Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

В. И. БОГДАНОВИЧ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

В 2 частях
Часть 1

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Гомель

УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
2009

УДК 621.3 (075.8)
ББК 31.2 я 73
Б 735

Рецензенты:
И. М. Яковцов – старший преподаватель кафедры общей физики учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»;
кафедра радиофизики и электроники учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Рекомендован к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Богданович, В. И.
Б 735 Электротехника: сборник задач для студентов физических специальностей вузов / В. И. Богданович; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины.– Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2009. – 101с.
ISBN

Предлагаемый сборник состоит из трех основных разделов: линейные электрические цепи постоянного тока, электрические цепи однофазного синусоидального тока, электрические цепи трехфазного тока. Каждый раздел состоит из задач по определенным темам курса. Многие задачи имеют численное решение и пояснение. Приведены примеры решения типовых задач и задания к двум контрольным работам.

Адресован студентам, изучающим курсы «Теория электрических цепей», «Электротехника».

УДК 621.3 (075.8)
ББК 31.2 я 73

ISBN 978-985-439-375-9

© Богданович В. И., 2008
© УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», 2009

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Содержание

Ведение…… 4
1 Линейные электрические цепи постоянного тока……. 5
Тема 1 Методы эквивалентного преобразования электрических цепей постоянного тока……. 5
Тема 2 Методы расчета сложных цепей постоянного тока……... 8
Примеры решения типовых задач ……..……..…... 12
2 Электрические цепи однофазного синусоидального тока…….... 20
Тема 1 Закон Ома и правила Кирхгофа в цепях однофазного синусоидального тока……... 20
Тема 2 Символический метод расчета электрических цепей однофазного синусоидального тока……... 23
Тема 3 Применение векторных диаграмм для расчета электрических цепей однофазного синусоидального тока... 37
Тема 4 Резонансы в электрических цепях……..……. 45
Примеры решения типовых задач ……..… 51
3 Электрические цепи трехфазного тока……. 56
Тема 1 Трехфазные цепи при соединении нагрузки звездой…..…... 56
Тема 2 Трехфазные цепи при соединении нагрузки треугольником ……..... 75
Примеры решения типовых задач ……..……..…….. 87
Задания к контрольным работам……..…... 91
Тема 1 Расчет сложных цепей постоянного тока…… ……..…… 91
Тема 2 Расчет электрических цепей однофазного синусоидального тока……..…....… 97
Литература……..... 102

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Введение

Электротехника – одна из первых инженерных дисциплин, которую изучают студенты большинства специальностей вузов. Курс электротехники по своему существу требует полного сочетания теории и практики. Для того чтобы хорошо знать электротехнику, необходимо научиться самостоятельно решать разнообразные электротехнические задачи, решение которых может быть получено аналитическими или экспериментальными методами. Аналитические методы решения задач изучаются студентами на практических занятиях.

С целью более глубокого усвоения теоретического материала, выработке навыков в решении практических задач и в самостоятельной работе студентам был разработан сборник задач.

Подбор задач в сборнике осуществлен в соответствии с расположением материала в учебной программе, в порядке постепенного возрастания трудности. В сборнике имеются задачи как расчетного, так и описательного характера, а также задачи, несколько выходящие за рамки программы. Самостоятельное решение практических задач по электротехнике довольно часто вызывает большие трудности, поэтому в пособии приведены примеры решения типовых задач. Большинство задач имеют ответы, что позволяет контролировать правильность их решения.

Сборник задач состоит из трех основных разделов курса «Электротехника» − электрические цепи постоянного тока, электрические цепи однофазного синусоидального тока, электрические цепи трехфазного тока. Четвертый раздел сборника включает в себя задания для контрольных работ по разделам − электрические цепи постоянного тока, электрические цепи однофазного синусоидального тока.

Сборник задач может быть использован при проведении практических занятий по курсам «Электротехника», «Основы электротехники», в самостоятельной работе студентов при подготовке к практическим занятиям и экзаменам. Задания для контрольных работ могут быть использованы при проверке знаний и умений студентов по расчету электрических цепей как постоянного, так и однофазного синусоидального токов, а также в соответствии с учебными планами для студентов заочного факультета специальности 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации».

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

1 Линейные электрические цепи постоянного тока

Тема 1 Методы эквивалентного преобразования электрических цепей постоянного тока

1.1.1 Определить величину входного сопротивления схемы рисунка 1.1 относительно точек *a* и *b*, если известно, что

$R_1 = 6$ *Ом*; $R_2 = 3$ *Ом*; $R_3 = 2$ *Ом*; $R_4 = 4$ *Ом*; $R_5 = 3$ *Ом*; $R_6 = 2$ *Ом*; $R_7 = 2$ *Ом*.

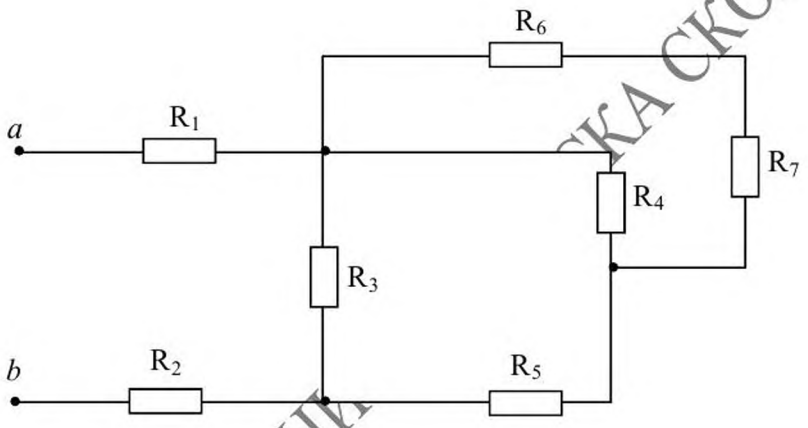


Рисунок 1.1

1.1.2 Определить величину входного сопротивления схемы рисунка 1.2 относительно точек *a* и *b*, если известно, что

$R_1 = 2{,}26$ *Ом*; $R_2 = 3$ *Ом*; $R_3 = 2{,}17$ *Ом*; $R_4 = 4$ *Ом*; $R_5 = 3$ *Ом*; $R_6 = 2$ *Ом*.

Ответ: $R_{ab} = 1{,}243$ *Ом* .

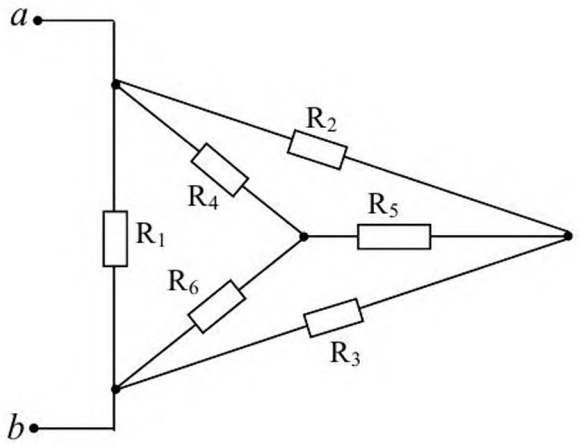


Рисунок 1.2

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

1.1.3 Определить величину входного сопротивления схемы рисунка 1.3 относительно точек *a* и *b*. Значение всех сопротивлений резисторов на схеме заданы в Ом. [4]

Ответ: $R_{ab} = 2\ Ом$.

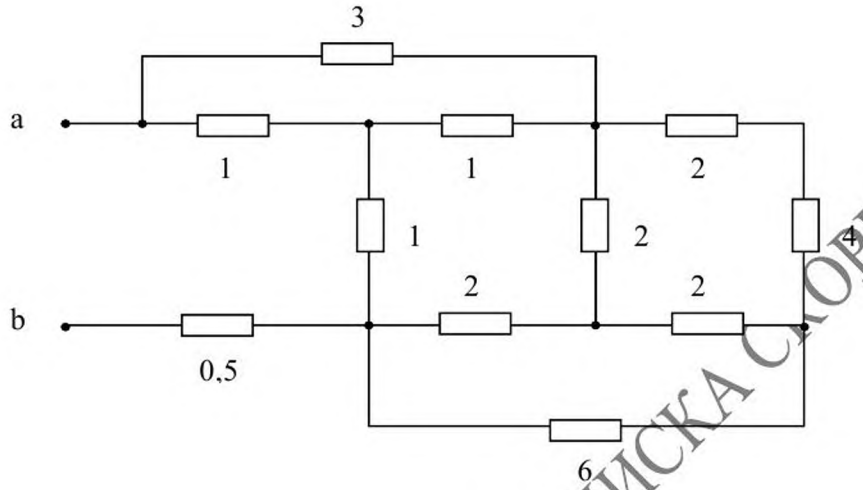


Рисунок 1.3

1.1.4 В схеме рисунка 1.4 значения всех сопротивлений заданы в Ом. Два сопротивления обозначены через *X*. Определить величину сопротивления *X*, чтобы входное сопротивление цепи было равно $R_{ab} = 10\ Ом$.

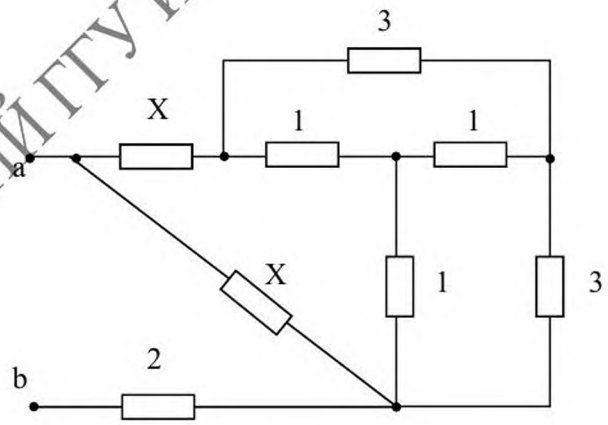


Рисунок 1.4

1.1.5 В схеме рисунка 1.5 значения всех сопротивлений заданы в Ом. Два сопротивления обозначены через *X*. Определить величину сопротивления *X*, чтобы входное сопротивление цепи было равно $R_{ab} = 1{,}5\ Ом$. [4]

Ответ: $X = 2\ Ом$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

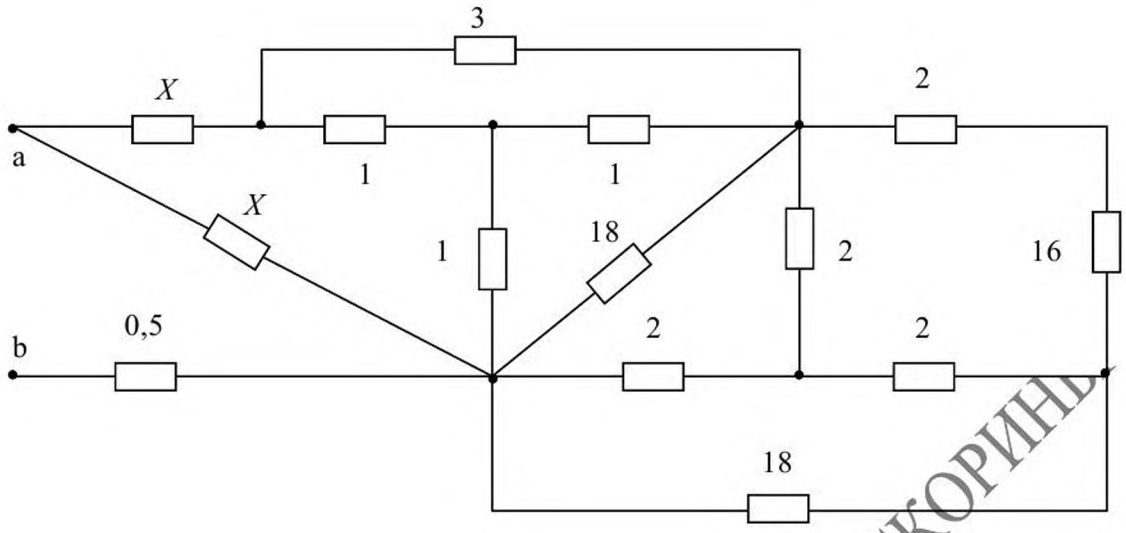


Рисунок 1.5

1.1.6 Определить показания приборов в схеме рисунка 1.6, если известны значения приложенного к цепи напряжение $U = 1{,}5\ В$ и значения сопротивлений равно $R = 30\ Ом$.

