

ЛЕКЦИЯ 2

Модели материальной точки (МТ) и абсолютно твердого тела (АТТ).

Способы описания движения МТ.

Основные понятия кинематики: перемещение, путь, скорость, ускорение.

Прямая и обратная задачи кинематики.

Средняя скорость и её модуль

- Для характеристики движения вводится понятие **средней скорости**
- **Средней скоростью** называется величина, равная отношению перемещения тела $\Delta \vec{S}$ за некоторый промежуток времени Δt к этому промежутку
- **Модуль средней скорости** определяется как отношение пути ΔS , пройденного телом за некоторый промежуток времени, к этому промежутку

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$$

Мгновенная скорость

- При неограниченном уменьшении времени Δt , скорость V стремится к предельному значению, которое называется **мгновенной скоростью**.
Итак, **мгновенная скорость $\vec{v}$** есть величина, равная отношению очень малого перемещения к промежутку времени, в течение которого это перемещение произошло.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \Delta t \rightarrow 0$$

Направление вектора мгновенной скорости совпадает с направлением перемещения.

Для характеристики движения тела вводятся следующие понятия:

1) **средняя скорость**: .
$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Вектор $\vec{V}$ совпадает по направлению с $\Delta \vec{r}$.

2) **мгновенная скорость**: скорость в заданный момент времени.

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- это вектор, всегда направленный по касательной к данной точке траектории.

Скорость можно определить как производную радиуса – вектора движущейся точки по времени:

$$v = \frac{dr}{dt}$$

$$dr = dv \cdot dt$$

Модуль мгновенной скорости определяется равенством:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

где V_x , V_y , V_z - проекции вектора скорости на координатные оси x , y , z

$$v_x = x'$$

$$v_y = y'$$

$$v_z = z'$$

Направление вектора скорости задается косинусами:

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v} \quad \cos \beta = \frac{v_y}{v} \quad \cos \gamma = \frac{v_z}{v}$$

где α , β , γ - углы между вектором скорости и осями x , y , z соответственно.

- **Равнопеременным** называется движение, при котором скорость тела (материальной точки) за любые равные промежутки времени изменяется одинаково, т.е. на равные величины. Это движение может быть
 - **равноускоренным** и
 - **равнозамедленным.**

3) **Ускорение** – векторная физическая величина, характеризующая изменения скорости со временем, как по модулю, так и по направлению:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \vec{v}_{cp}}{\Delta t}$$

среднее ускорение

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

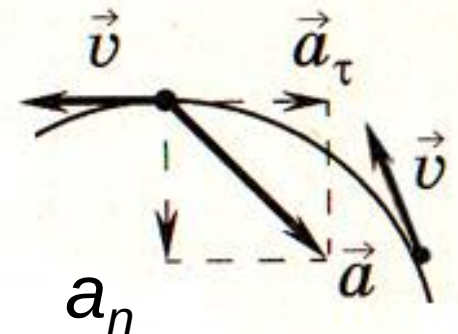
мгновенное ускорение

При криволинейном движении ускорение $\vec{a}$ представляют как сумму нормального и тангенциального ускорений: $\vec{a}_t + \vec{a}_n$.

Составляющая ускорения, направленная вдоль скорости, называется **тангенциальным ускорением**. Она характеризует изменение скорости по модулю.

Составляющая ускорения, направленная к центру кривизны траектории, т.е. перпендикулярно (нормально) скорости, называется **нормальным ускорением**. Она характеризует изменение скорости по направлению.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



(Замедленное движение)

Равномерное прямолинейное движение.

Равномерное движение - движение при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения.

При равномерном прямолинейном движении скорость тела постоянна, ускорение равно нулю. Траектория равномерного прямолинейного движения - прямая линия.

Для физических величин характеризующих движение имеем:

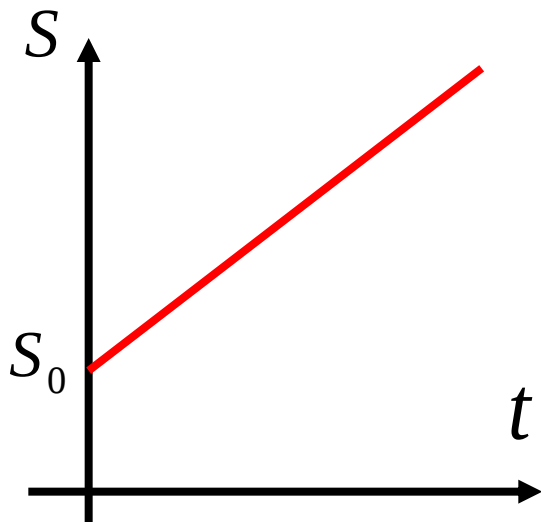
$$a=0$$

$$V=Const$$

$$S_x = V_x \cdot t$$

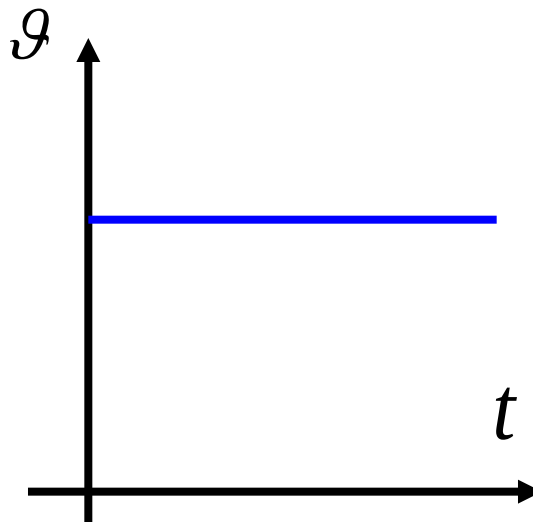
$$x=x_0 + V_x \cdot t$$

Графическое представление перемещения, скорости и ускорения при равномерном прямолинейном движении



