поле.* Рассмотрим движение электрона  $e$  с массой  $m$  в однородном постоянном магнитном поле  $\vec{H}$ . Будем считать, что частица имеет сферическую форму, а заряд частицы сосредоточен в центре.

Принимая направление поля  $\vec{H}$  вдоль оси  $z$ , запишем уравнения движения частицы [1]:

$$\dot{\vec{p}} = \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{H}] \quad (1)$$

(точка над буквой обозначает дифференцирование по времени), откуда, используя соотношение между скоростью и энергией релятивистской частицы [2,3],

$$\vec{\pi} = \vec{v} \frac{\varepsilon}{\chi^2} \quad (2)$$

получаем

$$\frac{\varepsilon}{c^2} \dot{\vec{v}} = \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{H}]. \quad (3)$$

Используя правило векторного произведения из (3) нетрудно получить

$$\dot{v}_x(t) = \omega v_y(t), \quad \dot{v}_y(t) = -\omega v_x(t), \quad \dot{v}_z(t) = 0, \quad (4)$$

где введено обозначение  $\omega = \frac{ec}{\varepsilon} |\vec{H}|$ . Отметим, что энергия частицы  $\varepsilon$  в магнитном поле постоянна.



Для решения системы уравнений (4) умножим второе из уравнений на  $i$  и сложим с первым:

$$\frac{d}{dt}(v_x(t) + iv_y(t)) = -i\omega(v_x(t) + iv_y(t)), \quad (5)$$

откуда:

$$v_x(t) + iv_y(t) = v_0 e^{-i(\omega t + \varphi_0)}, \quad (6)$$

где  $v_0$  и  $\varphi_0$  – некоторые вещественные постоянные, которые определяются начальными условиями. Отделяя мнимую и действительную часть выражения (6), находим:

$$v_x(t) = v_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad v_y(t) = -v_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (7)$$

или, после интегрирования, получаем:

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad y(t) = y_0 + \frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (8)$$

Для третьего уравнения системы (4) решение очевидно:

$$z(t) = z_0 + v_{0z} t, \quad (9)$$

где  $v_{0z}$  – начальная скорость частицы вдоль оси  $z$ .

*Параметры моделирования.* Принимая заряд электрона  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Кл и массу  $m = 9.1 \times 10^{-31}$  кг (система единиц С.И.) при значениях  $x_0 = y_0 = z_0 = 0$  и модуля напряженности магнитного поля  $|\vec{H}| = 200$  Тл в случае, если  $v_{0z} \neq 0$ , получаем:

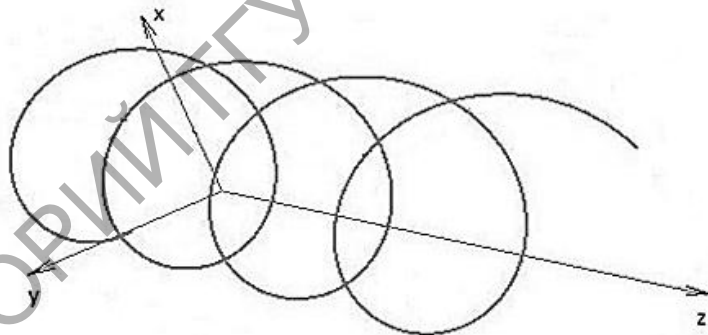


Рисунок 1 – Траектория движения электрона при  $v_{0z} \neq 0$  м/с

То есть электрон движется по винтовой линии с осью движения вдоль магнитного поля со скоростью, модуль которой постоянен по величине [1].

В случае, когда  $v_{0z} = 0$ , при тех же параметрах, получаем следующую траекторию движения (рисунок 2).

Таким образом, при  $v_{0z} = 0$ , заряд движется в однородном магнитном поле по окружности в плоскости, перпендикулярной к полю [1].

*Заключение.* Работа посвящена моделированию движения заряженных частиц во внешнем магнитном поле. В ходе работы была показана

процедура решения уравнений движения заряженных частиц в полях с последующим моделированием движения при различных параметрах.

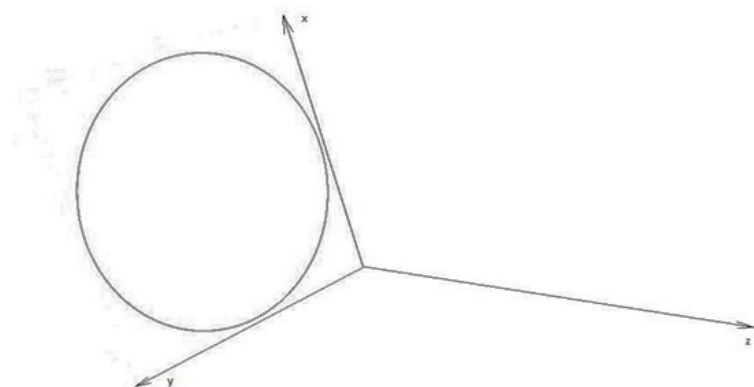


Рисунок 2 – Траектория движения электрона при  $v_{0z} = 0$  м/с

### Литература

1. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособ. : для вузов: в 10 т. Т. 2. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Физматлит. – 2006. – 586 с.
2. Медведев, Б.В. Начала теоретической физики / Б.В. Медведев. – Москва: Наука. – 1977. – 496 с.
3. Савельев И.В. Основы теоретической физики: учебник: в 2 томах. Т. 1. Механика. Электродинамика / И.В. Савельев. – Спб. : Издательство «Лань». – 2005. – 496 с.

**Ю.М. Кравченко** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **А.А. Слука**, ассистент

### ПРИМЕНЕНИЕ ИНСТРУМЕНТА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ANYLOGIC В ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ

Благодаря интенсивному развитию информатики и компьютерных технологий стало намного проще решать сложные задачи, требующие больших временных и финансовых затрат. Намного упростить их решение возможно с использованием моделирования.

Одним из наиболее распространенных и удобных способов моделирования сложных систем является имитационное компьютерное моделирование объектов и процессов реального мира.

Специалист, приступая к решению задачи, должен знать основы динамических процессов, подходы и методы решения сложных процессов и систем, в том числе аналитических и имитационных, а также знать конкретные информационные системы моделирования и

используемые в них языки программирования. Среди множества сред аналитического моделирования основными являются: Maple, MathCAD, MATLAB + Simulink, и другие.

При обучении моделированию сложных систем могут быть использованы различные среды и методологии разработки аналитических и имитационных моделей сложных систем: MvStudium, MATLAB, Arena, GPSS, Extend и др. Особое место среди сред разработки компьютерных моделей сложных систем принадлежит среде моделирования имитационных моделей – AnyLogic. Разные средства спецификации и анализа результатов, имеющиеся в AnyLogic, позволяют строить модели (динамические, дискретно-событийные, агентные), имитирующие практически любой реальный процесс, выполнять анализ моделей на компьютере без проведения реальных экспериментов и самостоятельных сложных вычислений.

Цель данной работы: продемонстрировать работу инструмента имитационного моделирования AnyLogic на примере модели маятника, приведённого на рисунке 1.

Колебательные движения механических систем широко распространены в технике: качания маятников, движения поршней двигателей внутреннего сгорания, колебания струн, стержней и пластин, вибрации двигателей, фундаментов и множество других подобных процессов.

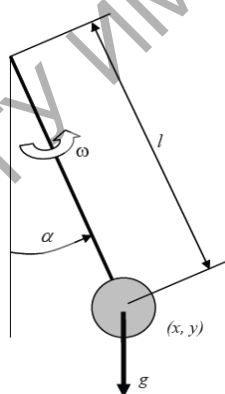


Рисунок 1 – Маятник

С математической точки зрения имеем задачу Коши:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{l} - \mu \cdot \omega^2;$$

$$x = l \cdot \sin(\alpha); \quad y = l \cdot \cos(\alpha); \quad \omega(0) = 0;$$

Здесь  $\alpha$  – текущий угол отклонения маятника от вертикали,  $\omega$  – его угловая скорость,  $\mu$  – коэффициент сопротивления среды (будем считать, что сопротивление среды пропорционально квадрату угловой скорости).

Необходимо построить модель по вышеприведенным формулам. Модель должна содержать две переменных состояния *alpha* и *omega*, и

три параметра  $l$ ,  $\mu$  и  $g$ , а также начальное значение переменной  $\alpha$ , которая задается параметром с именем  $\alpha_0$ . Переменные  $x$  и  $y$  задают координаты центра масс маятника, их значения можно вычислить по формулам, в соответствии со схемой рисунка 1.

Данную модель построим в AnyLogic. Для этого в корневом объекте модели необходимо создать четыре переменных:  $x$ ,  $y$ ,  $\alpha$  и  $\omega$ . Переменные  $x$  и  $y$  следует задать формулами, а  $\alpha$  и  $\omega$  – интегралами, в соответствии с формулами представленными выше. Начальное значение угловой скорости  $\omega$  равно 0. Четыре параметра  $l$ ,  $\mu$ ,  $g$  и  $\alpha_0$  так же необходимо создать на диаграмме класса активного объекта.

В презентации маятника необходимо определить четыре области. В центральной области с помощью двух линий и овала нарисовать маятник. У линии, изображающей нить, один конец всегда имеет координаты  $(0,0)$ , этот конец нити привязан к неподвижной опоре. Второй конец нити имеет координаты  $x$  и  $y$ , этот конец нити привязан к маятнику.

На панели свойств необходимо ввести координаты начала ( $X$  и  $Y$ ) и конца нити ( $dX$  и  $dY$ ) – величины  $x$  и  $y$ .

Третья область будет содержать: название модели и небольшой поясняющий текст. Нижняя часть третьей области включает два специальных поля для ввода данных: Текстовое поле (editBox). В эти поля при работе модели можно вводить новые значения параметров  $l$  и  $\mu$ , изменяя их в процессе выполнения модели.

В нижней части диаграммы класса активного объекта разместим графики зависимости  $\alpha$  и  $\omega$  от времени, и фазовую диаграмму зависимости  $\alpha$  от  $\omega$ . Полученная модель маятника представлена на рисунке 2.

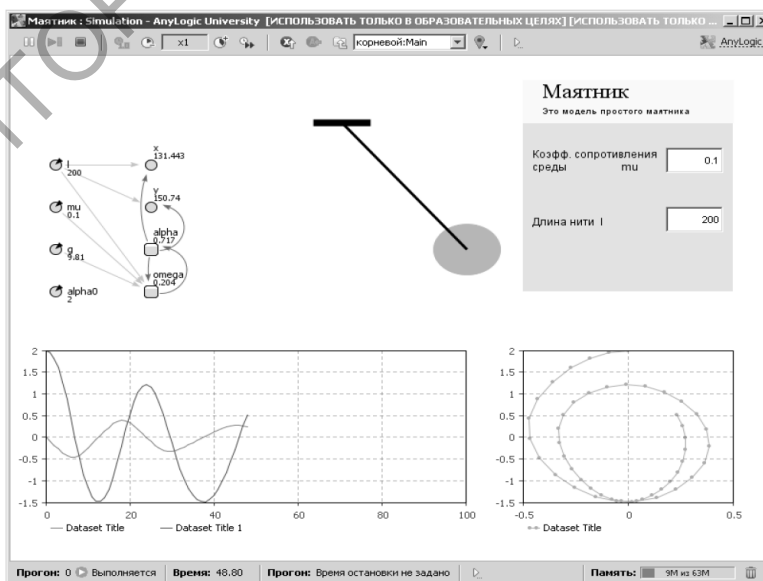


Рисунок 2 – Модель маятника в AnyLogic

Приведённый пример позволяет сделать выводы о том, что уникальность, гибкость и мощность языка моделирования, предоставляемого AnyLogic, позволяет учесть любой аспект моделируемой системы с любым уровнем детализации, а графический интерфейс AnyLogic, инструменты и библиотеки позволяют быстро создавать модели для широкого спектра задач моделирования физических процессов.

### Литература

1. Аверченков, В.И. Основы математического моделирования технических систем : учебное пособие / В.И. Аверченков, В.П. Федоров, М.Л. Хейфец. – М: Изд-во «Флинта», 2011. – 271 с.

**А.Ю. Кравченко** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **И.В. Семченко**, д-р физ.-мат. наук, профессор

### МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ СПИРАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ HFSS

С развитием современных технологий и программ проектирования появилась возможность создавать искусственные материалы с особыми электромагнитными свойствами, или метаматериалы. Данный термин возник в начале XXI столетия. Такое название объясняется тем обстоятельством, что свойства создаваемых материалов нельзя получить при использовании обыкновенных материалов. В обычных материалах мы не можем изменять свойства отдельных атомов и расстояния между ними. Новые возможности открываются в метаматериалах, где элементами структуры являются микрорезонаторы. Мы можем изменять форму и размеры элементов, а также расстояния между ними и тем самым управлять свойствами метаматериалов. При этом должно выполняться соотношение  $d < \lambda$ , где  $d$  – характерный период расположения элемента,  $\lambda$  – длина волны электромагнитного поля. Одной из программ, с помощью которой можно моделировать различные элементы метаматериалов, является HFSS. Она предназначена для анализа трёхмерных СВЧ структур, в том числе антенн и невзаимных устройств, содержащих ферриты.

В работе была смоделирована одновитковая и двухвитковая спирали. Одновитковая спираль имеет следующие параметры:  
 $N_{1B}=1$ ,  $L_1=0,05$  м,  $r_{0,1}=0,2 \cdot 10^{-3}$  м  $\alpha_1 = 13,6^\circ$ ,  $r_1=7,7 \cdot 10^{-3}$  м,  $h_1=11,6 \cdot 10^{-3}$  м

Двухвитковая:

$N_{2B}=2$ ,  $L_2=0,05$  м,  $r_{0,2}= 0.2*10^{-3}$  м,  $\alpha_2=7.07^0$ ,  $r_2=3.95*10^{-3}$  м,  $h_2=3.08*10^{-3}$  м  
 где  $N_B$  – число витков спирали,  $L$  – длина спирали в выпрямленном состоянии,  $r_0$  – радиус сечения проволоки, из которой изготовлена спираль,  $\alpha$  – угол подъема спирали относительно плоскости, перпендикулярной оси спирали,  $r$  – радиус витка,  $h$  – шаг спирали.

Угол подъёма исследуемых спиралей найден по формуле [1]:

$$\alpha = \arcsin(-2 * N_B + \sqrt{4 * N_B^2 + 1})$$

В результате использования программы HFSS, на основании метода конечных элементов, был смоделированы одновитковая и двухвитковая спирали. Данные спирали рассматривается в вакууме. Они возбуждается падающей плоской электромагнитной волной (рисунок 1), вектор напряженности электрического поля направлен вдоль оси спирали (ось Z). Волновой вектор падающей волны направлен вдоль оси X.

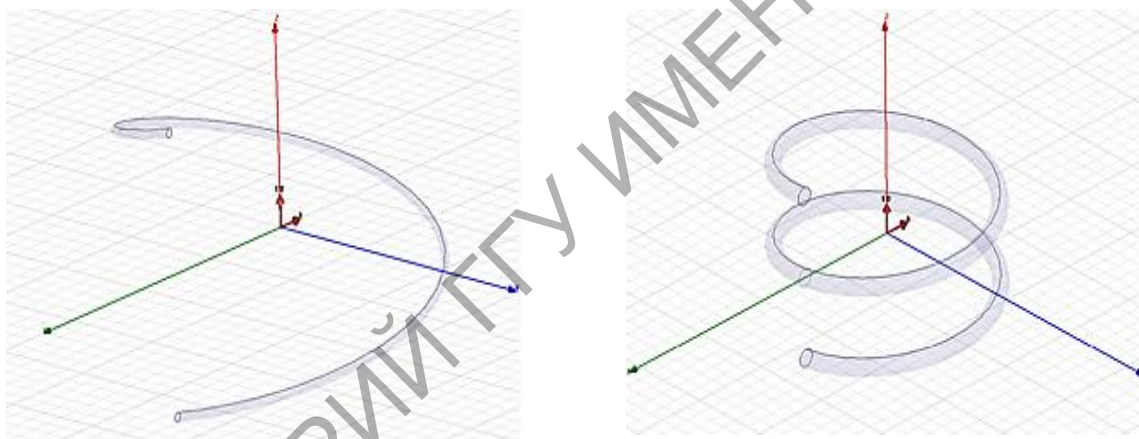


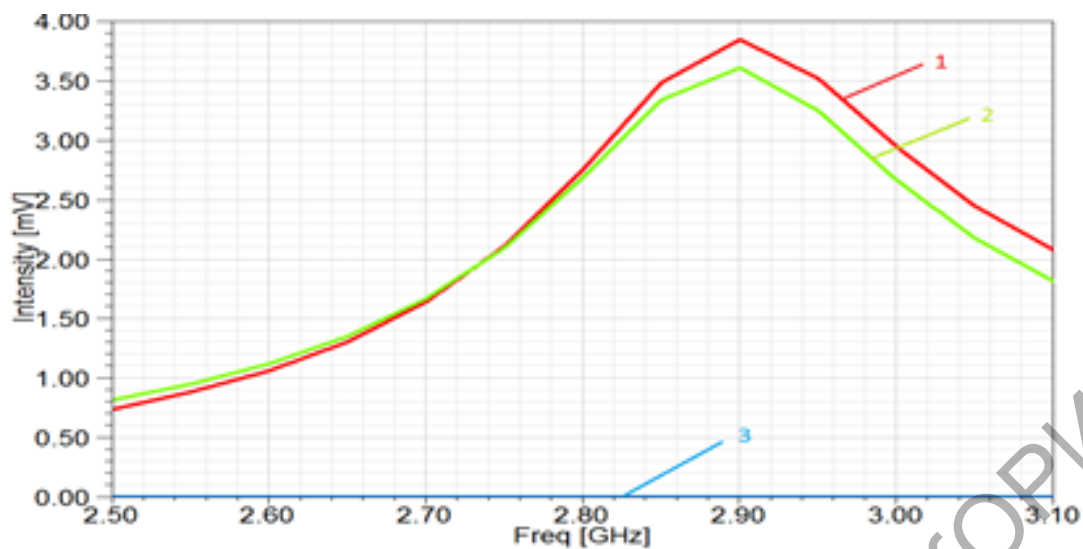
Рисунок 1 – Одновитковая и двухвитковая спирали

В дипольном приближении напряженность электрического поля излучаемой волны имеет вид [2]:

$$\vec{E} = \frac{\mu_0}{4*\pi*R} \left( \left[ [\ddot{\vec{p}} \vec{n}] \vec{n} \right] + \frac{1}{c} [\vec{n} \ddot{\vec{m}}] \right) \quad (1)$$

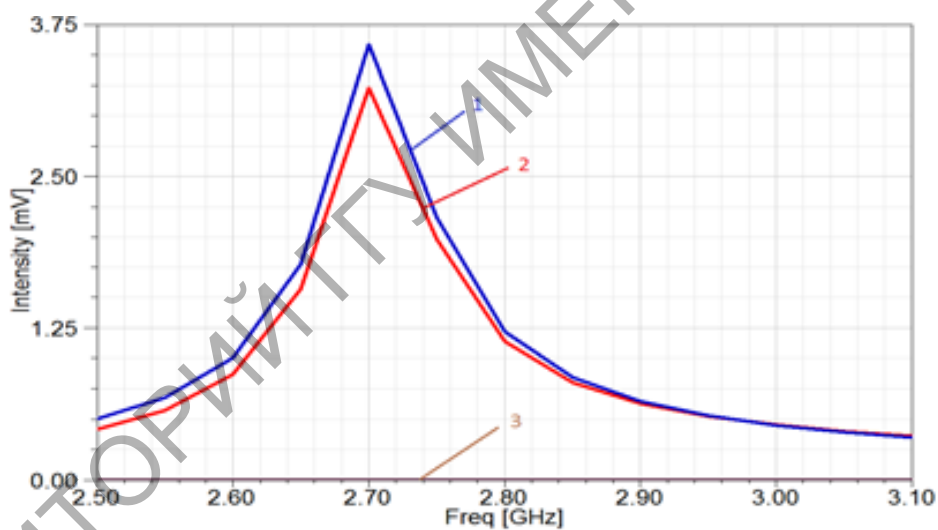
где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $R$  – расстояние от спирали до точки наблюдения,  $\vec{n}$  – единичный вектор волновой нормали,  $c$  – скорость света в вакууме, две точки обозначают вторую производную по времени,  $\vec{m}$  – вектор магнитного момента,  $\vec{p}$  – вектор дипольного момента.

Данные спирали были рассмотрены в диапазоне частот от 2,5 до 3,1 ГГц.



1 – компонента вектора  $E_x$ ; 2 – компонента вектора  $E_z$ ;  
3 – компонента вектора  $E_y$

Рисунок 2 – График зависимости компонент напряженности электрического поля излучаемой волны от частоты для одновитковой спирали



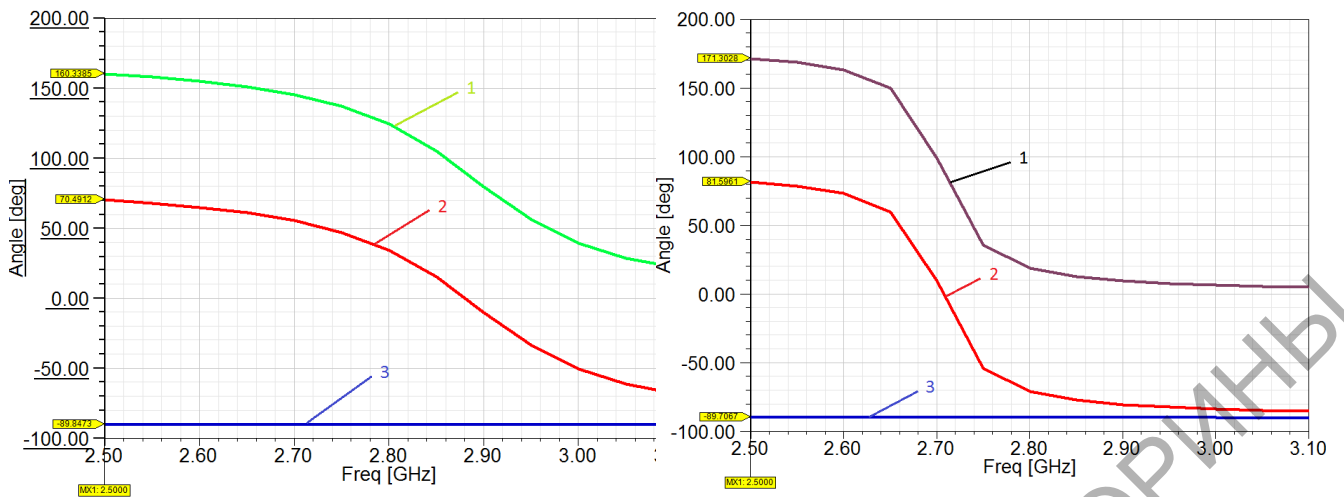
1 – компонента вектора  $E_x$ ; 2 – компонента вектора  $E_z$ ;  
3 – компонента вектора  $E_y$

Рисунок 3 – График зависимости компонент напряженности электрического поля излучаемой волны от частоты для двухвитковой спирали

Из этих графиков можно определить резонансную частоту для компонент напряженности электрического поля, которая оказалась близкой к теоретически рассчитанной частоте.

Сдвиг фаз между компонентами  $E_x$  и  $E_z$  составляет  $\frac{\pi}{2}$ .





1 – фаза компоненты вектора  $E_x$ ; 2 – фаза компоненты вектора  $E_z$ ;

3 – сдвиг фаз между компонентами  $E_x$  и  $E_z$

Рисунок 4 – Графики зависимостей фаз компонент  $E_x$  и  $E_z$  от частоты для одновитковой и двухвитковой спирали

Условие излучения циркулярной волны имеет вид [2]:

$$|p| = \frac{1}{c} |m| \quad (2)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $p$  и  $m$  – компоненты электрического дипольного момента и магнитного момента, направленные вдоль оси спирали.

Характеристикой поляризации волны является коэффициент эллиптичности, который для циркулярно поляризованной волны равен 1. На рисунке 5 представлены коэффициенты эллиптичности в зависимости от частоты для одновитковой спирали и для двухвитковой спирали.

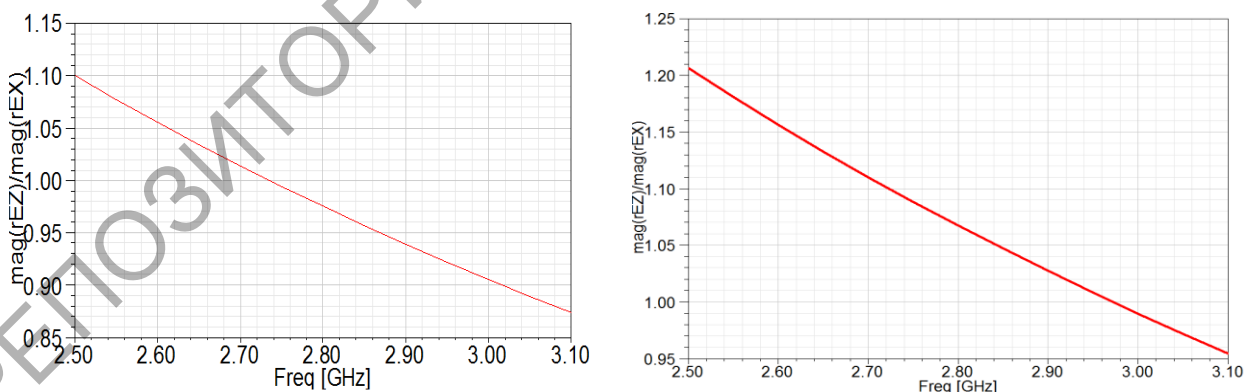


Рисунок 5 – Коэффициенты эллиптичности в зависимости от частоты для одновитковой и двухвитковой спирали

На основе проделанного моделирования из полученных графиков (Рисунок 2 и 3) можно найти резонансные частоты для одновитковой и



двухвитковой спирали и судить о поляризации волны (Рисунок 5). Моделирование подтверждает, что для спиралей с рассмотренными углами подъема волна, излучаемая вблизи резонанса, имеет приблизительно циркулярную поляризацию.

### Литература

1. Исследование поляризации электромагнитного излучения, рассеянного на металлической спирали / И.В. Семченко, С.А. Хахомов, А.Л. Самофалов, В.И. Кондратенко // Лазерная и оптико-электронная техника. – 2002. – Вып. 7. – С. 84–91.

2. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1988. – Т. 2. – 512 с.

**Г.В. Крох, А.В. Ясько** (УО МГПУ им. И.П. Шамякина, Мозырь)  
Науч. рук. **Г.В. Кулак**, д-р физ.-мат. наук, профессор

### **ВЛИЯНИЕ СВЕТОИНДУЦИРОВАННЫХ РЕШЕТОК НА АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В КРИСТАЛЛАХ ПАРАТЕЛЛУРИТА**

Квазибездифракционные световые пучки представляют значительный практический интерес для лазерных технологий вследствие их уникального свойства – неизменной амплитуды светового поля в процессе их распространения [1].

В настоящей работе с использованием теории связанных волн рассмотрены особенности брэгговской акустооптической (АО) дифракции бесселевых световых пучков (БСП) в кристаллах парателлуриата ( $TeO_2$ ) с учетом кубической нелинейности, приводящей к возникновению светоиндуцированных решеток наряду с ультразвуковой. Теоретическое описание АО взаимодействия БСП в нелинейных средах основано на численных методах с учетом анализа интегралов перекрытия бесселевых полей [2].

Рассмотрим геометрию АО взаимодействия (рисунок 1), для которой медленная сдвиговая УЗ волна распространяется вдоль кристаллографической оси [110] кристалла парателлуриата [3]. Выберем систему координат  $XYZ$  так, что в направлении близком к оси  $X$  распространяется УЗ волна, а под углом  $\varphi_1$  к оси  $Z$  падает световая волна.

В таком случае в направлении дифракционного порядка при анизотропной дифракции дают вклады два вида векторных взаимодействий:

$\vec{k}_{0\pm} + \vec{K}_{1,2} = \vec{k}_{1\mp}$ , где  $\vec{K}_1, \vec{K}_2$  – плоскороволновые компоненты акустического пучка.

Из уравнений Максвелла и материальных уравнений следует волновое уравнение для напряженности светового поля в области, занятой ультразвуком [2]. Решение волнового уравнения будем искать в виде нескольких связанных волн с медленно изменяющимися амплитудами:

$$\vec{E} = \vec{u}_i A_i(z) j_0(q_0 \rho_0) e^{i[k_i r - \omega t]} + \sum_{m'=1}^M \vec{u}_d A_{dm'}(z) j_0(q_{m'} \rho_1) e^{i[k_d r - \omega_d t]} \quad (1)$$

где  $\rho_0 = r \cos \varphi_1, \rho_1 = r \cos \varphi_2$  (см. рис. 1а),  $\rho \parallel X$  – цилиндрическая координата,  $\vec{u}_{i,d}$  – единичные векторы эллиптической поляризации падающей и дифрагированной волн (например, при  $o-e$  – преобразовании  $i$  заменяют на  $o$  и  $d$  на  $e$ );  $\omega_d = \omega \pm \Omega$ , где  $\omega$  – частота падающей световой волны.

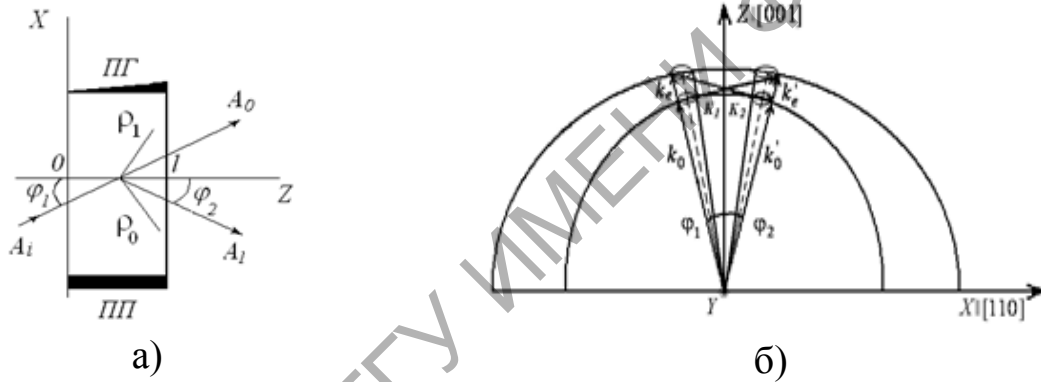


Рисунок 1 – Геометрия анизотропной акустооптической дифракции световых пучков (ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель) (а); схема расположения преломленной и дифрагированной плоскороволновых компонент БСП в плоскости дифракции кристалла  $TeO_2$  ( $\vec{K}_{1,2}$  – волновые векторы ультразвука,  $\vec{k}_{o,e}, \vec{k}'_{o,e}$  – волновые векторы преломленной и дифрагированной волн,  $2\alpha$  – угол между акустическими векторами  $\vec{K}_1, \vec{K}_2$ ) (б)

Подставив выражение (5) в волновое уравнение для напряженности светового поля  $\vec{E}$  в области, занятой ультразвуком, введя вещественные амплитуды и фазы падающей ( $i$ ) и дифрагированной ( $d$ ) волн:  $A_i(z) = A_i^r(z) \exp[-i\phi_i(z)]$ ,  $A_d(z) = A_d^r(z) \exp[-i\phi_d(z)]$  получим систему уравнений связанных волн вида:

$$\begin{aligned} \frac{dA_i^r}{dz} &= a \sum_{m'=1}^M g_{im} A_{dm}^r(z) \sin \Delta\phi + b A_i^r(z) \left( \sum_{m'=1}^M A_{dm'}^r g_{nm'} \right)^2, \\ \frac{dA_{dm}^r}{dz} &= -a g_{dm} A_i^r \sin \Delta\phi - b A_i^r{}^2 \left( \sum_{m'=1}^M A_{dm'}^r g_{nm'} \right), \\ \frac{d\Delta\phi}{dz} &= a \left( \frac{g_{im} A_i^r}{A_{dm}^r} - \frac{\sum_{m'=1}^M g_{dm'} A_{dm'}^r}{A_i^r} \right) \cos \Delta\phi, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta\phi = \phi_d - \phi_i + \pi/2$ ;  $g_{im, dm}$ ,  $g_{nm}$  – интегралы перекрытия дифрагированных БСП;  $M$  – число бесселевых мод в дифрагированном световом поле;  $a$  – постоянная связи дифрагированных волн вследствие эффекта фотоупругости,  $b$  – нелинейный коэффициент, обусловленный кубической оптической нелинейностью.

Расчеты проводились для анизотропной АО дифракции БСП нулевого порядка радиусом  $R_B=1$  мм, распространяющихся вблизи оптической оси гиротропного кристалла  $TeO_2$ .

На рисунке 2 представлена зависимость эффективности дифракции  $\eta$  от интенсивности ультразвука  $I_a$  при различных интенсивностях падающего светового пучка.

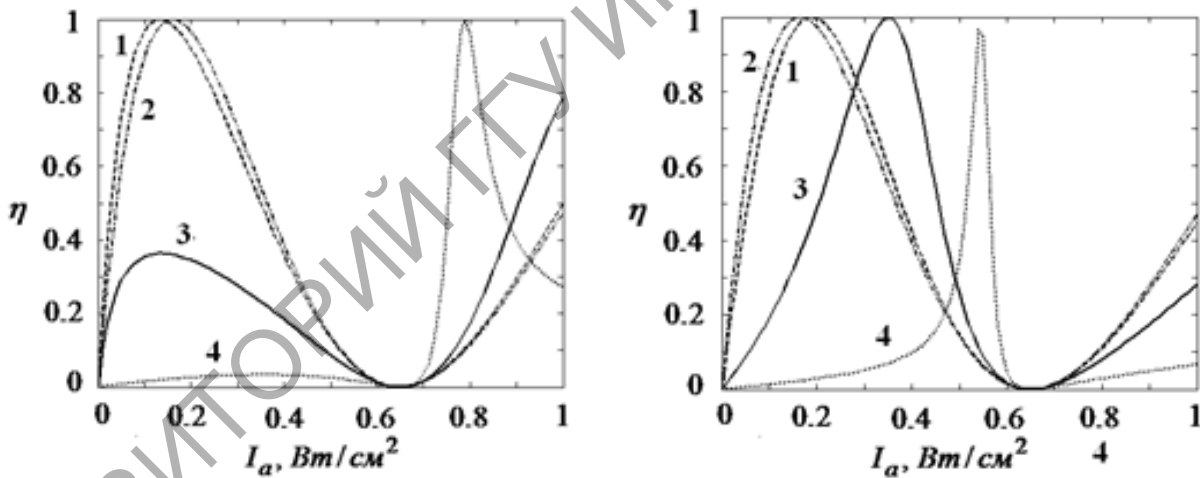


Рисунок 2 – Зависимость эффективности дифракции  $\eta$  от интенсивности УЗ волны  $I_a$  при различных интенсивностях света  $I_0$ : 1–10, 2–100, 3–1000, 4–5000 Вт/см<sup>2</sup> ( $R_B=1$  мм,  $M=1$ ,  $\lambda_0=0,63$  мкм,  $l=1$  см,  $g_{nm}=3,26 \cdot 10^6$ , кристалл  $TeO_2$ ,  $b>0$  (а),  $b<0$  (б))

Из рисунка следует, что при малых  $I_0 \leq 100$  Вт/см<sup>2</sup> изменение эффективности дифракции близко к описываемому функцией  $\eta = \sin^2(al)$

При увеличении интенсивности света проявляется нелинейный характер зависимости с существенными отклонениями от синусоидального закона.