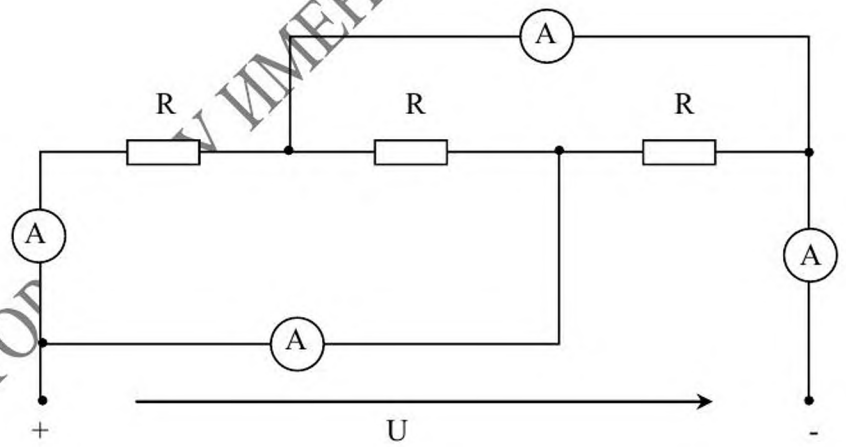


Рисунок 1.6

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Тема 2 Методы расчета сложных цепей постоянного тока

1.2.1 Рассчитать токи, составить баланс мощностей для электрической цепи рисунка 1.7, если известно, что
$E = 20\ В;\ R_1 = 4\ Ом;\ R_2 = 10\ Ом;\ R_3 = 1\ Ом;\ R_4 = 2\ Ом;\ R_5 = 4\ Ом;\ R_6 = 5\ Ом.$

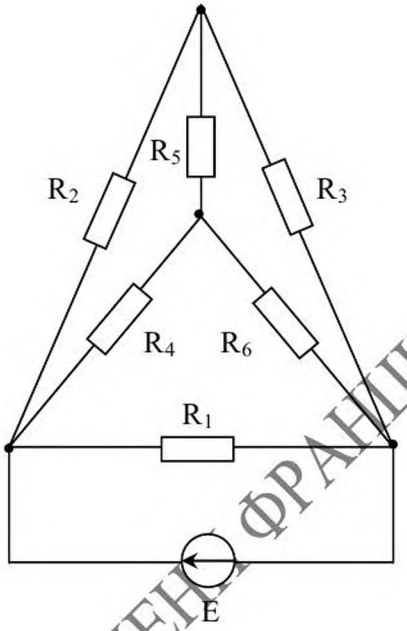


Рисунок 1.7

1.2.2 Рассчитать токи, составить баланс мощностей для электрической цепи рисунка 1.8, если известно, что
$E = 30\ В;\ R_1 = 5\ Ом;\ R_2 = 3\ Ом;\ R_3 = 1\ Ом;\ R_4 = 4\ Ом;\ R_5 = 6\ Ом.$

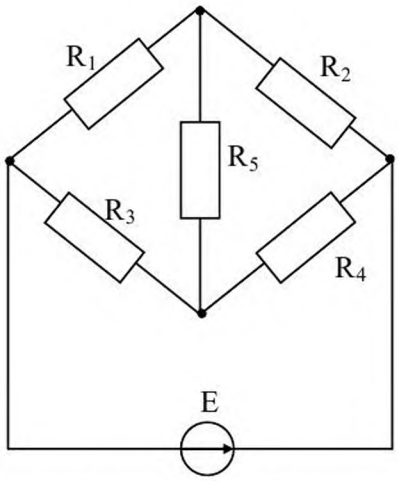


Рисунок 1.8

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

1.2.3 Составить систему уравнений по первому и второму правилам Кирхгофа и методу контурных токов и рассчитать токи электрической цепи рисунка 1.9, если известно, что

$E_1 = 20\ В; E_2 = 10\ В;\ R_1 = 5\ Ом;\ R_2 = 2\ Ом;\ R_3 = 1\ Ом;\ R_4 = 10\ Ом;$
$R_5 = 6\ Ом;\ R_6 = 5\ Ом.$

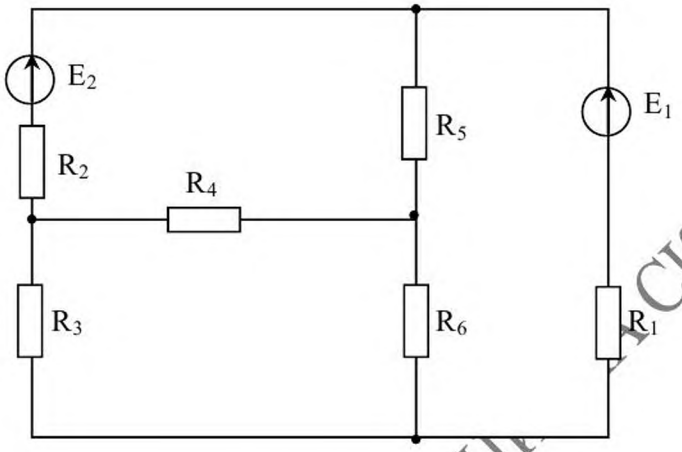


Рисунок 1.9

1.2.4 Рассчитать токи электрической цепи рисунка 1.10 по методу наложения, если известно, что

$E_1 = 30\ В; E_2 = 20\ В;\ R_1 = 5\ Ом;\ R_2 = 3\ Ом;\ R_3 = 1\ Ом;\ R_4 = 10\ Ом;$
$R_5 = 6\ Ом;\ R_6 = 5\ Ом.$

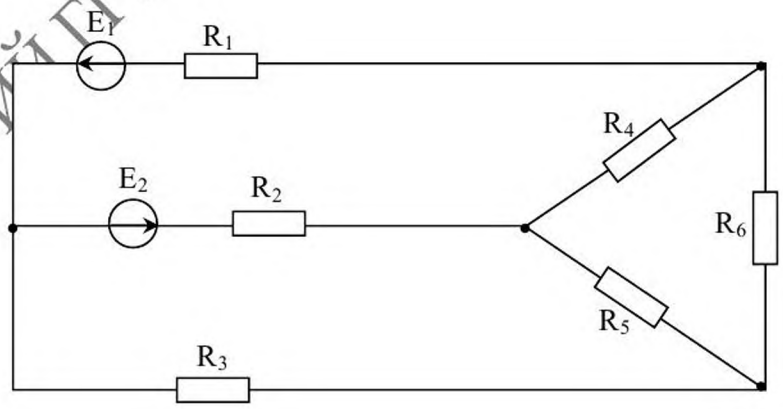


Рисунок 1.10

1.2.5 Рассчитать токи электрической цепи рисунка 1.11 по методу узловых напряжений, если известно, что

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$E = 30\ В; R_1 = 5\ Ом; R_2 = 3\ Ом; R_3 = 1\ Ом; R_4 = 4\ Ом; R_5 = 6\ Ом; R_6 = 5\ Ом.$

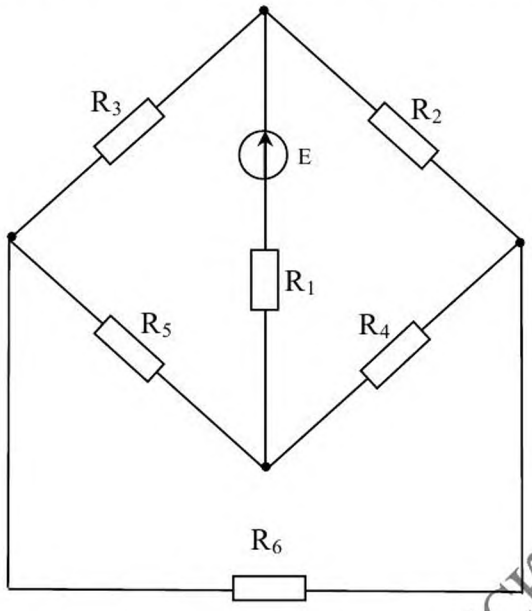


Рисунок 1.11

1.2.6 Определить ток I_6 в электрической цепи рисунка 1.11 по методу эквивалентного генератора, если известно, что

$E = 20\ В; R_1 = 5\ Ом; R_2 = 10\ Ом; R_3 = 3\ Ом; R_4 = 12\ Ом;$

$R_5 = 6\ Ом; R_6 = 5\ Ом.$

1.2.7 Для электрической цепи, электрическая схема которой приведена на рисунке 1.11 и заданных значений ЭДС $E_1 = 34\ В$ и сопротивлений резисторов

$R_1 = 10\ Ом; R_2 = 15\ Ом; R_3 = 14\ Ом; R_4 = 25\ Ом; R_5 = 6\ Ом; R_6 = 10\ Ом$,

вычислить токи следующими методами:

− «методом свертки»;

− по первому и второму правилам Кирхгофа;

− по методу контурных токов;

− рассчитать полученную схему, применив метод узловых потенциалов, после упрощения схемы, заменив треугольник сопротивлений R_4, R_5, R_6 эквивалентной звездой;

− определить ток в резисторе R_4 методом эквивалентного генератора.

1.2.8 Для электрических схем, приведенных на рисунке 1.9 и заданных значений ЭДС $E_1 = 34\ В; E_2 = 32\ В$ и сопротивлений резисторов $R_1 = 12\ Ом; R_2 = 18\ Ом; R_3 = 14\ Ом; R_4 = 24\ Ом; R_5 = 6\ Ом; R_6 = 14\ Ом$, вычислить токи следующими методами:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

– по первому и второму правилам Кирхгофа;

– по методу контурных токов;

– по методу наложения;

– упростить схему, заменив треугольник сопротивлений R_4, R_5, R_6 эквивалентной звездой. Начертить полученную схему. Рассчитать полученную схему, применив метод узловых потенциалов;

– определить ток в резисторе R_6 методом эквивалентного генератора.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Примеры решения типовых задач

1 Для расчета электрической цепи, схема которой приведена на рисунке 1.12, применим «метод свертки».

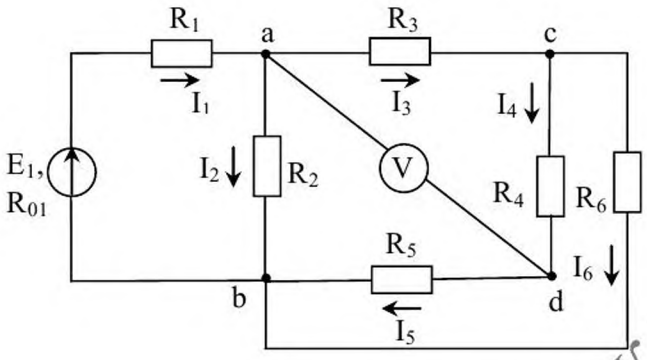


Рисунок 1.12

Для решения такой задачи отдельные участки электрической цепи с последовательно или параллельно соединенными элементами заменяют одним эквивалентным элементом. Постепенным преобразованием участков, схему электрической цепи упрощают. Полученная схема состоит из последовательно соединенного источника электрической энергии и одного эквивалентного пассивного элемента. Так, резисторы R_4 и R_5 соединены последовательно, а резистор R_6 к ним параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление запишется как

$$R_{456} = \frac{R_{45}R_6}{R_{45} + R_6}, \text{ где } R_{45} = R_4 + R_5.$$

Сопротивления R_3 и R_{456} соединены последовательно (рисунок 1.13), поэтому их общее сопротивление будет равно $R_{3456} = R_3 + R_{456}$.

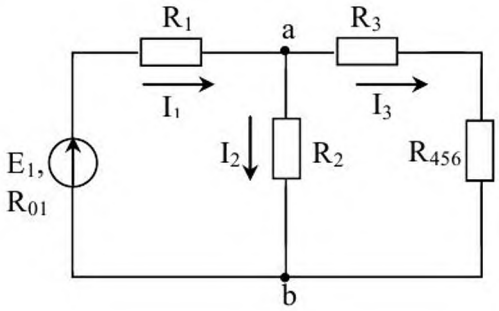


Рисунок 1.13

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Сопротивления R_2 и R_{3456} соединены параллельно, следовательно

$$R_{23456} = \frac{R_2(R_3 + R_{456})}{R_2 + R_3 + R_{456}}.$$

Эквивалентное (входное) сопротивление всей цепи находят из уравнения:

$$R_{\text{экв}} = R_{01} + R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_{456})}{R_2 + R_3 + R_{456}}.$$

Ток I_1 в неразветвленной части схемы определим по закону Ома:

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{экв}}.$$

Воспользовавшись схемой рисунка 1.13, найдем токи I_2 и I_3:

$$I_2 = I_1 \frac{R_3 + R_{456}}{R_2 + R_3 + R_{456}}; \quad I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_{456}}.$$

Переходя к схеме рисунка 2.1, определим токи I_4, I_5, I_6 по формулам:

$$I_4 = I_5 = \frac{I_3 R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \; I_6 = \frac{I_3(R_4 + R_5)}{R_4 + R_5 + R_6}.$$

Зная ток I_1, можно найти ток I_2 и по-другому. На основании второго правила Кирхгофа

$U_{ab} = E - I_1(R_{01} + R_1)$, тогда $I_2 = \dfrac{U_{ab}}{R_2}$.

Показания вольтметра можно определить, составив уравнения по второму правилу Кирхгофа, например, для контура *acda*:

$R_3 I_3 + R_4 I_4 = U_{ad}$.

Правильность вычисленных значений можно проверить, воспользовавшись первым правилом Кирхгофа или уравнением баланса мощностей, которые для схемы, изображенной на рисунке 1.13, имеют вид:

$$I_1 = I_2 + I_3; \; I_3 = I_4 + I_6;$$
$$EI = (R_{01} + R_1)I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + (R_4 + R_5)I_4^2 + R_6 I_6^2.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2 Составим систему уравнений по первому и второму правилам Кирхгофа для определения токов в ветвях электрической цепи изображенной на рисунке 1.14. Эта схема имеет шесть ветвей и четыре узла, поэтому по первому правилу Кирхгофа для нее нужно составить три уравнения, например

для узла *a*: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$;

для узла *b*: $I_1 + I_4 + I_6 = 0$;

для узла *c*: $I_3 + I_4 + I_5 = 0$.

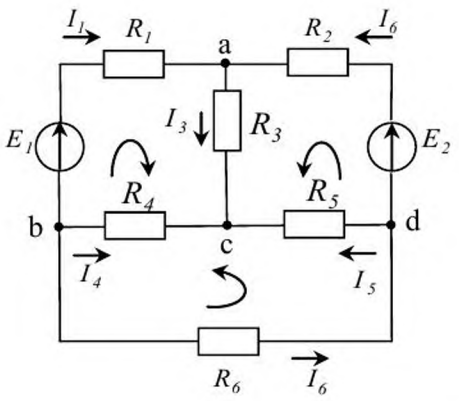


Рисунок 1.14

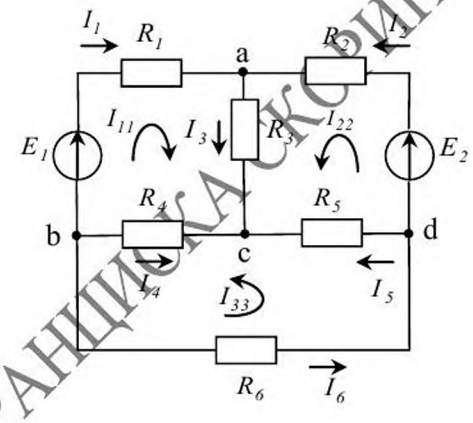


Рисунок 1.15

Выбрав направления обхода контура, составляем три уравнения по второму правилу Кирхгофа для трех произвольно выбранных контуров:

для контура *abc*: $E_1 = I_1R_1 + I_3R_3 - I_4R_4$;

для контура *acd*: $E_2 = I_2R_2 + I_3R_3 - I_5R_5$;

для контура *bcd*: $0 = I_5R_5 - I_4R_4 + I_6R_6$.