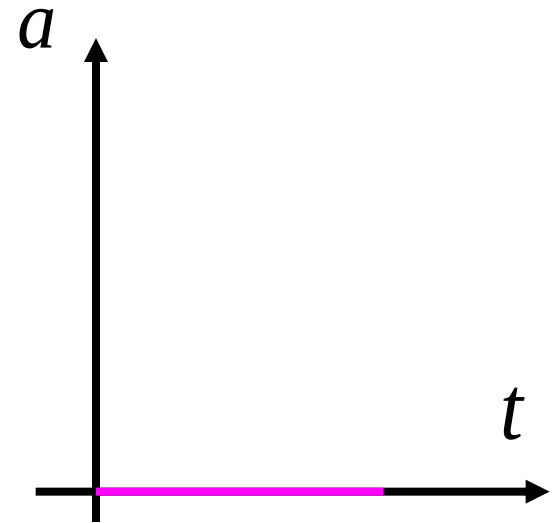
перемещение

$$S = S_0 + V_x \cdot t$$



скорость

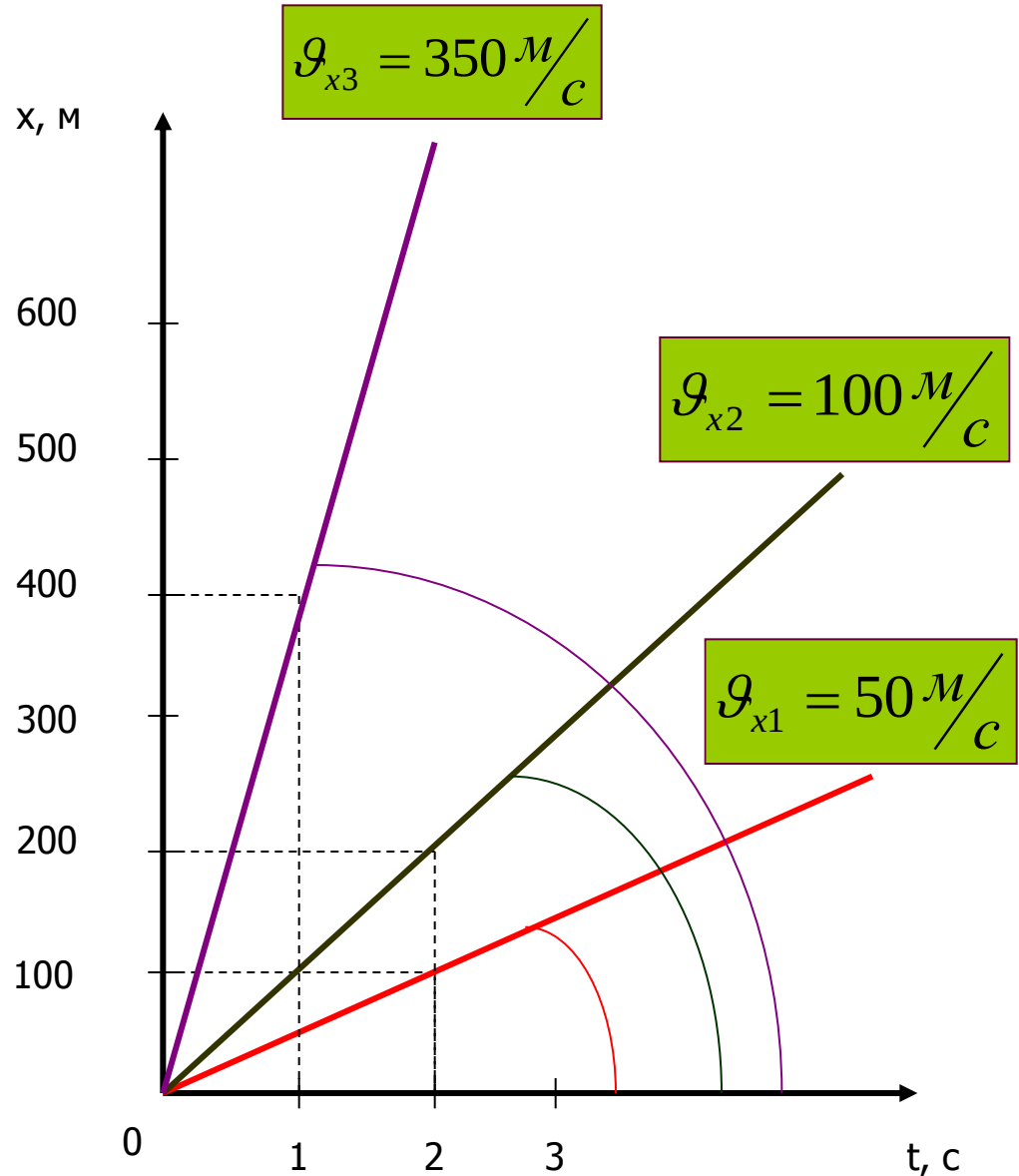
$$V = \text{Const}$$



ускорение

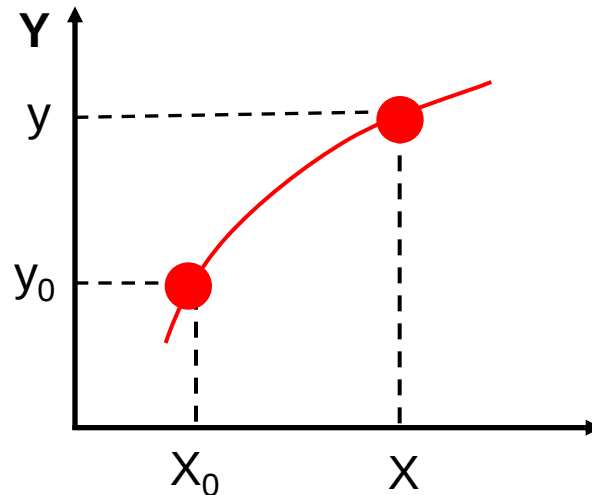
$$a = 0$$

Графики движения
тел,
перемещающихся
с различной
скоростью



Криволинейное движение - движение, траектория которого представляет собой не прямые, а кривые линии.

Криволинейное движение сложнее прямолинейного. При таком движении уже нельзя сказать, что изменяется только одна координата. Если движение происходит на плоскости, то изменяются две координаты: x и y



Непрерывно изменяется направление движения, т.е. направление вектора скорости, а значит и направление вектора ускорения. Могут изменяться и модули скорости и ускорения.

