УДК 537.311.33 : 535

О НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

В. М. Поляновский, С. А. Смолянский и *Л. Ш. Шехтер*

На основе решения высокочастотного квантового кинетического уравнения получены выражения для высших гармоник плотности электрического тока при рассеянии на оптических фононах. Исследованы пороговые явления по частоте электрического поля, а также выяснена роль акустических фононов в рассматриваемом механизме нелинейности.

Одним из механизмов возникновения нелинейных оптических явлений в полупроводниках является динамическое воздействие высокочастотного электромагнитного поля на процесс рассеяния свободных носителей [1, 2]. Исследованию обусловленных этим механизмом высокочастотных гармоник фототока посвящена работа [3]. В работах [2] была исследована генерация гармоник при рассеянии на акустических фононах в следующих предположениях: высокочастотное приближение $\omega \gg \omega_p$, $\omega\tau \gg 1$ (τ — среднее время релаксации носителей, ω_p — плазменная частота, ω — частота падающего излучения); дипольное приближение ($\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \sin \omega t$); коэффициент нелинейности мал $\beta = e^2E_0^2/m\omega^3 \ll 1$ ($\hbar = 1$).

В настоящей работе в тех же предположениях рассматривается генерация высокочастотных гармоник фототока при рассеянии на оптических фононах. Будем исходить из выражения для плотности продольного (по отношению к вектору $\mathbf{E}_0$) высокочастотного тока, полученного в работе [3] (n — нечетное),

$$j(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [j'_n \sin n\omega t + j''_n \cos n\omega t],$$

$$j'_n = 4\pi \frac{e}{m} \frac{1}{n\omega} \int \frac{d^3\varkappa d^3q}{(2\pi)^6} \frac{(\mathbf{q}\mathbf{E}_0)}{E_0} |C_\mathbf{q}|^2 \sum_{p=1}^{\infty} J_p(\Delta) [J_{p+n}(\Delta) + J_{p-n}(\Delta)] \times$$
$$\times F(\varkappa, \mathbf{q}) [\delta(\varepsilon_{\varkappa+\mathbf{q}} - \varepsilon_\varkappa - p\omega - \omega_0) - \delta(\varepsilon_{\varkappa+\mathbf{q}} - \varepsilon_\varkappa + p\omega - \omega_0)], \tag{1}$$

$$j''_n = 4 \frac{e}{m} \frac{1}{n\omega} \int \frac{d^3\varkappa d^3q}{(2\pi)^6} \frac{(\mathbf{q}\mathbf{E}_0)}{E_0} |C_\mathbf{q}|^2 \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_p(\Delta) [J_{p+n}(\Delta) - J_{p-n}(\Delta)] \times$$
$$\times P \frac{F(\varkappa, \mathbf{q})}{\varepsilon_{\varkappa+\mathbf{q}} - \varepsilon_\varkappa - p\omega - \omega_0}. \tag{2}$$

Здесь $J_p(z)$ — функция Бесселя целого порядка, $\Delta = \mathbf{q}\mathbf{E}_0 e/m\omega^2$, $\varepsilon_\varkappa = \varkappa^2/2m$, ω_0 — энергия оптического фонона, $F(\varkappa, \mathbf{q})$ для невырожденного распределения носителей имеет вид

$$F(\varkappa, \mathbf{q}) = (1 + N_0) \bar{f}(\varkappa + \mathbf{q}) - N_0 \bar{f}(\varkappa),$$

где $\bar{f}(\varkappa)$ — низкочастотная часть функции распределения электронов, N_0 — равновесная функция распределения оптических фононов. Расчеты проведем как для деформационных ($s = 1$, $|C_\mathbf{q}|^2 = \alpha_L (2\omega_0 m^{-3})^{1/2} = C_1^2$, α_L — безразмерная константа связи электронов с решеткой), так и для поляризационных ($s = 0$, $|C_\mathbf{q}|^2 = \alpha_L (8\omega_0^3 m^{-1})^{1/2} q^{-2}$) оптических фононов.