3 Для электрической цепи, схема которой приведена на рисунке 1.15, составим систему уравнений по методу контурных токов. Данная схема имеет три независимых контуров, поэтому число уравнений равно трем:

для контура *abc*: $E_{11} = I_{11}(R_1 + R_3 + R_4) + I_{22}R_3 + I_{33}R_4$;

для контура *acd*: $E_{22} = I_{11}R_3 + I_{22}(R_2 + R_3 + R_5) - I_{33}R_5$;

для контура *bcd*: $0 = I_{11}R_4 - I_{22}R_5 + I_{33}(R_4 + R_5 + R_6)$.

Решая совместно уравнения, определяем контурные токи. В том случае, когда контурный ток получается со знаком минус, это означает, что его направление противоположно выбранному на схеме. Зная контурные токи, определяем действительные токи в ветвях схемы следующим образом:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$I_1 = I_{11}; I_2 = I_{22}; I_6 = I_{33}; I_3 = I_{11} + I_{22}; I_4 = I_{11} + I_{33}; I_5 = I_{33} - I_{22}.$$

4 Рассмотрим электрическую схему на рисунке 1.16, а). Для расчета токов применим метод наложения. Исключим в схеме источник E_2, т. е., $E_2 = 0$. Тогда схема примет вид рисунка 1.16, б).

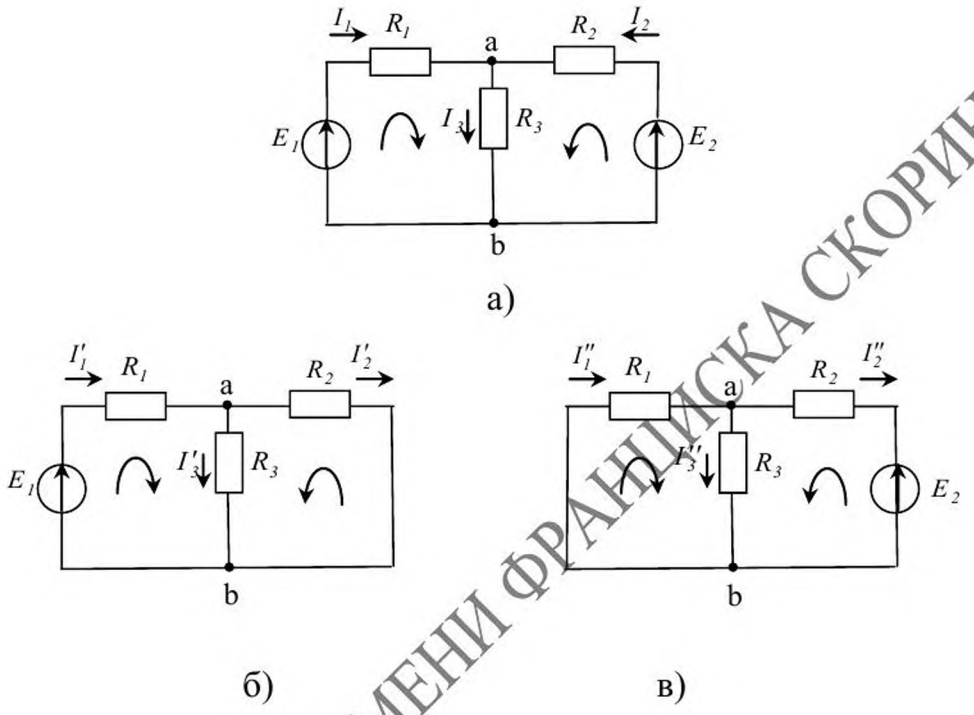


Рисунок 1.16

Ток в неразветвленной части цепи будет равен общему току, т. е. току от действия первой ЭДС:

$$I'_{общ} = I'_1 = \frac{E_1}{R'_{экв}}, \text{ где } \quad R'_{экв} = R_1 + \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}.$$

Ток I'_3 определим так $I'_3 = \dfrac{E_1 - I'_1 R_1}{R_2}$, а ток I'_2 определим по первому правилу Кирхгофа $I'_2 = I'_1 - I'_3$.

Токи I'_2, I'_3 можно определить и так $I'_2 = I'_1 \dfrac{R_3}{R_3 + R_2}$, $I'_3 = I'_1 \dfrac{R_2}{R_3 + R_2}$.

Исключим в схеме источник E_1, т. е., $E_1 = 0$. Тогда схема имеет вид, указанный на рисунке 1.16, в). Ток в неразветвленной части цепи определим как:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$I''_{общ} = I''_1 = \frac{E_2}{R''_{экв}}\text{, где} \qquad R''_{экв} = R_2 + \frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1}.$$

Ток I''_3 определим так $I''_3 = \dfrac{E_1 - I''_2 R_2}{R_3}$, а ток I''_1 определим по первому правилу Кирхгофа $I''_1 = I''_2 - I''_3$.

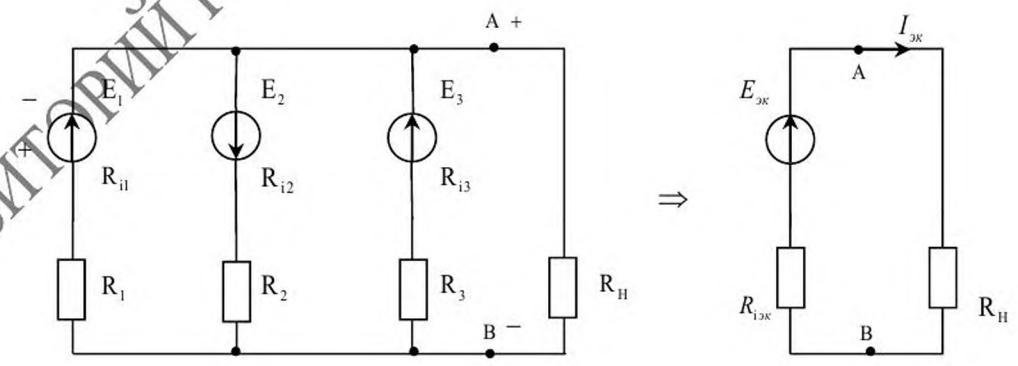
Токи I''_1, I''_3 можно определить и так $I''_1 = I''_2 \dfrac{R_3}{R_3 + R_1}$, $I''_3 = I''_2 \dfrac{R_1}{R_3 + R_1}$.

Действительные токи, с учетом выбранных направлений на рисунке 1.16, определяются как алгебраическая сумму частичных токов:

$$I_1 = I'_1 - I''_1, \quad I_2 = I'_2 - I''_2, \quad I_3 = I'_3 - I''_3.$$

5 Рассчитаем токи для электрической цепи, изображенной на рисунке 1.17, а). Эта схема имеет два узла, поэтому для определения токов применим метод двух узлов. Для этого определим $E_{экв}$ и $R_{i\ экв}$.

Пусть, например, эквивалентная ЭДС направлена к точке *A*, т. е. на точке *A* (+), а на точке *B* знак (–). В этом случае в формуле для $E_{экв} = \dfrac{\sum EG}{\sum G}$ со знаком плюс следует записать те ЭДС, которые в исходной схеме направлены стрелками к точке *A*, а со знаком минус – те ЭДС, стрелки которых направлены к точке *B*. Все резистивные проводимости записываются со знаком плюс.



а) б)

Рисунок 1.17

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$E_{экв} = \frac{\sum EG}{\sum G} = \frac{E_1(\frac{1}{R_{i1}+R_1}) - E_2(\frac{1}{R_{i2}+R_2}) + E_3(\frac{1}{R_{i3}+R_3})}{\frac{1}{R_{i1}+R_1} + \frac{1}{R_{i2}+R_2} + \frac{1}{R_{i3}+R_3}}.$$

Выбрав произвольно направления токов в ветвях и зная значение $U_{AB} = E_{экв}$, рассчитываем токи в ветвях.

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1 + R_{i1}};\ I_2 = \frac{E_2 + U_{AB}}{R_{i2} + R_2};\ I_3 = \frac{E_3 - U_{AB}}{R_{i3} + R_3};\ I_H = \frac{U_{AB}}{R_H}.$$

6 Рассчитаем токи во всех ветвях цепи методом узловых напряжений (рисунок 1.18).

Электрическая цепь содержит три узла *a, b, d*. Выберем произвольно направление токов в пяти ветвях схемы. Составляем уравнение по первому правилу Кирхгофа для любых двух узлов. Например, для узлов *a* и *b*:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 + I_5 = I_2 \\ I_4 = I_1 + I_3. \end{cases}$$

Выражаем каждый ток через потенциалы узлов, ЭДС и сопротивления. Предполагаемый ток I_1 течет от узла *в* к узлу *a*, следовательно, потенциал точки *в* выше потенциала точки *a*, направление I_1 и E_1 совпадают, сопротивление этой ветви $R_{i1} + R_1$, поэтому ток I_1 запишем следующим образом:

$$I_1 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{R_{i1} + R_1}.$$

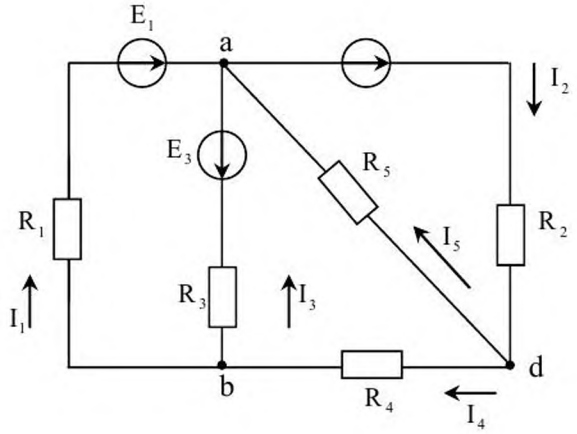


Рисунок 1.18

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Аналогичным образом запишутся следующие токи:

$$I_3 = \frac{\varphi_B - \varphi_A - E_3}{R_{i3} + R_3};\ \ I_5 = \frac{\varphi_D - \varphi_A}{R_5};\ I_2 = \frac{\varphi_A - \varphi_D + E_2}{R_{i2} + R_2};\ I_4 = \frac{\varphi_D - \varphi_B}{R_4}.$$

Примем потенциал точки *d* за нулевой ($\varphi_d = 0$). Подставим выраженные токи в уравнения, составленные, по первому правилу Кирхгофа и получим

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{R_{i1} + R_1} + \dfrac{\varphi_B - \varphi_A - E_3}{R_{i3} + R_3} + \dfrac{-\varphi_A}{R_5} = \dfrac{\varphi_A + E_2}{R_{i2} + R_2} \\ \dfrac{-\varphi_B}{R_4} = \dfrac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{R_{i1} + R_1} + \dfrac{\varphi_B - \varphi_A - E_3}{R_{i3} + R_3} \end{cases}$$

Далее подставляем численные значения и вычисляем потенциалы узлов. Зная потенциалы узлов, вычисляем неизвестные токи.

7 Рассмотрим схему, изображенную на рисунке 1.19, в которой необходимо определить ток в третьей ветви, т. е. между токами *а* и *б*.

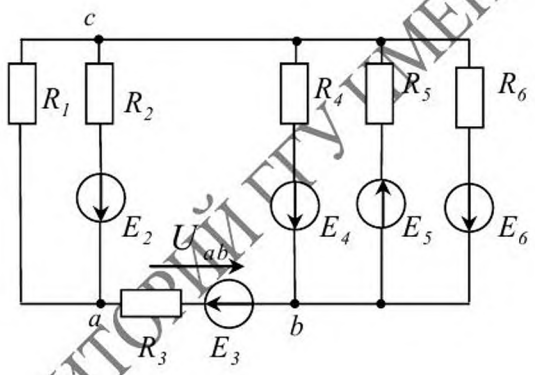


Рисунок 1.19

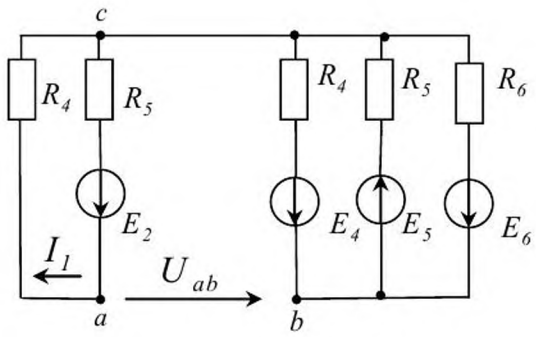


Рисунок 1.20

Определяем напряжение холостого хода U_{ab} на зажимах разомкнутой ветви *ab*. Схема в этом случае имеет вид, показанный на рисунке 1.20. Для определения тока в первом контуре применим метод контурных токов:

$$I_{1X} = E_2 / (R_1 + R_2);\ \ I_1 = I_{1X}.$$

Напряжения между точками *cb* U_{cb} находим по методу двух узлов

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$U_{cb} = \frac{E_5 G_5 - E_4 G_4 - E_6 G_6}{G_5 + G_4 + G_6}.$$

Напряжение U_{ab} найдем по второму правилу Кирхгофа, обходя контур *cabc*

$$U_{ab} = R_1 I_1 + U_{ca} = 2 \times 5 - 10 = 0.$$

Для определения сопротивления исключим все источники ЭДС. Схема в этом случае имеет вид, показанный на рисунке 1.21. Эквивалентное сопротивление вычислим как

$$R_{экв} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4 R_5 R_6}{R_4 R_5 + R_5 R_6 + R_4 R_6}.$$

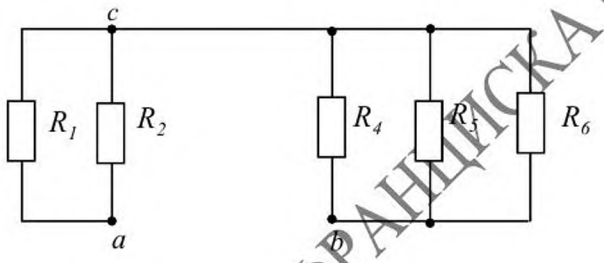


Рисунок 1.21

Тогда ток I_3 определим по следующей формуле $I_3 = \frac{U_{ab} - E_3}{R_{экв} + R_3}$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2 Электрические цепи однофазного синусоидального тока

Тема 1 Закон Ома и правила Кирхгофа в цепях однофазного синусоидального тока

2.1.1 Определить токи в ветвях, написать выражение для мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи схемы рисунка 2.1, а также определить показание амперметра, если напряжение $u = 179 \sin 314\, t, B$ а сопротивление ветвей $R_1 = 10\ Ом$ и $R_2 = 25{,}4\ Ом$.