Неравномерное движение

- Движение, при котором за равные промежутки времени тело совершает неравные перемещения называют **неравномерным** или **переменным**.

скорость

По определению

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

тогда скорость равноускоренного движения

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

При записи уравнения в проекции векторов на координатную ось OX имеем:

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

при $a > 0$

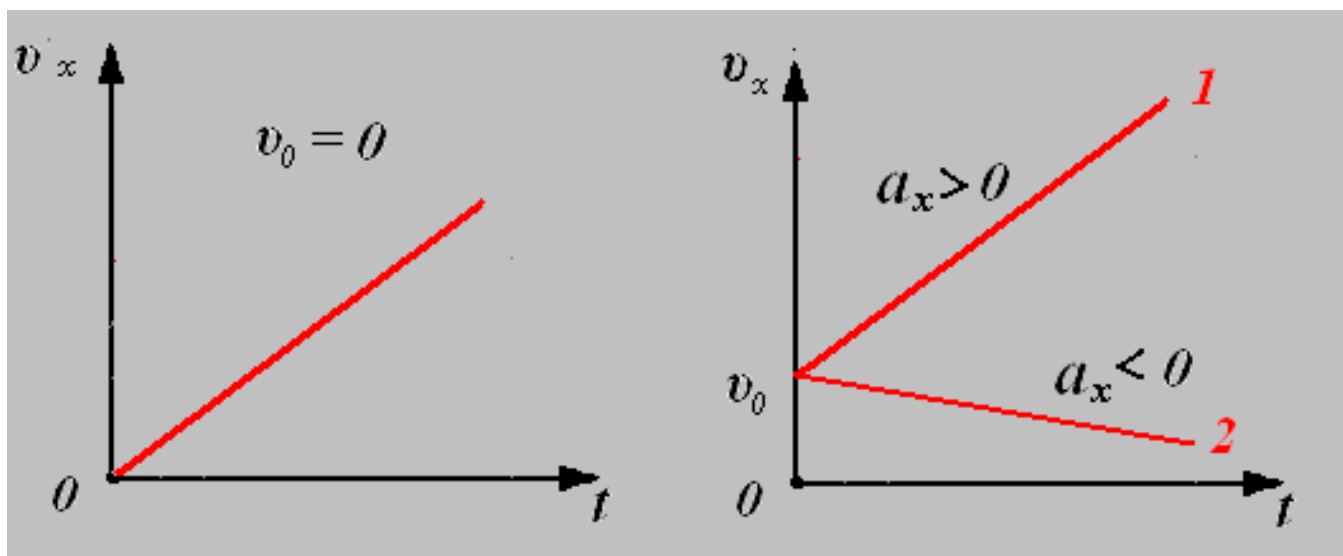
$$v_x = v_{0x} - a_x t$$

при $a < 0$

В системе СИ-Международной системе единиц скорость измеряется в

м/с

график зависимости проекции скорости от времени.