При стоксовой дифракции ( $b > 0$ , рис. 2а) максимальное значение дифракционной эффективности достигается при меньших интенсивностях ультразвука, чем при антистоксовом ( $b < 0$ , рис. 2б).

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф14Р-195)

### Литература

1. Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams // J. Opt. Soc. Am. 1987. V.4, № 4. P. 651–654.

2. Кулак Г.В. Дифракция света на ультразвуке в гиротропных нелинейных средах // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук 1985, № 1, С. 63–66.

3. Белый В.Н., Кулак Г.В., Крох Г.В., Шакин О.В. Поляризационно-независимая акустооптическая модуляция бесселевых световых пучков // Журн. прикл. спектр. 2014. Т.81, № 1. С. 83–88.

**И.С. Михалко** (УО «ГГУ им. Ф.Скорины», Гомель)

Науч. рук. **И.В. Семченко**, д-р физ.-мат. наук, профессор

### ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА В ДВУХЗАХОДНОЙ СПИРАЛИ

Актуальность данной темы определяется тем, что спиральные элементы широко применяются в метаматериалах. В данной работе рассматриваются постоянный и квазистационарный токи, возникающие в спиральных элементах под действием электромагнитных волн. Возможно, интерес будет представлять также изучение взаимодействия высокочастотных переменных токов, для которых длина волны электромагнитного поля сравнима с длиной витка спирального элемента.

Рассмотрена двойная, или бифилярная спираль. Требуется найти силу, с которой одна спираль действует на бесконечно малый элемент второй спирали. При этом используется закон Био–Савара. Установлено, что  $z$  – компонента силы Ампера выражается следующим интегралом:

$$dF_{1z} = \frac{\mu_0 I_1 (dx_1) q^2 r}{2\pi} \int_0^\infty \frac{(1 - q^2 r^2)(1 + \cos u) + u \sin u}{(u^2 + 2q^2 r^2 (1 + \cos u))^{3/2}} du \quad (1)$$

При этом ось  $z$  направлена вдоль радиуса спирали, начало координат находится на оси спирали. Для симметричной бифилярной спирали отличной от нуля оказалась только  $z$  – компонента силы Ампера. Здесь переменная  $u = q \cdot x$ ,  $q = 2\pi/h$  – удельное кручение спирали,  $h$  – шаг

спирали,  $r$  – радиус витка,  $I$  и  $I_1$  – сила тока в первой и второй спиралях,  $dx_1$  – длина физически малого элемента второй спирали, на который действует сила Ампера. Теперь требуется исследовать поведение интеграла при различных углах подъёма спирали относительно плоскости, перпендикулярной оси спирали. Особо интересуют значение аргумента, при котором интеграл обращается в нуль, а также максимальные и минимальные значения интеграла.

Как видно, интеграл весьма непростой, вычислить его удалось лишь численно. График зависимости нормированного значения интеграла от угла показан на рисунке. Установлено, что он обращается в нуль при угле подъёма спирали, равном приблизительно  $38,4^\circ$ . В исследуемом диапазоне углов от  $15$  до  $60$  градусов значение интеграла возрастает с увеличением угла подъёма, имея, таким образом, минимум и максимум на краях графика.

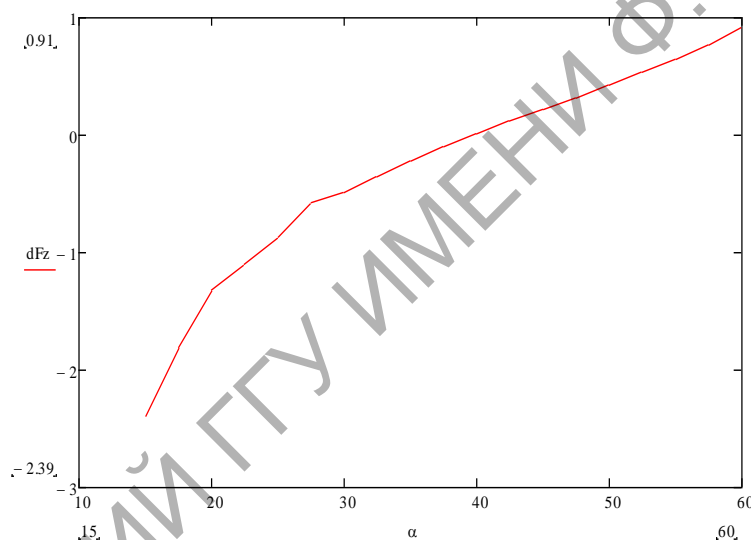


Рисунок 1 – Зависимость нормированного значения силы от угла подъёма спирали

При этом  $z$ -компонента силы изменяет знак, то есть при малых углах подъёма спирали имеет место взаимное отталкивание спиралей, а при больших углах подъёма – притяжение спиралей. В случае угла подъёма, равного  $38,4$  градуса, взаимодействие спиралей отсутствует, и они находятся в равновесном состоянии. Это обстоятельство нужно учитывать при создании метаматериалов на основе спиральных элементов. При расчёте силы  $dF_{12}$  мы предполагали, что токи в спиралях проходят в одинаковом направлении относительно оси спирали.

Затем мы рассмотрели случай, когда по спирали течёт не постоянный, а квазистационарный ток, для которого длина волны электромагнитного поля  $\lambda$  много больше длины витка спирали. Это внесло следующие изменения в исходный интеграл:

$$dF_{1z} = \frac{\mu_0 I_0 I_1 (dx_1) q^2 r}{\pi} \int_0^\infty \cos\left(\frac{Pu}{\lambda}\right) \frac{(1-q^2 r^2)(1+\cos u) + u \sin u}{(u^2 + 2q^2 r^2(1+\cos u))^{3/2}} du \quad (2)$$

Здесь  $I_0$  и  $I_1$  – амплитуды токов в первой и второй спиральях,  $P$  – длина витка спирали в выпрямленном состоянии.

Был исследован очень широкий диапазон длин волн, до тех пределов, когда ток еще считался квазистационарным. Однако, как выяснилось, в случае квазистационарного тока длина волны  $\lambda$  практически не влияет на значение интеграла, то есть характер взаимодействия токов не изменяется по сравнению со случаем постоянных токов.

Интерес представляет изучение случая, когда длина волны электромагнитного поля примерно равна длине витка спирали. Но в этом случае ток не является квазистационарным, и закон Био – Савара применять нельзя. Нужно получить формулу для силы взаимодействия высокочастотных токов. Распределение заряда в этом случае будет очень неоднородным, поэтому нужно будет учитывать и электрические силы.

### Литература

1. Калашников, С.Г. «Электричество» / С.Г. Калашников. – М. : Наука. – 592 с.

**С.С. Михеев** (УО «МГУ им. А. А. Кулешова», Могилев)  
Науч. рук. **И.В. Ивашкевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ МНОГОУГЛОВОЙ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ ДЛЯ ПЛЕНОК ПЕРОВСКИТА НА СТЕКЛЯННЫХ ПОДЛОЖКАХ

Перовскит – редкий минерал, обнаруженный в уральских горах и названный в честь русского государственного деятеля графа Л. А. Перовского, который был коллекционером минералов. Кристаллический минерал прост и недорог при изготовлении в лаборатории. В 2009 году были получены первые образцы перовскитов, которые обладали фотоэлектрическим эффектом, а в данный момент из этих кристаллов получают фотоэлементы с эффективностью до 20 %, что позволяет использовать их в конструкции солнечных батарей.

При исследовании пленок перовскита был использован оптический метод – эллипсометрия отражения. Использование этого метода актуально, т. к. он обладает рядом достоинств. В первую очередь это универсальность метода – оптические константы (показатели преломления  $n$  и поглощения  $k$ ), которые, в конечном счете, и определяют результат

эллипсометрических измерений, есть фундаментальные характеристики вещества. Также к плюсам эллипсометрии можно отнести неразрушающее и невозмущающее воздействие измерений на образец, их простоту и быстроту. Но несмотря на это главной сложностью и недостатком эллипсометрии является правильный выбор математической модели.

Основное уравнение эллипсометрии отражения имеет вид [1]

$$\operatorname{tg}\Psi e^{i\Delta} = R_p/R_s.$$

В этом уравнении содержатся, с одной стороны, измеряемые эллипсометрические углы  $\Psi$  и  $\Delta$  при заданных углах падения излучения  $\varphi$ , а с другой – амплитудные коэффициенты отражения р-и s-поляризованного излучения, которые зависят от выбранной математической модели.

Цель данной работы – это решение прямой задачи многоугловой эллипсометрии для различных математических моделей, соответствующих структуре пленок перовскита на стеклянной подложке, с целью выбора оптимальных условий измерения эллипсометрических углов  $\operatorname{tg}\Psi(\varphi)$ ,  $\cos\Delta(\varphi)$  исследуемых пленок.

Решение прямой задачи многоугловой эллипсометрии (определение  $\operatorname{tg}\Psi(\varphi)$ ,  $\cos\Delta(\varphi)$  по известным параметрам математической модели) было получено в программном пакете Mathcad 15 для следующих математических моделей: однослойная модель, двухслойная модель и трехслойная модель. На рисунке 1 представлена трёхслойная модель, где  $N_0$  – показатель преломления среды (в данном случае воздух),  $N_1 = n_1 - ik_1$  – показатель преломления поверхностного слоя,  $N_2 = n_2 - ik_2$  – показатель преломления пленки,  $N_3 = n_3 - ik_3$  – показатель преломления переходного слоя,  $N_4 = n_4 - ik_4$  – показатель преломления подложки (в данном случае стекло),  $d_1, d_2, d_3$  – толщины поверхностного, исследуемого и переходного слоев соответственно. Значения показателей преломления пленки перовскита и стеклянной подложки для длины волны 632,8 нм были взяты из [2, 3].

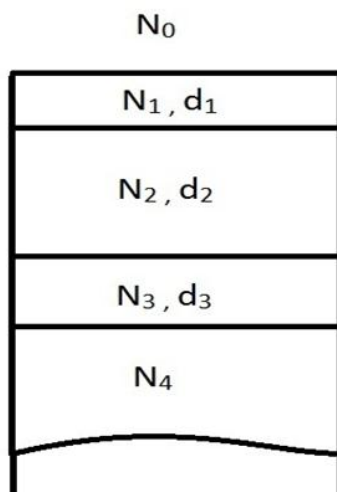


Рисунок 1 – Трёхслойная модель

В однослойной модели поверхностный и переходной слой отсутствуют. Решение прямой задачи эллипсометрии для двухслойной модели было получено для двух вариантов: поверхностный слой – пленка – подложка и пленка – переходный слой – подложка.

На рисунке 2 представлены зависимости  $\text{tg}\Psi(\varphi)$ ,  $\cos\Delta(\varphi)$ , рассчитанные для различных моделей: 1 – однослойная модель, 2 – трехслойная модель, 3 – двухслойная модель с поверхностным слоем, 4 – двухслойная модель с переходным слоем.

Угол  $\varphi_0$ , при котором  $d(\text{tg}\Psi(\varphi))/d\varphi = 0$ ,  $d^2(\cos\Delta(\varphi))/d\varphi^2 = 0$ , будем называть критическим. Очевидно измерения эллипсометрических углов следует проводить в области этого угла.

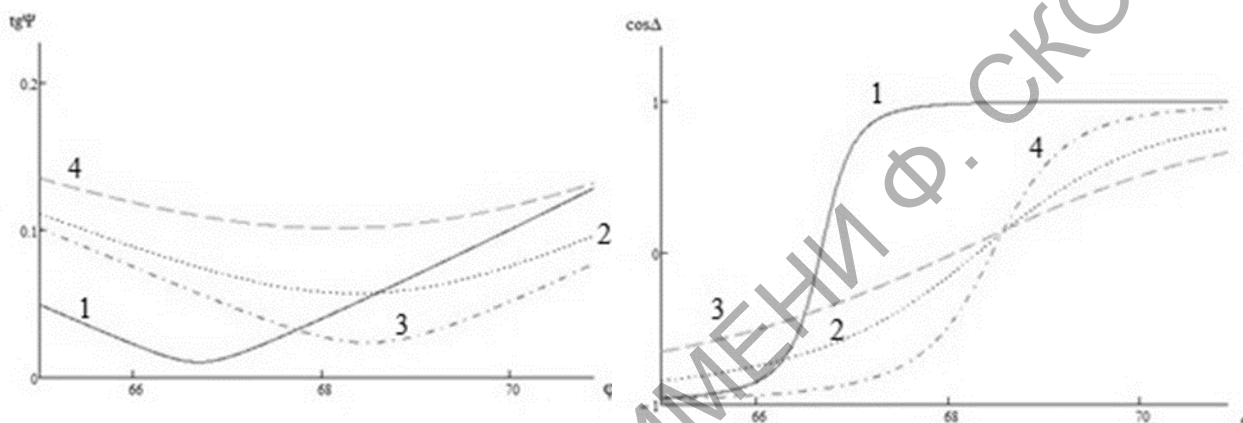


Рисунок 2 – Зависимости  $\text{tg}\Psi(\varphi)$ ,  $\cos\Delta(\varphi)$ , рассчитанные для различных моделей

Анализ полученных решений прямой задачи многоугловой эллипсометрии показал следующее:

1) для однослойной модели увеличение толщины пленки приводит к увеличению значения критического угла;

2) наличие поверхностного слоя приводит к увеличению значения критического угла, при этом чем больше толщина поверхностного слоя, тем меньше параметры пленки влияют на зависимости  $\text{tg}\Psi(\varphi)$  и  $\cos\Delta(\varphi)$ ;

3) наличие переходного слоя так же приводит к увеличению значения критического угла, при этом параметры пленки большее влияние оказывают на зависимости  $\cos\Delta(\varphi)$ ;

4) рабочей областью углов падения излучения, в которой следует проводить измерения эллипсометрических углов пленок перовскита на стеклянных подложках, является область  $65^\circ - 70^\circ$ .

### Литература

1. Аззам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Аззам, Н. Башара. – М.: Мир, 1981. – 583 с.



2. Refractive index database [Электронный ресурс] / refractiveindex.info . — Режим доступа: <http://refractiveindex.info/?shelf=other&book=CH3NH3P bI3&page=Leguy>, – Дата доступа: 5.02.2016.

3. Refractive index database [Электронный ресурс] / refractiveindex.info . – Режим доступа: <http://refractiveindex.info/?shelf=main&book=SiO2&page=Gao>, – Дата доступа: 5.02.2016.

**К.Л. Овсяник, Ф.Д. Прадед**

(ГУО «Гомельский инженерный институт» МЧС РБ)

Науч. рук. **С.А. Чудиловская**, преподаватель

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОЖАРА В ЗДАНИЯХ. ОБЗОР НЕКОММЕРЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Проблема борьбы с пожарами, последствия которых часто выражаются серьезными потерями, как материальными, так и человеческими, является актуальной во всем мире.

Применение различных математических моделей позволяет повысить качество предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций.

Но возникающие при пожаре явления, такие как горение, наличие вихревых потоков, процессов излучения и поглощения энергии, теплопередача различных видов, при попытке точного математического описания вызывают серьезные трудности, заключающиеся либо в нехватке вычислительных ресурсов, либо в чрезмерной сложности полученных моделей.

В настоящее время существует около 100 различных моделей пожара. К основным типам существующих моделей относятся следующие:

1. *Зонная модель* – используется для предсказания развития пожара в частично замкнутых пространствах, таких как одна или несколько комнат. Типичное разбиение состоит из двух областей – верхней и нижней. В верхней зоне сосредоточены горячие газы, а в нижней зоне находится пока еще не вступивший в реакцию холодный воздух. Этот подход имеет свои недостатки, так как при пожаре постоянно происходит перемешивание воздушных масс, а скорость перемешивания зависит от конкретных параметров помещения.

К некомерческим зонным моделям относятся модели BRANZFIRE (Новая Зеландия) (двухзонная модель, позволяющая предсказывать распространения пожара в связанных помещениях с учетом вентиляции и различных объектов горения) [2] и CFAST/FAST (США) (двухзонная модель для расчета динамики распространения дыма, газов,

выделяющихся при горении, температуры в помещениях здания во время пожара) [3].

2. *Полевая модель*, основанная на уравнениях Навье-Стокса, также использует разбиение пространства на области и решение уравнений, выражающих законы сохранения. В ней применяется метод больших вихрей, позволяющий более точно рассчитывать турбулентное перемешивания газов. Из распространяемых бесплатно наибольший интерес представляет модель Fire Dynamics Simulator (FDS). FDS использует гидродинамическую модель для вычисления перемещения воздушных потоков, вызванных пожаром. Для учета турбулентности используется метод крупных вихрей или прямое численное моделирование при достаточно мелкой сетке. Для моделирования горения в простейшем случае используется одноступенчатая химическая реакция. В FDS также учитывается перенос тепла посредством излучения (решаются уравнения излучения для серого газа). В модели также берется в расчет изменение характера излучения при наличии спринклеров. Для визуализации результатов моделирования используется отдельный программный продукт Smokeview.

Сейчас данная модель широко используется как для разработки противопожарных систем, так и для предсказания распространения пожаров в жилых и производственных помещениях [4].

3. *Модель датчиков* созданы для предсказания времени срабатывания различных детекторов (дыма, температуры и др.), и используются для разработки соответствующих детекторов, для контроля их установки в помещениях. Во многих общих моделях распространения пожара присутствуют модели датчиков как частные модели (например, в FDS).

4. *Модель эвакуации* предсказывает количество времени, необходимое для эвакуации людей из горящего здания. Некоторые модели включают в себя модели распространения пожара и/или психологическую модель поведения человека в условиях чрезвычайной ситуации.

К моделям эвакуации относятся некоммерческие модели EXODUS (Соединённое Королевство) и FDS+Evac (Финляндия).

EXODUS включает в себя модели взаимодействия человек-человек, человек-пожар и человек-здание, содержит пакеты для моделирования поведения людей в зданиях, морских и воздушных судах.

FDS+Evac является модулем к Fire Dynamics Simulator (FDS), позволяющем моделировать процесс эвакуации. Для предсказания поведения людей используется агентная модель, полностью интегрируется с процессом моделирования распространения пожара в FDS, использует алгоритмы движения людей основанные на модели паники, позволяет легко задавать сценарии эвакуации в текстовом виде и учитывать воздействие дыма, вредных газов и др. результатов пожара на

эвакуируемых людей. Данный модуль является частью FDS и распространяется бесплатно.

5. *Модель устойчивости сооружения к огню* позволяет учитывать особенности конструкции здания для предсказания влияния температуры на механические свойства. В данной модели используется разбиение конструкции здания на отдельные области и рассчитывается время до разрушения, ее можно использовать для контроля проекта здания на предмет соответствия нормам противопожарной безопасности. К моделям этого типа BRANZ TR8 и TR9 (Новая Зеландия) и SAFIR (Бельгия).

Таким образом, в настоящее время существует большое количество моделей пожара не только в коммерческом исполнении, а и в открытом доступе. Наибольший интерес представляет самая развитая открытая модель пожаров – связка FDS+Smokeview+Evac, активно поддерживаемая научным сообществом и Национальным институтом стандартов и технологий США, регулярно обновляемая, позволяющая выполнять моделирование с приемлемой для многих задач точностью, но при этом умеренно расходующая вычислительные ресурсы.

Данная модель может быть использована в учебном процессе при подготовке специалистов в области предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций, например, при проведении практических и лабораторных работ по дисциплине «Прикладная термодинамика».

### Литература

1. Свирин, И.С., Обзор моделей распространения пожара в зданиях // Журнал «Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций». – 2013, № 6. – С.114–129.

2. Wade, C. A. A User's Guide to BRANZFIRE. Building Research Association of New Zealand [Электрон. ресурс]. – 2004. – URL: <http://www.branzfire.com/downloads/userguide.pdf> (дата обращения: 28.01.2016).

3. Jones, W. W., Peacock R. D., Forney G. P., Reneke P. A. CFAST - Consolidated Model of Fire Growth and Smoke Transport (Version 6) Technical Reference Guide. National Institute of Standards and Technology [Электрон. ресурс]. – 2009. – URL: [http://www.nist.gov/customcf/get\\_pdf.cfm?pub\\_id=861553](http://www.nist.gov/customcf/get_pdf.cfm?pub_id=861553) (дата обращения: 15.02.2016).

4. McGrattan, K., Hostikka, S., Floyd, J., Baum, H., Rehm, R., Mell, W., McDermott R. Fire Dynamics Simulator (Version 5) Technical Reference Guide. National Institute of Standards and Technology [Электрон. ресурс]. – 2010. – URL: <http://code.google.com/p/fds-smv> (дата обращения: 27.11.2015).

## НОВЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ ДЛЯ ТРОЙНЫХ ЗВЕЗД

Задача трёх тел – это частная задача небесной механики, состоящая в описании относительного нерелятивистского движения в связанной системе трёх небесных тел, взаимодействующих по закону тяготения Ньютона, например, компонентов тройной звезды. В общем случае точного решения этой задачи в виде конечных аналитических выражений не существует. Известно только 5 точных частных решений, три из которых получены еще Эйлером и два Лагранжем. Вышесказанное делает данную задачу весьма актуальной и в настоящее время [1–2].

Математическая формулировка задачи трех тел сводится к заданию системы уравнений движения, состоящей из шести (3 тела, 2 степени свободы – плоский случай) дифференциальных уравнений второго порядка. Задача будет решаться в системе центра масс. Например, для  $i$ -го тела пара уравнений имеет вид

$$m_i \ddot{\vec{R}}_i = G \sum_{j=1}^n \frac{m_i m_j}{z_{ij}^3} \vec{z}_{ij}, \text{ где } (i \neq j, i=1, 2, 3); \quad \vec{R}_i(t) = [x_i(t), y_i(t)].$$

При этом важнейшим условием для нахождения решений системы уравнений будет служить выполнение принципа Гамильтона, которому подчиняются все фундаментальные взаимодействия, включая гравитацию. Он заключается в минимизации функционала действия  $A$  системы тел

$$A = \int_0^T \left( G \sum_{i,j,j \neq i}^3 \frac{m_i m_j}{|z_i - z_j|} + \sum_i^3 \frac{m_i}{2} |\dot{z}_i|^2 \right) dt.$$

Численные решения будем искать в виде разложения в ряд Фурье, беря в расчет конечное число членов ряда

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^c \cos(kt) + a_k^s \sin(kt))$$
$$y(t) = b_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (b_k^c \cos(kt) + b_k^s \sin(kt))$$

и используя современную компьютерную алгебру Wolfram Mathematica, имеющую необходимый набор встроенных функций, как это делалось в [3].

Когда в разложениях ограничиваемся тремя членами ряда Фурье и учитываем принцип Гамильтона, то получаем 41 независимый параметр задачи. Если взять 5 членов ряда, то количество параметров возрастает до

65, а при 7 членах разложения число параметров становится равным 89. Этого достаточно для поиска периодических орбит, поэтому ограничимся 5–7 членами ряда Фурье. К тому же дальнейшее увеличение числа параметров тут же приводит к существенному росту расхода оперативной памяти компьютера. Для нахождения минимума функционала действия будем использовать встроенный инструмент *Findminimum*, который находит локальные минимумы в окрестности начальных значений параметров. Поэтому найденные решения сильно зависят от этого выбора. В нашем случае некоторые начальные параметры задаются, а выбор остальных производился компьютером случайным образом. Стандартного числа вариантов итераций для нашего случая было недостаточно, поэтому параметр *MaxIterations* был увеличен до 100.

Для проверки правомерности предложенного метода моделирования были успешно восстановлены две классические периодические орбиты Хилла и «Ducati» (рисунок 1), соответственно:

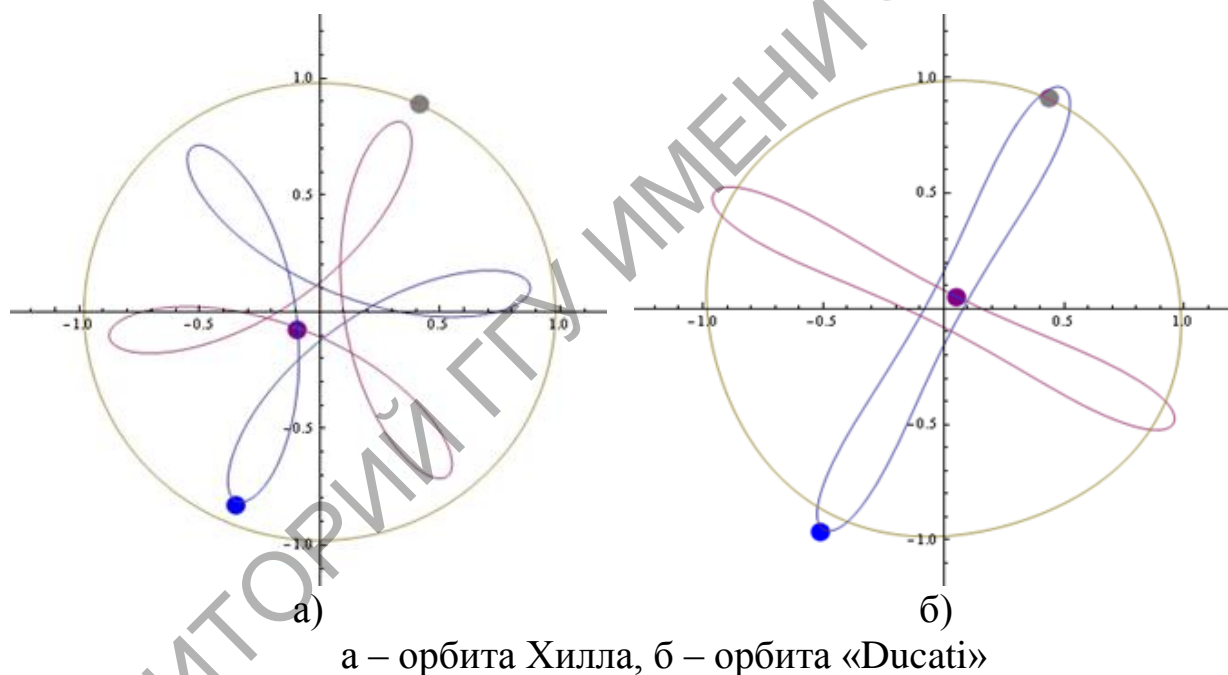


Рисунок 1 – Классические периодические орбиты

Последующее моделирование в рамках оговоренных выше условий позволило получить пять новых периодических орбит, одна из которых принадлежит к редкому типу ассиметричных. Также за единицу измерения массы звезды была принята масса Солнца, за единицу измерения длины – астрономическая единица, за единицу измерения времени – земной сидерический год. Полученные орбиты имеют вид представленный на рисунке 2.

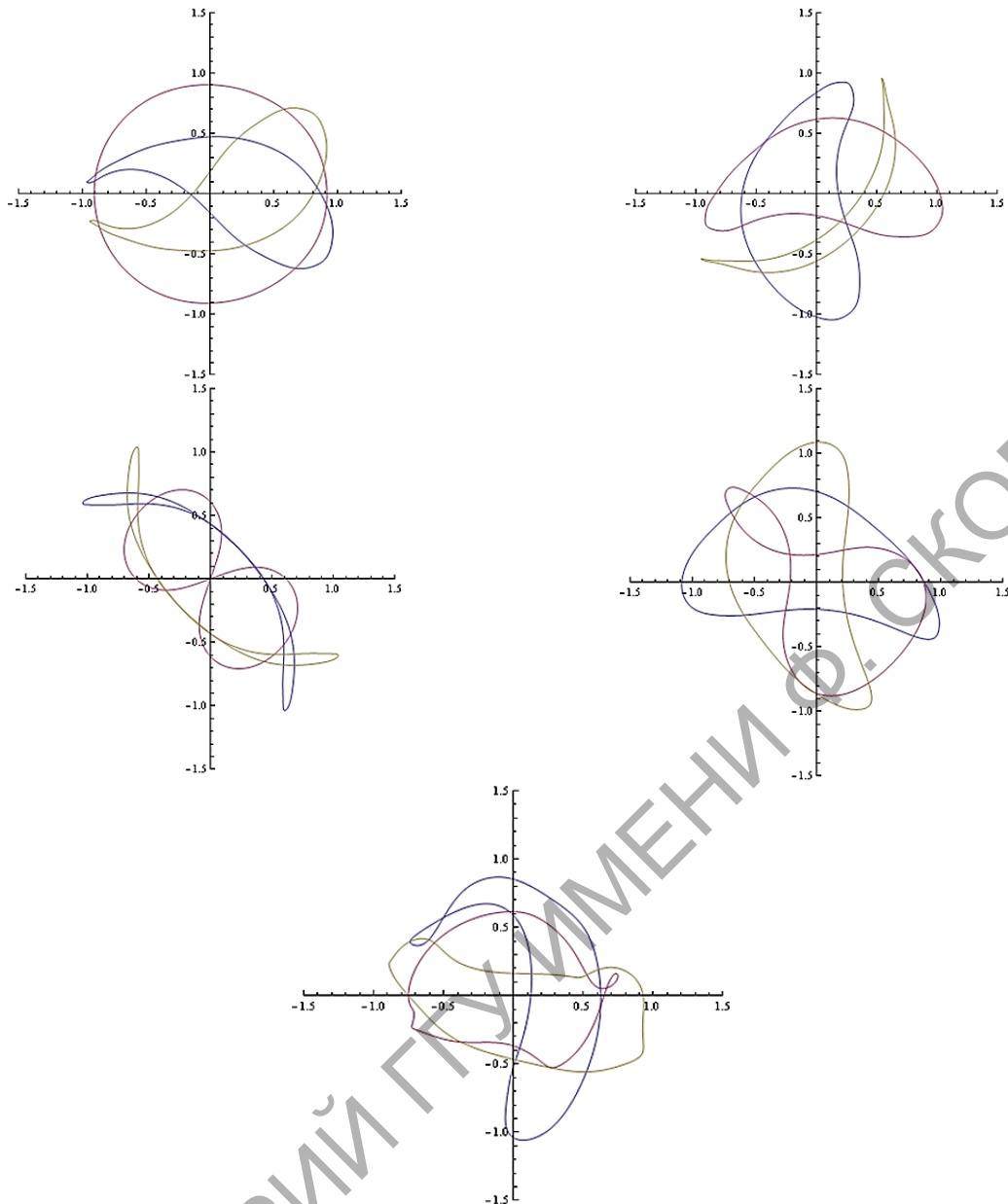


Рисунок 2 – Изображения орбит тройных звёзд

Новые периодические орбиты принадлежат к типам общепринятой классификации орбит [2, 4], чего нельзя сказать о последней орбите с явно выраженной асимметрией и парными петлями. Это свойство дает право на введение нового подтипа периодических орбит.

### Литература

1. Moore, C. Braids in classical dynamics / C. Moore // Phys. Rev. Lett. – 1993. – V. 70. – P. 3675–3683.
2. Vanderbei, R. J. New orbits for the n-body problem / R. J. Vanderbei // Annals of the N. Y. Academy of Sciences. – 2004. – V. 1017. – P. 422–430.
3. Диндигов, В.В. Моделирование периодических орбит в общей задаче трех тел небесной механики / В.В. Диндигов, Г.Ю. Тюменков //

Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2012. – № 6(75). – С. 43–47.

4. Орлов, В.В. Периодические орбиты в задаче N тел / В.В. Орлов, А.В. Рубинов, А.И. Мартынов // Физика Космоса. – Екатеринбург: УГУ. – 2010. – С.108–121.

**Ю.А. Русак, И.А. Майданова**

(УО «БрГУ им. А. С. Пушкина», Брест)

Науч. рук. **В.А. Плетюхов**, д-р физ.-мат. наук, профессор

## **ВНУТРЕННЯЯ СИММЕТРИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ДИРАКОВСКИХ ПОЛЕЙ**

В том случае, когда состояние физической системы не меняется в результате какого-либо преобразования, которому она может быть подвергнута, говорят, что система обладает симметрией относительно данного преобразования.

Под внутренней симметрией в теории поля понимается инвариантность уравнений и лагранжиана теории относительно преобразований компонент волновой функции, при которых не затрагиваются пространственно-временные координаты.

Исследование внутренних симметрий дираковских полей имеет большое значение для современных калибровочных моделей фундаментальных частиц и их взаимодействий, поскольку, как правило, такие модели базируются на локализации указанных симметрий.

Если для описания частиц с ненулевой массой использовать стандартную матричную форму релятивистских волновых уравнений

$$(\Gamma_{\mu} \partial_{\mu} + m)\Psi = 0 \quad (\mu = 1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

где  $\Psi$  – многокомпонентная, вообще говоря, комплексная волновая функция,  $\Gamma_{\mu}$  – квадратные матрицы,  $m$  – массовый параметр) [1], то под преобразованиями внутренней симметрии обычно понимаются линейные преобразования

$$\Psi'(x_{\mu}) = Q\Psi(x_{\mu}), \quad (2)$$

не затрагивающие пространственно-временных координат и удовлетворяющие условию

$$[\Gamma_{\mu}, Q]_{-} = 0. \quad (3)$$

Однако в отношении к комплексным полям данное определение внутренней симметрии обладает существенным недостатком. Так,

например, применяя условие (3) к уравнению Дирака, записанному в форме (1)

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi = 0 \quad (4)$$

где  $\gamma_\mu$  – матрицы Дирака,  $\psi$  – биспинор), получим, что матрица  $Q$  кратна единичной. Другими словами, симметрия уравнения Дирака с  $m \neq 0$  сводится к обычному фазовому преобразованию. Поэтому, данный подход не всегда целесообразно использовать для установления полной группы внутренней симметрии.

Однако, если сложить уравнение (4) с комплексно сопряженным ему уравнением, то полученная система уравнений будет вещественной, а действительные и мнимые компоненты волновой функции разделятся:

$$\Psi = (\psi^r, \psi^i) \text{ – столбец.} \quad (5)$$

Переход в этот базис происходит посредством некоторого унитарного преобразования.