Ответ: $I_1 = 12{,}7\ A; I_1 = 5\ A,$ показание амперметра равно 17,7 A. Уравнение для мгновенных значений общего тока имеет вид $i = 25 \sin 314\, t\ A.$ Все три тока совпадают по фазе с напряжением.

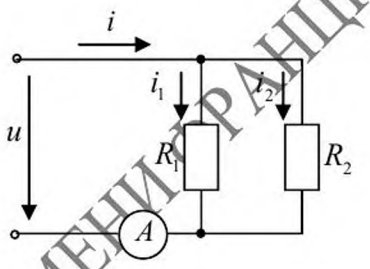


Рисунок 2.1

2.1.2 Найти действующее значение напряжения, временная диаграмма которого приведена на рисунке 2.2.

Решение. Напряжение является периодической функцией, и его аналитическое описание на периоде имеет вид $u(t) = \frac{1}{T} U_m t.$ Действующее значение напряжения $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{T^2} U_m^2 t^2 dt} = \frac{U_m}{\sqrt{3}}.$

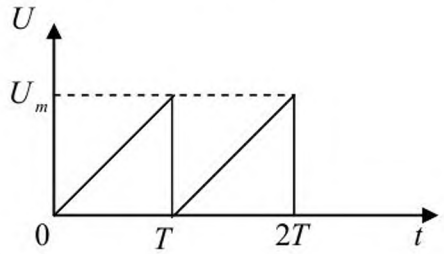


Рисунок 2.2

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

2.1.3 Амперметр в неразветвленной части цепи, изображенной на рисунке 2.3 показывает $15{,}4\ A$. Определить токи в ветвях и записать выражения для мгновенных значений подведенного синусоидального напряжения, если выражение для мгновенных значений общего тока $i = I_m \sin(1256\,t + \pi/6)\,A$, а сопротивления ветвей $R_1 = 20\ Ом$ и $R_2 = 50\ Ом$.

Ответ: $I_1 = 11\ A;\ I_2 = 4{,}4\ A;\ u = 311 \sin(1256\,t + \pi/6),\ B.$

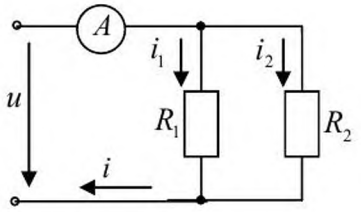


Рисунок 2.3

2.1.4 Напряжение U на выходе цепи (рисунок 2.4) равно $127\ B$, а сопротивления ее элементов для частоты $50\ Гц$ составляют $X_L = 2\ Ом$ и $R = 10\ Ом$. Определить напряжения на выходе схемы для заданной частоты и для частоты $500\ Гц$.

Ответ: $U_{вых} = 124{,}5\ B$ и $U_{вых} = 45{,}8\ B$.

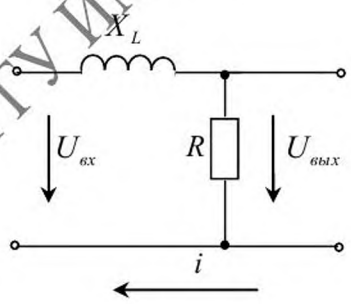


Рисунок 2.4

2.1.5 Определить активное сопротивление и емкость в схеме рисунка 2.5 если приборы показывают: амперметр $4{,}2\ A$, вольтметр $220\ B$, ваттметр $325\ Вт$. [5]

Ответ: $R = 18\ Ом$; $C = 65\ мкФ$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

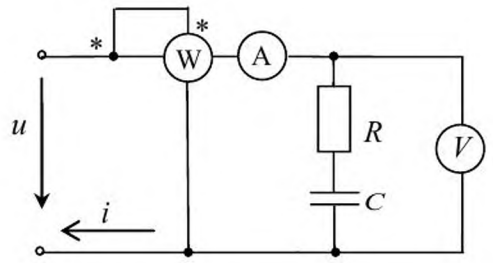


Рисунок 2.5

2.1.6 В сеть напряжением $127\ В$ включены последовательно две катушки: одна с активным сопротивлением $3{,}46\ Ом$ и индуктивностью $29{,}4\ мГн$, а другая с активным сопротивлением $8{,}66\ Ом$ и индуктивностью $8{,}1\ мГн$. Частота сети $50\ Гц$. Определить ток в цепи, напряжения и мощности каждой из катушек и всей цепи.

Ответ:

$I = 7{,}5\ A;\ U_1 = 74{,}3\ В;\ U_2 = 68\ В;\ P_1 = 194\ Вт;\ P_2 = 496\ Вт;$

$Q_1 = 520\ Вар;\ Q_2 = 143\ Вар;\ P = 680\ Вт;\ Q = 663\ Вар.$

2.1.7 В сеть напряжением $220\ В$ и частотой $50\ Гц$ включены последовательно катушка с активным сопротивлением $10\ Ом$ и индуктивным сопротивлением $30\ Ом$, а также конденсатор, емкость которого равна $290\ мкФ$. Определить ток, напряжения на зажимах катушки и конденсатора. Вычислить активные, реактивные мощности катушки, конденсатора и всей цепи.

Ответ:

$I \approx 10{,}2\ A;\ U_к = 112\ В;\ U_C = 112\ В;\ P = 1040\ Вт;\ Q_L = 3120\ Вар;$

$Q_C = 3120\ Вар;\ Q_L = 1144\ Вар;\ Q = Q_L - Q_C = 1976\ Вар.$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Тема 2 Символический метод расчета электрических цепей однофазного синусоидального тока

2.2.1 Ток изменяется по закону $i = 8\,sin(\omega t + \pi/18)$. Найти его комплексную амплитуду и комплексный действующий ток.

Решение. Для синусоидального тока с амплитудой $I_m = 8\ A$ и начальной фазой $\psi_1 = \pi/18$ комплексная амплитуда тока и комплексный ток соответственно равны

$$\dot{I}_m = 8e^{j\frac{\pi}{18}} = 8\,(cos\frac{\pi}{18} + j\frac{\pi}{18}) = (7{,}88 + j1{,}39)\ A,$$

$$\dot{I} = \frac{8}{\sqrt{2}}e^{j\frac{\pi}{18}} \approx 5{,}7\,(cos\frac{\pi}{18} + j\frac{\pi}{18}) = (5{,}57 + j\,0{,}98)\ A.$$

2.2.2 Для синусоидальных напряжений и токов, приведенных в таблице 2.1 указать их основные параметры, написать выражения для комплексных напряжений $\dot{U}_m, \dot{U}$ и токов $\dot{I}_m, \dot{I}$ и изобразить временные и векторные диаграммы.

Таблица 2.1

Напряжение *u, В*	Ток *i, А*
$282\ sin\left(314\ t + \pi/6\right)$	$14{,}1\ sin\left(314\ t - \pi/3\right)$
$14{,}1\ sin\left(314\ t - \pi/3\right)$	$28{,}2\ sin\left(942\ t + \pi/4\right)$
$220\ \sqrt{2}\ sin\left(628\ t + \pi/6\right)$	$4{,}23\ sin\left(628\ t - \pi/4\right)$
$423\ sin\left(1256\ t + \pi/4\right)$	$15\ \sqrt{2}\ sin\left(1256\ t + \pi/3\right)$

2.2.3 Определить амплитудное и действующее значения синусоидального напряжения, если его среднее значение $U_{cp} = 198\ B$.

Ответ: $U_m = 311\ B$; $U = 220\ B$.

2.2.4 Определить амплитудное и среднее значение синусоидального тока, если его действующее значение $I = 10\ A$.[5]

Ответ: $I_m = 14{,}1\ A$; $I_{cp} = 9{,}09\ A$.

2.2.5 По временным диаграммам, приведенным на рисунке 2.6, вычислить действующие и средние значения напряжений и коэффициент формы.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Ответ:

а) $U = 116\ B;\ U_{cp} = 100\ B;\ k_f = 1{,}16$;

б) $U = 100\ B;\ U_{cp} = 100\ B;\ k_f = 1$;

в) $U = 70{,}7\ B\ ;\ U_{cp} = 50\ B;\ k_f = 1{,}41$

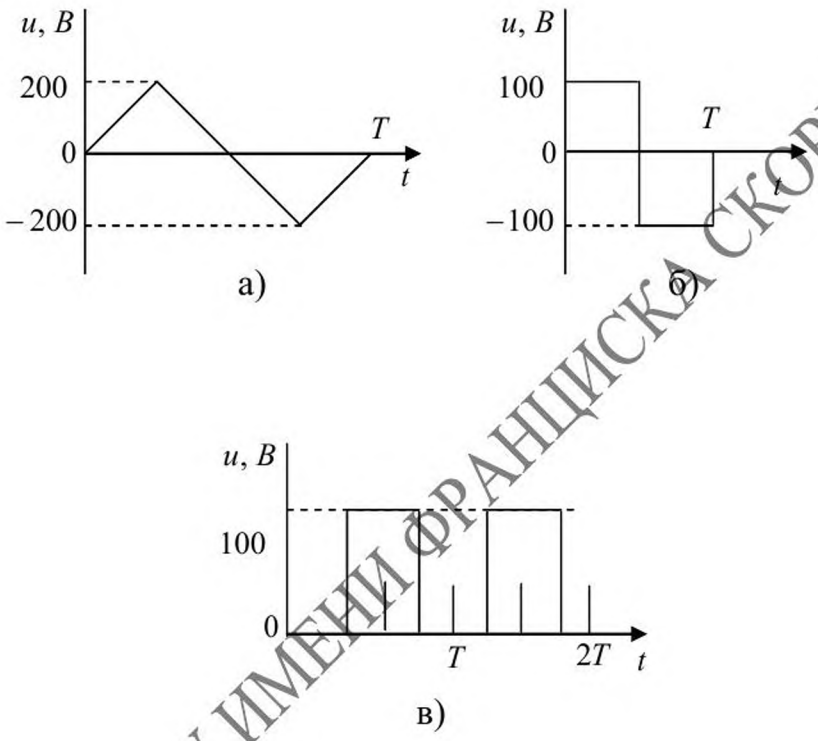


Рисунок 2.6

2.2.6 Мгновенное значение тока равно $i = 14{,}1\ sin\left(\omega\, t + \pi / 6\right) A$. Записать выражения для комплексной амплитуды и комплексного действующего значения этого тока в показательной, тригонометрической и алгебраической формах.

Ответ:

$\dot{I}_m = 14{,}1\, e^{\,j\,\pi/6}\ A;\ \dot{I}_m = (\,14{,}1\cos\pi/6 + j\ 14{,}1 \sin\pi/6\,)\ A;$

$\dot{I}_m = (\,12{,}26\ + j\ 7{,}07\,)\ A;$

2.2.7 Комплексные напряжения и токи соответственно равны: $\dot{U} = j\ 100B;\ \dot{I} = (\,8 + j\ 6\,)\ A.$ Найти активные и реактивные составляющие напряжения и тока.

Ответ:

а) $U_a = 96{,}1\ B$; $U = 27{,}6\ B$; $I_a = 9{,}61\ A$, $I_p = 2{,}76\ A$;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

б) $U_a = 80\ B$; $U_p = 60\ B$; $I_a = 8\ A$; $I_p = 6\ A$;

в) $U_a = 60\ B$; $U_p = 80\ B$; $I_a = 6\ A$; $I_p = 8\ A$.

2.2.8 Комплексные напряжения и токи равны:

а) $\dot{U} = 100B$; $\dot{I} = (16 + j12)\ A$; б) $\dot{U} = j\ 100B$; $\dot{I} = (16 + j\ 12)\ A$;

в) $\dot{U} = (60 + j\ 80)\ B$; $\dot{I} = 20\ A$; г) $\dot{U} = 100e^{-j\frac{\pi}{3}} B$; $\dot{I} = 20e^{-j\frac{\pi}{6}} A$.

Определить действующие значения напряжения и тока, активные и реактивные составляющие сопротивлений, полные, активные и реактивные мощности.

Ответ: ответы к задаче приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2

U, B	I, A	R, $Ом$	X, $Ом$	S, $B \cdot A$	P, $Вт$	Q, $Вар$
100	20	4	3	2000	1600	−1200
100	20	3	4	2000	1200	1600
100	20	3	4	2000	1200	1600
100	20	4,3	2,5	2000	1720	1000

2.2.9 Комплексная амплитуда тока $\dot{I} = 25e^{-j\frac{\pi}{2}}\ A$. Записать выражение для синусоидального тока, изменяющегося с частотой $f = 50\ Гц$.

Решение. Угловая частота тока определяется как

$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314 сек^{-1}$.

Для перехода от комплексной амплитуды к мгновенному значению тока, необходимо комплексную амплитуду $\dot{I}_m = 25e^{-j\frac{\pi}{2}}$ умножить на множитель $e^{j\omega t} = e^{j314t}$ и взять мнимую часть полученного комплексного числа

$$i = I_m(25e^{-j\frac{\pi}{12}} \cdot e^{j314t}) = I_m(25e^{j(314t\frac{\pi}{12})}) = 25\sin(314\,t - \pi/12)\ A.$$

2.2.10 Известны напряжение $u = 141{,}2\sin(\omega t)$ и токи $i_1 = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/4)$, $i_2 = 10\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/6)$. Найти комплексные значения указанных величин, сумму токов и построить векторную диаграмму.

Решение.