УСКОРЕНИЕ

- характеристика неравномерного движения, показывает на сколько изменилась скорость за 1с.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

$\mathbf{v}$ – конечная скорость

$\mathbf{v}_0$ – начальная скорость

$\mathbf{a}$ – ускорение (м/с²)

$\mathbf{a} > 0$ движение равноускоренное, $\mathbf{v}$ увеличивается

$\mathbf{a} < 0$ движение равнозамедленное, $\mathbf{v}$ уменьшается

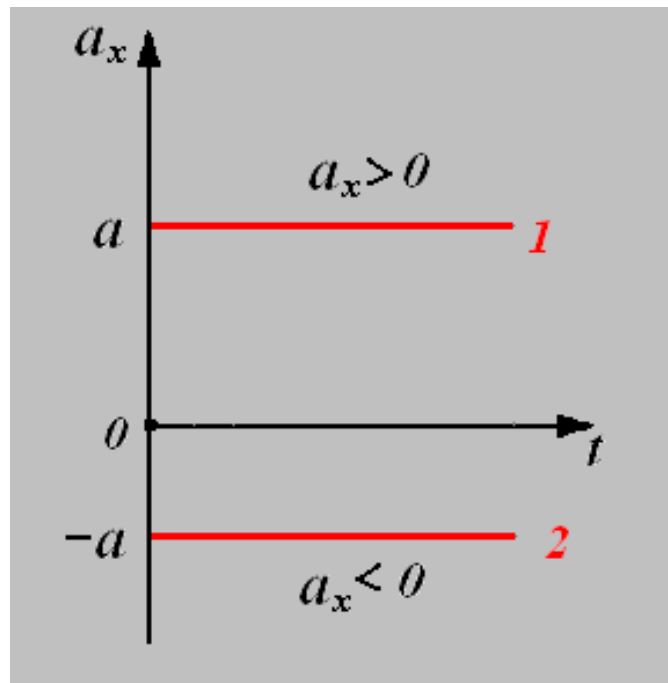
Направление вектора ускорения совпадает с направлением изменения скорости.

В системе СИ-Международной системе единиц ускорение измеряется в

$$\text{м/с}^2$$

1 м/с^2 - ускорение прямолинейно и равноускоренно движущейся точки, при котором за 1с ее скорость изменяется на 1м/с.

график зависимости проекции ускорения от времени.



перемещение

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \quad (1)$$

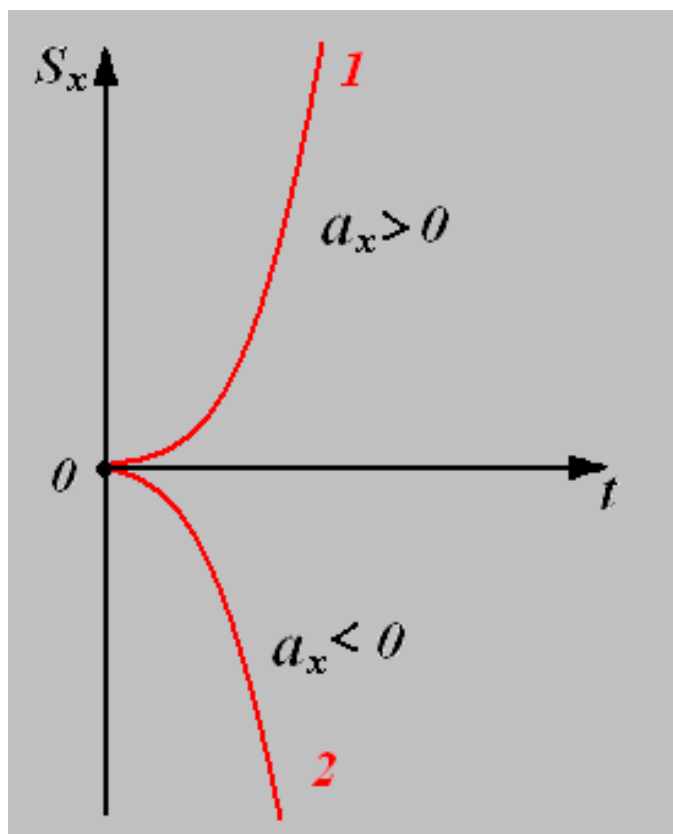
Второй вариант формулы нахождения перемещения:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \quad \rightarrow \quad t = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\vec{a}} \quad \text{Подставим это выражение в формулу (1).}$$

$$\vec{S} = \frac{\vec{v}_0 (\vec{v} - \vec{v}_0)}{\vec{a}} + \frac{\vec{a}}{2} \left(\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\vec{a}} \right)^2 \quad \text{откуда}$$

$$\vec{S} = \frac{\vec{v}^2 - \vec{v}_0^2}{2\vec{a}}$$

график зависимости проекции перемещения от времени



$$S_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$S_x = v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2}$$