Рассмотрим применение данного метода к системе, состоящей из 2х уравнений Дирака, которая используется в теории электрослабых взаимодействий:

$$\begin{cases} (\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 = 0, \\ (\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_2 = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Приведем (6) к стандартной матричной форме РВУ (1). Для этого, сначала, возьмем комплексное сопряжение от уравнений системы (6). Получим:

$$\begin{cases} (-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m)\psi_1^* = 0, \\ (-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m)\psi_2^* = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Сложим уравнения (7) с уравнениями исходной системы, получив, таким образом, 16-компонентную систему, которая может быть записана в виде (1). Матрицы  $\Gamma_\mu$  в этом случае будут иметь вид:

$$\Gamma_1 = \gamma_4 \otimes \gamma_1, \Gamma_2 = I_4 \otimes \gamma_2, \Gamma_3 = \gamma_4 \otimes \gamma_3, \Gamma_4 = \gamma_4 \otimes \gamma_4. \quad (8)$$

Введем функции

$$\begin{aligned} \psi_1^r &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 + \psi_1^*), & \psi_2^i &= \frac{1}{i\sqrt{2}} (\psi_2 - \psi_2^*), \\ \psi_1^i &= \frac{1}{i\sqrt{2}} (\psi_1 - \psi_1^*), & \psi_2^r &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_2 + \psi_2^*). \end{aligned} \quad (9)$$

Разделение чисто вещественных и чисто мнимых компонент волновой функции

$$\Psi = (\psi_1^r, \psi_2^r, \psi_1^i, \psi_2^i) \text{ – столбец,} \quad (10)$$

осуществляется с помощью унитарного преобразования



$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -i & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix} \otimes I_4. \quad (11)$$

В базисе (10), матрицы  $\Gamma_\mu$  трансформируются к виду:

$$\Gamma_1 = i\gamma_5\gamma_4 \otimes \gamma_1, \Gamma_2 = I_4 \otimes \gamma_2, \Gamma_3 = i\gamma_5\gamma_4 \otimes \gamma_3, \Gamma_4 = i\gamma_5\gamma_4 \otimes \gamma_4. \quad (12)$$

Поскольку у данного вещественного дираковского поля 16 компонент, то его группа внутренней симметрии может быть задана генераторами, которые содержатся в наборе:

$$\Gamma'_\mu, \Gamma'_5, \Gamma'_\mu \Gamma'_5, \Gamma'_{[\mu\nu]}, \quad (13)$$

где матрицы  $\Gamma'_\mu$  в базисе (10) имеют вид:

$$\begin{aligned} J^1 = \Gamma'_1 = \gamma_1 \otimes I_4, J^2 = \Gamma'_2 = \gamma_2 \otimes I_4, J^3 = \Gamma'_3 = \gamma_3 \otimes I_4, \\ J^4 = \Gamma'_4 = -\gamma_5 \otimes \gamma_2, J^5 = \Gamma'_5 = \gamma_4 \otimes \gamma_2, \\ J^{15} = \Gamma'_1 \Gamma'_5 = i\gamma_1\gamma_4 \otimes \gamma_2, J^{25} = \Gamma'_2 \Gamma'_5 = i\gamma_2\gamma_4 \otimes \gamma_2, \\ J^{35} = \Gamma'_3 \Gamma'_5 = i\gamma_3\gamma_4 \otimes \gamma_2, J^{45} = \Gamma'_4 \Gamma'_5 = i\gamma_4\gamma_5 \otimes I_4, \\ J^{23} = \Gamma'_{[2} \Gamma'_{3]} = i\gamma_2\gamma_3 \otimes I_4, J^{31} = \Gamma'_{[3} \Gamma'_{1]} = i\gamma_3\gamma_1 \otimes I_4, \\ J^{12} = \Gamma'_{[1} \Gamma'_{2]} = i\gamma_1\gamma_2 \otimes I_4, J^{14} = \Gamma'_{[1} \Gamma'_{4]} = i\gamma_5\gamma_1 \otimes \gamma_2, \\ J^{24} = \Gamma'_{[2} \Gamma'_{4]} = i\gamma_5\gamma_2 \otimes \gamma_2, J^{34} = \Gamma'_{[3} \Gamma'_{4]} = i\gamma_5\gamma_3 \otimes \gamma_2. \end{aligned} \quad (14)$$

Воспользуемся условием вещественности и учтем, что

$$Q_{\mu\nu} = \omega_{\mu\nu} J^{\mu\nu}.$$

В результате получим следующий характер параметров  $\omega_{\mu\nu}$ :

вещественные:  $\omega_{35}, \omega_2, \omega_4, \omega_5, \omega_{15}, \omega_{23}, \omega_{12}, \omega_{14}, \omega_{34}$ ;

мнимые:  $\omega_1, \omega_3, \omega_{25}, \omega_{45}, \omega_{31}, \omega_{24}$ ;

Перечисленные параметры образуют унитарную группу симметрии, изоморфную группе  $SO(3,3)$ .

Лагранжиан системы можно записать в виде

$$L = L_1 + L_2 = -\bar{\psi}_1 (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi_1 - \bar{\psi}_2 (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi_2. \quad (15)$$

или

$$L = L_1 - L_2 = -\bar{\psi}_1 (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi_1 + \bar{\psi}_2 (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi_2. \quad (16)$$

В обоих случаях получим, что группой внутренней симметрии будет группа  $SO(3, 2)$ , которая содержится в  $SO(3, 3)$  в качестве подгруппы.

Расширение группы внутренней симметрии системы (6) и ее лагранжиана по сравнению с обычно обсуждаемыми в литературе [2]

симметриями  $SU(2)$  и  $SU(1, 1)$  происходит за счет включения в рассмотрение преобразований, перемешивающих состояния частицы и античастицы, в том числе и из различных уравнений Дирака.

### Литература

1. Богуш, А.А. Введение в теорию классических полей / А.А. Богуш, Л.Г. Мороз // Мн. : Наука и техника. – 1968. – 386 с.
2. Pursey, D.L. Symmetries of the Dirac equation / D.L. Pursey, J.F. Plebansky // Phys. Rev. – 1984. – Vol. 29. – P. 1848–1850.

**А.В. Савков** (УО БГУ, Минск)

Науч. рук. **А.П. Зажогин**, д-р физ.-мат. наук, профессор

**М.А. Сергей** (УО БГУ, Минск)

Науч. рук. **Г.Т. Маслова**, канд. биол. наук, доцент

## ЛАЗЕРНАЯ АТОМНО-ЭМИССИОННАЯ СПЕКТРОМЕТРИЯ ЛОКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАЛЬЦИЯ В ВЫСОХШЕЙ КАПЛЕ КРОВИ ПАЦИЕНТОВ С ДИАГНОЗОМ РАК ПРОСТАТЫ

В последние годы анализ биологических объектов стал одной из основных областей применения инструментальных, в том числе и спектральных методов анализа. Такие исследования актуальны при диагностике врожденных патологий, экологически обусловленных заболеваний, профессиональных заболеваний, связанных со спецификой промышленного производства, и др.

Патологическое состояние организма тесно связано с изменениями содержания химических элементов в биологических жидкостях (БЖ). Известно огромное влияние макроэлементов (кальций, калий, натрий, магний и др.) и микроэлементов (цинк, медь, железо, алюминий и др.) на функционирование организма и состояние здоровья. В связи с этим особое значение приобретает разработка методов ранней диагностики накопления и распределения некоторых химических элементов в БЖ человека.

Относительно недавно в медицинской диагностике нашел применение метод клиновидной дегидратации. Метод позволяет на основании визуального анализа структур, образовавшихся при высыхании капли БЖ, выявлять различные заболевания человека на доклинической стадии. Исследования ведутся по качественным особенностям на феноменологическом уровне. Хотя проблема и требует более глубокого изучения, выявленные эмпирические закономерности активно используются

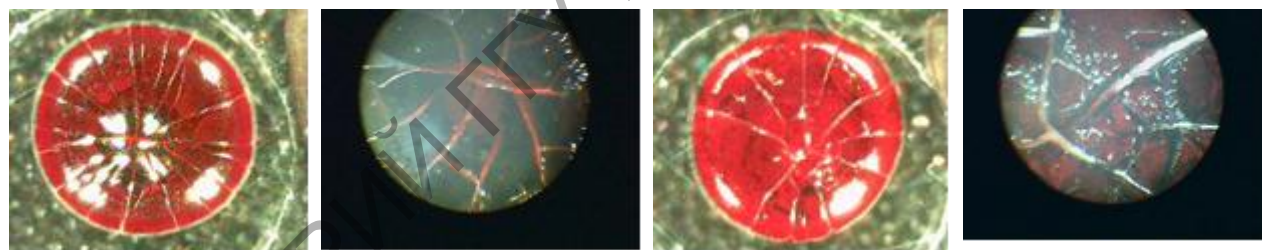
в медицинской практике. Ведь в данном случае особо ценным является не феноменологическое описание типа «вид патологии – наблюдаемые структуры», а анализ обменных процессов, обуславливающих особенности механизмов формирования структуры твердой фазы БЖ [1,2].

В настоящей работе анализируется пространственное распределение (по диаметру капли) кальция при высыхании на поверхности капле крови пациентов с раком простаты.

Образцы готовили по следующей методике. Каплю крови наносили на поверхность тщательно промытой подложки из ПММА с помощью микропипетки. Объем капли составлял 10 мкл. Процесс сушки проходил при температуре 20–25 °С и относительной влажности воздуха 60–65 % в течение примерно 2 часов. Диаметр высохших капель на поверхности подложки из ПММА равен примерно 6 мм. Средняя толщина высохшей капли примерно 0,07 мм.

Для получения снимков использовали оптический микроскоп Webers совмещенный с цифровой камерой (отраженный свет) и микроскоп Биолам со светодиодной подсветкой (на пропускание) и веб-камерой. Оба микроскопа имеют видеонасадки, работающие с компьютером по USB-2 порту.

Снимки высохших капель крови пациентов с диагнозом рак простаты приведены на рисунке 1.



Пациент А центр ув. 120 раз

Пациент Б центр ув. 120 раз

Рисунок 1 – Снимки высохших капель крови пациентов с диагнозом рак простаты

Суть метода диагностики на основе дегидратации капли крови (БЖ) состоит в том, что в норме она имеет однородную структуру, и при дегидратации возникают регулярные и однородные структуры (радиальное растрескивание). При нормальных физиологических состояниях организма фазии характеризуются симметричным расположением радиальных трещин, прямоугольными и круглыми конкрециями небольшого размера. При малейшем нарушении структуры белков начинаются процессы агрегации молекул белков, которые существенным образом изменяют вид структур, возникают аномальные и нерегулярные структуры. Основным физическим механизмом, отвечающим за формирование

структур в капле, является уменьшение объема БЖ при гелеобразовании (высыхании). При уменьшении объема в геле возникают напряжения, которые вызывают различного вида растрескивания и разрывов в структуре геля. А эти процессы уже проявляются на макроуровне. Таким образом, микро нарушения белков на молекулярном уровне вызывают нарушение структур на макроуровне. В данном случае мы видим, что трещины располагаются несимметрично, основные элементы также располагаются хаотически. Все это свидетельствует о явной патологии.

Для оценки локального пространственного распределения макро- и микроэлементов в каплях экспериментально с помощью лазерной многоканальной спектрометрии исследованы образцы высушенных капель крови. Для проведения исследований использовался лазерный многоканальный атомно-эмиссионный спектрометр LSS-1. Лазерное излучение фокусируется на образец с помощью ахроматического конденсора с фокусным расстоянием 100 мм. Размер пятна фокусировки примерно 50 мкм. Все эксперименты проводились в атмосфере воздуха при нормальном атмосферном давлении. На рис. 2 представлена зависимость интенсивности линий кальция в спектрах высушенных капель крови пациентов с диагнозом рак предстательной железы.

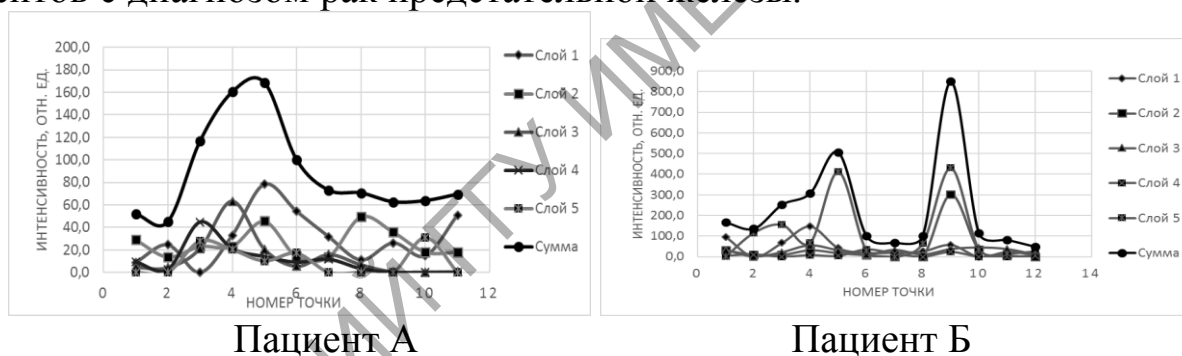


Рисунок 2 – Интенсивность линии Ca II (393,239 нм) в атомно-эмиссионных спектрах крови

Как видно распределение кальция как по поверхности, так и в объеме для пациентов тоже существенно различаются. Общим является то, что кальций преимущественно находится в центральной области капли. Для здорового организма характерно увеличение концентрации по краям капли, где находится основная масса альбумина, основного переносчика кальция в БЖ.

Настоящее исследование с использованием метода ЛАЭМС показало, что возбуждение двойными лазерными импульсами анализируемой поверхности высохшей капли БЖ является перспективным направлением для полуколичественной оценки распределения эссенциальных элементов по диаметру капли и может быть со временем использовано для поиска маркеров заболеваний.

Результаты таких оценок могли бы служить основой при проведении диагностических исследований, поскольку на начальных стадиях развития болезни общее содержание макроэлементов в БЖ пациентов, как правило, лежит в пределах нормы.

### Литература

1. Максимов, С.А. Морфология твердой фазы биологических жидкостей как метод диагностики в медицине / С.А. Максимов // Бюллетень сибирской медицины. – 2007. – № 4. – С. 80–85.

2. Краевой С.А., Колтовой Н.А. Диагностика по капле крови. Кристаллизация биожидкостей // Книга 1. Метод открытой капли (угловая дегидратация) – Москва, 2013 С. 47–49.

**А.В. Савков** (УО БГУ, Минск)

Науч. рук. **А.П. Зажогин**, д-р физ.-мат. наук, профессор

**М.А. Сергей** (УО БГУ, Минск)

Науч. рук. **Г.Т. Маслова**, канд. биол. наук, доцент

## ЛАЗЕРНАЯ АТОМНО-ЭМИССИОННАЯ СПЕКТРОМЕТРИЯ ЛОКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАЛЬЦИЯ В ВЫСОХШЕЙ КАПЛЕ ПЛАЗМЫ ПАЦИЕНТОВ С ДИАГНОЗОМ РАК ПРОСТАТЫ

В работе рассмотрены вопросы разработки методик количественной оценки локального пространственного распределения жизненно необходимых элементов в высохших каплях плазмы человека методом локальной атомно-эмиссионной многоканальной спектрометрии. Результаты таких оценок могли бы служить основой при проведении диагностических исследований различных заболеваний человека [1, 2].

Патологическое состояние организма тесно связано с изменениями содержания химических элементов в биологических жидкостях (БЖ). Известно огромное влияние макроэлементов (кальций, калий, натрий, магний и др.) и микроэлементов (цинк, медь, железо, алюминий и др.) на функционирование организма и состояние здоровья. В связи с этим особое значение приобретает разработка методов ранней диагностики накопления и распределения некоторых химических элементов в БЖ человека.

Относительно недавно в медицинской диагностике нашел применение метод клиновидной дегидратации. Метод позволяет на основании визуального анализа структур, образовавшихся при высыхании капли БЖ, выявлять различные заболевания человека на доклинической стадии. Исследования ведутся по качественным особенностям на феноменологическом уровне.

Весомым минусом методов является недостаточная обоснованность механизмов дегидрационной самоорганизации БЖ. Ведь в данном случае особо ценным является не феноменологическое описание типа «вид патологии – наблюдаемые структуры», а анализ обменных процессов, обуславливающих особенности механизмов формирования структуры твердой фазы БЖ.

Механизмы переноса коллоидных частиц в высыхающих каплях в настоящее время достаточно хорошо изучены как теоретически, так и экспериментально. Однако влияние диффузии на перемещение внутри капли молекул малого размера (соли) изучено еще недостаточно. В настоящей работе анализируется пространственное распределение (по диаметру капли) кальция при высыхании на поверхности капле плазмы пациентов с раком простаты.

Образцы готовили по следующей методике. Каплю плазмы наносили на поверхность тщательно промытой подложки из ПММА с помощью микропипетки. Объем капли составлял 10 мкл. Процесс сушки проходил при температуре 20–25 °С и относительной влажности воздуха 60–65 % в течение примерно 90–100 мин. Диаметр высохших капель на поверхности подложки из ПММА равен примерно 6 мм. Средняя толщина высохшей капли примерно 0,07 мм.

Для получения снимков использовали оптический микроскоп Webbers совмещенный с цифровой камерой (отраженный свет) и микроскоп Биолам со светодиодной подсветкой (на пропускание) и веб-камерой. Оба микроскопа имеют видеонасадки, работающие с компьютером по USB-2 порту.

Снимки высохших капель плазмы пациентов с диагнозом рак простаты приведены на рисунке 1.

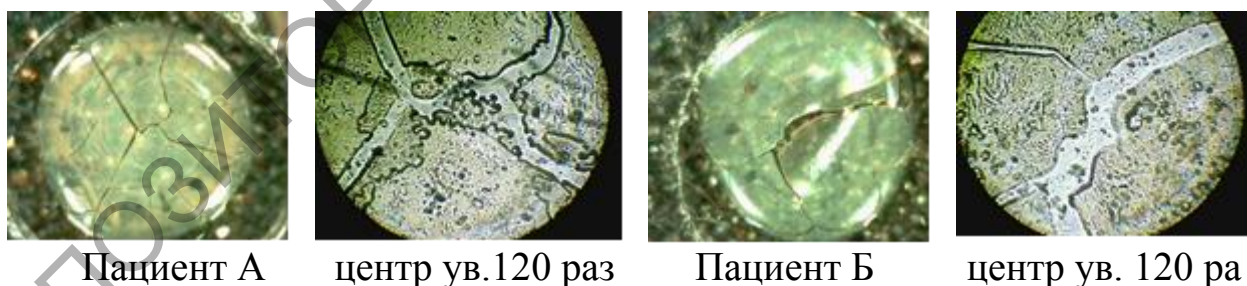


Рисунок 1 – Снимки высохших капель плазмы пациентов с диагнозом рак простаты.

Суть метода диагностики на основе дегидратации капли плазмы (БЖ) состоит в том, что в норме они имеют однородную структуру, и при дегидратации возникают регулярные и однородные структуры (радиальное растрескивание). При нормальном физиологическом состоянии организма фазы плазмы крови характеризуются симметричным

расположением радиальных трещин, когда осевые линии пересекаются в окрестности центра фации.

При малейшем нарушении структуры белков начинаются процессы агрегации молекул белков, которые существенным образом изменяют вид структур, возникают аномальные и нерегулярные структуры. Основным физическим механизмом, отвечающим за формирование структур в капле, является уменьшение объема БЖ при гелеобразовании (высыхании). При уменьшении объема в геле возникают напряжения, которые вызывают различного вида растрескивания и разрывов в структуре геля. А эти процессы уже проявляются на макроуровне. Таким образом, микро нарушения белков на молекулярном уровне вызывают нарушение структур на макроуровне. Если в норме всего 2 % белков имеют нарушения в структуре (третичной или четвертичной), то при патологии до 50 % белков имеют нарушения в структуре [1]. В нашем случае никакой симметрии не наблюдается, что явно свидетельствует о патологии в организме, отклонению от нормы.

Для оценки локального пространственного распределения макро- и микроэлементов в каплях экспериментально с помощью лазерной многоканальной спектрометрии исследованы образцы высушенных капель крови. Для проведения исследований использовался лазерный многоканальный атомно-эмиссионный спектрометр LSS-1. Лазерное излучение фокусируется на образец с помощью ахроматического конденсора с фокусным расстоянием 100 мм. Размер пятна фокусировки примерно 50 мкм. Все эксперименты проводились в атмосфере воздуха при нормальном атмосферном давлении. На рис. 2 представлена зависимость интенсивности линий кальция в спектрах высушенных капель плазмы пациентов с диагнозом рак предстательной железы.

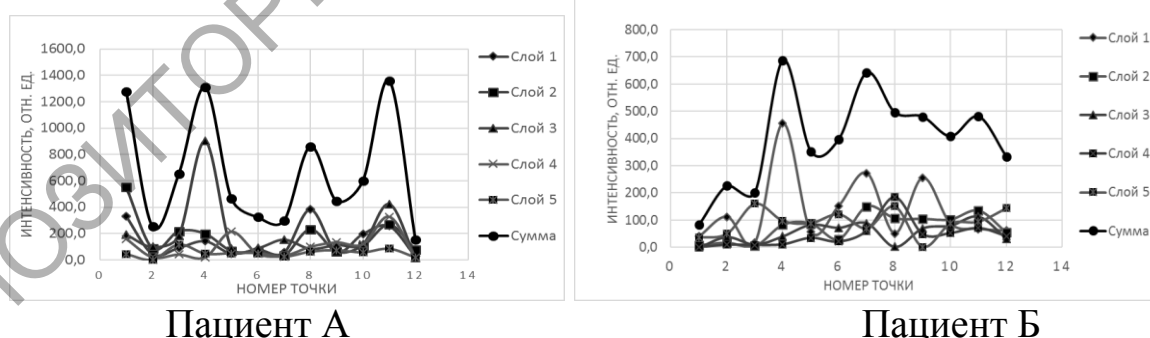


Рисунок 2 – Интенсивность линии Са II (393,239 нм) в атомно-эмиссионных спектрах крови

Как видно распределение кальция как по поверхности, так и в объеме для пациентов тоже существенно различаются. Общим является то, что кальций преимущественно находится в центральной области капли.

Для здорового организма характерно увеличение концентрации по краям капли, где находится основная масса альбумина, основного переносчика кальция в БЖ.

Настоящее исследование с использованием метода ЛАЭМС показало, что возбуждение сдвоенными лазерными импульсами анализируемой поверхности высохшей капли БЖ является перспективным направлением для полуколичественной оценки распределения эссенциальных элементов по диаметру капли и может быть со временем использовано для поиска маркеров заболеваний.

### Литература

1. Максимов, С.А. Морфология твердой фазы биологических жидкостей как метод диагностики в медицине / С.А. Максимов // Бюллетень сибирской медицины. – 2007. – № 4. – С. 80–85.

2. Краевой С. А., Колтовой Н. А. Диагностика по капле крови. Кристаллизация биожидкостей // Книга 1. Метод открытой капли (угловая дегидратация) – Москва, 2013 – С. 47–49.

**М.А. Сердюкова** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **С.А. Хахомов**, канд. физ.-мат. наук, доцент,  
**Ю.П. Выблый**, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.

## ЗАКОН РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА В ЦИКЛИЧЕСКОЙ НЕРАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

В основе одной из наиболее простых моделей пространственно плоской расширяющейся вселенной с предполагаемым доплеровским механизмом космологического красного смещения лежит фоновая метрика Фридмана, в которой квадрат интервала  $ds$  между двумя бесконечно близкими событиями задается выражением [1]

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \sigma^2(\tau)(dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)),$$

а еще проще в декартовых координатах  $r = (x_1, x_2, x_3)$ :

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \sigma^2(\tau) dx_i^2, \quad (1)$$

где  $\tau$  так называемое абсолютное мировое время, отсчитываемое атомными часами. Изменение временной шкалы согласно соотношению

$$dt = \frac{1}{\sigma(\tau)} d\tau$$



позволяет перейти в (1) к конформно-плоской метрике, в которой

$$ds^2 = -\phi^4(t)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu, \quad (2)$$

где  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}\{-1, 1, 1, 1\}$  и, как обычно,  $x^0 = ct$ . Для масштабного фактора  $\sigma$ , представленного как функция конформного времени  $t$ , в (2) принято обозначение:

$$\sigma(\tau(t)) = \phi^2(t).$$

Для мировой линии частицы, задаваемой в координатах  $x^\mu$  эффективного пространства-времени Минковского, из (2) следует

$$ds = cm_0\phi^2(t)\sqrt{1 - v^2/c^2} dt,$$

где  $v^2 = v_i^2$ ,  $v_i = dx_i/dt$ . Отсюда следует, что действие  $A = -cm_0 \int ds$  для частицы можно записать в виде

$$A = -c^2 \int m_0\phi^2(t)\sqrt{1 - v^2/c^2} dt, \quad (3)$$

что соответствует действию для частицы в скалярном гравитационном поле в теории Нордстрема [2]. В таком представлении реальная инертная масса  $m$ , определяющая энергетическое содержание частицы в состоянии покоя, в отличие от ее номинальной массы  $m_0$ , оказывается зависящей от поля динамической переменной:

$$m(t) = m_0\phi^2(t). \quad (4)$$

Полевое уравнение скалярной масштабно инвариантной модели тяготения [3] в случае фонового поля, порождаемого нерелятивистской материей в однородной вселенной без расширения, принимает вид

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2\right)\phi = 0,$$

Здесь  $\Omega = \sqrt{2\pi G\mu}$ ,  $G$  – гравитационная постоянная  $\mu$  – плотность номинальной массы материи. Приемлемое решение этого уравнения, удовлетворяющее калибровочному условию  $\phi(t_0) = 1$  для текущего времени  $t_0$ , является гармонической функцией времени

$$\phi(t) = \frac{\sin \Omega t}{\sin \Omega t_0}.$$

Таким образом, энергия покоя частиц, согласно (4), циклически эволюционирует вместе с фоновым полем по закону

$$E(t) = m_0c^2 \frac{\sin^2 \Omega t}{\sin^2 \Omega t_0}. \quad (5)$$

Увеличение массы атомов в предыдущие 24 миллиарда лет (и продолжающееся в настоящее время) прекрасно согласуется, качественно и количественно, с новейшими наблюдательными данными по красному смещению атомных спектров далеких сверхновых типа Ia.

Одновременно с ростом энергии покоя ядер и атомов в основном или возбужденном состояниях происходит в равной пропорции растяжение естественной ширины их энергетических уровней. Поэтому из закона эволюции энергии (5) и квантово-механического соотношения неопределенностей  $\Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E}$  между шириной уровней энергии  $\Delta E$  и их временем жизни следует, что период полураспада  $T_{1/2}$  нестабильных ядер зависит от возраста цикла  $t$  следующим образом:

$$T_{1/2}(t) = T_{1/2}^0 \frac{\sin^2 \Omega t_0}{\sin^2 \Omega t}, \quad (5)$$

где  $T_{1/2}^0$  – период полураспада в текущую эпоху, т.е. при  $t = t_0$ . Имея в виду, что постоянная распада обратно пропорциональна периоду полураспада ( $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$ ), для количества ядер  $dN$ , распавшихся за время  $dt$ , запишем

$$\frac{dN}{N} = -\lambda_0 \frac{\sin^2 \Omega t}{\sin^2 \Omega t_0} dt.$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение, найдем

$$\frac{N(t')}{N_0} = \exp \left\{ \frac{\ln \sqrt{2}}{T_{1/2}^0 \sin^2 \Omega t_0} \left[ t' + \frac{\sin 2\Omega(t_0 + t') - \sin 2\Omega t_0}{2\Omega} \right] \right\} dt \quad (6)$$

Временная переменная  $t' = t - t_0$  отсчитывается от текущего времени  $t_0$ . На рисунке представлен закон радиоактивного распада на примере урана-238.

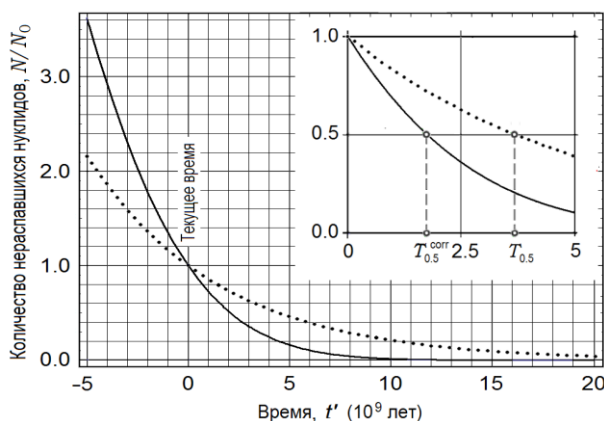


Рисунок 1 – Ускоренный распад урана-238 на космологических временных масштабах (сплошная кривая). Пунктирной линией

показана для сравнения обычная экспоненциальная кривая распада

### Литература

1. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – Т. 2. – 512 с.
2. Einstein, A. Die Nordstromsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalkuls. / A. Einstein, A.D. Fokker. Ann. Phys. (Leipzig), 44 (1914), 321 – 328.
3. Serdyukov, A.N. A Minimal Relativistic Model of Gravitation within Standard Restrictions of the Classical Theory of Fields. / A. N. Serdyukov. Phys. of Part. and Nucl. Lett. 6 (2009), 190 – 201.

**А.И. Толкачев** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### СТАТИЧЕСКИЙ ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП В МЕХАНИКЕ

Вариационные принципы играют в физике большую роль. Наиболее известными из них являются принцип наименьшего действия и принцип Ферма. В данной работе рассмотрим еще один вариационный принцип, – принцип наименьшей потенциальной энергии для протяженных объектов, например, упругого стержня, ограничиваясь, для начала, одномерным случаем. В качестве типичной рассмотрим задачу о продольных деформациях упругого прямолинейного стержня. Целью в этом случае является нахождение функции  $U(x)$ , описывающей отклонения различных сечений стержня. Очевидно, эта функция должна быть такой, чтобы потенциальная энергия стержня достигала своего минимума. Это интегральное условие позволяет получить дифференциальное уравнение для функции  $U(x)$ .

Вначале, для простоты, рассмотрим прямолинейный стержень, находящийся в однородном силовом поле (в поле силы тяжести, заряженный стержень в электрическом поле и т. п.). При деформации стержня меняется как энергия взаимодействия с внешним полем, так и энергия упругих деформаций, которые будем считать малыми. Для описания деформаций традиционно используется отклонение  $U(x)$  (рисунок 1) сечения стержня в недеформированном состоянии находящегося в точке  $x$  (а).

Энергия упругих продольных деформаций выражается формулой

$$W_{el} = \int_0^l dW_{el} = \int_0^l \frac{1}{2} YS [U'(x)]^2 dx,$$

где  $Y$  – модуль Юнга. Однородное поле силы тяжести характеризуется напряженностью  $\vec{g}$ , которую будем считать направленной вдоль оси  $X$ . Нуль потенциальной энергии выберем в точке подвеса. Тогда энергия взаимодействия стержня с полем силы тяжести имеет вид

$$W_{ext} = -\int_0^l \rho g S [x + U(x)] dx.$$

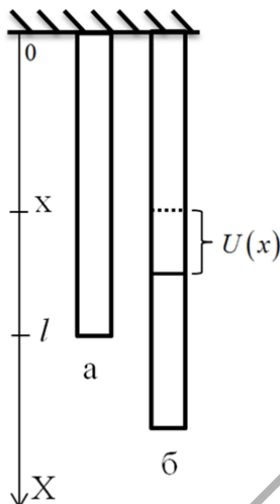


Рисунок – Изображение стержня в исходном (а) и деформированном (б) состояниях

Суммарная потенциальная энергия является, таким образом, функционалом, зависящим от функции  $U(x)$  и ее производной  $U'(x)$ :

$$W = \int_0^l \left[ \frac{1}{2} Y S [U'(x)]^2 - \rho g S [x + U(x)] \right] dx.$$

В общем случае статического (не обязательно однородного) поля аналогично имеем

$$W_{ext} = \int_0^l \Phi(x, U(x)) \rho S dx,$$

где  $\Phi$  – потенциал поля. Функционал суммарной потенциальной энергии в общем случае примет вид

$$W = \int_0^l \left[ \frac{1}{2} Y S [U'(x)]^2 + \Phi(x, U(x)) \rho S \right] dx.$$

Таким образом, всегда

$$W = \int_0^l \Pi(x, U(x), U'(x)) dx, \quad (1)$$

где  $\Pi$  – линейная плотность «полной» потенциальной энергии.

Для нахождения дифференциального условия экстремума этого функционала рассмотрим семейство функций деформации  $U(x)$ , удовлетворяющих граничным условиям  $U(0) = \bar{U}(0)$ ;

$U(l) = \bar{U}(l)$ , где  $\bar{U}(x)$  – та функция деформаций, при которой и достигается минимум, а именно функций вида

$$U(x) = \bar{U}(x) + \alpha \cdot \delta U(x).$$

Здесь  $\alpha$  – числовой параметр,  $\delta U(x)$  – фиксированная вариация отклонения  $\bar{U}(x)$ , удовлетворяющая условиям  $\delta U(0) = 0$ ;  $\delta U(l) = 0$ , а в остальном – произвольная. Для такого однопараметрического семейства функций функционал (1) принимает вид

$$W = \int_0^l \Pi(x, \bar{U}(x) + \alpha \cdot \delta U(x), \bar{U}'(x) + \alpha \cdot \delta U'(x)) dx. \quad (2)$$

$$\left. \frac{dW}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = \left[ \frac{d}{d\alpha} \int_0^l \Pi(x, \bar{U}(x) + \alpha \cdot \delta U(x), \bar{U}'(x) + \alpha \cdot \delta U'(x)) dx \right]_{\alpha=0} = 0.$$

Ясно, что при фиксированных  $\bar{U}$  и  $\delta U$  выражение (2) является функцией параметра  $\alpha$ , достигающей своего минимума при  $\alpha = 0$  [1-2].

Вычисляя явно производную по  $\alpha$  приведем условие минимума к виду

$$\left. \frac{dW}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = \int_0^l \left( \frac{\partial \Pi}{\partial \bar{U}} - \frac{d}{dx} \frac{\partial \Pi}{\partial \bar{U}'} \right) \delta U(x) dx = 0.$$

Ввиду произвольности функции  $\delta U(x)$  это дает уравнение

$$\frac{\partial \Pi(x, \bar{U}, \bar{U}')}{\partial \bar{U}} - \frac{d}{dx} \frac{\partial \Pi(x, \bar{U}, \bar{U}')}{\partial \bar{U}'} = 0, \quad (3)$$

то есть уравнение, позволяющее найти истинную деформацию  $\bar{U}(x)$ .

В дальнейшем,  $\bar{U}$  заменим на  $U$ . Применяя полученное уравнение для рассмотренных выше случаев, получаем уравнения

Для нахождения деформации стержня в гравитационном «Ньютоновом» поле

$$\Phi(x, U(x)) = - \frac{GM}{r_0 - x - U(x)},$$

где  $M$  – гравитирующая масса,  $r_0$  – расстояние между ее центром и точкой подвеса, подставим выражение для потенциала в формулу общего вида, в результате получим

$$U''(x) = -\frac{GM\rho}{Y\{r_0 - x - U(x)\}^2}.$$

Таблица – Дифференциальные уравнения для деформации в различных полях

Поле	Вид потенциала	Дифференциальное уравнение
Общий случай	$\Phi = \Phi(x, U(x))$	$U''(x) = \frac{\rho}{Y} \frac{\partial \Phi}{\partial U}$
Однородное поле	$\Phi(x, U(x)) = -g(x + U(x))$	$U''(x) = -\frac{\rho g}{Y}$
«Ньютоново» поле	$\Phi(x, U(x)) = -\frac{GM}{r_0 - x - U(x)}$	$U''(x) = -\frac{GM\rho}{Y[r_0 - x - U(x)]^2}$

Таким образом, вариационный принцип можно использовать для протяженных статических объектов. Аналогично можно рассматривать и другие виды взаимодействия, размерности и виды деформаций.