Пусть для любого целого $p \,|\, p\omega - \omega_0 \,| \gg \varepsilon \gtrsim kT$, где ε — характерная энергия электрона. В этом случае, как и в [2, 3], электронный импульс выпадает из аргументов δ-функции в (1), а также из выражения, стоящего под знаком главной части в (2). Тогда результат вычислений высокочастотных гармоник плотности тока не зависит от вида функции распределения $f(\varkappa)$. Предположим также, что $\Delta \ll 1$ (функции Бесселя J_p при этом можно разложить в ряд и для каждого n ограничиться низшей степенью Δ).[1] В результате получим (n_0 — плотность свободных носителей)

$$j'_n = 2en_0 m C_s^2 \pi^{-1} \beta^{n/2} \left[D_n^{+(s)} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) (N_0 + 1) + D_n^{-(s)} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) N_0 \right], \tag{3}$$

$$j''_n = 2en_0 m C_s^2 \pi^{-1} \beta^{n/2} \left[\tilde{D}_n^{+(s)} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) (N_0 + 1) + \tilde{D}_n^{-(s)} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) N_0 \right], \tag{4}$$

где $N_0 = \exp(-\omega_0/kT) \ll 1$, $C_0^2 = C_1^2 \omega_0/\omega$, а коэффициенты

$$\left.\begin{aligned}
D_n^{+(s)}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) &= (-1)^{\frac{n-1+2s}{2}} \tilde{D}_n^{-(s)}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{1}{n(n+2)} \sum_{p=1}^{n} \frac{(-1)^p}{p!\,(n-p)!} \Theta\left[p - \frac{\omega_0}{\omega}\right] \left[p - \frac{\omega_0}{\omega}\right]^{\frac{n+2s}{2}}, \\
D_n^{-(s)}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) &= \frac{1}{n(n+2)} \sum_{p=1}^{n} \frac{(-1)^p}{p!\,(n-p)!} \left\{ \left[p + \frac{\omega_0}{\omega}\right]^{\frac{n+2s}{2}} - \Theta\left[\frac{\omega_0}{\omega} - p\right] \left[\frac{\omega_0}{\omega} - p\right]^{\frac{n+2s}{2}} \right\}, \\
\tilde{D}_n^{+(s)}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) &= \frac{(-1)^{\frac{n-1+2s}{2}}}{n(n+2)} \sum_{p=0}^{n} \frac{(-1)^p}{p!\,(n-p)!} \left\{ \left[p + \frac{\omega_0}{\omega}\right]^{\frac{n+2s}{2}} + \Theta\left[\frac{\omega_0}{\omega} - p\right] \left[\frac{\omega_0}{\omega} - p\right]^{\frac{n+2s}{2}} \right\}
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

соответствуют процессам с излучением (+) и поглощением (—) фононов; $\Theta[x] = 0$ при $x \leqslant 0$ и $\Theta[x] = 1$ при $x > 0$.

Для высших гармоник, определяемых неравенством $n\omega > \omega_0$, все коэффициенты (5) имеют одинаковый порядок (при одинаковом значении n), и в силу $N_0 \ll 1$ эти гармоники плотности тока целиком определяются процессами излучения фононов и не зависят от температуры. Для низших гармоник $n\omega < \omega_0$ и коэффициенты $D_n^{+(s)} = \tilde{D}_n^{-(s)} = 0$. В результате соответствующие гармоники плотности тока j'_n оказываются ослабленными в $\exp(-\omega_0/\mathrm{k}T)$ раз, что указывает на возможность существования порогового явления по частоте (энергии n поглощенных фотонов недостаточно для возбуждения оптического фонона). Аналогичное явление не обнаруживается в плотности тока j''_n, поскольку последняя полностью определяется виртуальными процессами.

Таким образом, в силу $N_0 \ll 1$ при вычислении низших гармоник ($n\omega < \omega_0$) плотности тока необходимо учитывать отброшенные поправки, вносимые, во-первых, зависимостью аргумента δ-функции от электронного импульса и, во-вторых, следующими порядками в разложении функций Бесселя по $\beta \ll 1$ в формуле (1). В первом случае поправки обусловлены вкладом электронов с энергиями $\varepsilon_\varkappa > \omega_0 - n\omega$, а во втором — влиянием на n-ю гармонику процессов с поглощением $n+1$ и более фотонов. Рассмотрим отдельно два случая: $\beta \gg \eta$ и $\beta \ll \eta$, где η — относительное число электронов с энергией $\varepsilon_\varkappa > \omega_0 - n\omega$. Поскольку в сделанных выше предположениях $\eta \gg N_0$, в обоих случаях вкладом процессов с поглощением фононов можно пренебречь.

В первом случае ($\beta \gg \eta$) можно не учитывать поправки, вносимые зависимостью аргумента δ-функции от электронного импульса. Оставляя в формуле (1) слагаемые с $p > n$, получим в низшем порядке по β

$$j'_n = 2en_0 m C_s^2 \pi^{-1} \beta^{\frac{n}{2}+N} \frac{\left(N + n - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^{\frac{n+2N+2s}{2}}}{n(n+2N+2)(N+n)!\,N!}, \tag{6}$$

[1] Заметим, что, как следует из (2), (3), разложение по $\Delta \ll 1$ эквивалентно разложению по $\beta \ll 1$.