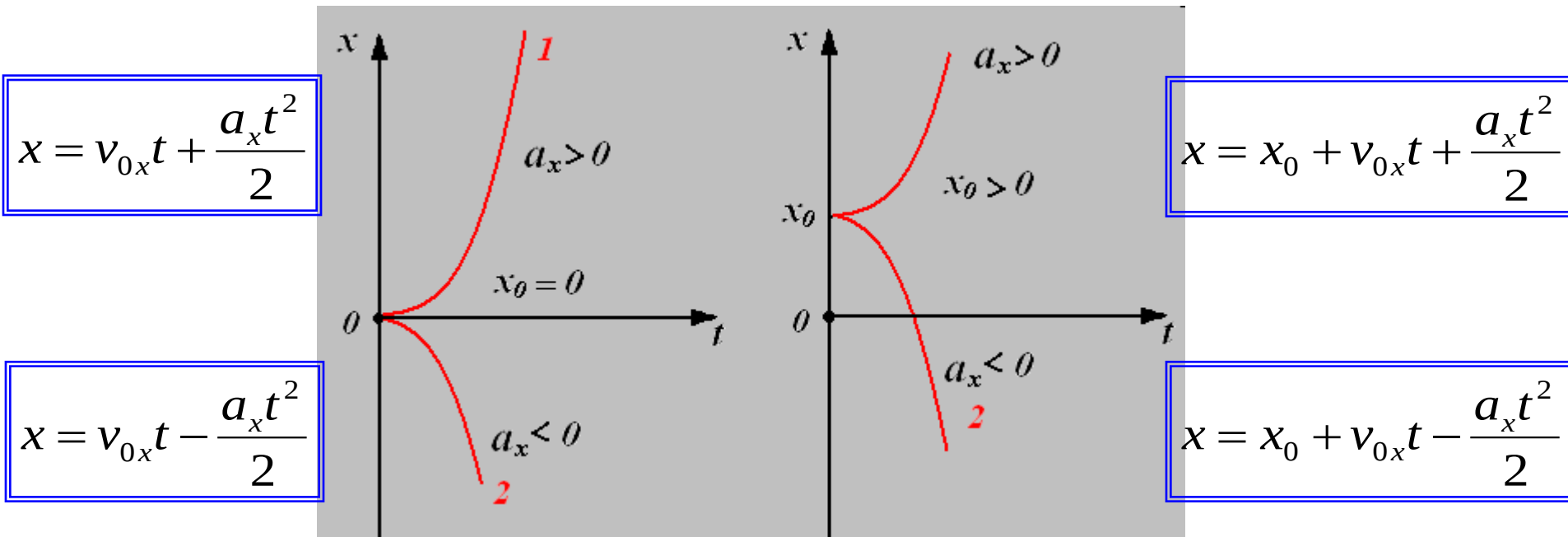
координата

Проекция перемещения $S_x = X - X_0$, тогда

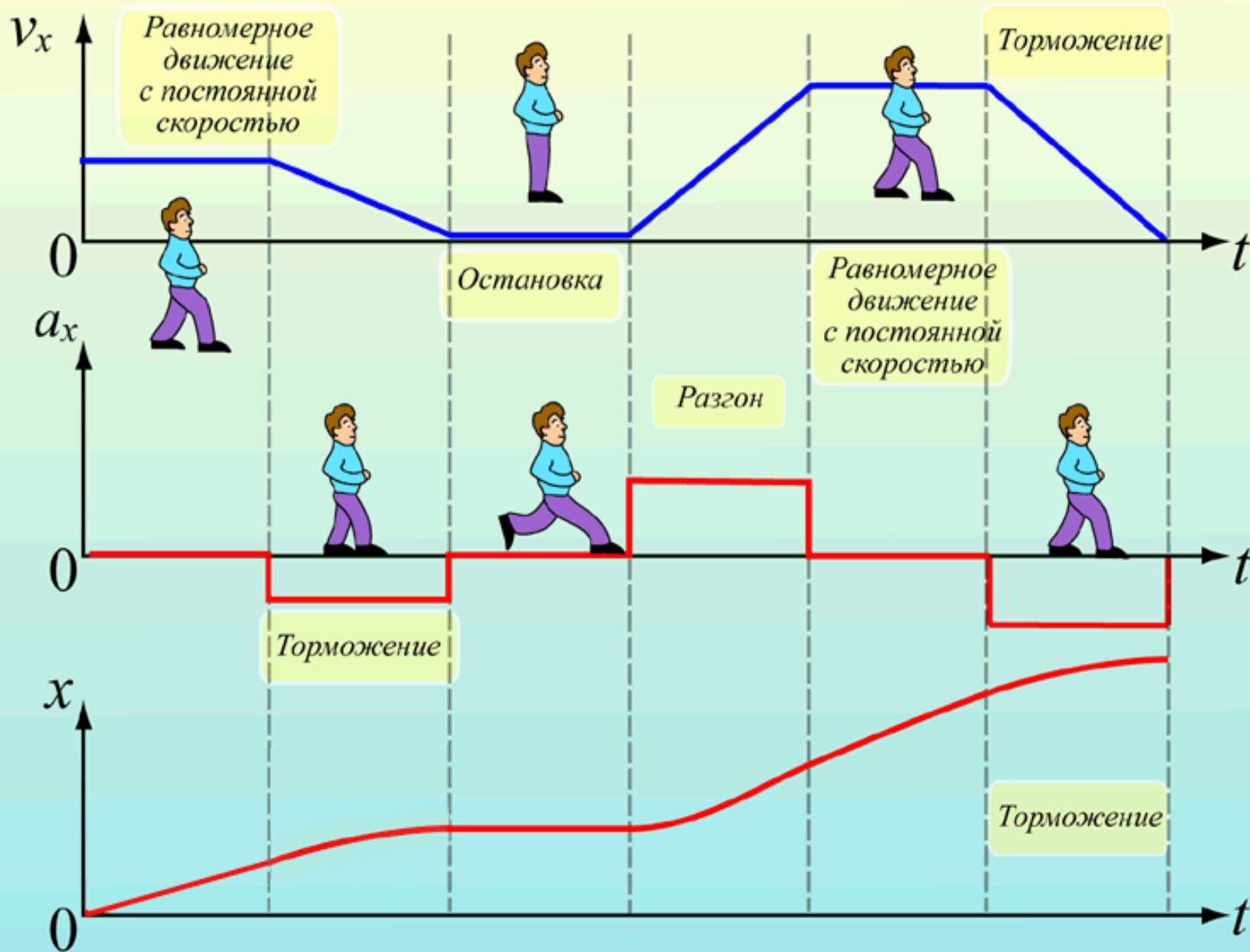
в любой момент времени для тела, движущегося равноускоренно