### Литература

1. Ланцош, К. Вариационные принципы механики / К. Ланцош / Физматгиз, 1965. – С. 77–83.
2. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц / М.: Наука, 1969. – С. 284–297.

**И.А. Фаняев** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
 Науч. рук. **И.В. Семченко**, д-р физ.-мат. наук, профессор

### ЧАСТОТНО-СПЕКТРАЛЬНЫЙ ПОГЛОТИТЕЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИК-ДИАПАЗОНЕ

Искусственно созданные частотно-спектральные поглотители электромагнитного излучения активно исследуются в последнее десятилетие [1]. Искусственные оптически малые структуры, так называемые метаструктуры, способные поглощать электромагнитное излучение в инфракрасном (ИК) диапазоне длин волн, нашли свое применение в солнечных батареях, болометрах и других устройствах.

В данной работе исследуется аналитически и экспериментально однослойный резонансный поглотитель электромагнитных волн в ИК-диапазоне на основе спиральной архитектуры. В статье [2] предложен метод синтеза однослойного ультратонкого поглотителя электромагнитных волн на основе дипольного излучения метаструктуры. Используя данный метод, можно добиться симметричного (с обеих сторон) полного поглощения электромагнитного излучения в оптически тонкой метаструктуре. Коэффициент поглощения ( $A$ ) при условии полного поглощения в материале выражается через коэффициенты отражения ( $R$ ) и прохождения ( $T$ ) электромагнитного излучения следующим образом:

$$A = 1 - R - T = 1 - \left| \frac{\vec{E}_{omp}}{\vec{E}_{nad}} \right|^2 - \left| \frac{\vec{E}_{np}}{\vec{E}_{nad}} \right|^2 = 1. \quad (1)$$

Отраженное ( $\vec{E}_{omp}$ ) и прошедшее ( $\vec{E}_{np}$ ) поля могут быть выражены через индуцируемые дипольный ( $\vec{p}$ ) и магнитный ( $\vec{m}$ ) моменты в структуре:

$$\vec{E}_{i\delta\delta} = \frac{i\omega}{2S} (\eta_0 \vec{p} - \vec{n} \times \vec{m}), \quad (2)$$

$$\vec{E}_{i\delta} = \vec{E}_{i\delta\delta} + \frac{i\omega}{2S} (\eta_0 \vec{p} + \vec{n} \times \vec{m}), \quad (3)$$

где  $\eta_0$  – волновой импеданс свободного пространства,  $\vec{n}$  – вектор нормали к плоскости метаструктуры,  $\omega$  – циклическая частота,  $S$  – площадь элементарной ячейки. Дипольные моменты связаны с эффективными восприимчивостями в метаструктуре, следовательно, требуя  $\vec{E}_{i\delta\delta} = 0$ , можно получить условие нулевого отражения:

$$\vec{E}_{i\delta\delta} = \frac{i\omega}{2S} \left( \eta_0 \hat{\alpha}_{ee} - \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm} \right) \vec{E}_{i\delta\delta} + \frac{i\omega\eta_0}{2S} (\hat{\alpha}_{em} + \hat{\alpha}_{me}) \vec{H}_{i\delta\delta} = 0. \quad (4)$$

$$\eta_0 \hat{\alpha}_{ee} = \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm}, \quad \hat{\alpha}_{em} = -\hat{\alpha}_{me}. \quad (5)$$

Здесь  $\hat{\alpha}_{ee}, \hat{\alpha}_{mm}, \hat{\alpha}_{em}, \hat{\alpha}_{me}$  – электрическая, магнитная, электромагнитная и магнитоэлектрическая эффективные восприимчивости, соответственно. Аналогично можно получить, что прошедшее поле и условие полного поглощения в метаструктуре имеют следующий вид:

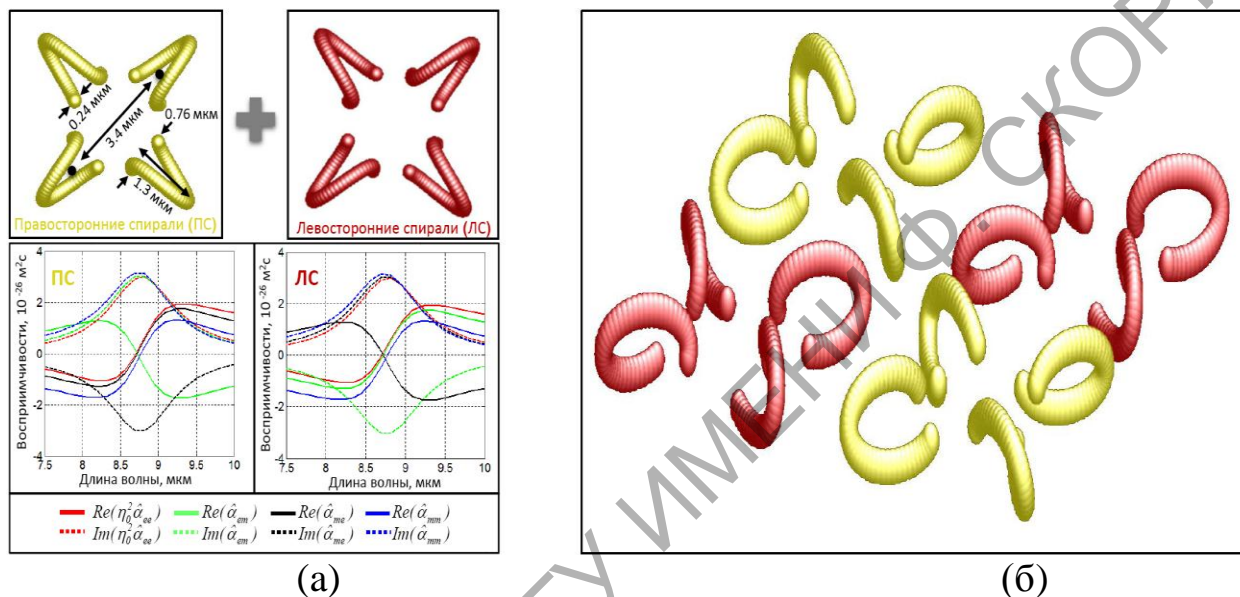
$$\vec{E}_{i\delta} = \left( 1 + \frac{i\omega}{S} \eta_0 \hat{\alpha}_{ee} \right) \vec{E}_{i\delta\delta} + \frac{i\omega}{S} \eta_0 \hat{\alpha}_{em} \vec{H}_{i\delta\delta} = 0. \quad (6)$$

$$\eta_0 \hat{\alpha}_{ee} = \frac{1}{\eta_0} \hat{\alpha}_{mm} = i \frac{S}{\omega}, \quad \hat{\alpha}_{em} = 0. \quad (7)$$

Удовлетворяя условию (7) и учитывая диссипативные потери материала, можно получить «невидимый» поглотитель электромагнитных

волн. Впервые такого рода поглотитель был исследован и реализован в радиочастотном диапазоне [3]. Однако получение такого же поглотителя в ИК-диапазоне является нетривиальной задачей и требует значительных модификаций и учета дисперсионных свойств материала.

На рисунке 1 представлена геометрия метаструктуры поглотителя, состоящей из золотых одновитковых правосторонних и левосторонних спиралей, а также эффективные восприимчивости субъячеек. Геометрические параметры метаструктуры оптимизированы методом конечных элементов с учетом дисперсионных свойств материала.



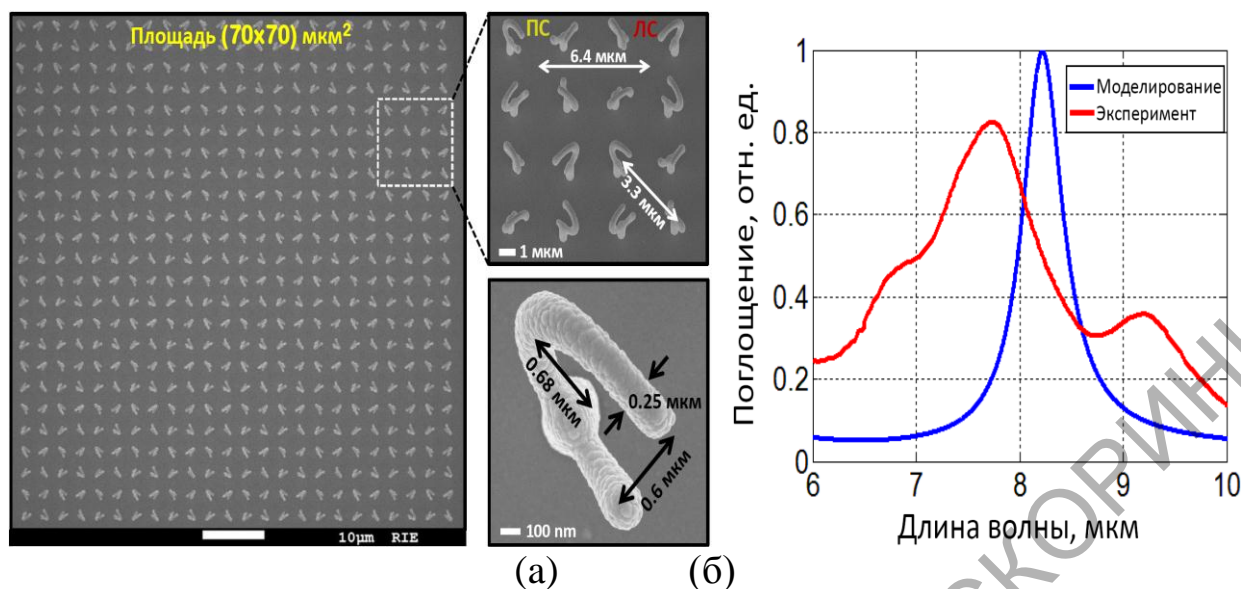
а – эффективные восприимчивости субъячеек;  
б – элементарная ячейка

Рисунок 1 – Геометрия спиральной метаструктуры поглотителя

Оптимизируя геометрию спиральной структуры, можно добиться сбалансированного электромагнитного отклика субъячейки (баланс восприимчивостей (рисунок 1(а)), который будет удовлетворять условию нулевого отражения (5). Условие полного поглощения (7) требует компенсации электромагнитной связи в метаструктуре ( $\hat{\alpha}_{em} = 0$ ), следовательно, необходимо комбинировать левостороннюю и правостороннюю субъячейки.

На рисунке 2(а) показаны изображения, полученные с помощью растрового электронного микроскопа (РЭМ). Метаструктура была изготовлена методом лазерной литографии с использованием фемтосекундного импульсного лазера, воздействующего на фоторезист. На рисунке 2(б) показан спектр поглощения в ИК-диапазоне.





а – РЭМ изображение метаструктуры; б – спектр поглощения  
 Рисунок 2 – Сравнение результатов моделирования и эксперимента

Из рисунка 2(б) видно, что изготовленная метаструктура обладает резонансными свойствами и поглощает электромагнитное излучение порядка 82 % на резонансной длине волны 7,8 мкм. Спектры поглощения, полученные с помощью моделирования и экспериментальных измерений, находятся в удовлетворительном согласовании.

Изготовленная метаструктура проявляет резонансные свойства и эффективно поглощает электромагнитное излучение в ИК-диапазоне, что потенциально может применяться в болометрии, оптических устройствах, солнечных батареях или других устройствах.

### Литература

1. Watts, C.M. Metamaterial Electromagnetic Wave Absorbers / C.M. Watts, X. Liu, and W.J. Padilla // *Advanced Optical Materials*. – 2012. – Vol. 24. – P. 98–120.
2. Ra'di, Y. Total Absorption of Electromagnetic Waves in Ultimately Thin Layers / Y. Ra'di, V.S. Asadchy, and S.A. Tretyakov // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 2013. – Vol. 61. – P. 4606–4614.
3. Asadchy, V.S. Broadband Reflectionless Metasheets: Frequency-Selective Transmission and Perfect Absorption / V.S. Asadchy, I.A. Faniayeu, Y. Ra'di, S.A. Khakhomov, I.V. Semchenko, and S.A. Tretyakov // *Physics Review X*. – 2015. – Vol. 5. – P. 031005.

## МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЗАДАЧ О РАССЕЙЯНИИ ДВУХ ЧАСТИЦ

В нерелятивистской квантовой механике большое внимание привлекают потенциалы задаваемые с помощью  $\delta$ -функций [1, 2], так как задачи с такими потенциалами решаются точно. В данной работе модель точечного взаимодействия использована для решения квазипотенциальных уравнений квантовой теории поля [3, 4].

Рассмотрим случай, когда квазипотенциал в импульсном пространстве Лобачевского локален, сферически-симметричен и не зависит от энергии двухчастичной системы [5]. С таким допущением, используя парциальный анализ, трёхмерные уравнения можно свести к одномерным парциальным. Уравнение для состояний с нулевым орбитальным моментом в релятивистском конфигурационном представлении имеет следующий вид [6]:

$$\psi(\chi_q, r) = \sin(\chi_q m r) + \int_0^\infty G_0(\chi_q; r, r') V(r') \psi(\chi_q, r') dr', \quad (1)$$

где  $2m \operatorname{ch} \chi_q = E_q$  – энергия двухчастичной системы,  $\chi_q$  – быстрота. В качестве функций  $G_0(\chi_q; r, r')$  рассмотрим функции Грина уравнений Логунова – Тавхелидзе ( $j=1$ ), Кадышевского ( $j=2$ ) и их модифицированных версий ( $j=3, j=4$ ), которые в  $r$ -представлении, в случае нулевого орбитального момента, имеют вид [6]:

$$G_{0,j}(\chi_q; r, r') = \tilde{G}_j(\chi_q; r - r') - \tilde{G}_j(\chi_q; r + r'), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} G_1(\chi_q; r) &= \frac{-i \operatorname{sh}[r(\pi/2 + i\chi_q)]}{m \operatorname{sh}(r\pi/2) \operatorname{sh}(2\chi_q)}; & G_2(\chi_q; r) &= \frac{-i \operatorname{sh}[r(\pi + i\chi_q)]}{m \operatorname{sh}(r\pi) \operatorname{sh}(2\chi_q)} + \frac{(4m \operatorname{ch} \chi_q)^{-1}}{\operatorname{ch}(r\pi/2)}; \\ G_3(\chi_q; r) &= \frac{-i \operatorname{ch}[r(\pi/2 + i\chi_q)]}{2m \operatorname{ch}(r\pi/2) \operatorname{sh} \chi_q}; & G_4(\chi_q; r) &= \frac{-i \operatorname{sh}[r(\pi + i\chi_q)]}{2m \operatorname{sh}(r\pi) \operatorname{sh} \chi_q}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим метод приближенного решения релятивистских задач с гладкими потенциалами, аналогично тому, как это сделано в нерелятивистской теории [2]. Этот метод основан на аппроксимации аналитического (гладкого) потенциала суперпозицией из  $N$   $\delta$ -потенциалов, локализованных на сферах конечного радиуса  $r_s > 0$  (*delta-shell potentials*):

$$V(r) = \sum_{s=1}^N V_s \delta(r - r_s). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) и интегрируя по  $r'$ , получим

$$\psi(\chi_q, r) = \sin(\chi_q m r) + \sum_{s=1}^N G_0(\chi_q; r, r_s) V_s \psi(\chi_q, r_s). \quad (5)$$

Отсюда можно выразить и записать в матричной форме величины  $\psi(\chi_q, r_s)$ :

$$\psi(\chi_q, r_s) = \left[ \delta_{s,k} - G_0^{(\ell)}(\chi_q; r_k, r_s) V_s \right]^{-1} \sin(\chi_q m r_k). \quad (6)$$

Далее, аналогично тому, как это делалось авторами работы [6], воспользуемся аналогией с нерелятивистской теорией: определим амплитуду рассеяния на основе асимптотического выражение волновой функции (5) при  $r \rightarrow \infty$ . Используя амплитуду рассеяния можно построить сечение рассеяния [7].

Таким образом, парциальное сечение рассеяния системы двух частиц, взаимодействие между которыми задаётся аналитическим квазипотенциалом (аппроксимированным  $\delta$ -функциями), в случае нулевого орбитального момента, будет иметь вид:

$$\sigma_0 = 4\pi(2\ell + 1) |f(\chi_q)|^2, \quad (7)$$

где  $(\tilde{\chi} = (\chi_q, \chi_q, 0, 0))$

$$f(\chi_q) = \frac{-1}{m^2 \text{sh}^2 \chi_q \text{ch} \tilde{\chi}_{(j)}} \cdot \sum_{s=1}^N \sin(\chi_q m r_s) V_s \psi(\chi_q, r_s). \quad (8)$$

Рассмотрим работу представленного метода на примере модельного потенциала, при котором возможны резонансные состояния [2]:

$$V(r) = A r^2 e^{-r}. \quad (9)$$

После аппроксимации потенциала (9) суперпозицией из  $N$   $\delta$ -потенциалов, полученный массив координат и значений потенциала на этом поле координат используется для расчета амплитуды рассеяния (8) и парциального сечения (7).

На рисунке 1 приведена зависимость парциального сечения  $s_0$  от энергии  $E_q$ , рассчитанная для функций Грина с  $j=1,2$  слева и с  $j=3,4$  справа для частиц массы  $m = 1$ . При замене потенциала (9) (с параметром  $A = 10$ ) аппроксимирующим потенциалом (4), использована суперпозиция сорока  $\delta$ -потенциалов ( $N = 40$ ).

При увеличении количества  $\delta$ -потенциалов (значения параметра  $N$ ), зависимость парциального сечения от энергии двухчастичной системы стремиться к некоторому постоянному – точному решению. Наибольшая погрешность решения наблюдается в точке резкого скачка функции сечения. Максимальная относительная погрешность не превышает 2 % при данных параметрах численного расчета. Также важно отметить, что даже при небольшом количестве  $\delta$ -потенциалов ( $N \sim 15$ ) используя зависимость сечения рассеяния от энергии двухчастичной системы можно качественно

правильно описать физический процесс взаимодействия частиц.

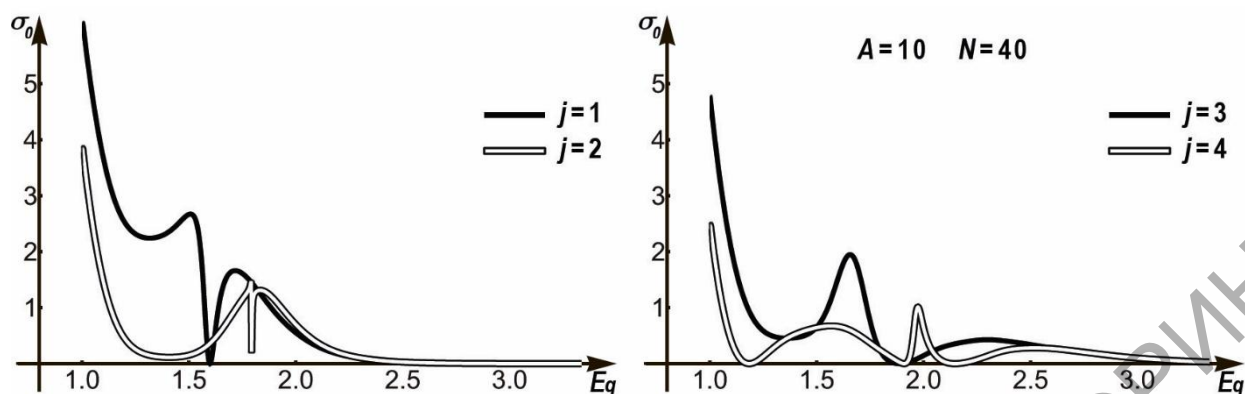


Рисунок 1 – Зависимость парциального сечения  $\sigma_0$  от энергии  $E_q$

Таким образом, предложенный метод эффективен при решении двухчастичных уравнений с потенциалами достаточно общего вида и обнаружении физических эффектов, которые были бы предсказаны при реализации точного решения, а также для вычисления различных характеристик рассеяния частиц.

### Литература

1. Perez R.N., Amaro J.E., Arriola E.R. Partial-wave analysis of nucleon-nucleon scattering below the pion-production threshold // *Physical Review C*. – 2013. – Т. 88, №. 2. – P. 024002.
2. Kapshai V.N., Alferova T.A., Elander N. Numerical determination of complex resonance energies by using a superposition of  $\delta$ -potentials // *International journal of quantum chemistry*. – 2003. – Т. 91, № 4. – P. 533 – 540.
3. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Quasi-optical approach in quantum field theory // *NuovoCimento*. – 1963. – Vol. 29, №2. – P. 380 – 399.
4. Kadyshevsky V.G. Quasipotential type equation for the relativistic scattering amplitude // *Nucl. Phys.* – 1968. – Vol. B6, N1. – P. 125 – 148.
5. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. Трехмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел // *ЭЧАЯ*. – 1972. – Т. 2, №. 3. – С. 635 – 690.
6. Kapshai V.N., Grishechkin Y.A. Relativistic two-particle equations with superposition of delta-shell potentials: scattering and bound states // *arXiv preprint arXiv:1312.1902*. – 2013.
7. Taylor, R.J. *Scattering theory: The quantum theory on nonrelativistic collisions* / R.J. Taylor; Wiley & Sons : New York, London, Sydney, Toronto, 1972. – 570 p.

**О.С. Филиппенко, М.С. Ярмакович**  
(УО «Белорусская государственная академия авиации»)  
Науч. рук. **А.И. Кириленко**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ КОЛЕБАНИЙ ИЗГИБА КРЫЛА ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТАХ

Одним из основных направлений развития современной физики может считаться ее консолидация с современными информационными технологиями.

Задача изучения колебаний тел сложной формы трудна и актуальна. Ее частный случай: изучение колебаний изгиба крыла постоянного сечения в пустоте. Данная работа достаточно широко представляется в ходе изучения специальных авиационных дисциплин. Актуальность темы обусловлена необходимостью изучения и анализа тех колебаний, которые возникают в крыле самолета с целью исключения возникновения такого явления как флаттер. Новизна работы заключается в попытке автоматизировать расчет данного процесса посредством математического пакета.

В ходе работы были проанализированы исследования, касающиеся изучения вибраций, возникающих в самолете. [1]

Основные параметры колебательной системы [1, с. 83]:  
коэффициент жесткости  $k$  :

$$k^4 = \frac{m}{El} \omega^2 \quad (1),$$

где  $m$  – погонная масса;  $El$  – жесткость изгиба,  $\omega$  – угловая частота.

Уравнение колебаний изгиба крыла постоянного сечения — дифференциальное уравнение 4-го порядка:

$$\frac{d^4 f}{dy^4} - k^4 f = 0 \quad (2)$$

Расчетная формула для угловой частоты:

$$p = \left( \frac{\lambda}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{El}{m}}, \quad (3),$$

где  $\lambda$  – характеристические корни уравнения,  $l = 10$  м – размах крыла.

Период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{p}. \quad (4)$$

Для решения задачи использовалась построенная математическая модель [1, с. 83].:

$$\begin{cases} B + D = 0 \\ A + C = 0 \\ -A \cdot \sin(\lambda) - B \cdot \cos(\lambda) + C \cdot sh(\lambda) + D \cdot ch(\lambda) = 0 \\ -A \cdot \cos(\lambda) + B \cdot \sin(\lambda) + C \cdot ch(\lambda) + D \cdot sh(\lambda) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

где  $A = -C = \cos(\lambda) + ch(\lambda)$ ,  $B = -D = \sin(\lambda) + sh(\lambda)$ .

На основании модели были получены первые 10 значений корней характеристического уравнения с помощью математического пакета:

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$	$\lambda_8$	$\lambda_9$	$\lambda_{10}$
1,571	4,712	7,853	10,996	14,137	17,279	20,420	23,562	26,704	29,845

В результате автоматизации данной модели в математическом пакете были получены зависимости: функции, соответствующие основной частоте и обертонам колебаний, при полученных значениях отношений  $\frac{y}{l}$ , зависимость угловой частоты от полученных характеристических корней, периода колебаний от  $\frac{y}{l}$ .

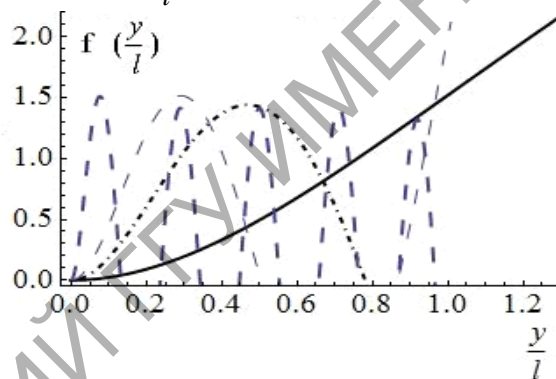


Рисунок 1 – функции, соответствующие основной частоте и обертонам колебаний, при полученных значениях отношений  $\frac{y}{l}$

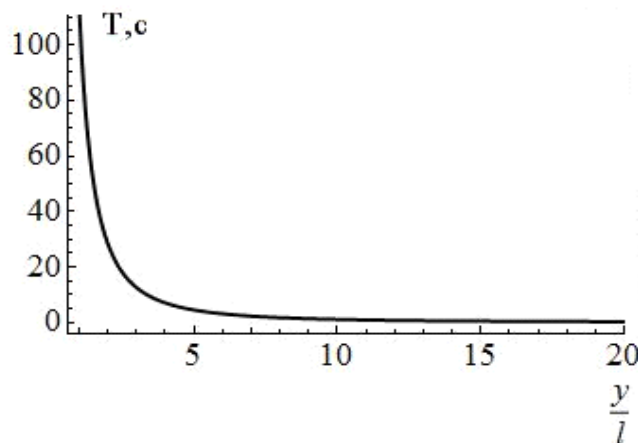


Рисунок 2 – Зависимость периода колебаний от соотношения  $\frac{y}{l}$

Таким образом, задача колебания изгиба крыла постоянного сечения была реализована при помощи математического пакета, что позволило существенно сократить время проводимых расчетов. Не представляет труда исследовать зависимость частот и формы колебаний при изменении параметров крыла.

### Литература

1. Гроссман, Е.П. Курс вибраций частей самолета / Е.П. Гроссман. – Москва, 1940. – 311 с.
2. Крысько, В.А. Анализ характера колебаний балки Эйлера-Бернулли с учетом влияния ограничения на прогиб / В. А. Крысько, О. Н. Киреева // Известия вузов. Машиностроение. – 2001. – № 5. – С. 3–10.

**А.С. Фильчук** (БНТУ, Минск)

Науч. рук. **Развин Ю.В.** канд. физ.-мат. наук, доцент

### АНАЛИЗ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СВОЙСТВ УГОЛКОВЫХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ

Оптические тетраэдрические отражатели, т.н. уголковые отражатели, изготавливаются в виде стеклянной призмы, три отражающие грани которой работают на явлении полного внутреннего отражения. Двугранные углы между отражающими поверхностями равны  $90^\circ$ . Уголковый отражатель возвращает оптические лучи в направлении, строго противоположном направлению распространения падающих на него лучей. Данное свойство таких отражателей определяет их широкое применение в различных оптических схемах. Однако применение уголковых отражателей в конкретных системах может быть ограничено вследствие того, что оптическое излучение, трижды отражаясь от наклонных граней тетраэдра, испытывает фазовые сдвиги, которые изменяют поляризационные характеристики излучения на выходе. Поэтому при использовании оптического уголкового отражателя необходимо учитывать его поляризационные свойства. Целью работы является анализ изменения состояния поляризации оптического излучения в оптических схемах с тетраэдрическими отражательными элементами.

В работе рассматривался режим нормального падения линейно поляризованного излучения на входную грань уголкового отражателя. В этом случае состояние поляризации отраженного излучения имеет сложный характер. При определенном азимуте поляризации падающего излучения в отраженном луче возникают участки с различными значениями эллиптичности и азимута поляризации. При изменении азимута поляризации падающего излучения происходит поворот азимута

поляризации и периодическое изменение эллиптичности во всех участках отраженного излучения. Для рассматриваемых отражателей характерно наличие двух состояний, когда формы поляризации падающего и отраженного лучей имеют одинаковый характер. При анализе работы уголкового отражателя можно выделить три различные задачи получения требуемой формы поляризации на выходе: определение показателя преломления оптического материала и спектрального диапазона оптического излучения, либо при заданных значениях этих параметров определение необходимой формы поляризации падающего излучения, а так же определение влияния направления падения лучей на его входную грань.

**И.И. Франков, Ю.В. Жердецкий**  
(УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Е.И. Сукач**, канд. техн. наук, доцент

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕМЕНТОВ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ОПАСНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕРЕВЬЕВ ОТКАЗОВ**

К сбою в работе технологического процесса производства (ТПП) могут приводить сбои в работе подсистемы ТПП, отказы при функционировании системы управления, недостаточное количество и состав ресурсов, необходимых для реализации технологического цикла, которые в предельном случае являются причиной аварии [1].

При проектировании ТПП с элементами потенциальной опасности должны быть учтены наиболее критические режимы реализации технологического цикла, которые не проявляются в обычных условиях функционирования. Как правило, требуется также определить насколько ТПП чувствителен к изменениям условий внешней среды, отказу технологического оборудования, недостатку ресурсов и др. Учитывая сложность и масштабность процессов, подлежащих воссозданию, большое количество параметров, разнородный характер процессов взаимодействия ТПП с внешним окружением, наиболее перспективным для решения задачи оценки безопасности функционирования ТПП является применение инструментальных средств, позволяющих автоматизировать все стадии анализа безопасности реализации ТПП с учётом имеющейся статистической информации. С использованием подобных средств важно провести проектное моделирование ТПП, оценить по надёжности/безопасности различные варианты реализации ТПП и выбрать из них лучший в соответствии с критерием оценки.



Один из способов анализа надёжности и безопасности ТПП возможен с использованием деревьев отказов. При этом тщательному анализу причин аварий в ходе реализации ТПП и выработке мероприятий, наиболее эффективных для их устранения, способствует построение дерева отказов и выявление неработоспособных состояний элементарных составляющих ТПП: технологических операций (ТХО). Такой анализ проводят для каждого режима выполнения ТПП с учётом влияния случайных факторов, определяющих траекторию реализации процесса. Дерево отказов лежит в основе вероятностной модели причинно-следственных связей отказов системы с отказами ее элементов и другими событиями. Анализ возникновения отказа включает рассмотрение последовательности и комбинаций нарушений в процессе выполнения ТХО. Он представляет собой многоуровневую древовидную структуру причинных взаимосвязей, полученных в результате прослеживания опасных ситуаций в обратном порядке, позволяющих отыскать возможные причины их возникновения [2].

Для проведения качественного анализа требуется понимание схемы выполнения ТПП и причин его сбоев, а также того, как технически может произойти авария в ходе реализации ТПП. С целью облегчения анализа, как правило, используются детальные схемы, а для проведения количественного анализа необходимы данные о частоте отказов структурных элементов ТПП или вероятности того, что система будет находиться в состоянии отказа для всех базовых элементов дерева отказов.

Разработка дерева отказов ТПП включает следующие этапы:

- определяется вершинное событие (авария в ходе реализации ТПП);
- начиная с вершинного события идентифицируются все возможные непосредственные причины аварии, приводящие к возникновению вершинного события (определяется состав потенциально опасных ТХО, структурные и временные связи между ними);
- каждая из выявленных причин аварии анализируется на предмет выяснения, какие причины могут к ней привести (определяются потенциально опасные микротехнологические операции (МТХО));
- пошаговая идентификация нежелательных вариантов реализации ТПП продолжается последовательно на более высоких уровнях детализации производственного процесса, пока дальнейший анализ не станет непродуктивным (события и факторы-причины, рассматриваемые на самом нижнем уровне, называются базовыми событиями);
- если базовым событиям могут быть приписаны вероятности, то можно вычислить вероятность вершинного события.

Для корректного количественного анализа нужно показать, что для каждого «узла» все входы одновременно и необходимы, и достаточны для того, чтобы «выходное» событие произошло. В противном случае дерево отказов непригодно для вероятностного анализа, хотя при этом может являться важным инструментом отображения причинно-следственных связей.

Главное преимущество дерева отказов (по сравнению с другими методами) заключается в том, что анализ ограничивается выявлением только тех элементов ТПП и событий, которые приводят к данному виду отказа ТПП или аварии.

Для автоматизации построения деревьев отказа, отражающих схему реализации ТПП, включающую последовательное согласованное выполнение ТХО, разработано приложение-конструктор (рисунок 1) деревьев отказа с возможностью описания структуры сбоев и отказов с использованием логических символов. Для решения данной задачи, был использован язык С# и платформа Windows Forms.

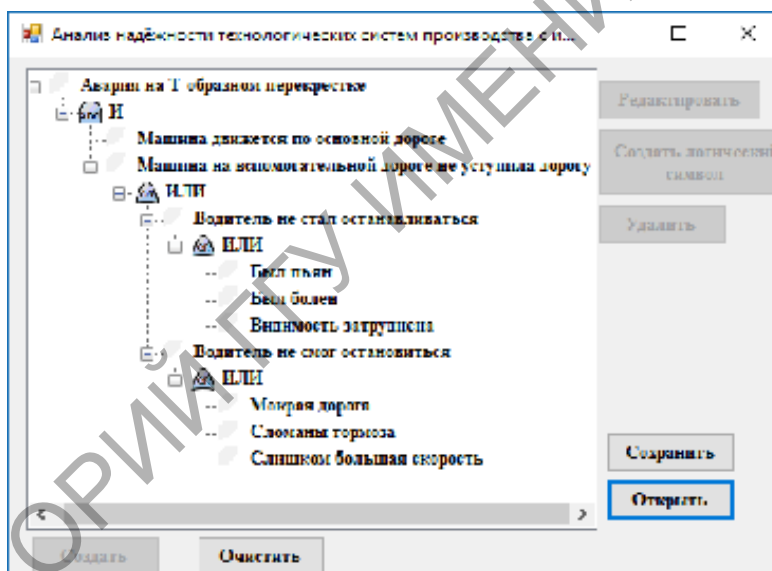


Рисунок 1 – Приложение-конструктор деревьев отказа

Разработанное программное обеспечение может быть использовано для решения следующих задач:

- выявления отказов на уровне элементов ТПП и оценки их влияния на надёжность системы (ТПП);
- сравнительного анализа вариантов организации ТПП для различного состава ТХО и вероятностей их надёжного выполнения;
- определения надёжного варианта выполнения ТПП в условиях отказов (опасных отказов) ТХО.

## Литература

1. Жердецкий, Ю.В. Сравнительный анализ надежности вариантов организации технологических систем производства с элементами потенциальной опасности // Ю.В. Жердецкий // Сборник статей «Творчество молодых», ГГУ им. Ф. Скорины, 2015 г., ч. 1. С.162–165.