где $N=[\omega_0/\omega]-n+1$, а $[z]$ есть целая часть z. В силу $\beta \ll 1$ может оказаться, что $\beta^N \ll \eta$. Тогда формула (6) верна лишь пока $\beta^N > \eta$.

Во втором случае ($\beta \ll \eta$) необходимо учитывать зависимость плотности тока j'_n от вида низкочастотной функции распределения $\bar{f}$. Для простоты вычислений ограничимся случаем достаточно слабых полей, когда можно пренебречь разогревом носителей ($e^2E_0^2/m\omega^2kT \ll 1$) и в качестве $\bar{f}$ выбрать распределение Больцмана (в этом случае $\eta \sim \exp[-(\omega_0-n\omega)/kT]$). В результате получим

$$j'_n = 2en_0mC_s^2\pi^{-1}\beta^{n/2}\frac{(-1)^n}{n(n+2)n!}\left(\frac{\omega_0}{\omega}-n\right)^{\frac{n+2s}{2}}\exp\left[-\frac{\omega_0-n\omega}{kT}\right]. \qquad (7)$$

Таким образом, низшие гармоники j'_n определяются наибольшим из параметров [2] β^N и η. Сопоставим далее две соседние гармоники плотности тока j'_n в ситуации, когда одна из них находится в запороговой области ($n\omega > \omega_0$), а другая — в допороговой ($n\omega < \omega_0$). Такая ситуация возможна, когда $n < \omega_0/\omega < n+2$. В этом случае

$$\frac{|j'_n|}{|j'_{n+2}|} \lesssim \frac{\max(\eta, \beta^N)}{\beta}. \qquad (8)$$

Отсюда при $\beta \ll \eta$ имеем $|j'_n|/|j'_{n+2}| \sim \eta/\beta \gg 1$. Однако если $\beta \gg \eta$ и $\beta^N > \eta$, то $|j'_n||j'_{n+2}| \sim \beta^{N-1}$. Из определения N тогда следует, что при $n < \omega_0/\omega < n+1$

$$|j'_n|/|j'_{n+2}| \lesssim 1, \qquad (9)$$

а при $n+1 < \omega_0/\omega < n+2$.

$$|j'_n|/|j'_{n+2}| \lesssim \beta \ll 1. \qquad (10)$$

Таким образом, несмотря на малый коэффициент нелинейности, вследствие существования порога по частоте сигнала при взаимодействии с оптическими фононами вклад нелинейных явлений высшего порядка может оказаться сравнимым и даже большим вклада явлений низшего порядка.

В чистых полупроводниках при рассмотрении низших гармоник ($n\omega < \omega_0$) плотности тока j'_n может стать существенным взаимодействие с акустическими фононами, тогда как при рассмотрении высших гармоник их роль становится пренебрежимо малой.

Выше была рассмотрена область частот $|p\omega-\omega_0| \gg \varepsilon \gtrsim kT$. В области частот, где это условие нарушается, можно ограничиться случаем слабых полей, когда можно пренебречь разогревом носителей, и показать, что новых качественных особенностей по сравнению с рассмотренным выше случаем не возникает.

Выясним теперь, при каких напряженностях полей и температурах могут реализоваться ситуации (9), (10) и $|j'_n| \ll |j''_n|$. При $\omega_0=5\cdot10^{13}$ с$^{-1}$, $E_0=10^4$ В/см и условии $2 < \omega_0/\omega < 3$ имеем $\beta \sim 0.1$. В силу $\omega_0-\omega \gg \varepsilon$ при не слишком сильном разогреве реально ожидать, что $\beta^2 \gg \eta$ (в отсутствие разогрева, согласно (7), $\eta \sim 10^{-6}$ при $T=20$ K). Тогда $|j'_1|/|j''_1| \sim 10^{-2}$ и $|j'_1|/|j'_3| \sim 0.1$. Аналогично при $1 < \omega_0/\omega < 2$ получим $|j'_1|/|j'_3| \sim 1$. Легко оценить также роль акустических фононов. Используя результаты работы [3] и формулы (6) и (7), получим, что в рассматриваемой ситуации роль акустических фононов пренебрежимо мала.

Авторы благодарны Э. М. Эпштейну за обсуждение результатов и интерес к работе.

Литература

[1] В. И. Мельников. Письма ЖЭТФ, *9*, 204, 1969.
[2] Э. М. Эпштейн. ФТТ, *11*, 2133, 1969; *12*, 3461, 1970.
[3] Р. Х. Амиров, С. А. Смолянский, Л. Ш. Шехтер. ФТТ, *18*, 2659, 1976.

Поступило в Редакцию 25 августа 1979 г.

---

[2] Ниже мы не будем связывать параметр η со случаем слабого разогрева.