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

график зависимости координаты от времени.



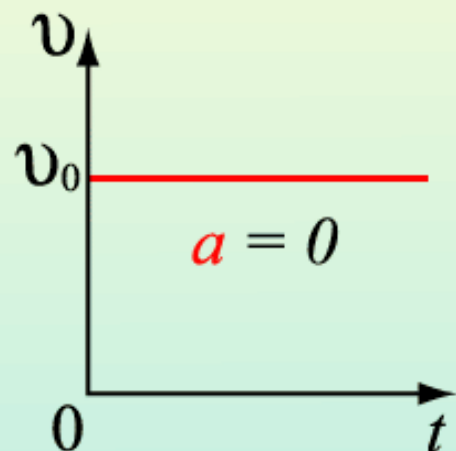
Графическое описание движения



Прямолинейное движение

Равномерное движение

$$\vec{v} = \text{const}$$

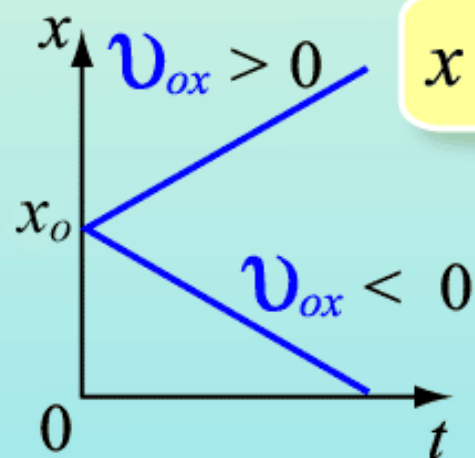
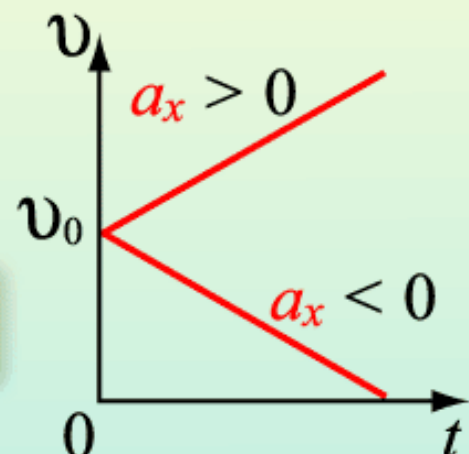