2. Проурзин, В.А. Алгоритмы численного анализа надежности и риска для сложной системы на основе деревьев отказов. // Труды Международной Научной Школы 'Моделирование и анализ безопасности, риска и качества в сложных системах' (МА БРК – 2001). СПб.: Издательство ООО «НПО «Омега»', 2001, – С. 263–268.

А.А. Хорт (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)  
Науч. рук. Д.Г. Кроль, канд. физ.-мат. наук, доцент

## ВОЗДЕЙСТВИЕ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ВЯЗКОУПРУГОЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА

Плоское двумерное стационарное течение несжимаемой сплошной среды определяется уравнениями [1]:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i, \quad \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0, \quad (1)$$

$$\rho c_p v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_v, \quad q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (2)$$

$$v = \mu / \rho \quad i, k = 1, 2; \quad \rho, c_p, \lambda, \mu - \text{const.}$$

Реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла возьмем в следующей форме записи:

$$\tau_{ij} + \gamma \left[ v_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + m(\tau_{ik} \omega_{kj} - \omega_{ik} \tau_{kj}) \right] = 2\mu e_{ij}, \quad (3)$$

$$2e_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \quad 2\omega_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i}.$$

Здесь  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$  – декартовы прямоугольные координаты;  $v(v_1, v_2)$  – вектор скорости;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $q(q_1, q_2)$  – вектор удельного теплового потока;  $c_p$  – удельная теплоемкость;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $q_v$  – объемная мощность внутренних источников энергии;  $\tau_{ij}$  – компоненты девиатора тензора напряжений;  $e_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформации;  $\mu$  – коэф-

коэффициент динамической вязкости;  $\gamma$  – время релаксации вязких напряжений;  $\Phi$  – диссипативная функция. Дважды повторяющийся индекс  $k$  означает суммирование. Дифференциальный оператор в (3) при  $m=1$  есть конвективная производная Яуманна, при  $m=0$  – обычная субстанциональная производная. При  $\gamma=0$  формула (3) описывает свойства вязкой ньютоновской жидкости. Внешняя сила трения Релея  $\mathbf{F}(F_1, F_2) = -\zeta \mathbf{v}$  дает возможность моделировать широкий круг термодинамических явлений, представляющих практический интерес: периодические течения в тонких слоях жидкости, вихревые структуры в задачах промышленной экологии и прикладной геофизики. Для диссипативной функции  $\Phi$  принимаем оценку  $\Phi \ll |q_0|$ , т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии.

Хорошо известно, что в классической гидродинамике важным примером сдвигового течения служит течение Куэтта. Здесь мы рассматриваем обобщение этой задачи, учитывая нелинейность внешнего сопротивления в неизотермических условиях. Далее полагаем, что коэффициент сопротивления зависит от температуры  $T$ , монотонно растет при увеличении  $|\mathbf{v}|$  и является четной функцией скорости:

$$\zeta = \zeta(\mathbf{v}^2, T), \quad \partial \zeta / \partial (\mathbf{v}^2) > 0.$$

Данная работа имеет целью изучить количественные характеристики воздействия нелинейной силы сопротивления на завихренность вязкоупругой жидкости. Изучается течение вида

$$v_1 \equiv u = u(y), \quad v_2 \equiv 0, \quad p = p(y), \quad T = T(y). \quad (4)$$

Вихрь скорости  $\omega = (1/2) \text{rot } \mathbf{v}$  имеет одну нетривиальную составляющую  $\omega_z \equiv \omega = (-1/2)(du/dy)$ , направленную перпендикулярно плоскости  $(x, y)$ . Обозначим  $\tau = (c_1/u_1)(T - T_0)$ ,  $T_0 \equiv \text{const}$ . Здесь  $T_0$  – отсчетное значение температуры;  $c_1$  – произвольная положительная постоянная, имеющая размерность удельной теплоемкости, Дж/(кг · град);  $y_1, u_1$  – положительные константы, имеющие размерности длины и скорости соответственно; линейный масштаб релаксации равен  $L_1 = \gamma u_1$ . Безразмерные величины будем отмечать чертой сверху. Для коэффициента сопротивления и для объемного источника энергии возьмем следующие физически содержательные зависимости:

$$\bar{\zeta} \equiv \zeta y_1^2 / \nu = D_1 D_2, \quad D_1 = (1 - 4\Gamma)/(1 + 4\Gamma)^2, \quad D_2 = 2(1 - 3\bar{\tau}^2 + \bar{u}^2), \quad (5)$$

$$\bar{q}_0 \equiv q_0 c_1 y_1^2 / (\lambda u_1^2) = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}^2 - 3\bar{u}^2 - 1) = 4\bar{\tau}(-3\bar{\tau}_1 \bar{\tau} + 2\bar{\tau}^2 + 1),$$

$$\Gamma = (\bar{\gamma} m \bar{\omega})^2 \quad (6)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma u_1 / y_1, \quad \bar{\omega} = \omega y_1 / u_1, \quad d\bar{u} / d\bar{y} = -2\bar{\omega}.$$

Функция  $\Gamma(\bar{y})$  характеризует неравновесные свойства вихревого поля. В классе движений (4) - (6) имеют, согласно [2, 3], точное решение

$$\begin{aligned} \bar{u} \equiv u/u_1 &= 2\varepsilon[\sin(2\bar{y})]/\delta, \quad \bar{\tau} \equiv \tau/u_1 = (1 - \varepsilon^2)/\delta, \\ \delta &= 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon \cos(2\bar{y}), \quad \bar{y} = y/y_1, \quad y_1 > 0, \quad u_1 > 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Ясно, что  $\delta > 0$  при  $\varepsilon^2 \neq 1$ ;  $\varepsilon$  – параметр решения. Если  $\varepsilon^2 < 1$ , то  $\tau > 0$ , течение происходит в «горячей» области,  $T > T_0$ . Если  $\varepsilon^2 > 1$ , то  $\tau < 0$ , имеем «холодную» область,  $0 < T < T_0$ .

Приведем некоторые результаты численных расчетов. На рисунке 1 показаны зависимости безразмерных скорости, давления, вязкого касательного напряжения и коэффициента сопротивления от поперечной координаты  $\bar{y}$ .

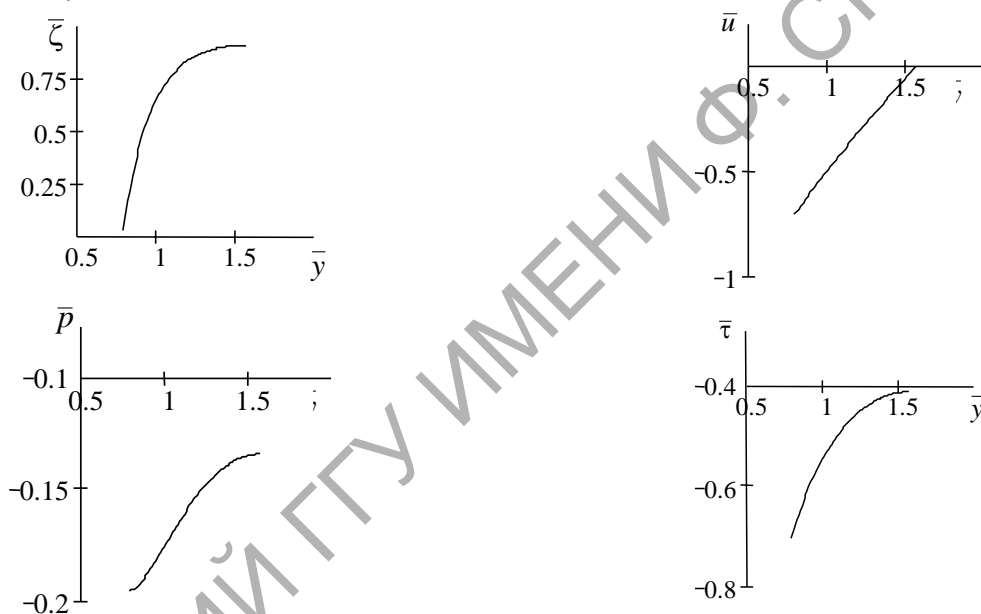


Рисунок 1 – Зависимость безразмерных параметров течения от безразмерной поперечной координаты в «холодной» области

В работе изложены результаты численно-аналитического исследования течения Куэтта для вязкоупругой жидкости Максвелла, испытывающей воздействие внешней силы трения Рэлея. Такая сила служит моделью сопротивления, которое оказывают многоатомные кластеры течению расплава. Изучен случай, когда сила внешнего трения действует на фоне релаксирующей завихренности. Неизотермический режим изучен в «холодной» и «горячей» областях, различающихся значениями температур по отношению к отсчетной температуре  $T_0$ .

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.9». Науч. рук. проекта профессор О.Н. Шабловский.

## Литература

1. Седов, Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М. : Наука, 1973, Т.1. – 536 с.

2. Шабловский, О.Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости / О.Н. Шабловский // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика». Выпуск 5. № 32(249). С. 77–82.

3. Шабловский, О. Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками / О.Н. Шабловский // Энергетика – Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2011. № 5. С. 55–65.

**А.А. Шамына** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

### **АНАЛИЗ МОДЕЛИ ГВГ ОТ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ПОКРЫТОЙ НЕЛИНЕЙНЫМ СЛОЕМ, В ПРИБЛИЖЕНИИ GNLRGD ДЛЯ НАКЛОННО ПАДАЮЩЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ**

*Введение.* Вот уже около двух десятков лет явление генерации второй гармоники от поверхностей активно исследуется учёными всего мира. В дипольном приближении в центросимметричных средах оно наблюдается только на границах раздела. Это позволяет зондировать поверхности частиц в отсутствии шумового сигнала от их объёма и раствора, в котором они находятся. Такое явление уже было использовано для получения ориентации адсорбированных молекул на поверхности сферических частиц, для исследования транспорта веществ через мембраны липосом, для изучения частиц, обладающих полупроводниковыми свойствами.

*Постановка задачи.* Введём сферическую, цилиндрическую и декартову системы координат. Пусть  $Oz$  направлена вверх, ось  $Ox$  вправо, а ось  $Oy$  перпендикулярно  $Ox$  и  $Oz$ . Векторы  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  – это единичные орты декартовой системы координат,  $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$  – единичные орты цилиндрической системы координат, а  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$  – единичные орты сферической системы координат. Поместим цилиндрическую диэлектрическую частицу радиуса  $a$  и высотой  $h$  начало координат так, чтобы центр частицы совпадал с началом координат (рисунок 1). Пусть она покрыта тонким слоем оптически нелинейного вещества толщиной

$d_0 \ll a (d_0 \ll h)$ . Показатели преломления для волн с циклической частотой  $\omega$  и  $2\omega$  обозначим  $n^\omega = \sqrt{\varepsilon^\omega}$  и  $n^{2\omega} = \sqrt{\varepsilon^{2\omega}}$  ( $\mu^\omega = \mu^{2\omega} = 1$ ).

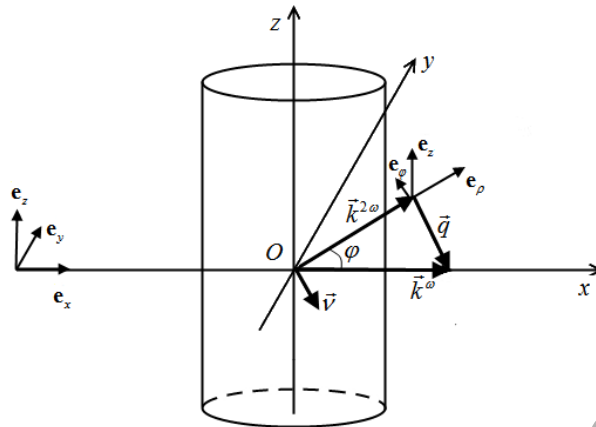


Рисунок 1 – Схема задачи о ГВГ от боковой поверхности цилиндра

Направим падающую плоскую электромагнитную волну вдоль оси  $Ox$ . Тогда её уравнение в системе СГС запишется в виде

$$\vec{E}^{in}(\vec{r}) = \vec{e}^{in} E_0 \exp(ik^\omega x \sin \theta_{in} + ik^\omega z \cos \theta_{in} - i\omega t); \quad (1)$$

где 
$$\vec{e}^{in} = \frac{-(\cos \theta_{in} \cos \phi + i\sigma \operatorname{tg} \beta \sin \phi) \mathbf{e}_\rho + (\cos \theta_{in} \sin \phi - i\sigma \operatorname{tg} \beta \cos \phi) \mathbf{e}_\varphi + \sin \theta_{in} \mathbf{e}_z}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}$$

характеризует поляризацию падающей волны,  $E_0$  – её амплитуда,  $k^\omega = (\omega/c)n^\omega$  – модуль волнового вектора в окружающей среде,  $\theta_{in}$  – это угол между волновым вектором и положительным направлением оси  $Oz$ ,  $\operatorname{tg} \beta$  – это отношение меньшей оси эллипса поляризации к большей,  $\sigma$  – это поляризация падающей волны (+1 – правая, -1 – левая). Согласно обобщённой модели Рэля-Ганса-Дебая (gNLRGD) [1], не учитывается рассеяние падающей волны на диэлектрической частице, но учитывается дисперсия среды. Модель применима, если показатели преломления частицы и окружающей среды близки по значению, а также показатель дисперсии близок к единице:  $\xi = |n^{2\omega}/n^\omega - 1| \ll 1$ .

*Решение.* Используя приближение gNLRGD, запишем нелинейную часть поляризации через поле падающей волны [2]:

$$P_i^{2\omega}(\vec{x}) = \chi_{ijk}(\vec{x}) E_j^{in}(\vec{x}) E_k^{in}(\vec{x}), \quad (2)$$

где  $\chi_{ijk}(\vec{x}) = \chi_1 n_i n_j n_k + \chi_2 n_i \delta_{jk} + \chi_3 (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij})$  – это тензор диэлектрической восприимчивости, зависящий от компонент единичного вектора нормали к поверхности  $n_i$  и дельта-символа Кронекера  $\delta_{ij}$ ,  $E_j^{in}(\vec{x})$  – это

$j$ -я компонента вектора электрической напряженности падающей волны. Тогда поле второй гармоники находится из выражения

$$E_i(\vec{r}) = (2\omega/c)^2 d_0 a E_0^2 (\delta_{im} - e_{r,i} e_{r,m}) e_j^{in} e_k^{in} \int_{-h/2}^{h/2} \exp(i\vec{q}_{\parallel} \vec{x}) dz_{\vec{x}} \int_0^{2\pi} \exp(i\vec{q}_{\perp} \vec{x}) \chi_{mjk}(\vec{x}) d\phi_{\vec{x}}. \quad (3)$$

Вычисляя интегралы в (3), получаем явное выражение для  $\vec{E}(\vec{r})$ :

$$\vec{E}(\vec{r}) = -2\pi i (2\omega/c)^2 d_0 a h E_0^2 (1 - \mathbf{e}_r \circ \mathbf{e}_r) (\sin(k^{\omega} h \cos \theta_{in}) / (k^{\omega} h \cos \theta_{in})) \vec{f}, \quad (4)$$

$$\vec{f} = \vec{v} \left[ (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v})^2 \Gamma_1^{(J)}(q_{\perp} a) - (\vec{e}^{in} \vec{e}^{in}) \Gamma_2^{(J)}(q_{\perp} a) - (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{e}_{\perp}^{in}) \Gamma_4^{(J)}(q_{\perp} a) \right] - \\ - 2\vec{e}^{in} (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v}) \Gamma_3^{(J)}(q_{\perp} a) - 2\vec{e}_{\perp}^{in} (\vec{e}_{\perp}^{in} \vec{v}) \Gamma_4^{(J)}(q_{\perp} a), \quad (5)$$

где

$$\Gamma_1^{(J)}(z) = \chi_1 J_3(z); \Gamma_2^{(J)}(z) = \chi_2 J_1(z); \Gamma_3^{(J)}(z) = \chi_3 J_1(z); \Gamma_4^{(J)}(z) = \frac{\chi_1 (J_1(z) + J_3(z))}{4}, \quad (6)$$

сконструированы с использованием функций Бесселя  $n$ -го порядка  $J_n(z)$ , а вспомогательные величины  $\vec{e}_{\perp}^{in}$ ,  $q$  и  $\vec{v}$  вычисляются как

$$\vec{q} = 2\vec{k}^{\omega} - \vec{k}^{2\omega} = \vec{q}_{\perp} + \vec{q}_{\parallel}; \vec{q}_{\perp} = 2k^{\omega} [(\sin \theta_{in} \cos \phi - \xi \sin \theta) \mathbf{e}_{\rho} - \sin \theta_{in} \sin \phi \mathbf{e}_{\phi}]; \\ \vec{q}_{\parallel} = 2k^{\omega} (\cos \theta_{in} - \xi \cos \theta) \mathbf{e}_z; q_{\parallel} = \vec{q}_{\parallel} \mathbf{e}_z; q_{\perp} = |\vec{q}_{\perp}|; \vec{v} = \vec{q} / |\vec{q}|; \vec{e}_{\perp}^{in} = (1 - \mathbf{e}_z \circ \mathbf{e}_z) \vec{e}^{in} \quad (7)$$

и зависят только от волновых векторов падающей и излучённой волны.

*Численный анализ.* Построим диаграммы направленности (ДН) на основе полученного решения. Показатели преломления взяты для воды ( $\omega = 850 i \text{ в } \text{нм}$ ):  $n^{\omega} = 1.33$  и  $n^{2\omega} = 1.35$ . На рисунке 2 слева направо поочерёдно ДН для коэффициентов анизотропии  $(\chi_1 \neq 0, \chi_2 = 0, \chi_3 = 0)$ ,  $(\chi_1 = 0, \chi_2 \neq 0, \chi_3 = 0)$ ,  $(\chi_1 = 0, \chi_2 = 0, \chi_3 \neq 0)$ . Остальные параметры генерации:  $\theta_{in} = \pi/4$ ;  $\text{tg} \beta = 0.5$ ;  $k^{\omega} h = 0.075\pi$ ;  $k^{\omega} a = 0.1$ ;  $\xi = 0.9$ , большая полуось эллипса поляризации лежит в плоскости  $Oxz$ .

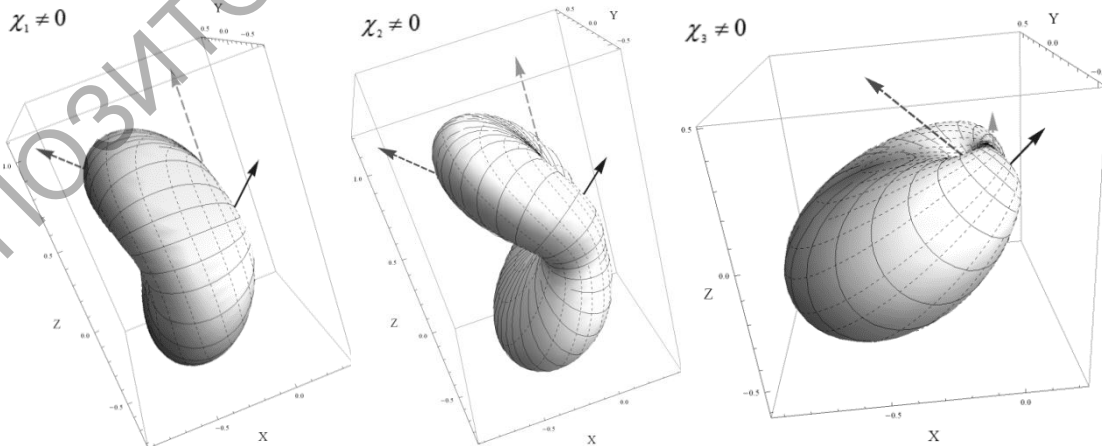


Рисунок 2 – ДН для разных показателей анизотропии



На рисунке 2 можно наблюдать сильную зависимость вида диаграммы направленности от типа анизотропии, который преобладает на цилиндрической поверхности. Для анизотропий  $\chi_1 \neq 0$  и  $\chi_2 \neq 0$  ДН имеет симметрию относительно плоскостей  $Oxz$  и  $Oxy$ , а для  $\chi_3 \neq 0$  излучение второй гармоники преимущественно направлено противоположно волновому вектору падающей волны и имеет плоскость симметрии  $Oxy$ . Причём в первых двух случаях выделяется два главных лепестка излучения, а в третьем – только один лепесток.

*Заключение.* Приближение gNLRGD позволяет найти явные выражения для пространственного распределения излучения второй гармоники в дальней зоне. При этом на вид диаграммы направленности будет оказывать влияние как размер частицы, так и присущий её поверхности тип анизотропии.

### Литература

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, T. Hansson // Physical Review A. – 2010. V. 81. – P. 053850.

2. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики / И. Р. Шен; пер. с англ.; под ред. С. А. Ахманова. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1989. – 558 с.

**Г.В. Крох, А.В. Ясько** (УО «МГПУ им. И.П. Шамякина», Мозырь)  
Науч. рук. **Г.В. Кулак**, д-р физ.-мат. наук, профессор

### ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ РЕЖИМ ДИФРАКЦИИ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ

В настоящее время значительный интерес для оптических технологий представляют квазибездифракционные световые поля, которые соответствуют световым пучкам с сохраняющимся в процессе распространения поперечным распределением амплитуды поля. Наиболее известным классом квазибездифракционных полей являются бесселевы световые пучки (БСП) [1]. Для изготовления акустооптических (АО) устройств обработки информации (модуляторов, дефлекторов, фильтров, процессоров, датчиков и т. д.) широкое применение находят кристаллы, обладающие хорошими фотоупругими свойствами и гиротропией. К таким кристаллам в первую очередь относятся парателлури́т ( $TeO_2$ ), теллур ( $Te$ ), германат и силикат висмута ( $Bi_{12}GeO_{20}$ ,  $Bi_{12}SiO_{20}$ ), кварц ( $\alpha-SiO_2$ ) и др. В связи с этим актуальна задача исследования различных режимов АО взаимодействия БСП в таких кристаллах [2].

В настоящей работе с использованием материальных уравнений для гиротропного диэлектрика [3] и метода медленно меняющихся амплитуд (ММА) исследован промежуточный режим АО дифракции в гиротропных кристаллах кварца, парателлурита и германата висмута.

Рассмотрим неколлинеарное взаимодействие световых волн (СВ), распространяющихся вблизи оптической оси одноосного гиротропного кристалла (ГК) с ультразвуковой (УЗ) волной, которая возбуждается вдоль оси  $OX$  (ось  $OY$  ортогональна плоскости дифракции). Будем считать, что упругая волна смещения  $\vec{U} = \vec{U}_0 \exp[i(Kx - \Omega t)]$  ( $K = \Omega/v$ ,  $\Omega = 2\pi f$  – циклическая частота,  $v$  – фазовая скорость УЗ волны) занимает пространство между плоскостями  $z = 0$  и  $z = l$ .

При распространении света вблизи оптической оси одноосного ГК режим АО дифракции определяется волновым параметром Клейна-Кука  $Q \approx \lambda_0 f^2 l / n v^2$ , где  $n$  – показатель преломления среды в направлении распространения падающей световой волны (СВ),  $l$  – длина области АО взаимодействия,  $\lambda_0$  – длина СВ в вакууме. Брэгговский режим дифракции наблюдается при  $Q \geq 1,5$ , раман-натовский при  $Q \leq 0,6$ . Промежуточный режим АО взаимодействия обычно наблюдается при  $0,6 < Q < 1,5$ . В последнем случае для СВ, падающей под углом Брэгга  $\varphi_B \approx \lambda_0 f / 2nv$ , следует учитывать четыре (и более) дифракционных порядка (вместо двух для брэгговского режима дифракции).

На рисунке 1 представлена схема АО преобразования бесселевых световых пучков, дифрагированных на ультразвуке.

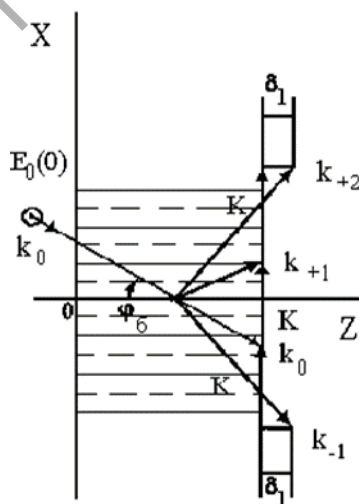


Рисунок 1 – Схема расположения волновых векторов ультразвука  $\vec{K}$ , падающей  $\vec{k}_0$  и дифрагированных  $\vec{k}_m$  ( $m = 0, \pm 1, + 2$ ) световых волн при промежуточном режиме АО взаимодействия, близком к брэгговскому ( $\delta_1$  – параметр отстройки)

Рассмотрим отдельные геометрии АО взаимодействия в кубических и одноосных кристаллах: 1) дифракция света на медленной сдвиговой УЗ волне в кристалле  $TeO_2$ , УЗ волна распространяется вдоль оси  $[110]$ , поляризована вдоль направления  $[\bar{1}10]$ ; 2) дифракция света на сдвиговой УЗ волне в кристалле  $\alpha - SiO_2$ , когда УЗ волна распространяется вдоль оси  $[110]$  и поляризована вдоль направления  $[\bar{1}10]$ ; 3) дифракция света на продольной УЗ волне в кристалле  $Bi_{12}GeO_{20}$ , распространяющейся вдоль оси  $[110]$  и световая вблизи оси  $[\bar{1}10]$ . В таком случае постоянная связи дифрагированных волн на сдвиговой УЗ волне в кристаллах кварца мала по сравнению с постоянной связи для дифракции на сдвиговой УЗ волне в кристалле парателлурита и на продольной УЗ волне в кристалле германата висмута. На рис. 2 представлена зависимость эффективности дифракции в  $-1, 0, +1$  и  $+2$ -м дифракционном порядке от интенсивности ультразвука  $I_a$  в промежуточном режиме дифракции, близком к брэгговскому, для кристаллов  $TeO_2$  (а) и  $Bi_{12}GeO_{20}$  (б). Медленная сдвиговая УЗ волна, распространялась вдоль оси  $[110]$  и поляризована вдоль направления  $[\bar{1}10]$  кристалла парателлурита; продольная УЗ волна, распространялась вдоль оси  $[110]$  кристалла германата висмута.

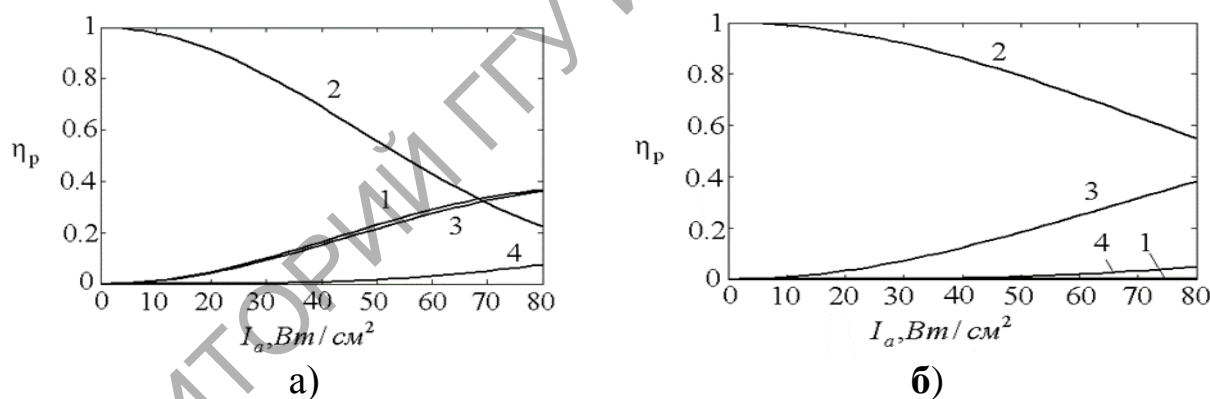


Рисунок 2 – Зависимость эффективности дифракции в четырех дифракционных порядках  $p$ :  $-1$  (1),  $0$  (2),  $+1$  (3),  $+2$  (4) от интенсивности ультразвука  $I_a$  ( $R_B = 1$  мм – радиус БСП,  $\lambda_0 = 0,63$  мкм,  $l = 0,2$  см; сдвиговая УЗ волна в кристалле  $TeO_2$  (а); продольная УЗ волна в кристалле  $Bi_{12}GeO_{20}$  (б))

Из рис. 2а следует, что при дифракции БСП нулевого порядка в кристалле  $TeO_2$  эффективность дифракции в  $+1$ -м и  $-1$ -м дифракционном порядках практически совпадают. Это связано со значительным удельным вращением кристалла в рассматриваемом диапазоне оптического спектра. Для кристалла  $Bi_{12}GeO_{20}$  (рисунок 2б) относительные

интенсивности в +1-м и –1-м дифракционном порядках значительно различаются. Малые значения относительных интенсивностей во +2-м дифракционном порядке связаны со значительной фазовой расстройкой векторного синхронизма  $\delta_1$  (рисунок 1) [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф14Р-195)

### Литература

1. Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams // J. Opt. Soc. Am. 1987. V.4, № 4. P. 651–654.

2. Кулак Г.В. Акустооптика гиротропных монокристаллов и оптических волноводов. Минск. Изд. Центр БГУ. 2014. 206 с.

3. Бокуть Б.В., Сердюков А.Н. Феноменологическая теория естественной оптической активности // ЖЭТФ. 1971. Т.61, № 5. С. 1808–1813.

## Секция 4. Методика преподавания физики

### *Председатели:*

Шершнев Евгений Борисович, канд. техн. наук, доцент.

Желонкина Тамара Петровна, старший преподаватель.

**А.В. Барабанов** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

### **ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ**

Большая часть учебных программ, учебников и методик все еще делают упор на усвоение учащимися готовой информации по предмету. Ученик использует репродуктивные, а не креативные способы деятельности, он ищет единственный ответ, а не учится вариативности и многообразию познания. Это приводит к ослаблению внутренней мотивации учеников, не востребованности их творческого потенциала, развитию негативных явлений, связанных с нежеланием детей учиться, отчуждению от школьного обучения, гиперболизации формальных ценностей образования (получение отметки, поступление в ВУЗ).

По мнению ряда экспертов, предполагается, что в ближайшем будущем на долю дистанционных форм образования учащихся будет отводиться до 40% своего общего учебного времени, сочетая их с традиционными формами очных занятий (40 %) и самообразованием (20 %).

Под дистанционным обучением понимают обучение с помощью средств телекоммуникаций, при котором субъекты образования, имея пространственную или временную удаленность, осуществляют общий учебный процесс, который направлен на создание ими внешних образовательных продуктов и соответствующих внутренних изменений самих субъектов образования.

Существуют различные типы дистанционного обучения:

1 тип: «Школа – Интернет». Дистанционное обучение решает задачи очного обучения. Главную дистанционную роль в данном типе обучения играет школьный образовательный сервер, на котором размещаются учебные материалы школьников и педагогов, ссылки на другие материалы сети.

2 тип: «Школа – Интернет – Школа». Дистанционное обучение дополняет очное и влияет на него более интенсивно. Оно охватывает учеников и педагогов нескольких очных школ, которые участвуют в общих образовательных проектах.

3 тип: «Ученик – Интернет – Учитель». Дистанционное обучение частично заменяет очное обучение. Ученики обучаются очно в традиционной школе, но кроме очных педагогов с ними эпизодически или непрерывно работает удаленный от них учитель.

4 тип «Ученик – Интернет». Дистанционное обучение выполняет функции распределенного в пространстве и во времени образования. Ученик обучается не в одной очной или дистанционной школе, а сразу в нескольких.

Достижениями последних лет являются устойчивые педагогические тенденции – личностная ориентация образования; введение профильности и индивидуальных образовательных программ и траекторий учащихся; развитие и расширение эвристического обучения, главным образом в форме дистанционных эвристических олимпиад; продуктивная образовательная направленность школ – на создание учениками портфолио; использование Интернет-технологий и ресурсов для расширения миропонимания ученика и учителя, открытости и открываемости мира с помощью информационных телекоммуникаций.

Перечисленные тенденции вносят в педагогику и практику образования новые понятия, принципы, формы, методы обучения. Например, понятие «индивидуальная образовательная траектория» заставляет пересматривать подходы к отбору содержания образования, технологиям обучения.

Для учителей, которые в свое время изучали традиционную классическую педагогику, дидактику, методики, дистанционное образование станет путеводителем по новшествам, которые произошли в теории и методике обучения за последние годы. Эти новшества относятся к человекообразному типу образования, которое ставит целью реализацию заложенного в учениках потенциала, формирование ключевых компетенций, необходимых для успешной жизни и деятельности.

**А.В. Барабанов** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ПРОЕКТИРОВАНИЕ СОВРЕМЕННОГО УРОКА ФИЗИКИ**

Поиски новых путей в преподавании всегда были важной частью любой науки. Преподавание, следуя развитию науки, должно непрерывно менять свои формы, ломать традиции, искать новые формы. Однако в этом процессе необходимо проявлять большую осторожность.

Неотъемлемым качеством всякого урока должны стать понятные всем ученикам в классе конечная цель урока и путь ее достижения.

Более того, каждый учащийся должен заранее знать, на сколько уроков рассчитана изучаемая тема и каковы будут требования учителя к конечному результату. При этом каждый предыдущий урок должен быть средством, обеспечивающим успех следующего.

В соответствии с планируемыми целями учитель отбирает содержание учебного материала, ту информацию, которая должна быть усвоена на уроке.

Отбор содержания не менее сложная сторона планирования, и ее недооценка или недостаточный уровень квалификации учителя приводит к тому, что на практике редко удается реализовать задуманное.

Содержание должно быть научно обоснованно, логически выстроенно и доступно.

Важно тщательно отобрать ведущую идею, понятия, выделить способы их раскрытия, определить действия учителя и учащихся.

Итак, учитель отбирает в порядке значимости содержание учебного материала на урок: главную идею, ключевые слова и основные понятия, а также способы их раскрытия; вопросы, упражнения, задания разного уровня, способствующие усвоению главной идеи темы на уроке; занимательный материал. Иногда он бывает необходим. Иногда подменяет серьезный учебный труд развлечениями, не имеющими ни познавательной, ни воспитательной ценности.

Для формирования интереса к обучению необходимо на уроке создавать следующие условия: вносить элемент новизны, связывать известное и понятное содержание учебного материала с новой информацией; опираться на сложившиеся у ученика побуждения; отрабатывать изучаемое содержание на практике, привычной и понятной для ученика; организовывать самостоятельную и активную деятельность учащихся; отмечать любые успехи в учебной работе.

Следующим шагом учителя в проектировании урока является выбор методов обучения, соответствующих целям урока и содержанию учебного материала. Существуют различные классификации методов обучения. Наиболее известная, которой придерживаются многие учителя, представлена ниже:

1. Объяснительно-иллюстрированный метод, то есть принятие учениками информации разными способами: зрительным, слуховым, речевым.