Комплексная амплитуда напряжения $\dot{U}_m = 141{,}2\,e^{j0^0} = 141{,}2\ B$,

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

комплексное действующее напряжение $\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = \frac{141,2}{\sqrt{2}} = 100\ B,$

комплексные токи

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} = 5\,(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4}) = (3,54 + j\,3,54)\ A,$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{6}} = 10\,(\cos\frac{\pi}{6} - j\sin\frac{\pi}{6}) = (8,66 - j\,5,0)\ A.$$

Сумма токов $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (3,54 + j\,3,54) + (8,66 - j\,5) = (12,2 - j\,1,46)\ A.$

Действующее значение тока (модуль комплексного тока $\dot{I}$)

$$I = \sqrt{Re(\dot{I})^2 + Im(\dot{I})^2} = \sqrt{12,2^2 + 1,46^2} = 12,3\ A.$$

Его аргумент $\psi = arctg\,\frac{Im(\dot{I})}{Re(\dot{I})} = arctg\,(\frac{-1,46}{12,2}) \cong -6,8^0.$

Комплексная амплитуда $\dot{I}_m = I\sqrt{2}e^{-j6,8^0} = 12,3\sqrt{2}e^{-j6,8^0} = 17,4\,e^{-j6,8^0}\ A.$

Мгновенное значение тока

$$i = Im\,(\dot{I}_m e^{j\omega t}) = Im\,(17,4e^{j(\omega t - 6,8^0)}) = 17,4\sin(\omega t - 6,8^0)\ A.$$

Векторная диаграмма токов и напряжения представлена на рисунке 2.7. При построении векторной диаграммы положительные направления вещественной и мнимой осей принимают, как правило, такими, как указано на рисунке 2.7

На векторной диаграмме ток $\dot{I}_1$ опережает по фазе напряжение на угол $\varphi = \pi/4$, ток $\dot{I}_2$ отстает по фазе от напряжения на угол $\varphi = \pi/6$, а ток $\dot{I}$ отстает на угол $\varphi = 6,8^0$.

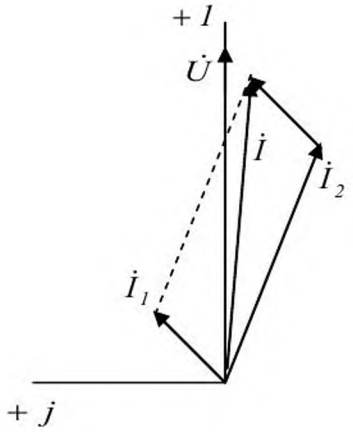


Рисунок 2.7

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2.2.11 К электрической цепи (рисунок 2.8, а) приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$. Используя правила Кирхгофа, составить систему уравнений для токов в ветвях в дифференциальной форме и преобразовать ее в систему для комплексных токов.

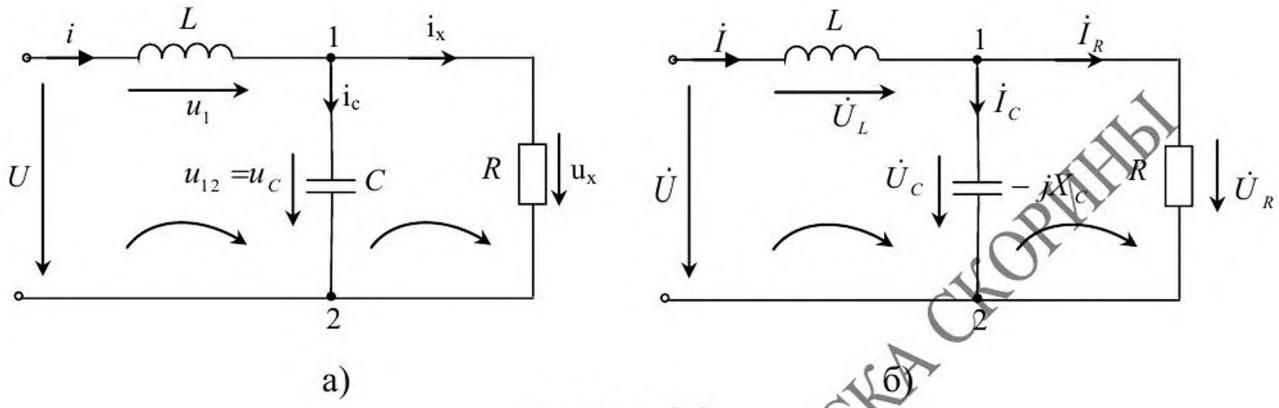


Рисунок 2.8

Решение. При указанных (рисунок 2.8) условных положительных направлениях токов и напряжений и направлениях обхода контуров система уравнений имеет вид:

$$i - i_R - i_C = 0,$$

$$u + u_C - u = 0,$$

$$u_R - u_C = 0.$$

С учетом уравнений связи она примет вид

$$i - i_R - i_C = 0,$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u,$$

$$Ri_R - \frac{1}{C}\int idt = 0.$$

Синусоидальным значениям напряжения, току, производным и интегралам от них поставим в соответствие их комплексные изображения:

$$u \to U_m e^{j\omega t}; i \to \dot{I}_m e^{j\omega t}; i_R \to \dot{I}_R e^{j\omega t}; i_C \to \dot{I}_C e^{j\omega t};$$

$$\frac{di}{dt} \to j\omega \dot{I} e^{j\omega t}; \int i_C dt = \frac{1}{j\omega}\dot{I}_C e^{j\omega t} = -j\frac{1}{\omega}\dot{I}_C e^{j\omega t}.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Подставив последнее в систему дифференциальных уравнений и поделив все ее члены на $\sqrt{2}e^{j\omega t}$, получим систему уравнений для комплексных действующих токов и напряжений:

$$\dot{I} - \dot{I}_R - \dot{I}_C = 0;$$

$$j\,X_L\dot{I}_L - j\,X_C\dot{I}_C = \dot{U};$$

$$R\dot{I}_R + j\,X_C\dot{I}_C = 0,$$

где $X_L = \omega L$ и $X_C = 1/\omega C$ – индуктивное и емкостное реактивные сопротивления.

Комплексные напряжения на резисторе, индуктивной катушке и конденсаторе равны

$$\dot{U}_R = R\dot{I}_R;\ \dot{U}_L = j\,X_L\dot{I}_L;\ \dot{U}_C = -j\,X_C\dot{I}_C.$$

Приведенной системе уравнений соответствует электрическая схема на рисунке 2.8, б).

2.2.12 Действующее значение напряжения, приложенного к электрической цепи (рисунок 2.8, а) $U = 100\ В$. Частота напряжения $f = 50\ Гц$, сопротивление резистора $R = 10\ Ом$, индуктивность катушки $L = 31{,}8\ мГн$, емкость конденсатора $C = 318{,}5\ мкФ$. Пользуясь комплексным методом, найти действующие значения токов в ветвях цепи и напряжений на ее элементах, полную, активную и реактивную мощности цепи.

Решение. Приняв начальную фазу напряжения равной нулю, напряжение в комплексной форме можем записать так $\dot{U} = 100e^{j0} = 100\ В$.

Комплексные значения сопротивления индуктивной катушки и конденсатора соответственно равны

$$\underline{Z}_L = j\,X_L = j\omega L = j\,314 \cdot 31{,}8 \cdot 10^{-3} = j\,10 = 10\,e^{j\frac{\pi}{2}}\ Ом;$$

$$\underline{Z}_C = -j\,X_C = \frac{-j}{\omega C} = -\frac{1}{314 \cdot 318{,}5 \cdot 10^{-6}} = -j\,10 = 1010\ \ e^{-j\frac{\pi}{2}}\ Ом.$$

Угловая частота $\omega = 2\pi f = 314\ c^{-1}$.

Для определения комплексных токов можно воспользоваться любым известным методом расчета электрических цепей, например, методом узловых потенциалов. Полагая комплексный потенциал узла 2 равным нулю

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$\varphi_2 = 0$, имеем, $Y_{11}\varphi_{11} = I_{11}Y_{11}$ откуда, $\varphi_1 = \dfrac{\dot{I}_{11}}{\underline{Y}_{11}} = \dfrac{-j10}{0,1} = -j100 = 100e^{-j\frac{\pi}{2}}$, где комплексная узловая проводимость и расчетный комплексный ток в узле соответственно равны:

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{\underline{Z}_L} + \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{R} = \frac{1}{j10} + \frac{1}{(-j10)} + \frac{1}{10} = -j\,0,1 + j\,0,1 + 0,1 = 0,1\ См;$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_L} = \frac{100}{j10} = -j10\ A.$$

Комплексные токи в ветвях:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U} - \dot{\varphi}_1}{\underline{Z}_L} = \frac{100\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}}{10\,e^{j\frac{\pi}{2}}}\ A; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{\varphi}_1}{\underline{Z}_C} = \frac{-j\,100}{-j\,10} = 10\ A;$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{\varphi}_1}{R} = \frac{-j100}{10} = -j10 = 10\,e^{-j\frac{\pi}{2}}\ A.$$

Действующие значения токов $I = 141,1\ A;\ I_R = I_C = 10\ A.$

Комплексные напряжения на индуктивной катушке, конденсаторе и резисторе равны:

$$\dot{U}_L = \underline{Z}_L\dot{I} = 10e^{-j\frac{\pi}{2}}10\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}} = 141,2\,e^{-j\frac{\pi}{4}}\ B;$$

$$\dot{U}_R = R\dot{I}_R = 10\cdot 10\,e^{-j\frac{\pi}{2}} = 100\,e^{-j\frac{\pi}{2}}B;$$

$$\dot{U}_C = \underline{Z}_C\dot{I}_C = 10\cdot 10\,e^{-j\frac{\pi}{2}} = 100\,e^{-j\frac{\pi}{2}}\ B.$$

Действующие значения напряжений $U_L = 141,2\ B;\ U_C = U_L = 100\ B.$

Комплексная мощность:

$$\tilde{S} = \dot{U}\cdot\dot{I}^* = 100\cdot 10\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}} = 1410\,(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4}) = (1000 + j\,1000)\ B\cdot A.$$

Следовательно, полная, активная и реактивная мощности равны:

$$S = 1410\ B\cdot A;\ P = Re(\tilde{S}) = 1000 Вт;\ Q = Im(\tilde{S}) = 1000\ Вар.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2.2.13 При замкнутом и разомкнутом рубильнике P схемы рисунка 2.9 амперметр показывает одно и то же значение тока $I = 5{,}55\ A$. Определить сопротивления R и X_L схемы, если напряжение источника питания $U = 100\ B$, частота $f = 50\ Гц$, а емкость конденсатора $C = 159\ мкФ$.

Ответ: $R = 15\ Ом,\ X_L = 10\ Ом.$

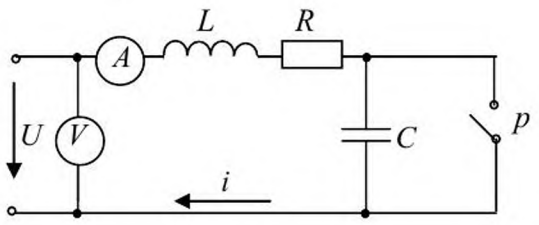


Рисунок 2.9

2.2.14 Приемник, обладающий активным сопротивлением и индуктивностью, при токе $I = 11\ A$ и напряжении $U = 220\ B$ имеет активную мощность $P = 1452\ Вт$. Найти сопротивление последовательной и параллельной эквивалентных схем этого приемника.

Решение. Для последовательной схемы (рисунок 2.10, а):

$$R_1 = \frac{P}{I^2} = \frac{1452}{121} = 12\ Ом;\ Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{11} = 20\ Ом;$$

$$X_1 = \sqrt{Z^2 - R_1^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16\ Ом.$$

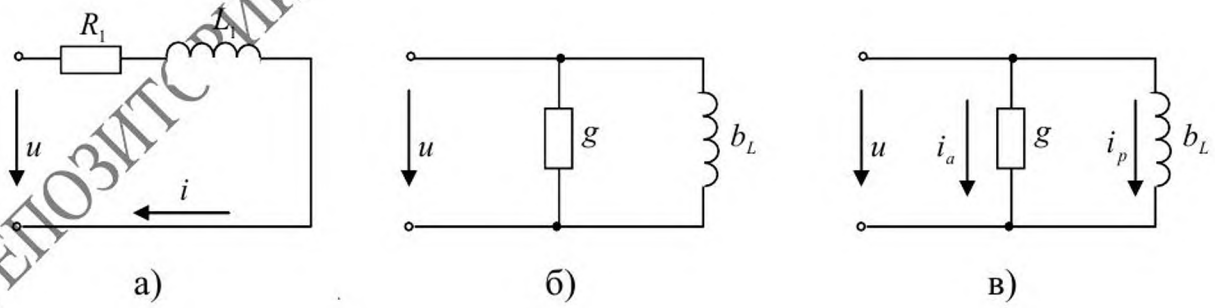


Рисунок 2.10

Для параллельной схемы (рисунок 2.10, б) определим предварительно активную и реактивную составляющие тока:

$I_a = I\cos\varphi = 11 \cdot 0{,}6 = 6{,}6\ A;$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$I_p = I \sin\varphi = 11 \cdot 0{,}8 = 8{,}8\ A,$$

где

$$\cos\varphi = 1452/220 \cdot 11 = 0{,}6, \quad \sin\varphi = 0{,}8.$$

Затем из уравнения $I_a = gU$ и $I_p = b_L U$

находим проводимости $g = \dfrac{I_a}{U} = \dfrac{6{,}6}{220} = 0{,}03\ См;$

$$b_L = \frac{I_p}{U} = \frac{8{,}8}{220} = 0{,}04\ См.$$

Эти же проводимости можно найти и по определенным ранее сопротивлениям последовательной схемы:

$$g = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{12}{12^2 + 16^2} = 0{,}03\ См;$$

$$b_L = \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{16}{12^2 + 16^2} = 0{,}04\ См.$$

Сопротивления параллельных ветвей схемы рисунка 2.10, в) можно определить по известным проводимостям схемы рисунка 2.10, б):

$$R_2 = \frac{1}{g} = \frac{1}{0{,}03} = 33{,}3\ Ом;$$

$$X_2 = \frac{1}{b_L} = \frac{1}{0{,}04} = 25{,}5\ Ом.$$

Но можно было бы воспользоваться тем, что мощность активной ветви схемы рисунка 2.10, в) равна всей активной мощности

$$P = R_2 I_a^2,$$

а реактивной ветви − всей реактивной мощности

$$Q = X_2 I_p^2 = UI \sin\varphi = 220 \cdot 11 \cdot 0{,}8 = 1975\ Вар.$$

Отсюда

$$R_2 = \frac{P}{I_a^2} = \frac{1452}{6{,}6^2} = 33{,}3\ Ом;\ X_2 = \frac{Q}{I_p^2} = \frac{1975}{8{,}8^2} = 25{,}5\ Ом.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Следует обратить внимание, что при переходе от последовательной схемы к параллельной, сопротивления $R_2 > R_1$ и $X_2 > X_1$.