$$\vec{v} = \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

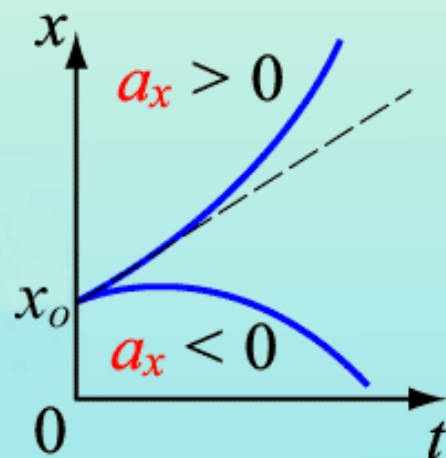
Равнопеременное движение

$$\vec{a} = \text{const}$$



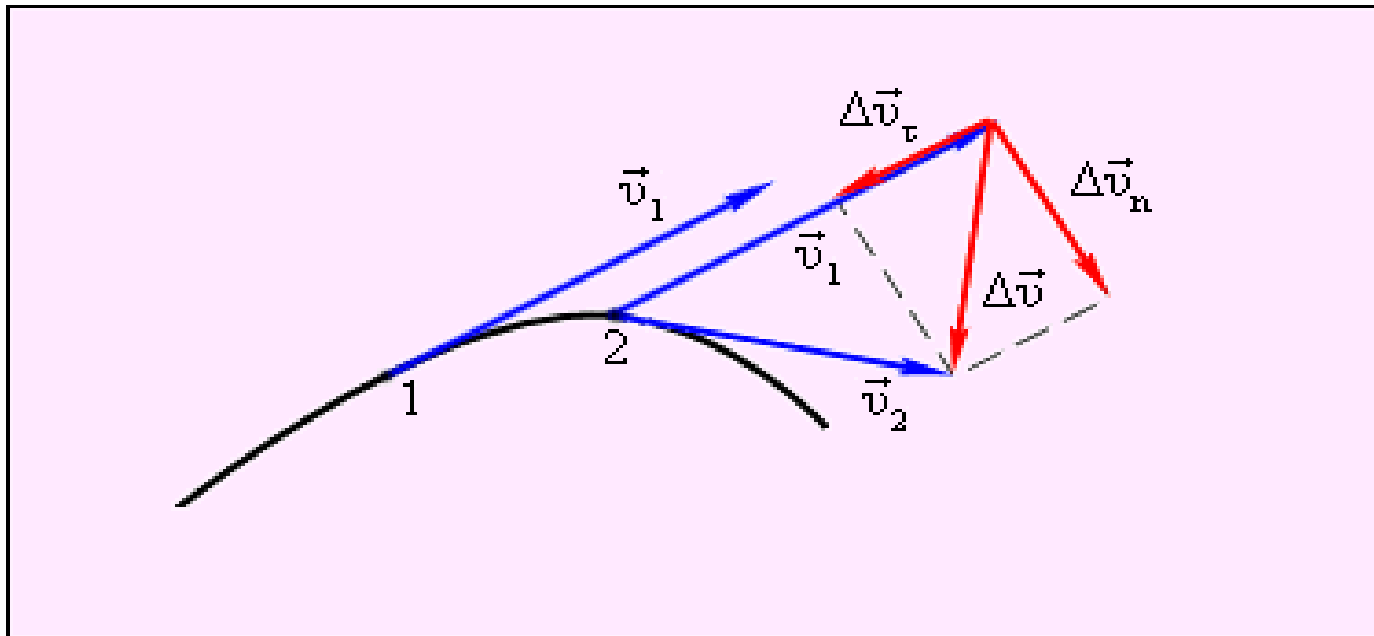
$$x = x_0 + v_{ox}t$$

$$x = x_0 + v_{ox}t + \frac{a_x t^2}{2}$$



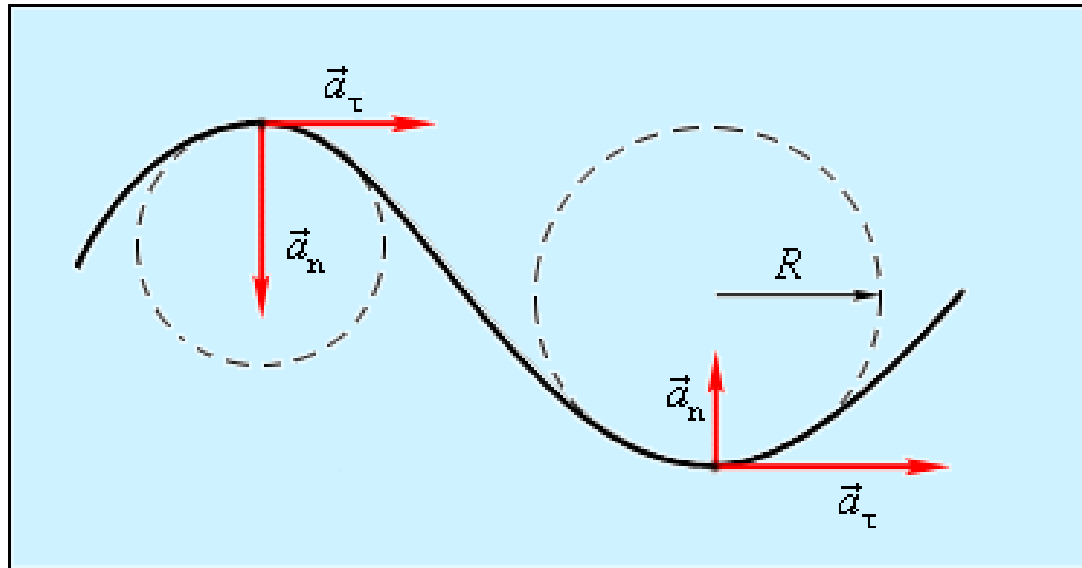
При движении тела по криволинейной траектории его скорость изменяется по модулю и направлению. Изменение вектора скорости за некоторый малый промежуток времени Δt можно задать с помощью вектора. Вектор изменения скорости за малое время Δt можно разложить на две составляющие:

- 1) направленную вдоль вектора (**касательная составляющая**), и
- 2) направленную перпендикулярно вектору (**нормальная составляющая**).