2. Репродуктивный метод – воспроизведение репродукции действий с помощью упражнений, решения стереотипных задач, повторения, неоднократного чтения текстов, заучивания.

3. Исследовательский метод. Учитель предлагает творческие (проблемные) задания, а учащиеся их самостоятельно решают, творчески применяют имеющиеся знания и добывают новые.

4. Использование эвристического метода также способствует развитию творческих способностей учащихся. Учитель с помощью вопросов помогает учащимся в решении проблемных задач, заданий.

На уроке взаимодействие учителя и ученика предполагает обмен содержанием, опытом познания. Учитель на уроке является носителем социокультурных образцов знаний, реализует свой опыт в виде собственной позиции, но и не перестает помнить, что субъектный опыт в виде разрозненных представлений в различных областях знаний имеется и у ученика. Эффективность учебно-воспитательного процесса зависит не только от направленности и устремленности школьников, но и от их познавательной самостоятельности.

**А.В. Барабанов** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ ФИЗИКИ В СВЕТЕ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

В настоящее время в связи с достаточно широким распространением технологий развивающего обучения возникла проблема, связанная с освоением преподавателем новых подходов в обучении только на уровне методики или отдельных дидактических приемов. Проблема заключается в том, что в современных условиях, когда требуется гарантированный педагогический результат, появилась необходимость разработать и обосновать два типа технологий, т.е. не только технологию деятельности преподавателей, но и технологию учебно-познавательной деятельности студентов. Перестройка школьного образования требует также изменить не только содержание, но и методы обучения в сторону всемирного развития самостоятельности, творчества и инициативности учащихся. Это требование в полной мере относится к преподаванию физики как в высшей, так и в средней школе. Важно, чтобы знания учащихся были не только глубокими, но и действенными, т. е. чтобы учащиеся умели применять их на практике.

Анализируя работу выпускников физического факультета, пришли к выводу, что начинающие учителя физики недостаточно владеют методикой организации учебно-воспитательного процесса. Такое положение дел можно объяснить недостаточной методикой подготовки студентов. Под методической подготовкой мы понимаем взаимосвязанную систему знаний, умений и навыков, дидактических принципов обучения, которой должен овладеть будущий учитель физики при изучении дисциплин



методического цикла для успешного решения педагогических задач, качественного обучения предмету.

В своей практической деятельности учителю физики приходится решать следующие задачи:

– осуществлять учебно-воспитательную работу по физике; проводить внеклассную работу (факультативы, «Неделя физики», физические турниры, викторины, КВН и т. д.) с целью развития устойчивого интереса к изучению физики»; проводить научные исследования в области педагогики и методики преподавания;

– внедрять в преподавание новые технологии обучения (блочно-модульное изложение темы, разработка интегрированных уроков, учебных проектов изучаемых тем, введение на уроках обучающихся и контролирующих тестов, внедрение информационных технологий и т. д.); устанавливать и использовать взаимосвязи учебных дисциплин в процессе обучения физике.

Важное место в подготовке будущего учителя физики отводится практическим и семинарским занятиям по методике преподавания. На таких занятиях, в первую очередь, студенты знакомятся с содержанием учебных программ по физике в средней школе, изучают учебники физики, которые в настоящее время применяются в школе, высказывают свои критические замечания по содержанию учебника и даже находят существенные ошибки и неточности. В процессе учебных занятий студенты учатся составлять тематические и поурочные планы, конспекты уроков, разрабатывают блочно-модульные технологии при изложении учебного материала в средней школе, используют интернет-технологии при обучении решению задач, объяснении новой темы, проведении физического эксперимента.

На практических занятиях рассматривается межпредметная связь в школьных курсах физики и математики. С этой целью организована самостоятельная работа студентов по составлению конспектов уроков, в которых отражены межпредметные связи, подобран необходимый дидактический материал, средства наглядности для раскрытия содержания тех или иных понятий, явлений, физических законов, анализируется конкретная ситуация.

Основная цель проведения таких занятий – это овладение студентами определенными практическими умениями, навыками педагогического мастерства учителя физики. Для этого мы используем различные формы и методы работы: решение методических задач; конструирование модели методической ситуации; подготовка и заслушивание студенческих докладов, рефератов по вопросам методики изучения наиболее сложных тем школьного курса физики; показ методических приемов по формированию физических понятий, явлений; организация мастер-классов по решению

физических задач, проведению открытых уроков; презентация учебных проектов по различным разделам физики; составление портфолио учителя-предметника; разработка авторских дидактических систем; представление уроков – мастерских; использование интернет-технологий для презентации методических разработок, физического эксперимента.

В плане совершенствования методической работы всегда находится педагогическая практика, которую студенты проходят в средних школах, гимназиях, лицеях. Работа студентов в период педагогической практики в миниатюре представляет собой профессиональную деятельность педагога и практиканта. В процессе педагогической практики закладывается собственный педагогический стиль студента. Поэтому методическое обеспечение должно оказывать помощь в процессе познания принципов и закономерностей профессиональной деятельности и формирования личностных качеств будущего педагога. С одной стороны, оно является основой при создании индивидуальных педагогических технологий, а с другой стороны, не препятствует творческой инициативе и самостоятельности.

Все эти методические приемы способствуют формированию у студентов системы общепедагогических и профессионально-методических знаний, выработке умения комплексного подхода к решению педагогических задач в процессе обучения физике.

**Ю.Б. Борисова** (ГУО «Шерстинская средняя школа», Ветка)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

### **ВЛАДЕНИЕ УЧИТЕЛЕМ УМЕНИЯМИ И НАВЫКАМИ ПРИ ДЕМОНСТРАЦИИ ОПЫТОВ**

Демонстрация физических опытов позволяет учителю руководить познавательной деятельностью учащихся в процессе наблюдения и изучения физических явлений. С помощью физического эксперимента решают разные задачи. Это может быть наблюдение физического явления, качественное или количественное изучение метода исследования, введение в теорию, подтверждение выводов теории, применение физических законов на практике.

Знание прибора предполагает:

- знание названия прибора и его основного назначения, принципа действия прибора и его основных узлов;
- умение по внешнему виду выделить данный прибор среди других;
- знание технических возможностей прибора, его эксплуатационных характеристик, допустимых режимов;

- умение применять прибор по назначению и в сочетании с другими приборами, знание условий, позволяющих получить нужный эффект;
- умение выполнять простейший ремонт, производить замену отдельных деталей, настраивать прибор при отклонениях от нормы.

Умение собирать установки отражает степень владения техникой демонстрационного эксперимента. Здесь существенным является выполнение требований, предъявляемых к демонстрационным опытам, и рациональное использование средств, обеспечивающих эффективность постановки опыта.

Практикой выработаны определенные правила сборки установок, которыми целесообразно руководствоваться. Они сводятся к следующему:

- мысленное конструирование установки, возможно вычерчивание структурной схемы, блочного чертежа расположения приборов, вспомогательного рисунка;
- отбор конкретных приборов для данного опыта;
- сборка установки: расположение на демонстрационном столе приборов в определенном логическом порядке, объединение элементов установки (как правило, установку собирают в наклонной или вертикальной плоскости; приборы, отражающие существенное в опыте, должны быть на переднем плане);
- проверка выполнимости требований, предъявляемых к опытам, с учетом возможностей разных средств (при этом необходимо убедиться, что установка хорошо просматривается с каждого места класса);
- отработка последовательности операций, которые необходимо выполнять при демонстрации опыта (отрабатывая операции, следует продумать текст, которым будет сопровождаться эксперимент).
- умение демонстрировать опыты, то есть владение методикой и техникой

демонстрационного эксперимента, охватывает разные стороны учебного процесса, включая деятельность учителя и организацию познавательного интереса учащихся.

При этом эксперимент может выступать в двух аспектах:

- при дедуктивном изложении материала он выступает в качестве критерия истины, подтверждает выводы теории;
- при индуктивном подходе является основным источником знаний.

И в том, и в другом случае есть нечто общее: на демонстрационном столе не должно быть ничего лишнего, то есть не должно быть никаких приборов, принадлежностей, не относящихся к данному опыту; если демонстрация сопровождается чертежом, рисунком или схемой (что чаще всего и бывает), то нужно своевременно соотнести элементы чертежа с приборами и деталями установки, причем элементы чертежа

нужно расположить так, как предполагается расположить детали установки. При демонстрации опыта учитель должен находиться за демонстрационным столом (за приборами); демонстрировать опыты нужно так, чтобы не загромождать руками детали установки. При необходимости нужно поднимать или поворачивать демонстрируемые приборы. Темп изложения при демонстрации может быть разным, сравнительно быстрым при объяснении установки и более медленным при изложении сущности явления; паузы делают тогда, когда акцентируют внимание на той или иной детали установки, на том или ином компоненте раскрываемого процесса. По результатам опыта (возможно, части опыта) делают четкий и обоснованный вывод; число опытов диктуется необходимостью как можно полнее раскрыть сущность изучаемого; как правило, бывает достаточно двух-трех опытов.

При индуктивном изложении материала можно выделить следующие этапы:

- постановка задачи (проблемы), требующей экспериментального решения;

- выяснение элементов знаний, которые предполагается получить экспериментально (но не сообщение самих знаний);

- составление блок-схемы установки (выполнение чертежа, рисунка);

- сборка установки на глазах учащихся. При этом проводится сопоставление чертежа с элементами установки. Иногда часть установки (отдельные блоки) собирают заблаговременно, и только в редких случаях

установка может быть собрана заранее. Однако в любом варианте приборы и принадлежности выставляют на демонстрационный стол только на время демонстрации опыта;

- объяснение установки. Выяснение назначения отдельных приборов и блоков, функциональных зависимостей между элементами установки;

- демонстрация явления или процессы, сопровождающиеся объяснением того, что и как наблюдать, на чём акцентировать внимание, как выделить интересующие нас объекты, процессы, новые знания; варьируя опыт, учитель не говорит о наблюдаемых результатах, а организует работу так, чтобы в процессе беседы учащиеся сами заметили то, что необходимо, и сделали соответствующие выводы;

- словесное, графическое или табличное фиксирование полученных экспериментальных данных;

- организация работы с учащимися по вычленению новых знаний, полученных в результате постановки опыта, через сравнения, абстрагирование, обобщение.

**Т.Р. Горбачёва** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ПРОВЕРКА ПРАКТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ ПО ФИЗИКЕ**

Проверка качества сформированных у учащихся практических умений является составной частью всей системы проверки. Осуществить ее можно в форме индивидуальных и фронтальных опытов и лабораторных работ, а также в форме работ физического практикума.

При индивидуальной проверке вызванный к доске ученик выполняет экспериментальное задание, а все учащиеся класса внимательно следят за ответом и комментируют его. Задания могут быть самыми разнообразными: от определения цены деления шкалы приборов и их показаний до выбора приборов для проведения того или иного опыта, планирования его и выполнения.

Фронтальную проверку практических умений можно осуществлять в процессе выполнения обычных лабораторных работ либо при выполнении контрольных лабораторных работ. Например, в VIII классе лабораторной работы «Определение удельной теплоемкости твердого вещества» учащиеся должны уметь пользоваться весами, мензуркой, термометром – эти умения могут контролироваться. При выполнении лабораторной работы «Измерение сопротивления проводника» (VIII класс) учащиеся должны уметь собирать электрическую цепь, включать в нее амперметр и вольтметр, соблюдая полярность, пользоваться этими измерительными приборами. Все эти умения могут здесь контролироваться.

Если учащиеся выполняют контрольную лабораторную работу, то они получают специальные карточки с заданиями, которые могут заключаться в выполнении одного опыта или целой лабораторной работы. Чтобы обеспечить самостоятельность учащихся при выполнении контрольной лабораторной работы, им предлагают разные варианты заданий либо одинаковые задания, но с различными приборами и материалами.

Наблюдая за работой – учащихся, проверяя их письменные отчеты, учитель получает представление о том, насколько полно сформированы у них практические умения.

Чтобы провести целенаправленное наблюдение за работой учащихся и четко фиксировать их достижения, необходимо выделить те умения, которые подлежат контролю в данной работе, и направить все внимание на фиксацию характера выполнения действий, связанных именно с этими умениями.

Во время выполнения работы учитель наблюдает за учащимися и на листе с их фамилиями делает соответствующие пометки.

Большие возможности для проверки практических умений учащихся дает физический практикум. Практикум решает свои, отличные от фронтальных лабораторных работ, задачи. Поэтому он позволяет проверять и иные умения. Оценка практических умений проводится в этом случае так же, как и при выполнении фронтальных лабораторных.

**Е.С. Гришенкова** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ОБУЧЕНИЕ В СОТРУДНИЧЕСТВЕ**

Технология обучения в сотрудничестве появилась как альтернативный вариант традиционной классно-урочной системе. Ее авторы объединили в едином процессе три идеи:

- обучение в коллективе;
- взаимооценку;
- обучение в малых группах.

Это было названо одним термином – обучение в сотрудничестве. При обучении в сотрудничестве главной силой, влияющей на учебный процесс, стало влияние коллектива, учебной группы, что практически невозможно при традиционном обучении.

Эта педагогическая технология считается одной из самых трудоемких и не всегда дающей ожидаемый результат, зачастую непредсказуемой.

При обучении в сотрудничестве решаются следующие задачи:

1. Учащийся гораздо лучше учится, если он умеет устанавливать социальные контакты с другими членами коллектива;
2. От умения общаться с другими членами коллектива зависит, и умение учащихся грамотно и логически писать;
3. В процессе социальных контактов между учащимися создается учебное сообщество людей, владеющих определенными знаниями и готовых получать новые знания в процессе общения друг с другом, совместной познавательной деятельности.

Обучение в сотрудничестве – это совместное (поделенное, распределенное) расследование, в результате которого учащиеся работают вместе, коллективно конструируя, продуцируя новые знания, а не открывая объективные реалии, потребляя знания в уже готовом виде.

При этом четко видно две процессуальные стороны обучения в сотрудничестве:

- общение учащихся друг с другом в составе ученического коллектива;
- собственно процесс обучения.

Обучение в сотрудничестве предполагает организацию групп учащихся, работающих совместно над решением какой-либо проблемы, темы, вопроса. На начальных этапах работы по технологии обучения в сотрудничестве преподавателю придется потратить немало времени на разнообразные психолого-педагогические тренинги, направленные на следующее: знакомство учащихся друг с другом; сплочение ученического коллектива в целом, отдельных групп учащихся; освоение азов межличностной и групповой коммуникации; изучение индивидуальных стилей обучения, социально-психологических типов учащихся, работающих в одной группе.

Ду Инсюань (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. С.А. Лукашевич, старший преподаватель

## **ВНЕДРЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС**

Применение компьютерных технологий позволяет индивидуализировать учебный процесс за счет предоставления возможности учащимся как углубленно изучать предмет, так и отрабатывать элементарные навыки и умения. В современной школе, осуществляющей массовое обучение, учитель вынужден работать одновременно с учащимися, обладающими неодинаковым развитием, знаниями и умениями, темпом познания и другими индивидуальными качествами. Компьютер позволяет каждому учащемуся работать самостоятельно, уровень обученности слабоуспевающих учащихся при этом повышается; не оказываются запущенными и сильные учащиеся. Вторая возможность, которую появляется при использовании информационных технологий – развитие самостоятельности учащихся. Ученик решает те или иные задачи самостоятельно, осознанно (не копируя решения на доске или у товарища), при этом повышается его интерес к предмету, уверенность в том, что он может усвоить предмет.

Компьютер может использоваться на всех этапах: как при подготовке урока, так и в процессе обучения: при объяснении (введении) нового материала, закреплении, повторении, контроле знаний и умений учащихся.

ИКТ можно рассматривать как средство доступа к учебной информации, обеспечивающее возможности поиска, сбора и работы с источником, в том числе в сети Интернет, а также средство доставки и хранения информации. Использование ИКТ в учебном процессе позволяет повысить качество учебного материала и усилить образовательные эффекты.

Любая педагогическая технология – это информационная технология, так как основу технологического процесса обучения составляет получение и преобразование информации.

Более удачным термином для технологий обучения, использующих компьютер, является компьютерная технология. Компьютерные (новые информационные) технологии обучения – это процесс подготовки и передачи информации обучаемому, средством осуществления которого является компьютер. В практике информационными технологиями обучения называют все специальные технические технологии, использующие информационные средства (ЭВМ, аудио, кино, видео).

Одна из основных целей внедрения информационных технологий является формирование достаточно полных, глубоких и прочных знаний по изучаемому предмету.

Основные задачи внедрения информационных технологий на теоретических уроках заключаются в следующем:

- научить учащихся аргументировать, находить и выделять главное, рассуждать, доказывать, находить рациональные пути выполнения задания;
- повысить интерес учащихся к изучаемому предмету;
- повысить самостоятельность и активность учащихся при изучении материала;
- развивать коммуникативные умения;
- развивать у воспитанниц такие мыслительные операции, как анализ, сравнение и сопоставление фактов и явлений;
- воспитывать у учащихся чувство коллективизма и взаимопомощи;
- развивать межпредметные связи.

Применение информационных технологий в современном образовательном процессе – вполне закономерное явление. Однако эффективность их использования в обучении зависит от четкого представления о месте, которое они должны занимать в сложнейшем комплексе взаимосвязей, возникающих в системе взаимодействия «преподаватель – обучающийся». Использование компьютера на теоретических уроках преподаватель должен вводить не «вместо», а «наряду» с другими современными технологиями и методиками.

Анализируя целесообразность использования компьютера в учебном процессе, можно выделить следующие дидактические возможности компьютера:

- расширение возможности для самостоятельной творческой деятельности учащихся, особенно при исследовании и систематизации учебного материала;
- привитие навыков самоконтроля и самостоятельного исправления собственных ошибок;



- развитие познавательных способностей учащихся;
- интегрированное обучение предмету;
- развитие мотивации у учащихся.

При этом компьютер может представлять: источник учебной информации; наглядное пособие (качественно нового уровня с возможностями мультимедиа и телекоммуникаций); тренажер; средство диагностики и контроля.

На сегодня имеется ряд отработанных моделей такого использования на уроках:

- демонстрация компьютерной программы подготовленной учителем или учеником, что обеспечивает высокий уровень наглядности;
- тестирование – с вводом или выбором ответа, при этом обеспечивается быстрая, безошибочная аттестация учащихся по темам;
- отработка общеучебных навыков с помощью компьютерного тренажера.

Использование информационных технологий в процессе теоретического обучения позволяет создать условия для самостоятельного приобретения учащимся знаний за счет:

- прекрасной наглядности, создаваемой компьютером;
- реализации методики проблемного обучения с использованием ученических программ;
- автоматизации контроля результатов обучения, что позволяет индивидуально каждому ученику иметь полную и объективную информацию о ходе процесса освоения знаний в реальном временном масштабе (т. е. о его достижениях в ходе занятия);
- технических возможностей компьютера как дидактического средства обучения, позволяющего обеспечить эффективную реализацию развивающего обучения;
- развития способностей к творчеству и формирования психологической готовности к самореализации.

Применение новых информационных и телекоммуникационных технологий в образовании обсуждается на страницах всех методических журналов и газет. При этом каждому преподавателю, безусловно, очевидна целесообразность применения компьютеров для обучения. Богатейшие возможности представления информации на компьютере позволяют изменять и неограниченно обогащать содержание образования; выполнение любого задания, упражнения с помощью компьютера; создает возможность для повышения интенсивности урока; использование вариативного материала и различных режимов работы способствует индивидуализации обучения. Таким образом, информационные технологии, в совокупности с правильно подобранными технологиями обучения, создают необходимый уровень качества, вариативности, дифференциации и индивидуализации обучения.

**Б.О. Какаев** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНОЙ ДОСКИ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ**

Интерактивная доска – ценный инструмент для обучения физике. Доска позволяет работать на ней в двух режимах: интерактивный и режим Office. В интерактивном режиме компьютером можно управлять прямо с поверхности доски с помощью электронных маркеров. В этом режиме доска по мановению волшебной палочки превращается то в координатную сетку, то в космическое пространство, то в подводный мир, в зависимости от тематики задач, которые мы решаем на ней. Координатная сетка помогает быстро, с применением различных цветов показать сложение векторных величин, строить графики и отмечать их преобразования.

Предлагая различные задачи, например, о движении и взаимодействии тел, можно подобрать фон из реальных объектов совершающих эти движения, что вызывает больший интерес у учащихся при решении задач.

При отработке навыков решения задач удобно использовать замечательный инструмент Шторка, который используется для скрытия части доски. На закрытой части доски можно поместить план решения задачи, которым должны пользоваться обучающиеся и открывать его по мере выполнения каждого пункта, можно спрятать уже готовое решение задачи и также открывать постепенно, чтобы студенты могли сверить своё решение с решением преподавателя. При выполнении тестов эта функция доски также может быть использована для скрытия правильных ответов и последующей их проверки.

Во время объяснения по заранее подготовленному конспекту можно путешествовать с помощью инструмента Прожектор, который затемняет неважный в данную минуту материал и высвечивает на доске именно тот участок, который должен привлечь внимание студентов.

При объяснении материала иногда требуется вернуться к началу или середине своего объяснения, на обычной доске предугадать такой возврат бывает трудно, ведь могут возникнуть различные ситуации: что-то забыли, кто-то прослушал, кто-то не успел дописать. Интерактивная доска позволяет быстро вернуться к тому месту объяснения, которое вызвало затруднение или непонимание материала, т. к. все записи на ней сохраняются.

При работе в режиме Office доска позволяет работать с документами MS Word, MS Excel, MS PowerPoint. Например, при проверке домашнего

задания, где необходимо было разобраться в устройстве какого-либо прибора или показать на рисунке направление тока или силы, удобно отсканированный рисунок вместе с заданием поместить в MS PowerPoint, а затем на занятии, не затрачивая времени на воспроизведение условия и рисунка, попросить студентов показать выполнение домашнего задания. При работе с интерактивной доской эффективно использовать компьютерные интерактивные модели, представляющие собой схемы, графики, имитации процессов и экспериментов, задания, игры, исходные параметры которых задаются пользователем, протекание процессов рассчитывается с использованием физических законов. Результат расчетов представляется в виде статичной или динамичной картины. На основе моделей можно вести изложение материала, составлять задания для тренинга по усвоению понятий и физических законов.

*Интерактивные модели позволяют:*

1) проводить необходимые лабораторные и практические работы в условиях отсутствия материально-технической базы для реального эксперимента;

2) проводить необходимые работы с экспериментальными материалами, прямой контакт с которыми небезопасен или нежелателен (например, работы по изучению радиоактивности и др.);

3) моделировать такие процессы и явления, для которых необходимо специализированное дорогостоящее оборудование;

4) визуализировать физическое явление в динамике, а не вид привычных статистических картинок, изображенных мелом на доске;

5) значительно расширить информационную составляющую обучения.

При работе с интерактивной доской имеется возможность использования виртуальной лаборатории.

*Виртуальная лаборатория имеет уникальные возможности:*

самостоятельного построения моделей различной степени сложности; изменения параметров объектов, свойств и масштабов среды конструирования, которые сложно технически реализовывать в реальном эксперименте; сохранения построенной модели с возможностью последующего использования; повышения наглядности представления информации путем выявления закономерностей с помощью диаграмм и графиков процессов; развитие креативных способностей учащихся.

Для более эффективного усвоения материала можно использовать фотографии природных явлений, бытовых приборов и приспособлений, экспериментальных установок, технических объектов, портреты ученых. Они призваны проиллюстрировать экспериментальную базу, на которой строятся физические представления и многочисленные технические применения физических явлений, открытых в лаборатории.

**А.В. Кравченко** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ТЕХНОЛОГИЯ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ**

Развивающее обучение – это обучение, построенное по теоретико-дедуктивному типу, ведущая роль в котором принадлежит теоретическим знаниям. Доказано, что такое обучение наиболее благоприятно для умственного развития учащихся. Его реализация достигается формированием теоретического мышления путем специального построения содержания учебного материала и соответствующей организации познавательной деятельности учащихся (а не простого изложения системы знаний). Научной основой развивающего обучения является теория учебной деятельности. Способности любого человека проявляются только в его деятельности.

Сущность деятельного подхода в обучении физике в том, что на каждом занятии организуется управляемая самостоятельная деятельность учащихся по созданию и применению отдельных элементов или системы физических знаний (деятельность учащихся при этом имеет обычно частично-поисковый характер).

Самостоятельное выполнение учащимися запланированных действий достигается и обеспечивается разработанной учителем программой деятельности на уроке и специальными дидактическими средствами (разнообразный физический эксперимент, проблемные задания, обобщенные методы решения задач и др.).

Основная цель и содержание программы – определить действия учащихся, которые приводят к созданию запланированных знаний и выполнению которых они должны научиться.

Примерами видов учебной деятельности, в которую учитель вовлекает учащихся на уроках физики, могут быть: определение целей урока и составление плана их реализации; выдвижение гипотез, разрешение проблем, анализ физических парадоксов; участие в дидактических играх, конкурсах, изобретательствах, творческих отчетах, диспутах; комментирование ответов учащихся и их оценка; взаимообучения и взаимоконтроль; прием зачетов у товарищей по классу т. д.

Е.А. Кулик (УО «БрГТУ», Брест)  
Науч. рук. И.С. Янусик, доцент

## КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

К числу термоэлектрических явлений относят обычно три обратимых термоэлектрических эффекта: Зеебека, Пельтье и Томсона. Эти эффекты обусловлены взаимным превращением тепловой и электрической энергии.

Для проверки термоэлектрических эффектов Зеебека и Пельтье и расчёта коэффициента термо-э.д.с.  $\alpha$  и термоэлектрической эффективности термобатареи  $Z$  собрана лабораторная установка, структурная схема которой показана на рисунке 1

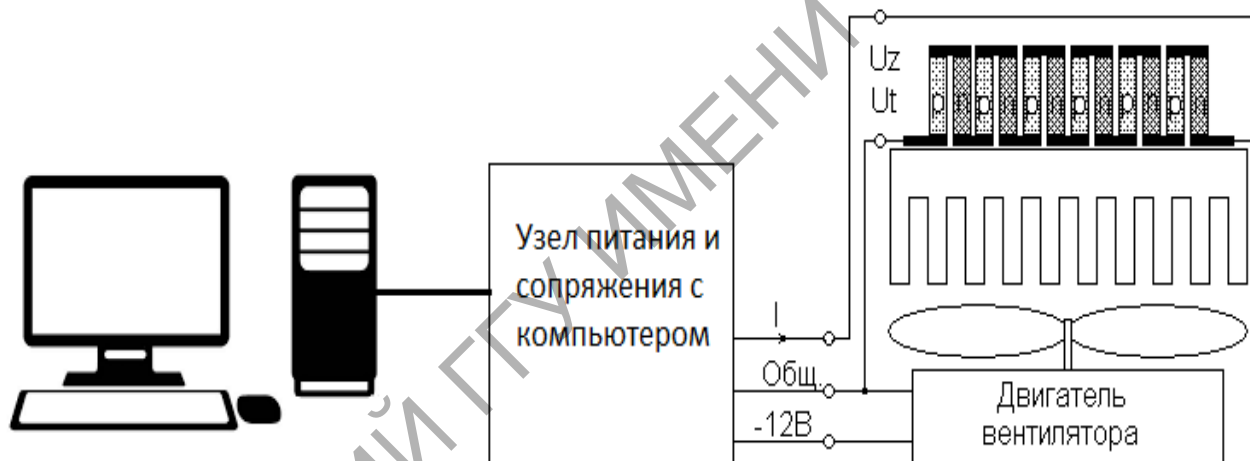


Рисунок 1 – Схема установки

Узел питания и сопряжения с компьютером позволяет пропускать через исследуемую термобатарею постоянный ток и наблюдать эффект Пельтье, который проявляется как осязаемое пальцем охлаждение верхней поверхности батареи. Термобатарея представляет собой  $n$  термоэлементов, соединённых в последовательную электрическую цепь. При этом по тепловому потоку все термоэлементы соединены параллельно. Установка позволяет одновременно измерять напряжение на термобатарее –  $U_z$  и возникающую вследствие разности температур термо-э. д. с –  $U_T$ . Для измерения термо-э. д. с. ток через батарею кратковременно выключается. Оба измеряемых напряжения и величина тока индицируются на мониторе компьютера.

Управление током осуществляется смещением движка регулятора в нижней части экранной вкладки на мониторе. Для запоминания в файле

данных текущих значений тока и напряжений вкладка имеет кнопку «запомнить». При нажатии на неё имеющиеся в этот момент данные записываются в виде строки в текстовый файл *actual.dat*. Одновременно наносятся точки на график и к ним прочерчиваются линии от предыдущих точек.

В лабораторной установке термобатарея прижата нижней поверхностью к радиатору, который обдувается вентилятором. Благодаря этому нижняя поверхность имеет близкую к комнатной температуру. Верхняя поверхность термоэлемента оставлена свободной. Это позволяет подогреть её теплом пальца руки или ощутить эффект Пельтье, потрогав поверхность пальцем.

Порядок выполнения работы следующий: включаем компьютер. На рабочем столе открываем папку «seebeck\_peltier» и запускаем на исполнение файл *zebek.exe*. Нажимаем на появившейся вкладке кнопку «Пуск» и, после появления сообщения об открытии порта, нажимаем ОК. В верхней части экрана появятся значения номера отсчёта –  $n$ , величины тока –  $I$ , напряжения на батарее –  $U_z$  и термо-э.д.с. –  $U_T$ .

С помощью лабораторной установки проверяем эффект Зеебека и приблизительно оцениваем величину термо-э.д.с. Для этого верхняя поверхность батареи нагревается пальцем руки и на мониторе наблюдается величина термо-э.д.с. Зная температуру пальца – около  $33^\circ\text{C}$  и температуру окружающей среды, можно вычислить коэффициент термо-э.д.с. –  $\alpha$  по расчётной формуле:

$$\alpha = \frac{\Delta U}{\Delta T}$$

Эксперимент даёт значения  $\alpha \approx 1,1 \div 1,3 \text{ В/К}$

Изменяя ток, пропускаемый через батарею и измеряя напряжение на ней и равновесную величину термо-э.д.с, строим график зависимости этих напряжений от величины тока, представленный на рисунке 2.

Одновременно накапливаем файл соответствующих данных. Это достигается множеством одинаковых шагов:

- изменяем положение движка – регулятора тока на 1-2 позиции, контролируем величину тока;
- выдерживаем временную паузу до наступления термоэлектрического равновесия;
- нажимаем кнопку «запомнить». Текущие значения тока и напряжений  $U_z$ ,  $U_T$  записываются в файл, а на графиках добавляются новые точки. Синей линией прочерчивается график  $U_z(I)$ , а красной –  $U_T(I)$ . Диапазон изменения тока  $0 - 5 \text{ А}$ .

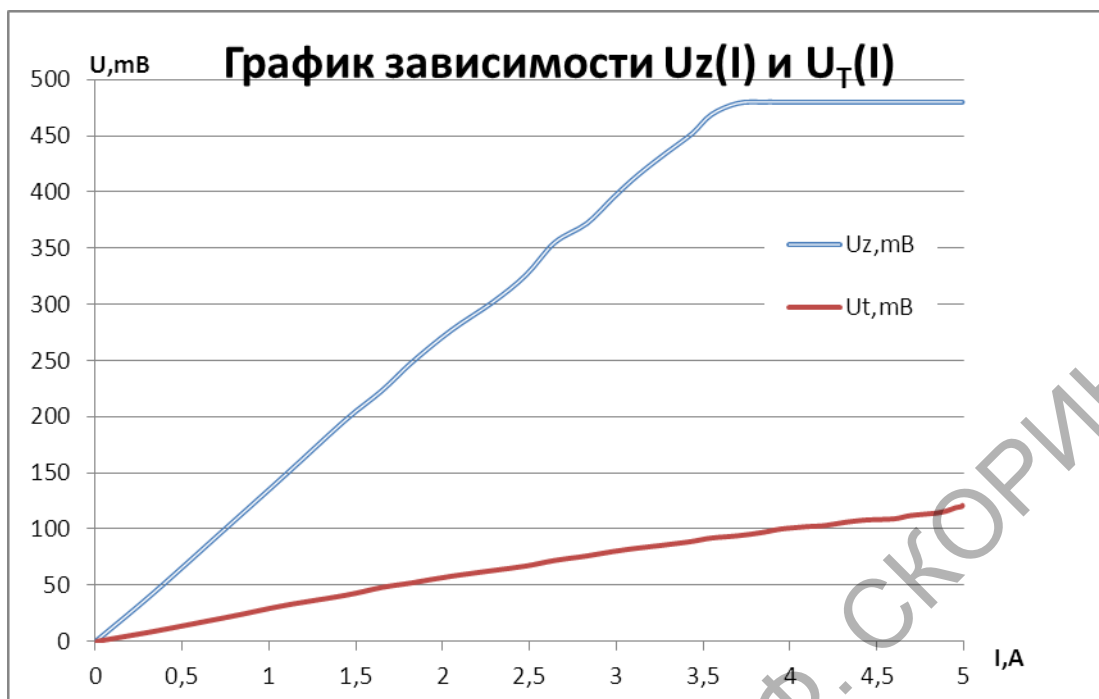


Рисунок 2 – График зависимости э.д.с. от тока

Используя накопленные данные, с помощью Excel определяем термоэлектрическую эффективность исследуемой термобатареи  $z$  по формуле

$$z = \frac{4U_T}{T_0(U_z - U_T) - \frac{(U_z - U_T)^2}{2\alpha}}$$

где  $T_0$  – температура холодной стороны термоэлемента.

На данной установке величина термоэлектрической эффективности получается  $z \approx (3 \div 5) \cdot 10^{-3} \text{ I/K}$ , что соответствует теоретическим данным

### Литература

1. Пасынков, В.В. Полупроводниковые приборы / В.В. Пасынков, Л.К. Чиркин. – М.: Высш. шк., 1987. – 478 с., 432 с.

**Л.С. Макарова** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
 Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

### СПЕЦИФИКА УРЕГУЛИРОВАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КОНФЛИКТОВ

Опытные педагоги знают, что следует сказать (отбор содержания в диалоге), как сказать (эмоциональное сопровождение разговора), когда сказать, чтобы достигнуть цели обращенной к ребенку речи (время и место), при ком сказать и зачем сказать (уверенность в результате).

Успешное разрешение конфликтов поэтому обычно включают цикл, состоящий из определения проблемы, ее анализа, действия по ее разрешению и оценке результата. В любой конкретной ситуации следует выявить источник конфликта до того, как заняться разработкой политики по их разрешению. Прежде всего, надо выяснить, что произошло. В чем проблема? На этом этапе важно изложить факты, чтобы все согласилось с определением проблемы. Чувства и ценностные оценки должны четко отделяться от фактов. Затем спросим у всех заинтересованных лиц: какие чувства они испытывают и что бы хотели увидеть в качестве идеального решения? Возможно несколько вариантов.

Когда конфликт проанализирован, можно переходить к совместному в духе сотрудничества поиску шагов, чтобы привести всех к примирению.

Объективными причинами возникновения конфликтов на уроке могут быть: утомление учащихся; конфликты на предыдущем уроке; ответственная контрольная работа; ссора на перемене, настроение учителя; его умение или неумение организовать работу на уроке; состояние здоровья и личностные качества.