2.2.15 Приемник имеет только активное сопротивление R. Как изменяется входное активное сопротивление и входная активная проводимость схемы, если конденсатор, емкостное сопротивление которого равно $X_C = kR$, включить: а) последовательно с сопротивлением и б) параллельно сопротивлению R?

Ответ: При последовательном соединении входное активное сопротивление схемы останется без изменения, $\left(R'_{вх} = R\right)$, а входная активная проводимость уменьшится в $\left(1 + k^2\right)$раз.

При параллельном соединении входное активное сопротивление уменьшится в $\dfrac{1 + k^2}{k^2}$ раз, а входная проводимость останется без изменения $\left(g''_{вх} = g = \dfrac{1}{R}\right)$.

2.2.16 Входное активное сопротивление приемника $R = 12\ Ом$. Какую емкость должен иметь конденсатор, присоединенный параллельно этому приемнику, чтобы входное сопротивление активное цепи уменьшить в три раза? Частота источника питания $f = 50\ Гц$.

Ответ: $C = 366\ мкФ$.

2.2.17 Для цепей, схемы которых приведены на рисунке 2.11, найти комплексные сопротивления, токи и мощности, если напряжение сети $U = 100\ В$. Значения сопротивлений указаны на схемах. Построить векторные диаграммы напряжений.

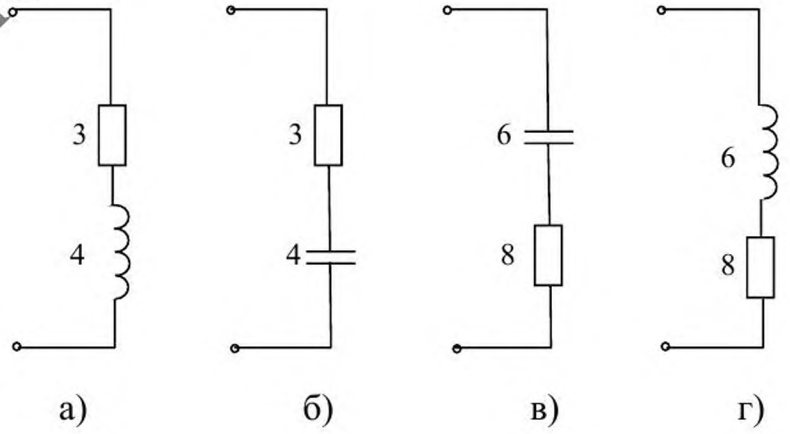


Рисунок 2.11

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Ответ: Ответы приведены в таблице 2.3.

Таблица 2.3

Схема				
Параметры	а)	б)	в)	г)
$\underline{Z}$	3 + j 4	3 - j 4	8 – j 6	8 + j 6
$\dot{I}$	12 – j 16	12 + j 16	8 + j 6	8 – j 6
$\tilde{S}$	1,2 + j 1,6	1,2 - j 1,6	1,2 - j 1,6	0,8 – j 0,6

2.2.18 Индуктивная катушка с активным сопротивлением $R = 6\ Ом$ и индуктивностью $L = 25{,}5\ мГн$ соединена последовательно с конденсатором, емкость которого $C = 1590\ мкФ$. Пользуясь комплексным методом, определить ток, напряжение на катушке и конденсаторе, если напряжение $U = 220\ В$ и частота $f = 50\ Гц$. Построить векторную диаграмму напряжений.

Ответ: $I = 26\ A; U_c = 52\ В$

2.2.19 При каком значении емкости C_1 в цепи рисунка 2.12 ток в ветви с катушкой индуктивности будет в три раза больше тока в ветви с конденсатором. Определить комплексные значения входного сопротивление $Z_{вх}$ и входной проводимости $Y_{вх}$. Если известно, что $R_1 = 9\ Ом$; $R_2 = 3\ Ом$; $L_2 = 1{,}3\ мГн$; $f = 500\ Гц$.

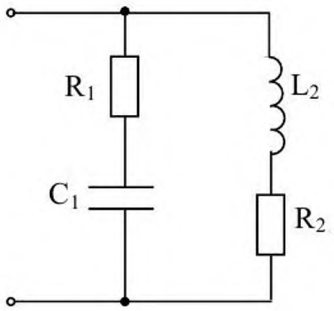


Рисунок 2.12

2.2.20 В конце линии электрической цепи рисунка 2.13 включена нагрузка, потребляющая мощность $P_2 = 1750\ кВт$ при напряжении $U_2 = 35\ кВт$ и $\cos\varphi_2 = 0{,}85$. Также известно, что ток I_2 отстает по фазе от приложенного напряжения U_2. Определить напряжение U_1 в начале ли-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

нии, активную мощность, потребляемую всей системой, если известно, что $R = 12\ Ом$; $X_L = 15\ Ом$; $X_C = 8\ кОм$; $R_C = 10\ кОм$.

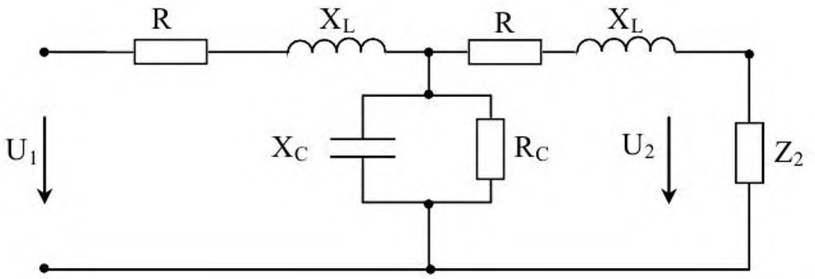


Рисунок 2.13

2.2.21 Известно, что в электрической цепи рисунка 2.14 ток отстает от приложенного к цепи напряжения на угол 45^0. Известны следующие параметры цепи $\dot{U}_{ab} = 315\ В; R = 50\ Ом; C = 3{,}16\ мкФ; f = 500\ Гц$. Определить индуктивность L, приложенное к цепи напряжение $\dot{U}_{ac}$ и ток в цепи $\dot{I}$. Записать выражение для комплексного сопротивления цепи. Построить векторную диаграмму.

Ответ:

$L = 47{,}7\ мГн; \dot{U} = 141e^{-j26^0 30'}\ В; \dot{I} = 2e^{-j71^0 30'}\ А;$

$$\underline{Z} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega L} = 50 + j(150 - 100) = 50\sqrt{2}e^{j45^0}\ Ом.$$

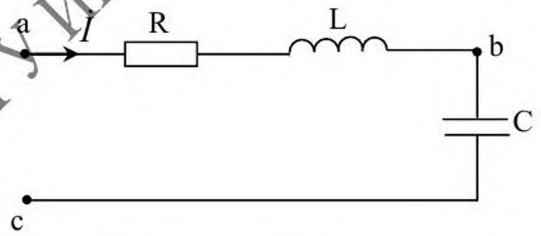


Рисунок 2.14

2.2.22 Для определения параметров катушки (R_K, L) измерены подведенные к катушке напряжения и ток. При частоте $f_1 = 0$ напряжении $U = 100\ В$ ток $I_1 = 1\ А$; при частоте $f_2 = 500\ Гц$ напряжении $U = 100\ В$ ток $I_2 = 0{,}5\ А$. Определить сопротивление катушки индуктивности R_K, индуктивность L, и ток при частоте $f_3 = 1000\ Гц$ и напряжении $U = 100\ В$.

Ответ: $R_k = 100\ Ом$; $L = 55\ мГн$; $I_3 = 0{,}28\ А$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2.2.23 К электрической цепи рисунка 2.15 приложено входное напряжение $u = 287\ sin\left(\omega t + 30^0\right) B$. Известно, что ток, протекающий через конденсатор, равен $i = 1{,}41\ cos\ \omega t$. Известны сопротивления цепи $X_C = 74\ Ом$, $X_L = 50\ Ом$. Определить комплексное сопротивление, заменяющее сопротивление $\underline{Z}$ и состоящее из последовательно соединенного активного и реактивного сопротивления. Рассчитать токи $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ и построить векторную диаграмму.

Ответ: $\underline{Z} = (7{,}65 - j\ 38{,}5)\ Ом;\ \dot{I}_1 = 3{,}6\ e^{j\ 123^0 40'}\ A;\ \dot{I}_2 = 2{,}82\ e^{-j\ 45^0}\ A$

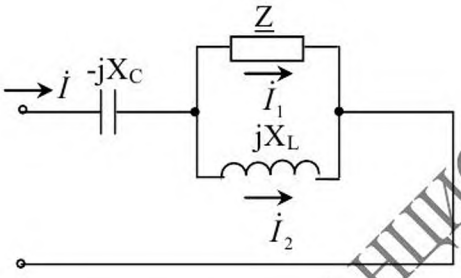


Рисунок 2.15

2.2.24 Составив уравнения по правилам Кирхгофа, определить токи в ветвях электрической цепи (рисунок 2.16) и напряжение между узлами *1* и *2*, если известно:

а) $E_1 = E_2 = 60\ B;\ \underline{Z}_1 = j30\ Ом;\ \underline{Z}_1 = j30\ Ом;\ \underline{Z}_3 = (20 - j20)\ Ом;$

б) $\dot{E}_1 = 200e^{-j\frac{\pi}{2}} B;\ \dot{E}_2 = -100e^{-j\frac{\pi}{2}} B;\ \underline{Z}_1 = (3 + j\ 4)\ Ом;$
$\underline{Z}_2 = (6 + j8)\ Ом;\ \underline{Z}_3 = (5 + j3{,}3)\ Ом;$

в) $\dot{E}_1 = (60 + j\ 80)\ B;\ \dot{E}_2 = (-60 - j\ 80)\ B;\ \underline{Z}_1 = j\ 20\ Ом;$
$\underline{Z}_2 = -j\ 20 Ом;\ \underline{Z}_3 = -j\ 40\ Ом$

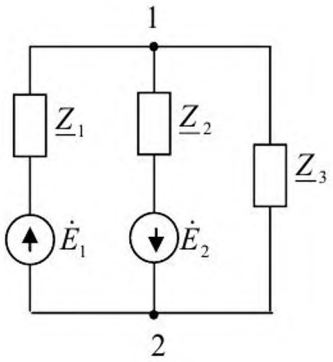


Рисунок 2.16

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Ответ:

а) $I_1 = 5{,}35\ A;\ I_2 = 2{,}75\ A;\ I_3 = 4\ A;\ U_{12} = 113\ B$;

б) $I_1 = 18{,}5\ A;\ I_2 = 1{,}55\ A;\ I_3 = 18{,}1\ A;\ U_{12} = 108{,}5\ B$;

в) $I_1 = I_2 = 5\ A;\ I_3 = 0;\ U_{12} = 0$.

2.2.25 Известны комплексы полных мощностей генераторов в электрической цепи рисунка 2.17: $\widetilde{S}_1 = (250 + j\,1250)\ B \cdot A;\ \widetilde{S}_2 = (375 + j\,125)\ B \cdot A$. Известны ток $\dot{I}_1 = 12{,}75 e^{-j\ 78^0 45'}\ A$, индуктивное сопротивление $X_L = 10\ Ом$. Определить значения следующих параметров цепи $\dot{E}_1;\ \dot{E}_2;\ \dot{I}_2;\ \dot{I}_3;\ X_C;\ R$.

Ответ:

$\dot{E}_1 = 50\ B;\ \dot{E}_2 = j50\ B;\ \dot{I}_2 = 7{,}07 e^{-j\ 45^0}\ A;\ \dot{I}_3 = 7{,}85 e^{j\ 71^0 40'}\ A;$

$X_C = 5\ Ом;\ R = 10\ Ом.$

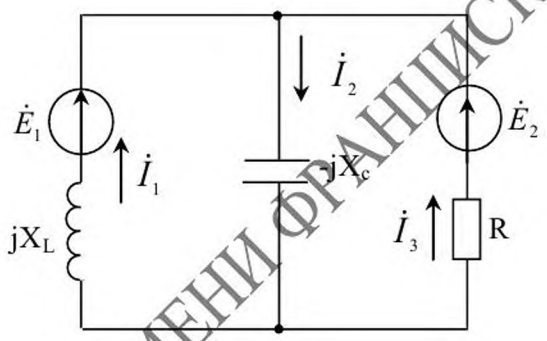


Рисунок 2.17

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Тема 3 Применение векторных диаграмм для расчета электрических цепей однофазного синусоидального тока

2.3.1 В сеть напряжением $U = 120\ В$ и частотой $f = 50\ Гц$ включена катушка с активным сопротивлением $R = 12\ Ом$ и с индуктивностью $L = 66{,}2\ мГн$ (рисунок 2.18, а).