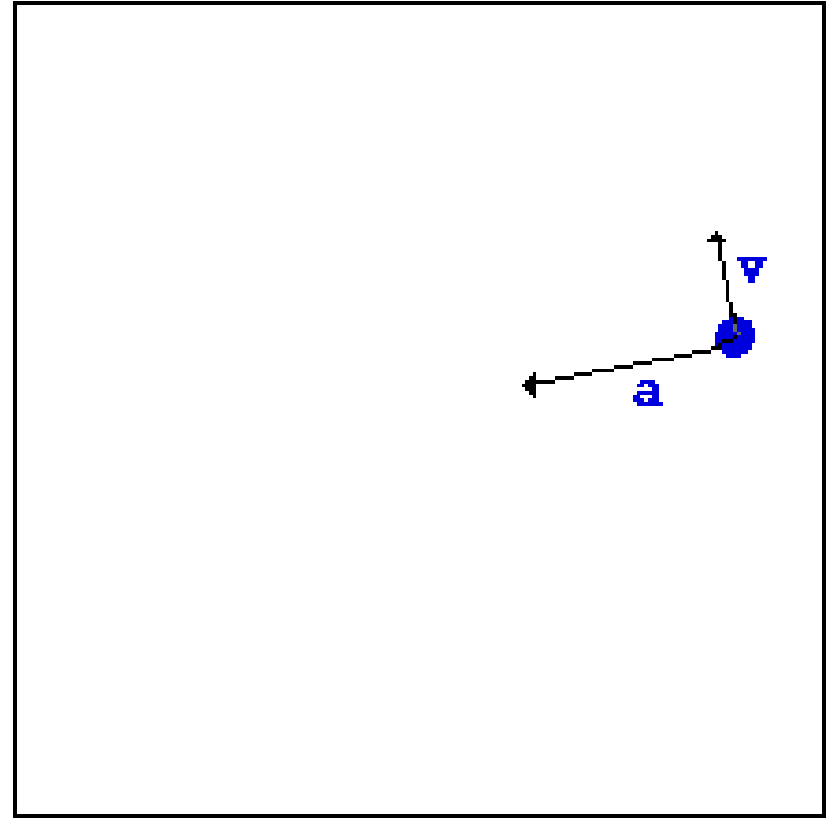
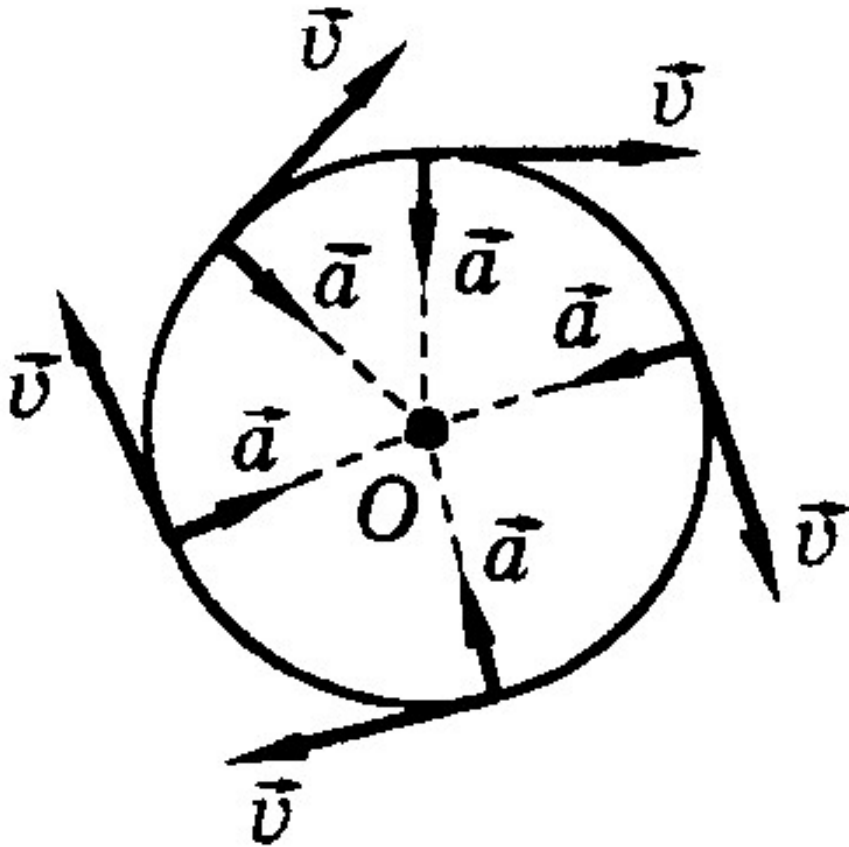


Движение по дугам окружностей

- Криволинейное движение можно представить как движение по дугам окружностей

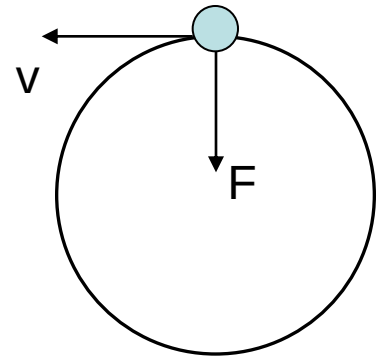
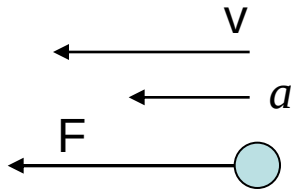


Направление центростремительного ускорения и скорости



Центростремительное ускорение в любой момент времени перпендикулярно скорости

Если скорость тела и действующая на тело сила направлены вдоль одной прямой, то тело движется прямолинейно, а если они направлены вдоль пересекающихся прямых, то тело движется криволинейно.



Верно и обратное утверждение: если тело движется криволинейно, то это означает, что на него действует какая-то сила, меняющая направление скорости, причем в каждой точке сила и скорость направлены вдоль пересекающихся прямых.