Конфликт часто вырастает из стремления учителя утвердить свою педагогическую позицию, а также от протеста ученика против несправедливого наказания, неправильной оценки его деятельности, поступка. Правильно реагируя на поведение подростка, педагог берет ситуацию под свой контроль и тем самым восстанавливает порядок. Поспешность в оценках происходящего нередко к ошибкам, вызывает возмущение у учеников несправедливостью, вызывает к жизни конфликт.

Конфликтные ситуации на уроках, особенно в подростковых классах, большинством признаются типичными, закономерными. Для их разрешения учителю надо уметь организовать коллективную учебную деятельность учащихся подросткового возраста, усиливая деловую взаимосвязь между ними; дело доходит до конфликта, как правило, с учеником, плохо успевающим, «трудным» по поведению. Нельзя наказывать за поведение плохими отметками по предмету – это ведет к затяжному личностному конфликту с учителем. Для того, чтобы конфликтная ситуация была успешно преодолена, она должна быть подвергнута психологическому анализу. Его основной целью является создание достаточной информационной основы для принятия психологически обоснованного решения в условиях возникшей ситуации. Торопливая реакция учителя, как правило, вызывает импульсивный ответ ученика, приводит к обмену «словесными ударами», и ситуация становится конфликтной.

Из литературы известно, что разрешение конфликтной ситуации целесообразно осуществлять по следующему алгоритму: анализ данных о ситуации, выявление главных и сопутствующих противоречий, постановка воспитательной цели, выделение иерархии задач, определение



действий; определение средств и путей разрешения ситуации с учетом возможных последствий на основе анализа взаимодействий воспитатель – ученик, семья – ученик, ученик – коллектив класса; планирование хода педагогического воздействия с учетом возможных ответных действий учеников, родителей, других участников ситуации; анализ результатов; корректировка результатов педагогического воздействия; самооценка классного руководителя, мобилизация им своих духовных и умственных сил.

Основным условием разрешения конструктивного конфликта психологи считают открытое и эффективное общение конфликтующих сторон, которое может принимать различные формы:

- *высказывания*, передающие то, как человек понял слова и действия, и стремление получить подтверждение того, что он понял их правильно;

- *открытые и личностно окрашенные высказывания*, касающиеся состояния, чувств и намерений;

- информация, содержащая обратную связь относительно того, как участник конфликта воспринимает партнера и толкует его поведение;

- *демонстрация* того, что партнер воспринимается как личность вопреки критике или сопротивлению в отношении его конкретных поступков.

Действия педагога по изменению хода конфликта можно отнести к действиям, предупреждающим его. Тогда *конфликтотерпимыми* действиями можно будет назвать неконструктивные действия (отложить решение конфликтной ситуации, пристыдить, пригрозить и т. д.) и компромиссные действия, а *конфликтотерпимыми* – репрессивные действия (обратиться в администрацию, написать докладную и др.) и агрессивные действия (разорвать работу ученика, высмеять и др.).

Приведем ряд ситуаций и поведение социального педагога при их возникновении:

- невыполнение учебных поручений в связи с отсутствием умения, знания мотива (изменить формы работы с данным учеником, стиля преподавания, коррекция уровня «трудности» материала и др.);

- неправильное выполнение учебных поручений скорректировать оценку результатов и хода преподавания с учетом выясненной причины неправильного усвоения информации);

- эмоциональное неприятие учителя (изменить стиль общения с данным учеником);

- эмоциональная неуравновешенность учащихся (смягчить тон, стиль общения, предложить помощь, переключить внимание остальных учащихся).

## **ВИДЫ ТВОРЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ**

В науке различают в основном два вида творчества: открытия и изобретения. Творческие задачи по физике очень условно можно подразделить также на два вида: «исследовательские» (требующие ответа на вопрос почему?) и «конструкторские» (требующие ответа на вопрос, как сделать?). Такое подразделение творческих задач можно использовать в качестве ключа к их построению.

Предположим, что учащиеся изучили второй закон Ньютона, умеют его формулировать, приводят примеры, решают тренировочные задачи. Настало время дать учащимся творческие задачи. Составим задачу исследовательского типа. Для этого опишем внешне какое-то явление и предложим учащимся объяснить, почему оно так происходит. Например, почему при одних и тех же патронах длинноствольные охотничьи ружья обычно обладают большей дальностью? Почему при попытках укоротить ствол ружья («обрез»), его дальность резко падает?

Для решения этой задачи недостаточно знать формулы. Необходимо глубоко осмыслить физические явления, происходящие при выстреле, и установить связывающие их закономерности. Решая такую задачу, учащиеся придут к выводу, что, чем больше время действия пороховых газов на снаряд, тем больше импульс силы и тем больше начальная скорость снаряда, от которой зависит дальность ружья. Очевидно, что в укороченном стволе снаряд получает меньший импульс.

Здесь опять таки не столько важно объяснить и осмыслить технические подробности устройства ружья, сколько важен сам процесс творческого анализа, когда в условиях задачи говорится об одной стороне явления, а причина, обуславливающая характер этого явления, кроется совсем в другом – в закономерности, на которую даже и намека нет в условиях задачи.

Составим теперь задачу конструкторского типа. Надо предложить учащимся что-то сделать, построить, измерить, добиться какого-то эффекта. Например, учащимся задается сконструировать прибор, который бы позволял измерять ускорение прямолинейного движения.

Учащиеся не сумеют сконструировать прибор, если они плохо знают второй закон Ньютона, который связывает физические величины: силу, массу и ускорение. Здесь мало знать только формулы. Необходимо понимать закон по существу. Если тело движется с ускорением, то на него действует сила, и величина ускорения пропорциональна этой силе. Если,

например, внутри движущегося транспорта помещено тело определенной массы, соединенное с транспортом пружиной, то величина деформации пружины будет прямо пропорциональна ускорению. Следовательно, по деформации пружины можно измерить ускорение. После того как эта взаимосвязь явлений осмыслена, принцип конструкции становится ясным.

Следует подчеркнуть, что главное здесь не конечная цель мыслительного процесса, не понимание принципа устройства акселерометра (хотя и это важно), а сам процесс творческого поиска. В условиях задачи не говорится ни о массе, ни о силе деформации пружины. Ученик сам находит те явления, которые связаны с ускорением, и те законы, которым эти явления подчиняются. Ведь можно было бы просто познакомить учащихся с готовым акселерометром и объяснить им его устройство. Но совершенно очевидно, что при этом никакой творческой деятельности учащихся не было бы.

Творческие упражнения, отличаясь принципиально от тренировочных, не имеют своей какой-то особой формы. В физике творческие упражнения могут выступать в форме расчетных, качественных или экспериментальных задач, в форме вопросов, поставленных на лабораторных работах, и в форме проблем, выдвинутых для работ физического практикума. Исключение составляют «конструкторские» творческие задачи, которые получили совершенно новую, неизвестную до сих пор форму работы. Слово «конструкторские» при этом имеет чаще всего совершенно условный смысл, т. е. имеется в виду лишь мысленное построение, и от учащихся требуется лишь найти принцип действия, схему устройства в самом общем виде. «Изобретенные» учащимися конструкции не всегда даже практически осуществимы, потому что учащиеся не имеют достаточной подготовки и не учитывают массу побочных явлений, которые могут свести на нет весь ожидаемый положительный эффект. Это обстоятельство, конечно, ни в какой мере не снижает огромного значения этих упражнений для творческого усвоения учебного материала по физике, но оно не может не учитываться. Полезно не только каждый раз делать критические замечания о слабых местах конструкции, но и предложить учащимся изготовить некоторые из них во внеурочное время, дома или в школьной мастерской. Известен опыт работы многих учителей, которые придают этой форме работы с учащимися большое значение и добиваются хороших результатов в разрывании творческой активности учащихся.

Практическое осуществление творческого замысла помогает учащимся еще больше оценить действенную силу знаний и вместе с тем найти правильный критический подход ко всякой творческой идее.

**А.А. Мальцева** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ЭКСКУРСИЯ ПО ФИЗИКЕ КАК МЕТОД ОБУЧЕНИЯ**

Учебные экскурсии – это форма организации обучения, которая позволяет проводить наблюдения, а также изучение различных предметов, явлений и процессов в естественных условиях. Предусмотренные учебными программами экскурсии являются обязательными и проводятся в рамках учебного времени, отводимого на изучение того или иного предмета. Как и другие организационные формы обучения, экскурсии реализуют дидактические принципы (научности, связи обучения с жизнью, наглядности и др.), способствуют рассмотрению изучаемых явлений в их взаимосвязи и взаимозависимости, формированию познавательных интересов, коллективистических отношений, эстетических и других качеств личности, подготовке учащихся к практической деятельности и профессиональной ориентации. В современной программе для школы на экскурсии отведены соответствующие часы, и в методической записке подчеркивается настоятельная необходимость их организации. Действительно, цели преподавания физики будут достигнуты только при том условии, если при изучении систематического курса физики учащиеся получают представление о роли и значении техники в современной жизни и, главное, отчетливо осознают значение физики для техники. Поэтому в курс вводится сравнительно обильное количество иллюстративного материала из области техники, преподносимого учащимся в различных формах. Однако, представление о технических сооружениях, установках и машинах, получаемые учащимися при помощи наглядных пособий, ни в коей мере не могут идти в сравнении с представлениями, образующимися при непосредственном осмотре.

Экскурсии дополняют обучение в классе, давая возможность учащимся увидеть некоторые технические сооружения и машины в их действительном виде и воочию убедиться в использовании законов физики в технике. Важно отметить также, что как при подготовке к экскурсии, так и в результате ее возникает целый ряд вопросов, для разъяснения которых потребуется расширение и углубление знаний по физике, что должно быть признано как большой положительный фактор. Большое значение имеют также экскурсии в музеи, где учащиеся увидят модели машин. Кроме экскурсий на технические темы, возникает необходимость ознакомить учащихся с наблюдением физических явлений в природе, для чего могут быть организованы соответствующие прогулки.

Если раньше учебные экскурсии носили в основном политехнический и профориентационный характер, то сегодня их целевой спектр

значительно расширился. В частности, экскурсии по физике в условиях современной школы могут носить культурологическую, эстетическую и нравственно-этическую направленность.

**Я.О. Миронова** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ВИДЫ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ**

В основе организации процесса обучения в современной школе лежит классно-урочная система.

Возникла классно-урочная система на рубеже XVI–XVII вв. благодаря трудам великого педагога Я.А. Коменского. Данной форме обучения исторически предшествовали индивидуальная и индивидуально-групповая формы обучения. Индивидуально-групповая форма организации обучения постепенно заменялась групповой, которой, в свою очередь, пришла на смену классно-урочная система.

Классно-урочная система организации учебных занятий обладает целым рядом достоинств: она обеспечивает организационную четкость и упорядоченность всего учебно-воспитательного процесса, систематичность и последовательность обучения, постоянное эмоционально-нравственное воздействие личности педагога на учащихся, взаимодействие между учениками в процессе коллективной работы и многое другое.

Основной организационной формой обучения в школе является урок. Урок – это организационная форма обучения, при которой учитель в течение точно установленного времени руководит коллективной познавательной деятельностью постоянной группы учащихся (класса) с учетом особенностей каждого из них, используя методы и средства работы, создающие благоприятные условия для того, чтобы все ученики овладели основами изучаемого предмета, а также для воспитания и развития школьников.

Кроме уроков, которые проводятся в соответствии со школьным расписанием и в помещении школы, система учебных занятий включает в себя такие организационные формы, как экскурсии, факультативные занятия, практические занятия, разнообразные формы внеклассных занятий, посещение лекций в культурно-просветительных учреждениях (например, в планетарии) и т. д. Так, лабораторные работы и работы физического практикума, число которых достаточно велико в курсе физики, – это формы практических занятий. Все эти формы занятий составляют единую организационную систему обучения, воспитания и развития школьников. При планировании учебной работы необходимо учитывать и использовать все формы организации учебных занятий.

**К.Н. Навныко** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Н.А. Алешкевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## **РАЗРАБОТКА ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ИЗУЧЕНИЮ ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА**

Люминесценция с незапамятных времен привлекла внимание исследователей. Ею интересовался еще древнегреческий философ Аристотель (386–322 до н.э.). Первые попытки исследовать это явление относятся к началу XVII века. Систематические исследования были выполнены в середине XIX века англичанином Д. Стоксом и французом А. Беккерелем. Именно Д. Стокс на заседании Королевского общества 4 марта 1864 г. предложил использовать люминесценцию для распознавания различных органических веществ.

С изобретением в 1919 г. Р. Вудом черных фильтров, поглощающих свет в видимой области, но пропускающих ультрафиолетовые лучи, необходимые для возбуждения многих органических молекул, предложенный Д. Стоксом люминесцентный метод анализа начал применяться более часто.

Без преувеличения можно сказать, что современная техника немыслима без люминесценции. Это лампы дневного света, которые существенно экономят электроэнергию, а, следовательно, и природные ресурсы. На люминофоры мы смотрим каждый день, они находятся в кинескопах наших телевизоров. Все новые требования техники, предъявляемые к качеству светящихся составов, стимулируют углубленное изучение явления и способствуют развитию теории люминесценции. Кроме того, исследование таких свойств, как люминесценция, может многое сказать о природе абсолютно новых веществ.

Из вышесказанного следует, что люминесценция – один из видов излучения вещества. Изучение люминесценции различных веществ является актуальной проблемой современной науки.

Явление люминесценции лежит в основе люминесцентного анализа. Однако более широкое распространение люминесцентный анализ получил лишь в тридцатые годы XX столетия во многом благодаря работам С.И. Вавилова (1891–1951 гг.) и его школы.

Таким образом, целью данной работы явилось изучение физических основ и природы явления люминесценции, основных ее характеристик и законов, а также ознакомление с методами люминесцентного анализа и их технической реализацией.

Итак, подведем итоги нашего краткого знакомства с методами люминесцентного анализа и люминесценции, преимущественно – с методами, в которых используется фотолюминесценция малек. Главной

особенностью методов люминесцентного анализа является высокая чувствительность при определении следовых количеств различных веществ. При этом важно, что методы отличают малые величины абсолютного предела обнаружения.

Возможность высокочувствительных определений обуславливает особое место люминесцентных методов анализа среди других инструментальных методов. Люминесцентные методы широко применяются не только в классических вариантах качественного и количественного анализа, но и как индикаторные методы и методы сортового анализа. Методы молекулярного люминесцентного анализа требуют более простой, дешевой и доступной аппаратуры, чем методы нейтронно-активационного анализа, рентгеновской спектроскопии и масс-спектрометрии, которые также отличает высокая чувствительность. По чувствительности методы молекулярного люминесцентного анализа, как правило, не менее чем на два порядка превосходят методы молекулярной абсорбционной спектроскопии, основанные на поглощении в УФ-, видимой и ближней ИК-областях. Методы примерно сопоставимы по избирательности. Однако естественная селективность люминесцентных методов может быть несколько выше, так как для качественной идентификации возможно использование не одного, а двух, а иногда и четырех спектров (спектры возбуждения и излучения как флуоресценции, так и фосфоресценции). Главные ограничения методов молекулярного люминесцентного анализа связаны с недостаточно высокой универсальностью и селективностью. Действительно, если практически все вещества поглощают в УФ, видимой или в ближней ИК – областях, то далеко не все из них обнаруживают способность к люминесценции из-за преобладания безызлучательных процессов дезактивации возбужденных молекул. Круг анализируемых соединений расширяется за счет применения косвенных методов определения, в которых исследуемое вещество выступает как тушитель люминесцентного сенсора (чувствительного элемента) или как катализатор (ингибитор) индикаторной реакции, в результате которой образуется или разрушается люминесцирующее вещество. В простых вариантах, например, при количественных определениях на флуориметрах или фосфориметрах. Высокая чувствительность отличает и такие разновидности люминесцентного анализа как рентгенофлуоресцентный и атомно-флуоресцентный анализ, а также методы, в которых используется люминесценция кристаллофосфоров или хемилюминесценция.

### Литература

1. Степанов, Б.И., Грибковский, В.П. Введение в теорию люминесценции. Минск 1963. – 290 с.

2. Константинова-Шлезингер, М.А. «Люминесцентный анализ», Москва 1961. – 27 с.

3. Гришаева, Т.И. «Методы люминесцентного анализа», Санкт-Петербург 2003. – 21 с.

4. Методические указания «Люминесцентные методы анализа актиноидных элементов» И.И. Жерин, Н.Б. Егоров, Томск 2009. – 4 с.

5. Пособие для студентов «Люминесцентный анализ вещества» Т.В. Волошина, И.В. Кавецкая, Воронеж, 2004. – 30 с.

6. Лещенко, В.Г. «Введение в спектральный и люминесцентный анализ», Минск, 2002. – 25 с.

7. Захаров, И.А., Тимофеева В. А. Люминесцентные методы анализа : учеб. пособие. Л.: Изд-во ЛТИ, 1978. – 94 с.

**М.В. Нагорная** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ВОЗМОЖНЫЕ ФОРМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ**

Анализ отечественной и зарубежной педагогической литературы показывает, что в настоящее время наиболее распространены следующие три формы дифференцированного обучения в средней школе: факультативные занятия по выбору учащихся, классы с углубленным изучением ряда предметов и специализированные школы (математические, физико-математические, физические, физико-химические и т. п.).

Факультативные занятия – это наиболее подвижный вид дифференциации обучения. Добровольный выбор факультативных курсов учащимися и возможность после его изучения выбрать новый курс – несомненное достоинство этого вида дифференциации.

Большая свобода в определении содержания факультативных занятий дает возможность учителю, опираясь на примерные программы факультативных занятий создать такой факультативный курс, который в максимальной мере будет соответствовать интересам учащихся.

Наконец, ценно, что факультативные занятия можно проводить и в том случае, когда число интересующихся учащихся недостаточно для создания класса с углубленным изучением той или иной группы учебных предметов.

Главным недостатком факультативных занятий является то, что факультативные занятия идут параллельно с основным предметом.

Классы с углубленным изучением предметов. В том случае, когда в школе имеется большое число учащихся, проявляющих повышенный



интерес к группе близких предметов, целесообразно их объединение в класс, в котором эти предметы будут изучать на повышенном уровне.

Создание таких классов возможно с восьмого-девятого года обучения, так как только к этому времени учащиеся получают необходимый общеобразовательный минимум знаний, на базе которого можно проводить дифференцированное обучение без боязни впасть в узкую специализацию и выявлены и в достаточной мере закреплены устойчивые интересы учащихся.

Опыт работы показывает, что классы с углубленным изучением группы предметов имеют по сравнению с факультативными занятиями ряд несомненных преимуществ. К этим преимуществам следует прежде всего отнести то, что все учащиеся углубленно занимаются интересующими их предметами. В этих классах нет расслоения учащихся. Здесь нет также проблемы согласования двух параллельных курсов: занятия идут по тщательно логически продуманной единой программе.

**Д.А. Неудобнов** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Г.Л. Карасёва**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## **СОЗДАНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ И ТЕСТИРОВАНИЯ**

Современный научно-технический прогресс вызвал бурный рост количества информации. В связи с этим возникла острая необходимость изменить настоящие методы изучения и обработки информации таким образом, чтобы была возможность непрерывно сокращать время получения и обработки данного объема информации. Это, в свою очередь, неизбежно привело к форсированному развитию компьютеризации во всех звеньях образования, в особенности высшего.

Одной из важнейших педагогических проблем во всех учреждениях образования является оценка знаний при их проверке. Она выполняет обучающие, контролирующие и воспитывающие функции. Кроме того, она свидетельствует об эффективности содержания обучения, методов и средств обучения, об организационных формах обучения. Контроль знаний с использованием системы компьютерного тестирования позволяет экономить время и разрабатывать тесты эквивалентной сложности по данной теме и по предметному курсу, что открывает пути для объективного контроля.

Вследствие широкого распространения и повсеместного применения информационных технологий в последние годы все больше внимания уделяется автоматизации обучения и контроля знаний. В данной области

ведутся интенсивные разработки, о чем свидетельствуют публикации различных авторов.

Опыт использования компьютерных систем в процессе обучения показывает, что наибольшая эффективность достигается при использовании систем, ориентированных на обучение решению проблем (задач) в различных предметных средах при организации диалога между компьютером и обучаемым. Чем выше интенсивность диалога, тем более эффективно проходит процесс обучения.

Традиционное преподавание накопило достаточно большой арсенал разнообразных форм обучения и контроля знаний. Так, например, семинарские занятия или лабораторные работы хорошо отработаны и убедительно доказали свою надежность и достаточное совершенство. Тем не менее, не смотря на ряд своих достоинств, традиционные методы уже не в состоянии решить в соответствии с современными требованиями задачу существенного увеличения эффективности обучения и управления процессами усвоения. Современное развитие научно-технического прогресса, стремительное увеличение информационных потоков, сокращение времени на изучение дисциплины под руководством преподавателя, интенсификация учебного процесса требуют привлечения эффективных и качественных с методической точки зрения автоматизированных обучающе-контролирующих систем (АОКС), с помощью которых будут реализованы автоматизированные учебные курсы. АОКС предполагает совместную работу преподавателей, магистрантов и ПЭВМ.

Сервер баз данных – информационная система, осуществляющая работу с данными, регламентирующая доступ к ним и призванная обеспечить их сохранность при помощи резервирования. Применение в процессе обучения компьютерных технологий на базе систем управления базами данных повысит эффективность использования временных и материальных ресурсов благодаря оптимизации хранения и использования данных.

В настоящее время ведутся интенсивные разработки и внедрение обучающе-контролирующих систем в различных областях образовательного процесса.

В данный момент разрабатывается автоматизированная система управления обучающе-контролирующей программой по курсу «Основы информационных технологий»: определяется назначение разрабатываемой автоматизированной системы, ее функции, определяется структура базы данных системы и форма диалога с пользователем.

Внедрение результатов данной разработки в образовательный процесс позволит повысить качество учебного процесса, повысить эффективность самостоятельной работы аспирантов, магистрантов и соискателей, слушателей дисциплины, оказать помощь в изучении и систематизации теоретических знаний, расширить возможности самоконтроля, усилить эффективность и своевременность контроля.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА, ПРОДИФРАГИРОВАВШЕГО ПОД УГЛОМ $\varphi$ НА ДВУХ ЩЕЛЯХ, К ИНТЕНСИВНОСТИ ПАДАЮЩЕГО СВЕТА

«Учебная информация – в знания». Иллюстрацией этого положения о технологии вузовского обучения является данная студенческая научная работа, в которой рассмотрена дифракция света от двух щелей, разделенных непрозрачным участком. Известный метод разбиения фронта падающей на преграду волны на отдельные полоски, посылающие в точку наблюдения волны одинаковой амплитуды  $\vec{a}_i$  и постоянного сдвига фаз  $\delta$ , и метод графического сложения этих амплитуд были применены для расчета дифракционной картины в два этапа.

На первом этапе две щели размером  $a$  и  $c$ , разделенные непрозрачным участком  $b$ , заменили одной щелью размером  $a+b+c$ . Приняв угол дифракции  $\varphi$  равным нулю, построением получили результирующую амплитуду  $A_0$  (рисунок 1).

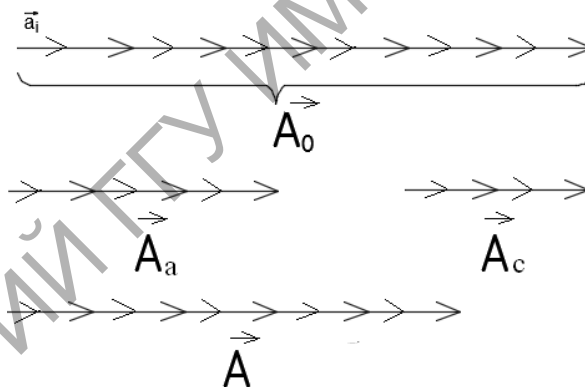


Рисунок 1 – Схема сложения амплитуд

Затем разделили щели  $a$  и  $c$  участком  $b$ , «свели» действия щелей  $a$  и  $c$  к вектору  $A$ , получили соотношение между амплитудами:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{a+c}{a+b+c};$$

$$A = A_0 \frac{a+c}{a+b+c}, \text{ т. е. амплитуда колебаний } A \text{ в направлении } \varphi = 0$$

для двух щелей меньше амплитуды  $A_0$  падающей волны.

На втором этапе приняли угол дифракции  $\varphi$  отличны от нуля. Разность фаз  $\Theta$  между волнами от крайних точек к щели  $\Theta = \frac{2\pi a \cdot \sin \varphi}{\lambda}$  (\*),

что позволяет построить дугу длиной  $L = A$ , опирающуюся на центральный угол  $\Theta$  (рисунок 2).

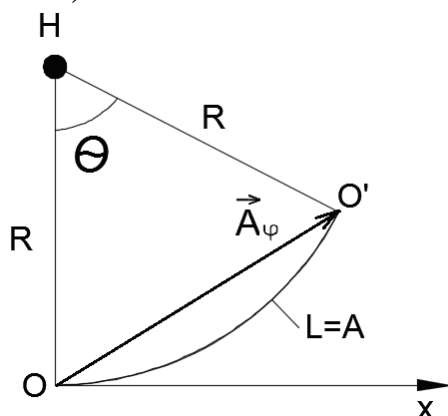


Рисунок 2 – Расчёт разности фаз между точками

Амплитуду  $A_\varphi$  можно рассчитать  $A_\varphi = \frac{\sin \Theta/2}{\Theta/2}$  (\*\*).

По формуле (\*) рассчитали углы  $\Theta_a$ ,  $\Theta_b$ ,  $\Theta_c$ , отвечающие размерам  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Зная  $\Theta_a$  и  $\Theta_c$ , нашли амплитуды  $A_\varphi$  по формуле (\*\*), посланные щелями  $a$  и  $c$ . Затем построили вектора  $\vec{A}_{\varphi_a}$  и  $\vec{A}_{\varphi_c}$  с учетом центрального угла  $\Theta_b$ , определили проекции названных амплитуд на оси  $x$  и  $y$ , воспользовались теоремой Пифагора.

$$A_{\delta\alpha\varphi} = \sqrt{(A_{\varphi_{ax}} + A_{\varphi_{cx}})^2 + (A_{\varphi_{ay}} + A_{\varphi_{cy}})^2}.$$

С учетом того, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды имеем отношение интенсивности света, продифрагировавшего под углом  $\varphi$  на двух щелях, к интенсивности падающего света

имеем: 
$$\frac{I_\varphi}{I_0} = \frac{k(A_{\delta\alpha\varphi})^2}{k(A_0)^2} = \frac{(A_{\delta\alpha\varphi})^2}{(A_0)^2}.$$

**М.А. Писпанен** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
 Науч. рук. **М.С. Долинский**, канд. техн. наук, доцент

## МЕТОДЫ И СРЕДСТВА АВТОМАТИЗАЦИИ ИЗМЕРЕНИЯ, МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ

При подготовке специалистов не только высшего, но и среднего образования, перед ответственными лицами стоит сложный вопрос

определения методов и форм обучения, аттестации и других процессов. Правильный выбор является решающим фактором, именно от него зависит эффективность всего обучения.

Distance Learning Belarus является первым в Беларуси проектом дистанционного обучения, использующим возможности Internet-технологий. Практически все этапы учебного процесса автоматизированы, что позволяет работать с системой в реальном времени.

Обучение – планомерно развивающийся, организованный преподавателем процесс познания учащимся учебного материала. Этот процесс можно разделить на составные части или этапы, представляющие собой этапы познания, через которые должен пройти обучаемый, следуя по пути от незнания к знанию, от неумения к умению, к образованию навыков. Рассмотрим некоторые из этих этапов:

1. Определение целей обучения. На этом этапе на основе начального уровня знаний, умений и навыков, полученных ранее, формируется цель обучения. Система DL позволяет выбрать несколько вариантов работы: изучение конкретного курса в одиночку, работа в команде, а также участие в соревнованиях.

2. Проведение обучения и постоянный контроль. В системе DL весь учебный материал распределен по учебным курсам. Каждый такой курс содержит соответствующий теоретический материал и задачи. Подписавшись на курс, пользователь получает доступ к какой-то минимальной части теории и соответствующим ей задачам. По мере решения задач пользователю будут открываться остальные разделы теории и задачи. Изучение курса завершается после того, как будет изучена вся теория и сдан необходимый минимум задач.

3. Анализ результатов обучения

4. Анализ эффективности обучения

Именно последние два этапа стали заглавными целями данной работы.

При обычном анализе результативности учащегося, без использования компьютерных средств или при их минимальном использовании, есть вероятность столкнуться со следующими проблемами:

– предвзятое отношение к обучающимся (в меру своего личного отношения к тому или иному учащемуся результат оценивания может стать не объективным, а субъективным);

– неэффективная система контроля знаний (не совершенно построенная система контроля знаний может неадекватно отображать успеваемость);

– недобросовестное отношение к контролю знаний тренеров и преподавателей;

– подтасовка результатов.

Аналогичные проблемы могут возникать и при анализе эффективности обучения:

- отсутствие анализа эффективности обучения;
- неправильные методы и система оценки эффективности обучения;
- проблема автоматизации измерений является актуальной уже на протяжении многих лет.

Таким образом задачами разрабатываемого приложения стали:

- на основе текущих результатов прогнозировать скорость обучения;
- показывать ученику его успехи в сравнении с другими (анализировать перспективу, объективно понимать уровень знаний учащегося), а также рассматривать ретроспективу (обзор пройденного с целью с целью обнаружения и исправления ошибок);
- делать статистические обзоры для ученика в сравнении с другими учениками, как в личных занятиях, так и в командных соревнованиях;
- прогнозировать результаты обучения на основе уже полученных данных.

**А.А. Побывловский** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **С.А. Лукашевич**, старший преподаватель

## **ВИДЫ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ**

Основными видами компьютерных средств учебного назначения, которые могут рассматриваться как компоненты ЭСО, являются:

- сервисные программные средства общего назначения,
- программные средства для контроля и измерения уровня знаний, умений и навыков обучающихся,
- электронные тренажеры,
- программные средства для математического и имитационного моделирования,
- программные средства лабораторий удаленного доступа и виртуальных лабораторий,
- информационно–поисковые справочные системы,
- автоматизированные обучающие системы (АОС),
- электронные учебники (ЭУ),
- экспертные обучающие системы (ЭОС),
- интеллектуальные обучающие системы (ИОС),
- средства автоматизации профессиональной деятельности (промышленные системы или их учебные аналоги).

Сервисные программные средства общего назначения применяются для автоматизации рутинных вычислений, оформления учебной документации, обработки данных экспериментальных исследований. Они могут быть использованы при проведении лабораторных, практических занятий, при организации самостоятельной и проектной работы школьников.

Программные средства для контроля и измерения уровня знаний обучающихся нашли наиболее широкое применение ввиду относительной легкости их создания. Существует целый ряд инструментальных систем-оболочек, с помощью которых преподаватель, даже не знакомый с основами программирования, в состоянии скомпоновать перечни вопросов и возможных ответов по той или иной учебной теме. Как правило, задачей обучаемого является выбор одного правильного ответа из ряда предлагаемых ответов. Такие программы позволяют разгрузить учителя от рутинной работы по выдаче индивидуальных контрольных заданий и проверке правильности их выполнения, что особенно актуально в условиях массового образования. Появляется возможность многократного и более частого контроля знаний, в том числе и самоконтроля, что стимулирует повторение и, соответственно, закрепление учебного материала.

Электронные тренажеры предназначены для отработки практических умений и навыков. Такие средства особенно эффективны для обучения действиям в условиях сложных и даже чрезвычайных ситуаций при отработке противоаварийных действий. Использование реальных установок для тренировок нежелательно по целому ряду причин (перерывы в электроснабжении, возможность создания аварийных ситуаций, повышенная опасность и т. п.). Кроме этого, электронные тренажеры используются для отработки умений и навыков решения задач. В этом случае они обеспечивают получение краткой информации по теории, тренировку на различных уровнях самостоятельности, контроль и самоконтроль.

Программные средства для математического и имитационного моделирования позволяют расширить границы экспериментальных и теоретических исследований, дополнить физический эксперимент вычислительным экспериментом. В одних случаях моделируются объекты исследования, в других – измерительные установки. Такие средства позволяют сократить затраты на приобретение дорогостоящего лабораторного оборудования, снижается уровень безопасности работ в учебных лабораториях. К моделирующим программным средствам можно также отнести предметно-ориентированные программные среды, обеспечивающие возможность оперирования моделями-объектами определенного класса.

Информационно-поисковые справочные программные системы предназначены для ввода, хранения и предъявления педагогам и обучаемым разнообразной информации. К числу подобных систем могут

быть отнесены различные гипертекстовые и гипермедиа программы, обеспечивающие иерархическую организацию материала и быстрый поиск информации по тем или иным признакам. Большое распространение получили также всевозможные базы данных. Системы управления базами данных обеспечивают возможность поиска и сортировки информации. Базы данных могут использоваться в учебном процессе для организации предъявления содержания учебного материала и его анализа. Учебные базы данных рекомендуются для самостоятельной работы учащихся с целью поиска и анализа необходимой информации.

Автоматизированные обучающие системы, как правило, представляют собой обучающие программы сравнительно небольшого объема, обеспечивающие знакомство учащихся с теоретическим материалом, тренировку и контроль уровня знаний.

Электронные учебники являются основными электронными средствами обучения. Такие учебники создаются на высоком научном и методическом уровне и должны полностью соответствовать составляющей дисциплины образовательного стандарта специальностей и направлений, определяемой дидактическими единицами стандарта и программой. Кроме этого, электронные учебники должны обеспечивать непрерывность и полноту дидактического цикла процесса обучения при условии осуществления интерактивной обратной связи.

Экспертные обучающие системы реализуются на базе идей и технологий искусственного интеллекта.

**И.В. Починани** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРА В ЛАБОРАТОРНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ ПО ФИЗИКЕ**

Широкие возможности при выполнении лабораторного эксперимента из физики дает использование компьютерной техники на разных этапах этой работы. Использование компьютера позволяет графически подать какую-нибудь математическую функцию (зависимость между определенными физическими величинами), моделировать физические процессы, сложные физические и технологические установки, рассматривать физические процессы в динамике. Применение аналого-цифровых преобразователей дает возможность использовать компьютер во время выполнения лабораторных работ для измерения физических величин и графической интерпретации протекания физических процессов. Применение электронно-вычислительной техники во время обработки



результатов эксперимента позволяет избежать больших затрат учебного времени на выполнение однообразных вычислений и увеличить частицу творческой работы школьников.

Вместе с тем, используя компьютер в лабораторном эксперименте, следует помнить, что моделирование физических процессов на компьютере мало способствует формированию у школьников экспериментаторских умений и навыков. Ведь компьютер лишь моделирует физический эксперимент, а модель никогда не может подать исчерпывающие сведения о явлении. Поэтому использование компьютера в лабораторном эксперименте должно дополнять, но не подменять его. Ученики должны уметь работать с реальными физическими приборами, собирать экспериментальные установки, пользоваться измерительными приборами. Моделирование же разнообразных ситуаций, например, во время работы «конструкторами электрических цепей» и другими аналогичными компьютерными программами, позволит быстрее познать закономерности тех или других процессов и явлений.