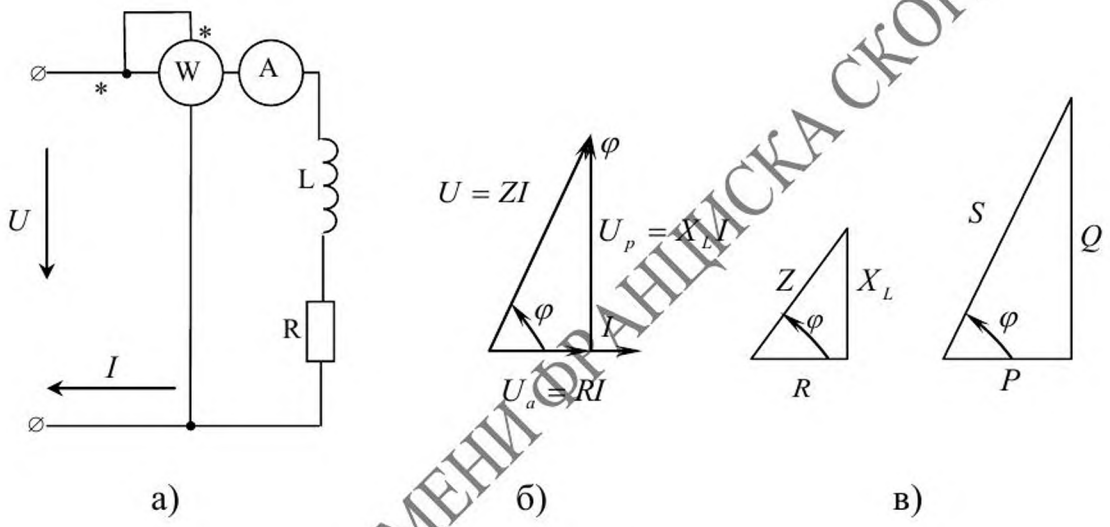


Рисунок 2.18

Определить показания приборов, величину полной и реактивной мощностей, а также коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму, треугольник сопротивлений и мощностей.

Решение. Индуктивное сопротивление

$X_L = \omega L = 314 \cdot 66{,}2 \cdot 10^{-3} = 20{,}8\ Ом.$

Полное сопротивление

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^{\ 2}} = \sqrt{12^2 + 20{,}8^2} = 24\ Ом.$

Показание амперметра:

$I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{120}{24} = 5\ A.$

Показание ваттметра: $P = UI\cos\varphi = RI^2 = 120 \cdot 5 \cdot 0{,}5 = 300\ Вт$,

так как $\cos\varphi = R/Z = 0{,}5$ и $\varphi = 60^0$.

Реактивная мощность $Q = U\ I \sin\varphi = X_L\ I^2 = 20{,}8 \cdot 5^2 = 520\ Вар.$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Полная мощность $S = U\ I = \sqrt{P^2 + Q^2} = 600\ B \cdot A.$

Векторная диаграмма построена на рисунке 2.18, б). Треугольники сопротивлений и мощностей приведены на рисунке 2.18, в).

2.3.2 По векторной диаграмме, приведенной на рисунке 2.19, определить характер нагрузки и ее параметры. Составить последовательную и параллельную схемы замещения, если известны $U = 90\ B;\ I = 5\ A;\ \varphi = 70^0$ и $f = 50\ Гц.$

Ответ: Нагрузка имеет активно-индуктивный характер с значениями $R = 6{,}15\ Ом$ и $L = 54\ мГн.$

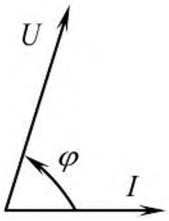
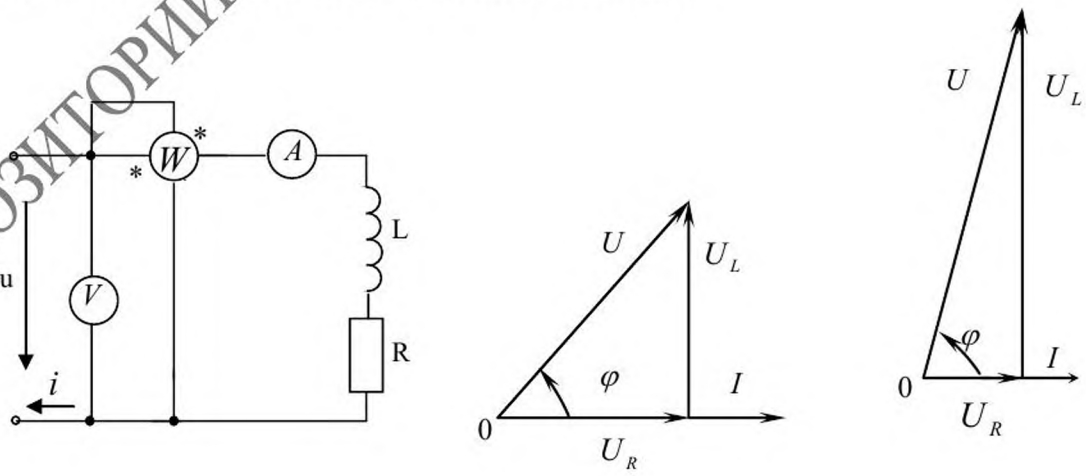


Рисунок 2.19

2.3.3 Приборы, включенные в цепь схемы рисунка 2.20, а), показывают: амперметр $5\ A$, вольтметр $220\ B$, ваттметр $660\ Вт$. Определить коэффициент мощности и параметры катушки, т. е. ее активное сопротивление и индуктивность. Построить векторную диаграмму, если частота сети $f = 50\ Гц.$ Как изменятся показания амперметра и ваттметра и коэффициент мощности катушки, если частота сети будет равна $200\ Гц$, а действующее значение напряжения останется неизменным?



а) б) в)

Рисунок 2.20

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Ответ: При частоте $50\ Гц$: $\cos\varphi = 0{,}6$, $R = 26{,}4\ Ом$. $L = 112\ мГн$. Векторная диаграмма приведена на рисунке 2.20 б).

При частоте $200\ Гц$: $I = 1{,}54\ A$, $P = 62{,}5\ Вт$, $\cos\varphi = 0{,}184$.

Векторная диаграмма приведена на рисунке 2.20, в).

2.3.4 Как изменится напряжение на выходе схемы рисунка 2.21, если частоту питающего источника увеличить с 50 до $500\ Гц$? Напряжение на входе и параметры схемы заданы $U = 127\ В, R = 10\ Ом, C = 319\ мкФ$.

Ответ: Увеличится с 9 до $127\ В$.

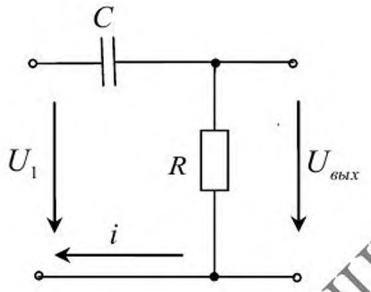
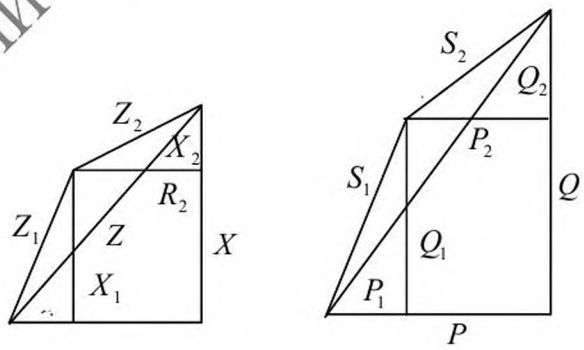


Рисунок 2.21

2.3.5 По данным предыдущей задачи построить треугольники сопротивлений и мощностей для первого участка (R_1, L_1), для второго участка (R_2, L_2) и для всей цепи.

Ответ: Треугольники сопротивлений и мощностей приведены на рисунке 2.22, а), б). Треугольник мощностей построен по следующим данным: $P_1 = 1680\ Вт; Q_1 = 4120\ Вар;\ P_2 = 3296\ Вт; Q_2 = 1800\ Вар$.



а) б)

Рисунок 2.22

2.3.6 В сеть напряжением $127\ В$ включены последовательно катушка с активным сопротивлением $12\ Ом$ и индуктивностью $159\ мГн$, а также ба-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

тарея конденсаторов, емкость которой равна $127\ мкФ$. Определить ток в цепи и построить векторную диаграмму. Записать выражение для мгновенных значений напряжения катушки, если напряжение сети изменяется по закону $u = 127\sqrt{2}\sin 314\,t\ B$. Найти ток в цепи, напряжения на катушке и на батареи конденсаторов при резонансе напряжений, который наступит в этой цепи при изменении емкости батареи конденсаторов.

Ответ: $I \approx 4{,}6\ A$.

Векторная диаграмма построена на рисунке 2.23, а). Вектор напряжения U_K опережает по фазе вектор напряжения U на угол $\varphi_k - \varphi = 76^0\ 30' - 64^0\ 20' = 12^0\ 10'$; $u_k = 335\sin\left(314\,t + 12^0\ 10'\right)B$. При резонансе реактивное сопротивление конденсатора равно $50\ Ом$. Ток $I = 10{,}6\ A$, напряжение на зажимах конденсатора $U_C = 530\ B$, а напряжение на зажимах катушки $U_k = 540\ B$. Векторная диаграмма цепи при резонансе приведена на рисунке 2.23, б), (масштабы векторных диаграмм рисунка 2.23, а) и б) различны).

Рисунок 2.23

2.3.7 В схеме рисунка 2.24 а) напряжение $U = 127\ B$, сопротивления $R_1 = 10\ Ом$; $R_2 = 6\ Ом$; $X_2 = 8\ Ом$. Определить показания приборов и построить векторную диаграмму.

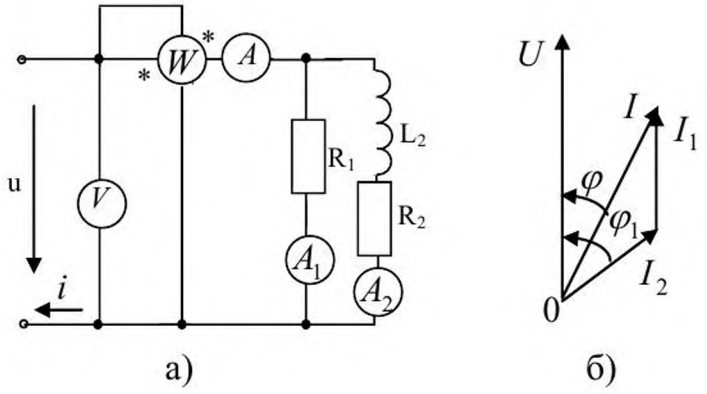


Рисунок 2.24

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Решение. Токи в ветвях равны:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = 12{,}7\ A;\ I_2 = \frac{U}{Z_2} = 12{,}7\ A,$$

где $Z_2 = \sqrt{R^2 + X^2} = 10\ Ом.$

Ток в первой ветви совпадает по фазе с напряжением, а ток во второй ветви отстает по фазе от напряжения на угол φ_2:

$$\sin\varphi_2 = \frac{X_2}{Z_2} = 0{,}8; \quad \varphi_2 = 53^0 10'.$$

Для определения общего тока следует найти предварительно активную и реактивную составляющие тока во второй ветви:

$$I_{2a} = I_2 \cos\varphi_2 = 7{,}62\ A;\ \ I_{2p} = I_2 \sin\varphi_2 = 10{,}15\ A$$

и по ним вычислить ток

$$I = \sqrt{(I_1 + I_{2a})^2 + I_{2p}^2} = 22{,}7\ A.$$

Общий ток можно определить и другим путем, не требующим вычисления токов в ветвях и их составляющих. Для этого находим эквивалентное сопротивление схемы, предварительно определив проводимости каждой из ветвей:

$$g = 0{,}16\ Сим;\ \ b = 0{,}08\ Сим;\ \ y = \sqrt{g^2 + b^2} \approx 0{,}179\ Сим.$$

Тогда полное эквивалентное или входное сопротивление цепи

$$Z_{вх} = \frac{1}{y} = 5{,}6\ Ом,$$

и ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{Z_{вх}} = 22{,}7\ A.$$

Ваттметр учитывает активную мощность первой и второй ветвей, поэтому его показания можно определить суммированием активных мощностей отдельных ветвей:

$$P_W = P_1 + P_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 10 \cdot 12{,}7^2 + 6 \cdot 12{,}7^2 = 2580\ Вт.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Эту же мощность можно определить по формуле

$$P_W = UI\cos\varphi = 127 \cdot 22{,}7 \cdot 0{,}895 = 2{,}58\ кВт,$$

где

$$\cos\varphi = \frac{I_1 + I_{2a}}{I} = \frac{12{,}7 + 7{,}6}{22{,}7} = 0{,}895\ A.$$

Векторная диаграмма построена на рисунке 2.24, б).

2.3.8 В сети с напряжением $220\ B$ включены последовательно индуктивная катушка с активным сопротивлением $10\ Ом$ и индуктивностью $169\ мГн$, а также батарея конденсаторов (рисунок 2.25). Определить емкость батареи, при которой в цепи возникнет резонанс напряжений. Найти ток в цепи и напряжения на индуктивном и емкостном элементах. Построить диаграмму напряжений.

Ответ: $C = 14\ мкФ;\ I = 22\ A;\ U_k = U_c = 1100\ B$.

2.3.9 Определить напряжения $U_{вых}$ в схеме цепи (рисунок 2.26) при напряжении $U_{вх} = 10\ B$. Комплексные сопротивления цепи имеют разные значения:

а) $\underline{Z}_1 = -j\,20\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (17{,}3 + j\,10)\ Ом;$

б) $\underline{Z}_1 = -j\,34{,}6\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (10 + j\,17{,}3)\ Ом;$

в) $\underline{Z}_1 = -j\,20\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (10 + j\,10)\ Ом;$

г) $\underline{Z}_1 = (10 - j\,70)\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (30 + j\,40)\ Ом.$

Ответ: $а)\ 10\,e^{j\,60^0}\ B;\ б)\ 10\,e^{j\,60^0}\ B;\ в)\ 10\,e^{j\,60^0}\ B;\ г)\ 10\,e^{j\,60^0}\ B.$

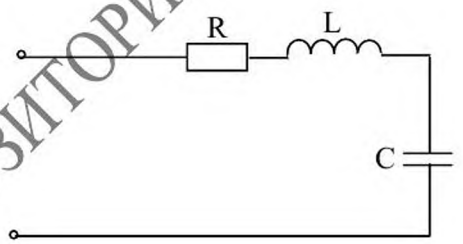


Рисунок 2.25

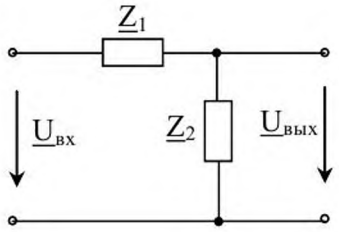


Рисунок 2.26

2.3.10 Найти токи в цепи (рисунок 2.27) и коэффициент мощности, если напряжение питающей сети $U = 220\ B$, а комплексные сопротивления равны $\underline{Z}_1 = (6 - j\,8)\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (4 - j\,3)\ Ом$.