**Н.В. Радучич** (ГУО «Гимназия № 1, Жлобин)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ВИДЫ ТВОРЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ**

Определим следующие основные признаки творческой задачи по физике: это задача, в которой сформулировано определенное требование, выполнимое на основе знания физических законов, но в которой отсутствуют какие-либо прямые и косвенные указания на те физические явления, законами которых следует воспользоваться для решения этой задачи. Чтобы найти ключ к составлению творческих задач, можно сделать еще одно уточнение. В науке различают в основном два вида творчества: открытия и изобретения. Творческие задачи по физике очень условно можно подразделить также на два вида: «исследовательские» (требующие ответа на вопрос почему?) и «конструкторские» (требующие ответа на вопрос, как сделать?). Подразделение творческих задач можно использовать в качестве ключа к их построению.

Предположим, что учащиеся изучили второй закон Ньютона, умеют его формулировать, приводят примеры, решают тренировочные задачи. Настало время дать учащимся творческие задачи. Составим задачу исследовательского типа. Для этого опишем внешне какое-то явление и предложим учащимся объяснить, почему оно так происходит. Например, почему при одних и тех же патронах длинноствольные охотничьи ружья

обычно обладают большей дальностью? Почему при попытках укоротить ствол ружья («обрез»), его дальность резко падает?

Для решения этой задачи недостаточно знать формулы. Необходимо глубоко осмыслить физические явления, происходящие при выстреле, и установить связывающие их закономерности. Решая такую задачу, учащиеся придут к выводу, что, чем больше время действия пороховых газов на снаряд, тем больше импульс силы и тем больше начальная скорость снаряда, от которой зависит дальность ружья. Очевидно, что в укороченном стволе снаряд получает меньший импульс.

Здесь опять таки не столько важно объяснить и осмыслить технические подробности устройства ружья, сколько важен сам процесс творческого анализа, когда в условиях задачи говорится об одной стороне явления, а причина, обуславливающая характер этого явления, кроется совсем в другом - в закономерности, на которую даже и намека нет в условиях задачи.

Составим теперь задачу конструкторского типа. Надо предложить учащимся что-то сделать, построить, измерить, добиться какого-то эффекта. Например, учащимся задается сконструировать прибор, который бы позволял измерять ускорение прямолинейного движения.

Учащиеся не сумеют сконструировать прибор, если они плохо знают второй закон Ньютона, который связывает физические величины: силу, массу и ускорение. Здесь мало знать только формулы. Необходимо понимать закон по существу. Если тело движется с ускорением, то на него действует сила, и величина ускорения пропорциональна этой силе. Если, например, внутри движущегося транспорта помещено тело определенной массы, соединенное с транспортом пружиной, то величина деформации пружины будет прямо пропорциональна ускорению. Следовательно, по деформации пружины можно измерить ускорение. После того как эта взаимосвязь явлений осмыслена, принцип конструкции становится ясным.

Следует подчеркнуть, что главное здесь не конечная цель мыслительного процесса, не понимание принципа устройства акселерометра (хотя и это важно), а сам процесс творческого поиска. В условиях задачи не говорится ни о массе, ни о силе деформации пружины. Ученик сам находит те явления, которые связаны с ускорением, и те законы, которым эти явления подчиняются. Ведь можно было бы просто познакомить учащихся с готовым акселерометром и объяснить им его устройство. Но совершенно очевидно, что при этом никакой творческой деятельности учащихся не было бы.

Творческие упражнения, отличаясь принципиально от тренировочных, не имеют своей какой-то особой формы. В физике творческие упражнения могут выступать в форме расчетных, качественных или

экспериментальных задач, в форме вопросов, поставленных на лабораторных работах, и в форме проблем, выдвинутых для работ физического практикума. Исключение составляют «конструкторские» творческие задачи, которые получили совершенно новую, неизвестную до сих пор форму работы. Слово «конструкторские» при этом имеет чаще всего совершенно условный смысл, т. е. имеется в виду лишь мысленное построение, и от учащихся требуется лишь найти принцип действия, схему устройства в самом общем виде. «Изобретенные» учащимися конструкции не всегда даже практически осуществимы, потому что учащиеся не имеют достаточной подготовки и не учитывают массу побочных явлений, которые могут свести на нет весь ожидаемый положительный эффект. Это обстоятельство, конечно, ни в какой мере не снижает огромного значения этих упражнений для творческого усвоения учебного материала по физике, но оно не может не учитываться. Полезно не только каждый раз делать критические замечания о слабых местах конструкции, но и предложить учащимся изготовить некоторые из них во внеурочное время, дома или в школьной мастерской. Известен опыт работы многих учителей, которые придают этой форме работы с учащимися большое значение и добиваются хороших

результатов в развертывании творческой активности учащихся.

Практическое осуществление творческого замысла помогает учащимся еще больше оценить действенную силу знаний и вместе с тем найти правильный критический подход ко всякой творческой идее[1].

#### Литература

1. Разумовский, В.Г. Творческие задачи по физике / В.Г. Разумовский – М.: Просвещение, 1966 – 153 с.

**С.О. Реджебов** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

### **РОЛЬ КУРСА ФИЗИКИ В ИЗУЧЕНИИ ОСНОВ ЭКОЛОГИИ**

Из анализа экологических факторов следует, что многие из них (температура, влажность, освещенность и др.) являются физическими величинами и понятиями, что и определяет важность физических знаний для решения экологических проблем. Можно выделить основные физические факторы и параметры природной среды, с которыми желательно ознакомить учащихся в курсе физики с целью их экологического образования.

К ним относятся: сила тяжести (ускорение свободного падения), давление, температура, теплоемкость и удельная теплоемкость, влажность воздуха (абсолютная и относительная), поверхностное натяжение жидкости, электрическое поле (напряженность, потенциал), магнитное поле (магнитная индукция), вибрация (частота, интенсивность), звук (амплитуда, частота, интенсивность), электромагнитное излучение различных частот: низкочастотное, радиоволны, инфракрасное, видимое, ультрафиолетовое, рентгеновское (длина волны, плотность потока электромагнитного излучения), радиоактивность (энергия излучения, период полураспада, доза излучения).

Следует остановиться на таких моментах: что обрабатывается (материалы), чем обрабатывается (энергия), как обрабатывается (технология). Следовательно, в курсе физики могут быть раскрыты такие важные в экологическом отношении вопросы, как:

- 1) рациональное использование энергетических ресурсов: нефти, газа, угля, торфа и др.;
- 2) наиболее выгодные и безопасные для окружающей среды способы применения механической, внутренней, электрической и атомной энергии;
- 3) рациональное использование сырьевых ресурсов: водных, земельных, полезных ископаемых и пр.

Современная программа курса физики позволяет, знакомя учащихся с рядом вопросов энергетики, электрификации, механизации и автоматизации народного хозяйства, сообщать им политехнические знания экологического характера. При изучении курса физики можно в яркой и доступной для учащихся форме давать материалы экологического содержания. При этом особое внимание должно быть уделено выяснению экологичности принципов действия различных технических и энергетических устройств, анализу положительных и отрицательных экологических ситуаций, которые они создают или обостряют. Для систематического изучения вопросов экологии имеется соответствующая программа.

**С.Л. Романова** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. **Н.А. Алешкевич** канд. физ.-мат. наук, доцент

## **РАЗРАБОТКА ЦИКЛА ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРОФЛУОРИМЕТРА СМ 2203**

Среди всего разнообразия спектроскопических методов наибольшее распространение получили фотометрические и спектрофотометрические методы анализа, а спектрометры и спектрофлуориметры широко используются в научно-исследовательских и производственных аналитических

лабораториях. Преимуществами современных автоматизированных анализаторов являются интеграция нескольких методов анализа, гарантия высокой точности исследования, автоматизированный контроль качества и многое другое.

Полностью управляемый от компьютера спектрофлуориметр СМ-2203, для ультрафиолетовой и видимой области спектра, применяется для проведения различных исследований в научных и промышленных лабораториях, учреждениях здравоохранения т.п. Он обеспечивает высокочувствительные и стабильные измерения спектров возбуждения, испускания, синхронных, поляризации, температурных, квантового выхода, поглощения жидких и твёрдых образцов.

Целью нашей работы являлась разработка методических указаний к лабораторным работам по изучению устройства и принципов работы прибора, выполнению аналитических измерений и его поверке.

В рамках преддипломной практики нами разработаны три лабораторные работы с использованием спектрофлуориметр СМ 2203. Первая лабораторная работа позволяет изучить устройство и принципы работы автоматизированного спектрофлуориметра и называется «Измерение и регистрация спектров поглощения на спектрофлуориметре СМ 2203». При выполнении данной работы, кроме овладения общими навыками работы на приборе, студенты научатся строить несколько спектров в одной системе координат и выполнять их анализ. Вторая работа, которая называется «Определение концентрации вещества методом градуировочного графика», направлена на приобретение навыков количественного анализа веществ на спектрофлуориметре СМ 2203 и компьютерной обработки спектров поглощения. Третья работа «Поверка спектрофлуориметра СМ 2203» позволит ознакомиться с общими методами поверки спектральных приборов и выполнить частичную поверку изучаемого спектрофлуориметра.

Данные лабораторные работы будут внедрены в образовательный процесс и позволят расширить спектр экспериментальных исследований в рамках дисциплин специализации «Строение и методы исследования»

**Е.А. Сливец** (УО «БГПУ им. М. Танка», Минск)  
Науч. рук. **О.Н. Белая**, канд. физ.-мат. наук, доцент

## **КОМПЛЕКСНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МЕХАНИКИ В УЧРЕЖДЕНИЯХ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Механика – один из старейших разделов физики, который считается одним из самых разработанных в научном плане, однако как учебный

предмет достаточно сложный для восприятия учащихся. Большинство механических явлений легко демонстрируются. Но определение положения тела в любой момент времени в большинстве ситуаций представляет для учащихся серьезную проблему.

Трудности, возникающие у учащихся при изучении механики, делят на две группы:

- пониманием природы движения;
- владение математическим аппаратом и умением его свободно использовать.

В силу исторических причин, изучение механики в учреждениях общего среднего образования, более чем изучение других разделов физики, состоит в рассмотрении частных, достаточно специальных случаев общей теории. Так, например, движение тела под действием силы тяжести рассматривается отдельно для вертикального и горизонтального направления скорости бросания, а движение тела под действием нескольких сил рассматривают, переходя от одной действующей силы к двум, к трем и т. д. Затем для различных геометрических положений, таких как вертикальное, горизонтальное, под наклоном к горизонту или по окружности.

При решении задач в разделе динамики школьного курса заканчивается чертежом с обозначением всех сил действующих на тело, выбором системы отсчета и записав закон движения в векторном виде. Потом для решения задачи учащемуся необходимо произвести ряд математических операций. Зачастую, это создает проблемы, и учащиеся не могут справиться именно с математическим аппаратом.

Часто учащиеся не до конца овладевают умением работы с графиками, необходимых для изучения прямолинейного равномерного и равноускоренного видов движения. Так же проблемы возникают с действиями, проводимыми над векторами.

Эти действия необходимы учащимся уже на первых занятиях по кинематике и необходимы для решения задач по динамике. В результате из-за проблем с математическим аппаратом у учащихся влечет непонимание физического материала.

Найти выход из затруднений с математикой можно, перепоручив компьютеру решение уравнений и прочих сложных математических операции и вычисления. Современные информационно-технические инструменты позволяют учащимся, используя простой интерфейс, задавая начальные условия практически любой физической модели. Мощный вычислительный аппарат компьютера приведет к точным расчетам положения тела в любой момент времени, также выведет на экран результаты эксперимента, построит график и проведет анализ данных.

После внедрения таких технологий акцент учащихся перемещается с заучивания информации к поиску, переработке, анализу и представлению. Использование информационных технологий повышает эффективность учебной деятельности за счет больших возможностей для ее познавательных форм.

Массовое использование компьютерных технологий становится доступно школе. Количество учебных заведений, использующих, компьютерные технологии в образовательном процессе со временем увеличиваются.

Учитель физики, решивший использовать в своей педагогической практике новые информационные технологии, оказывается перед большим списком программного обеспечения общего и образовательного назначения, видами компьютерных лабораторий и другого нового оборудования. Поэтому подбор программного обеспечения требует большого количества времени знаний.

Необходимо создание методики комплексного использования информационных технологий при организации самостоятельной учебной деятельности учащихся на уроках физики.

**А.А. Терещенко** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ПРЕИМУЩЕСТВА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Информатизация образования, независимо от направления ее реализации, является широкой, многоаспектной областью деятельности человека, влияющей на функционирование всей системы образования, и, без преувеличения, на жизнь всего общества в целом.

Информатизации образования заставляет пересматривать традиционные учебные курсы информатики, методы, технологии и средства информатизации, применяемые в обучении другим дисциплинам. С помощью методов и средств информатики будущий специалист должен научиться получать ответы на вопросы о том, какие имеются информационные ресурсы, где они находятся, как можно получить к ним доступ и как их можно использовать в целях повышения эффективности своей профессиональной деятельности.

Информатизация образования включает в себя научные основы создания, экспертизы и применения образовательных электронных изданий и ресурсов. В этой области еще много не решенных задач. К ним можно отнести задачи адекватности таких средств реалиям учебного

процесса, повышения уровня научности, смысловой и стилистической культуры содержания средств информатизации, необходимость интерфейсной, технологической и информационной связи между отдельными образовательными изданиями и ресурсами, задействованными в разных областях деятельности школ и вузов.

Может сложиться впечатление, что использование электронных средств обучения всегда оправданно во всех областях образовательной деятельности. Безусловно, во многих случаях это именно так. Вместе с тем, информатизация образования обладает и рядом негативных аспектов. Позитивные и негативные факторы использования образовательных электронных изданий и ресурсов необходимо знать и учитывать в практической работе каждому педагогу, а уж тем более учителю, создающему такие средства. Использование средств информационных технологий в системе подготовки школьников приводит к обогащению педагогической и организационной деятельности школы следующими значимыми возможностями:

- совершенствования методов и технологий отбора и формирования содержания образования;
- введения и развития новых специализированных учебных дисциплин и направлений обучения, связанных с информатикой и информационными технологиями;
- внесения изменений в обучение большинству традиционных дисциплин, напрямую не связанных с информатикой;
- повышения эффективности обучения за счет повышения уровня его индивидуализации и дифференциации, использования дополнительных мотивационных рычагов;
- организации новых форм взаимодействия в процессе обучения и изменения содержания и характера деятельности обучающего и обучаемого;
- совершенствования механизмов управления системой образования.

Процесс информатизации образования, поддерживая интеграционные тенденции познания закономерностей предметных областей и окружающей среды, актуализирует разработку подходов к использованию потенциала информационных технологий для развития личности обучаемого. Этот процесс повышает уровень активности и реактивности обучаемого, развивает способности альтернативного мышления, формирования умений разрабатывать стратегию поиска решений как учебных, так и практических задач, позволяет прогнозировать результаты реализации принятых решений на основе моделирования изучаемых объектов, явлений, процессов и взаимосвязей между ними.

Преимущества проведения уроков с использованием информационных компьютерных технологий можно выделить следующие:



1. Индивидуализация обучения.
2. Интенсификация самостоятельной работы учащихся.
3. Рост объема выполненных на уроке заданий.

4. Повышение мотивации и познавательной активности за счет разнообразия форм работы, возможности включения игрового момента: решишь верно примеры – откроешь картинку, вставишь правильно все буквы – продвинешь ближе к цели сказочного героя. Компьютер дает преподавателю новые возможности, позволяя вместе с учащимися получать удовольствие от увлекательного процесса познания, не только силой воображения раздвигая стены кабинета, но с помощью новейших технологий позволяет погрузиться в яркий красочный мир. Такое занятие вызывает у учащихся эмоциональный подъем, даже отстающие ученики охотно работают с компьютером.

5. Интегрирование обычного теоретического урока с компьютером позволяет преподавателю переложить часть своей работы на ПК, делая при этом процесс обучения более интересным, разнообразным, интенсивным. В частности, становится более быстрым процесс записи определений, теорем и других важных частей материала, так как преподавателю не приходится повторять текст несколько раз (он вывел его на экран), учащемуся не приходится ждать, пока преподаватель повторит именно нужный ему фрагмент. Этот метод обучения очень привлекателен и для преподавателей: помогает им лучше оценить способности и знания учащегося, понять его, побуждает искать новые, нетрадиционные формы и методы обучения, стимулирует его профессиональный рост и все дальнейшее освоение компьютера.

**В.И. Яковенко** (ГУО «Детский сад – СШ № 1», Речица)  
Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **РАЗРАБОТКА СЦЕНАРИЯ УРОКА-ЭКСКУРСИИ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ 11 КЛАССА**

Урок-экскурсия «Физика в природе» – это праздничный урок на природе с элементами соревнований. Урок комплексного применения знаний, умений и навыков. Проводится с учащимися 11 класса в апреле или мае месяце. Действия урока происходят на склоне холма, к вершине которого учащиеся поднимаются тремя группами, отвечая на вопросы. В ходе урока учащиеся применяют теорию, непосредственно наблюдая солнце, облака, контуры далеких предметов, росу на листьях различных растений и др. Покорение вершины холма символизирует преодоление трудностей в процессе обучения.

Учащиеся за неделю до экскурсии получают задание повторить ряд тем: «Атмосферное давление», «Диффузия», «Давление», «МКТ жидкостей», «Динамику», «Термодинамику» и «Оптику».

*Цель урока:*

1. Показать взаимосвязь явлений в природе и целостность науки «Физика»;
2. Обобщить знания, полученные за курс физики и развить умение применять их в новой ситуации;
3. Развивать память, мышление, эмоциональное восприятие учащихся и их коммуникативные навыки.

*Организационный момент*

Класс у подножия холма, на котором этапы подъема к вершине отмечены флажками.

Учитель:

– Ребята, сегодня у нас необычный урок. Мы пять лет изучали физику, учились объяснять природные явления, используя известные физические законы. Сегодня нам предстоит покорить вершину этого холма. Это будет символическое покорение, как победа знаний над невежеством, как завершение многолетнего труда в проникновение тайн природы. Для начала выберем трех проводников, которые будут возглавлять три команды.

*Выборы проводников*

Учитель задает учащимся вопросы, те из них кто отвечает правильно, становятся проводниками.

а) вопрос

Летним вечером над рекой образовался туман. В каком состоянии при этом находится вода?

(Ответ: туман представляет собой капельки воды, т. е находится в жидком состоянии).

Тот, кто ответил правильно, становится первым проводником.

б) вопрос

Многие водоплавающие птицы имеют перепончатые лапки. Для чего служат перепонки?

(Ответ: наличие перепонки позволяет увеличить силу взаимодействия с жидкостью, что приводит к росту скорости движения птицы в воде).

Тот, кто ответил правильно, становится вторым проводником.

в) вопрос

Сидя у костра, можно видеть, как от горящих поленьев с треском разлетаются искры. Почему это происходит?

(Ответ: при нагревании давление воздуха, содержащегося между волокнами дерева, на частички древесины сильно увеличивается, волокна

древесины разрываются, и горящие частицы (искры) с треском разлетаются).

Тот, кто ответил правильно, становится третьим проводником.

Оставшиеся учащиеся делятся на три группы.

*Первый этап*

Учитель:

В дали зеркальной, огненно-лучистой  
Закрывшись тучей  
И окаймив дугой ее огнистой,  
Пунцово-жгучей,  
Огромный шар, склонясь, горит над нивой  
Багрянцем роз.

Андрей Белый

Какое природное явление отражено поэтом в этом стихотворном отрывке?

(Ответ: Описывается красный закат Солнца).

Учитель: Правильно. Отсюда каждой группе вопрос:

а) почему небо имеет голубой цвет?

(Ответ: Сложный по составу солнечный свет, проходя через атмосферу рассеивается на флуктуациях плотности, и большему рассеиванию подвергается голубой свет, поэтому небо голубое.)

б) почему при закате Солнце становится красным?

(Ответ: меньшему рассеиванию подвергается длинноволновая часть солнечного света – красный луч, поэтому, когда солнце вблизи горизонта и свет в толще атмосферы проходит больший путь, то спектр, прошедшего через атмосферу света, смещается больше к красному концу.)

в) Чем объясняется сплюснутость заходящего солнечного диска?

(Ответ: плотность атмосферы увеличивается с приближением к поверхности Земли, поэтому изменяется показатель преломления воздуха, и солнечные лучи искривляются – это явление называется рефракцией. Когда Солнце вблизи горизонта, угол рефракции у нижнего края Солнца увеличивается больше, чем у верхнего края – результат сплюснутость диска.)

Проводник группы организует обсуждение ответа в своей группе и назначает отвечающего. Если ответ полный и точный, то группа поднимается до второго флажка, если ответ частично верный, то группа поднимается на половину расстояния до второго флажка.[6]

*Второй этап*

а) почему в яркий солнечный день, особенно в полевых условиях, становятся расплывчатыми контуры далеких предметов?

(Ответ: это явление связано с испарением, воздух становится неоднородным, лучи солнца по-разному преломляются.)

б) капли воды на листьях некоторых растениях в виде шариков, а на некоторых вода растекается тонкой пленкой. Почему?

(Ответ: на тех растениях, листья которых не смачиваются водой, капли росы или дождя силами поверхностного натяжения собираются в шарики, а на листьях, которые смачиваются водой, капли растекаются.)

в) почему по скошенному лугу трудно ходить босиком?

(Ответ: остатки стеблей, скошенных трав, имеют маленькую площадь сечения, поэтому оказывают на ступни ног большое давление – ходить колко.)

### *Третий этап*

Все собираются в тени деревьев, присаживаются на приготовленные места, отдыхают и играют

1. Игра.

Взять линейку и пакет ирисок, спросить учащихся: «Сколько конфет можно уложить на линейке?»

Выслушать все ответы, выложить конфеты на линейку, пересчитать их. Конфеты достаются тому, кто угадал ответ.

2. Сколько стаканов воды в котелке?

Выслушать все ответы, разлить воду в разовые стаканчики из котелка, сосчитать их и напоить всех учащихся.

3. Составьте из первых букв перечисленных названий рек название физического прибора:

Амур, Мезень, Кубань, Енисей, Урал, Нева, Зeya, Рейн. (Ответ - мензурка)

4. Конкурс песен о природных явлениях – ветер, иней, мороз, тучи и др.

### *Четвертый этап*

Подведение итогов. Заключительное слово учителя.

На уроке после экскурсии учащимся предлагается задание написать сочинение – эссе на тему: «Что мне дала экскурсия в природу».

**В.И. Яковенко** (ГУО «Детский сад – СШ № 1», Речица)

Науч. рук. **Т.П. Желонкина**, старший преподаватель

## **ФИЗИКА В ИНТЕГРИРОВАННЫХ КУРСАХ**

Понятие интегрированного курса было введено в научно-педагогический оборот в конце 1980-х годов, когда предпринимались попытки качественно изменить содержание образования. Под интегрированным курсом стали понимать учебный предмет, который включал бы в себя элементы других дисциплин, но в комплексе и на качественном

уровне. Иными словами, интегрированный курс в идеале должен был представлять собой целостное научное знание, охватывающее широкий диапазон как смежных, так и далеких по своему предмету наук.

Действительно, создать у учащихся целостную картину мира сегодня невозможно без интеграции предметов – объединения их в единое целое. И в школьной практике интегрированные курсы завоевывают все более прочные позиции. Однако возникает вопрос: в чем принципиальное отличие интегрированного преподавания от других методик, в какой мере этот подход является новым и альтернативным?

Смысл интегрированного курса состоит именно в том, что в нем могут быть запланированы синтезированные уроки на основе учебного материала разных тем и этапов школьного курса. Главное, что делает урок интегрируемым, — это заложенная в нем перспективная цель всего курса и конкретные задачи, направленные на ее реализацию, спланированные всеми учителями, ведущими данный курс, и реализуемые ими (порознь или совместно) в специально организованной деятельности учеников. Основной акцент приходится не столько на усвоение определенных знаний, сколько на развитие образного мышления. Интегрированные уроки несут в себе также обязательное развитие творческой активности учащихся. Это позволяет использовать содержание всех учебных предметов, привлекать сведения из различных областей науки, культуры, искусства, обращаясь к явлениям и событиям окружающей жизни.

Потребность в таких уроках в современной школе очевидна. Она обусловлена рядом причин:

1. Предметы школьного цикла, направленные на изучение отдельных сторон явлений, не дают представления о целом явлении, дробя его на разрозненные фрагменты.

2. Интегрированные уроки развивают потенциал самих учащихся, побуждают к активному познанию окружающей действительности, к осмыслению и нахождению причинно-следственных связей, к развитию логики, мышления, коммуникативных способностей.

3. Нестандартная форма проведения интегрированных уроков всегда вызывает к ним интерес. Использование различных видов работы в течение урока поддерживает внимание учеников на высоком уровне, что позволяет говорить о достаточной эффективности уроков. Такие уроки служат развитию у школьников воображения, внимания, мышления, речи, памяти, снимают утомляемость за счет переключения на разнообразные виды деятельности, резко повышают познавательный интерес.

- 1) Необходимость интеграции в образовании продиктована интеграцией в современном обществе. Современному обществу необходимы высококлассные, хорошо подготовленные специалисты. Для удовлетворения

этой потребности подготовку специалистов необходимо начинать с младших классов, чему и способствует интеграция в начальной школе.

2) За счет усиления межпредметных связей высвобождаются учебные часы, которые можно использовать для дополнительных уроков практической направленности.

3) Интеграция дает возможность для самореализации, самовыражения, творчества учителя.

Интегрированные уроки способствуют повышению мотивации учения; в большей степени, чем обычные уроки, способствуют развитию речи; не только углубляют представление о предмете, расширяют кругозор, но и способствуют формированию разносторонней, развитой гармонически и интеллектуально личности.

В форме интегрированных уроков целесообразно проводить обобщающие уроки, на которых будут раскрыты проблемы, наиболее важные для двух или нескольких предметов. Занятия могут проходить и как вводные к новым темам курса: уроки-беседы, деловые игры, уроки-семинары и прочие. Материал таких уроков показывает единство процессов, происходящих в окружающем нас мире, позволяет учащимся видеть взаимозависимость различных наук. А структура интегрированных уроков отличается четкостью, компактностью, логической взаимообусловленностью учебного материала на каждом этапе урока, большой информативной емкостью материала. Интегрированный урок требует от учителя профессионального мастерства и тщательной подготовки.

Любой интегрированный урок имеет свои закономерности: подчинен авторскому замыслу; объединяется основной мыслью; этапы и компоненты урока находятся в логико-структурной зависимости; используемый дидактический материал соответствует замыслу.

Соблюдение указанных закономерностей позволяет рассматривать урок как научно-деловое построение, в котором, с точки зрения содержания, важны: комплекс знаний и умений и свободное оперирование ими; соотношение изученного и изучаемого; соединение отдельных знаний в одно общее; предупреждение недочетов.

## Содержание

### Секция 2. Моделирование физических процессов

<b>R.I. Navitskaya</b> Simulation of cavity dumping by the second harmonic generation .....	6
<b>Абдулкадер М.Х.</b> Решение контактной задачи теории упругости с применением программ ANSYS и ABAQUS.....	8
<b>Бернадский А.В.</b> Решение уравнения Шрёдингера вариационным методом .....	11
<b>Бужан А.В.</b> Теорема Гаусса и заряды на поверхности.....	14
<b>Вечорко О.Н.</b> К теории частицы со спином $3/2$ .....	18
<b>Гетиков Д.В., Абрамов Е.С., Дервянко Д.В.</b> Вероятностная оценка интервальных значений пропускной способности структурно-сложных потоковых систем ограниченной размерности... ..	21
<b>Горбач А.Б.</b> Анализ надежности сложной электрической системы энергоснабжения с помощью имитационного моделирования .....	24
<b>Грибовский А.С.</b> Применение преобразования Лапласа для решения уравнения Шрёдингера .....	26
<b>Груздова Л.В.</b> Решение прямой задачи спектральной эллипсометрии для пленок перовскита на стеклянных подложках.....	29
<b>Гугнюк М.Л.</b> К теории частицы со спином 2.....	31
<b>Дошик И.Д., Мишкевич Е.Д.</b> Применение среды моделирования comsol multiphysics для исследования тепловых условий работы матрицы светодиодов .....	35
<b>Дробов А.В., Раков Д.Н.</b> Математическое моделирование электромагнитных процессов электрических приводов с асинхронными двигателями .....	37
<b>Жуковский А.М.</b> Моделирование движения заряженных частиц во внешнем поле .....	40
<b>Зайцев Е.В. Каморникова Т.Я.</b> Программные средства оценки надёжности схем резервирования участков технологического процесса производства .....	42
<b>Коротченя В.Д., Лавицкая Т.С.</b> Динамика расплава в процессе роста монокристаллов кремния методом Чохральского.....	45
<b>Кравцов А.</b> Моделирование движения заряженных частиц во внешнем магнитом поле .....	48
<b>Кравченко Ю.М.</b> Применение инструмента имитационного моделирования Anylogic в физике и технике.....	50

<b>Кравченко А.Ю.</b> Моделирование резонансных электромагнитных свойств спиральных элементов метаматериалов с использованием программы HFSS .....	53
<b>Крох Г.В., Ясько А.В.</b> Влияние светоиндуцированных решеток на акустооптическое взаимодействие бесселевых световых пучков в кристаллах парателлурита.....	57
<b>Михалко И.С.</b> Взаимодействия постоянного тока в двухзаходной спирали .....	60
<b>Михеев С.С.</b> Решение прямой задачи многоугловой эллипсометрии для пленок перовскита на стеклянных подложках .....	62
<b>Овсяник К.Л., Прадед Ф.Д.</b> Моделирование распространения пожара в зданиях. Обзор некоммерческих моделей .....	65
<b>Песенко А.Ю.</b> Новые периодические орбиты для тройных звезд .....	68
<b>Русак Ю.А., Майданова И.А.</b> Внутренняя симметрия системы двух дираковских полей .....	71
<b>Савков А.В. Сергей М.А.</b> Лазерная атомно-эмиссионная спектрометрия локального распределения кальция в высохшей капле крови пациентов с диагнозом рак простаты .....	74
<b>Савков А.В. Сергей М.А.</b> Лазерная атомно-эмиссионная спектрометрия локального распределения кальция в высохшей капле плазмы пациентов с диагнозом рак простаты .....	77
<b>Сердюкова М.А.</b> Закон радиоактивного распада в циклической нерасширяющейся вселенной .....	80
<b>Толкачев А.И.</b> Статический вариационный принцип в механике.....	83
<b>Фаняев И.А.</b> Частотно-спектральный поглотитель электромагнитного излучения в ик-диапазоне .....	86
<b>Фиалка С.И.</b> Метод приближенного решения релятивистских задач о рассеянии двух частиц .....	90
<b>Филиппенко О.С., Ярмакович М.С.</b> Реализация задачи колебаний изгиба крыла постоянного сечения в математических пакетах.....	93
<b>Фильчук А.С.</b> Анализ поляризационных свойств уголковых отражателей .....	95
<b>Франков И.И., Жердецкий Ю.В.</b> Моделирование безопасности реализации технологического процесса производства при наличии элементов потенциальной опасности с использованием деревьев отказов .....	96
<b>Хорт А.А.</b> Воздействие внешней силы сопротивления на вязкоупругое неизотермическое течения Куэтта.....	99



<b>Шамына А.А.</b> Анализ модели гвг от боковой поверхности цилиндрической частицы, покрытой нелинейным слоем, в приближении $gnlrgd$ для наклонно падающей эллиптически поляризованной плоской волны.....	102
<b>Крох Г.В., Ясько А.В.</b> Промежуточный режим дифракции беселевых световых пучков на ультразвуке .....	105

## Секция 4. Методика преподавания физики

<b>Барабанов А.В.</b> Дистанционное обучение в преподавании физики.....	109
<b>Барабанов А.В.</b> Проектирование современного урока физики...	110
<b>Барабанов А.В.</b> Методические основы подготовки учителей физики в свете инновационных технологий.....	112
<b>Борисова Ю.Б.</b> Владение учителем умениями и навыками при демонстрации опытов .....	114
<b>Горбачёва Т. Р.</b> Проверка практических умений по физике.....	117
<b>Гришенкова Е. С.</b> Обучение в сотрудничестве.....	118
<b>Ду Инсюань</b> Внедрение информационных технологий в образовательный процесс .....	119
<b>Какаев Б.О.</b> Использование интерактивной доски в преподавании физики.....	122
<b>Кравченко А.В.</b> Технология развивающего обучения.....	124
<b>Кулик Е.А.</b> Компьютеризированная лабораторная установка для изучения термоэлектрических явлений.....	125
<b>Макарова Л.С.</b> Специфика урегулирования педагогических конфликтов.....	127
<b>Малиновский В.В.</b> Виды творческих задач по физике.....	130
<b>Мальцева А.А.</b> Экскурсия по физике как метод обучения .....	132
<b>Миронова Я.О.</b> Виды организационных форм обучения физике.....	133
<b>Навныко К.Н.</b> Разработка лабораторных работ по изучению люминесцентных методов анализа.....	134
<b>Нагорная М. В.</b> Возможные формы дифференциации.....	136
<b>Неудобнов Д.А.</b> Создание приложения для обучения и тестирования.....	137
<b>Новиков П.А.</b> Определение отношения интенсивности света, продифрагировавшего под углом $\varphi$ на двух щелях, к интенсивности падающего света.....	139

<b>Писпанен М.А.</b> Методы и средства автоматизации измерения, моделирования и прогнозирования результатов электронного обучения.....	140
<b>Побыловский А. А.</b> Виды электронных средств обучения.....	142
<b>Почиани И. В.</b> Возможности использования компьютера в лабораторном эксперименте по физике.....	144
<b>Радучич Н.В.</b> Виды творческих задач по физике.....	145
<b>Реджебов С.О.</b> Роль курса физики в изучении основ экологии ..	147
<b>Романова С.Л.</b> Разработка цикла лабораторных работ с использованием спектрофлуориметра СМ 2203.....	148
<b>Сливец Е.А.</b> Комплексное использование информационных технологий при изучении механики в учреждениях общего среднего образования.....	149
<b>Терещенко А.А.</b> Преимущества использования информационных компьютерных технологий ..	151
<b>Яковенко В.И.</b> Разработка сценария урока-экскурсии по физике для 11 класса ..	153
<b>Яковенко В.И.</b> Физика в интегрированных курсах.....	156

Электронное издание

**АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ  
ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ**

Материалы V Республиканской  
научной конференции  
студентов, магистрантов и аспирантов

(Гомель, 21 апреля 2016 года)

В двух частях

Часть 2

Издатель и полиграфическое исполнение:  
учреждение образования  
«Гомельский государственный университет  
имени Франциска Скорины».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/87 от 18.11.2013.

Специальное разрешение (лицензия) № 02330 / 450 от 18.12.2013.