Ответ: $I_1 = 22\ A;\ I_2 = 44\ A;\ I = 65\ A;\ \cos\varphi = 0{,}741.$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2.3.11 Определить ток, активные и реактивные мощности отдельных ветвей и всей электрической цепи (рисунок 2.27) при напряжении сети $U = 110\ B$, если комплексные равны $\underline{Z}_1 = (2 + j\,4)\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (\sqrt{6} - j\,2)\ Ом.$

Ответ:

$I = 38\ A;\ P_1 = 1{,}21\ кВт;\ P_2 = 2{,}97\ кВт;\ Q_1 = 2{,}42\ кВар;$

$Q_2 = 2{,}42\ кВар;\ P = 4{,}18\ кВт;\ Q = 0\ Вар.$

2.3.12 Для электрической цепи (рисунок 2.27) определить токи $\dot{I}, \dot{I}_1, \dot{I}_2$, сдвиги фаз $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$ между соответствующими токами и напряжением $\dot{U}$, построить векторную диаграмму токов, если известны значения $U = 120\ B$, активные и реактивные сопротивления цепи соответственно равны $\underline{Z}_1 = (2 - j\,6)\ Ом;\ \underline{Z}_2 = (1 - j\,9{,}95)\ Ом.$

Ответ:

$I = 9{,}43\ A;\ I_1 = 19\ A;\ I_2 = 12\ A;\ \varphi = 40^0\ 10';\ \varphi = 71^0\ 30';\ \varphi = -84^0\ 15'.$

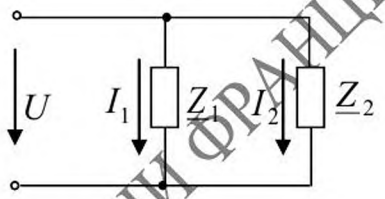


Рисунок 2.27

2.3.13 Параметры электрической цепи (рисунок 2.28) представлены в таблице 2.4. Найти токи в ветвях, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторные диаграммы токов и напряжений. [6]

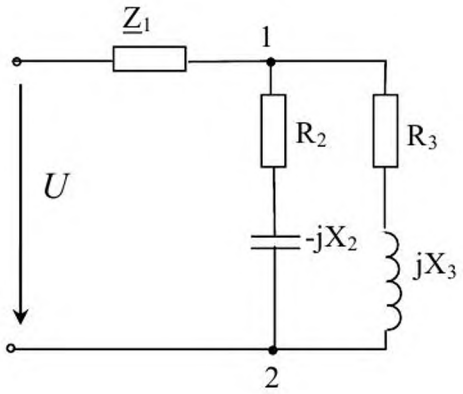


Рисунок 2.28

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Таблица 2.4

$\dot{U}$, *В*	$\dot{U}_{12}$, *В*	$\dot{I}_1$, *А*	$\underline{Z}_1$, *Ом*	R_2, *Ом*	X_2, *Ом*	R_3, *Ом*	X_3, *Ом*
–	–	–	8 + j 0	0	16	0	18
–	–	–	8 + j 10	7,07	7,07	0	10
90	–	–	0 + j 6,3	18,3	14	3	1,35
–	220	–	1,5 + j 2,6	29	50	6	10

Ответ: Ответы приведены в таблице 2,5

Таблица 2.5

I_1, *А*	I_2, *А*	I_3, *А*	*P*, *Вт*	*Q*, *Вар*	*S*, *В · А*	cos φ
5	5	10	20	400	447	0,45
10	13	13	1195	1500	1915	0,62
11,5	1,53	10,7	386	955	1030	0,375
17,35	3,8	18,9	3010	3615	4710	0,64

2.3.14 Для электрической цепи (см. рисунок 2.28) определить токи в ветвях, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторные диаграммы токов и напряжений. Параметры цепи приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6

U_{12}, *В*	I_1, *А*	I_1, *А*	$\underline{Z}_1$, *Ом*	R_2, *Ом*	R_2, *Ом*	R_3, *Ом*	X_3, *Ом*
–	–	–	0 – j 10	6	0	0	6
–	–	–	7,7 – j 7,07	10	0	0	10

Ответ: Ответы к задаче приведены в табл ице 2.7.

Таблица 2.7

I_1, *А*	I_2, *А*	I_3, *А*	*P*, *Вт*	*Q*, *Вар*	S_1, *В · А*	cos φ
14,1	10	10	600	-1400	1520	0,39
10	7,07	7,07	1207	1207	1225	0,985
13,9	12,4	6,2	1150	770	1390	0,83

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Тема 4 Резонансы в электрических цепях

2.4.1 В сеть напряжением $220\ В$ и частотой $50\ Гц$ включены последовательно катушка с активным сопротивлением $10\ Ом$ и индуктивным сопротивлением $30\ Ом$, а также конденсатор емкость которого равна $290\ мкФ$. При какой частоте наступит резонанс в рассматриваемой цепи? Каковы будут при этом ток в цепи, напряжения на зажимах катушки и конденсатора, реактивные мощности катушки и конденсатора и активная мощность цепи?

Ответ:

$f_{рез} = 30{,}2\ А;\ I = 22\ А;\ U_K = 457\ В;\ U_C = 400\ В;$

$Q = X_L\ I^2 = 8800\ Вар = 8{,}8\ кВар;\ P = 4{,}84\ кВт.$

2.4.2 В сеть напряжением $120\ В$ включены последовательно индуктивная катушка и конденсатор. При частоте $50\ Гц$ сопротивления этой цепи равны: индуктивное $2\ Ом$, емкостное $500\ Ом$, активное $10\ Ом$. Определить ток в цепи и напряжения на отдельных ее элементах при резонансе, который получают: 1) изменяя частоту, 2) изменяя индуктивность при частоте $50\ Гц$, 3) изменяя емкость при частоте $50\ Гц$.

Ответ:

$1)\ f_{рез} = 790\ Гц;\ I = 12\ А;\ X_L\ I = X_C\ I = 380\ В;\ R\ I = 120\ В;$

$2)\ I = 12\ А;\ X_L\ I = X_C\ I = 6\ кВ;$

$3)\ I = 12\ А;\ X_L\ I = X_C\ I = 24\ В.$

2.4.3 Определить резонансную частоту, эквивалентное сопротивление цепи схемы рисунке 2.29 при резонансе и рассчитать токи ветвей, если напряжение $U = 100\ В$, а параметры цепи равны: $R = 20\ Ом$, $L = 20\ мГн$ и $C = 2\ мкФ$.[6]

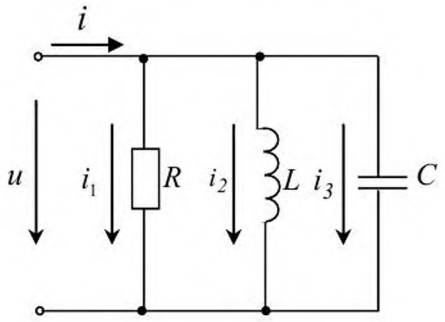


Рисунок 2.29

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Ответ:
$f_0 = 796$ *Гц*; $Z_{экв} = R = 20$ *Ом*; $I_1 = 5$ *А*;
$I_2 = I_3 = 1$ *А*; $I = I_1 = 5$ *А*.

2.4.4 При какой частоте наступит резонанс токов в цепи схемы рисунка 2.30, если ее параметры равны:
$L = 10^{-3}$ *Гн*; $C = 4 \cdot 10^{-4}$ *Ф*; $R_C = 10$ *Ом*; $R_L = 20$ *Ом*?

Ответ: $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\dfrac{R_L^2 - \dfrac{L}{C}}{R_C^2 - \dfrac{L}{C}}} = 510$ *Гц*.

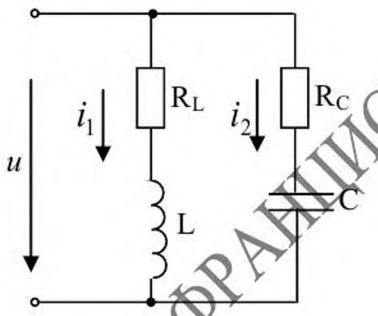


Рисунок 2.30

2.4.6 Для электрической цепи рисунка 2.31 определить емкостное сопротивление X_4 при котором общий ток будет совпадать по фазе с общим напряжением. Вычислить токи и напряжения на всех ветвях цепи для найденного значения сопротивления X_4. Построить векторную диаграмму, если известно, что
$X_1 = 20$ *Ом*; $X_2 = 10$ *Ом*; $X_3 = 10$ *Ом*; $R = 10$ *Ом*; $U = 100$ *В*.

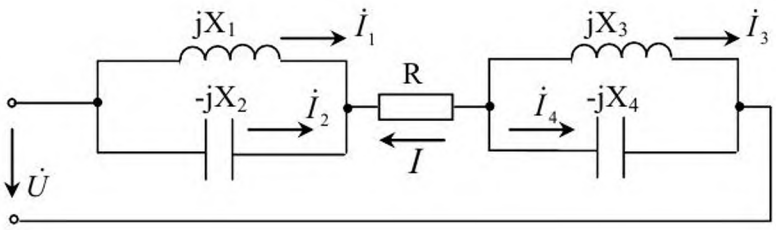


Рисунок 2.31

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

2.4.7 Для электрической цепи (рисунок 2.32) найти условие, при котором в цепи возникает резонанс. Построить векторную диаграмму токов и напряжений при резонансе.

Решение. Электрическая цепь содержит резистор, индуктивную катушку и конденсатор, поэтому в соответствии с определением в цепи возможен резонанс.

Найдем комплексное эквивалентное сопротивление этой цепи. Поскольку ветви с резистором и конденсатором включены параллельно по отношению к узлам *1* и *2*, целесообразно, прежде всего, найти комплексную проводимость участка цепи между этими узлами как сумму комплексных проводимостей ветвей:

$$\underline{Y}_{12} = G + jB_C = G + j\omega C.$$

Эквивалентное комплексное сопротивление участка цепи между узлами 1 и 2 равно

$$\underline{Z}_{12} = \frac{1}{\underline{Y}_{12}} = \frac{G}{G^2 + \omega^2 C} - j\frac{\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2}.$$

Эквивалентное сопротивление цепи:

$$\underline{Z}_Э = j\omega L + \underline{Z}_{12} = \frac{G}{G^2 + \omega^2 C} + j(\omega L - \frac{\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2}).$$

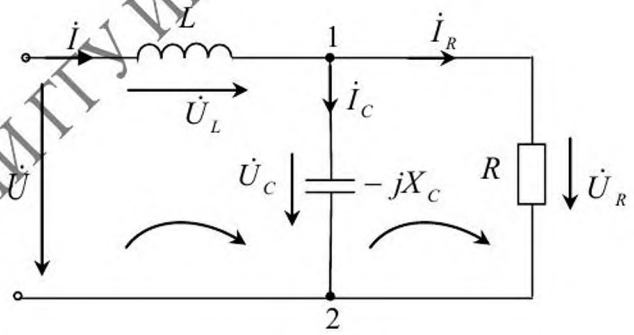


Рисунок 2.32

Резонанс в приведенной электрической цепи в соответствии с его определением может возникнуть при условии

$$X_Э = \omega L - \frac{\omega C}{G^2 + \omega^2 C^2} = 0.$$

При $G = const$ резонанса можно достичь несколькими способами:

− изменением индуктивности при постоянной емкости C и угловой частоте ω;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

− изменением емкости при постоянной индуктивности L и угловой частоте ω;

− изменением угловой частоты w при постоянной индуктивности L и емкости C.

Например, при изменении угловой частоты резонанс в цепи возникает при частоте

$$w_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{G}{C})^2}\ .$$

Построение векторной диаграммы можно выполнить в следующем порядке:

− строят вектор напряжения $\dot{U}$;

− определяют ток в неразветвленной части цепи при резонансе

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_Э} = \frac{\dot{U}}{R_Э}$$

и в выбранном масштабе строят вектор тока $\dot{I}$, совпадающий по фазе с напряжением $\dot{U}$, так как при резонансе $\varphi = 0$;

− находят напряжения $\dot{U}_L = j\,\omega L$ на индуктивной катушке и напряжение $\dot{U} = \dot{I}\underline{Z}_{12}$ между узлами *1* и *2*;

− строят векторную диаграмму напряжений с учетом того, что напряжение $\dot{U}_L$ опережает ток $\dot{I}$ на угол $\pi/2$, и, что в соответствии со вторым правилом Кирхгофа, $\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_{12}$;

− определяют токи в конденсаторе $\dot{I} = j\,\omega C\dot{U}_{12}$ и в резисторе $G\dot{U}_{12}$, а затем строят векторную диаграмму токов с учетом того, что $\dot{I}_R + \dot{I}_C$, при этом учитывают, что ток $\dot{I}_R$ совпадает по фазе с напряжением $\dot{U}_{12}$, а ток $\dot{I}_C$ опережает его на угол $\pi/2$.

Векторная диаграмма токов и напряжений при резонансе построена на рисунке 2.33.

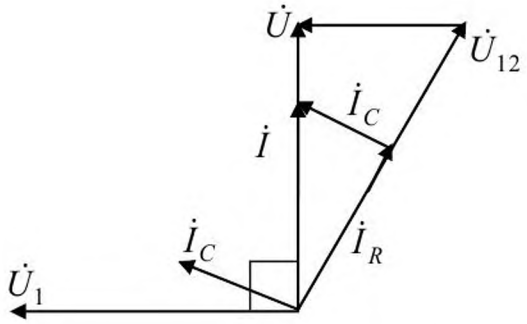


Рисунок 2.33

2.4.8 Определить максимальное значение синусоидального тока, если в начальный момент времени $(t = 0)$ ток был $0{,}4\ A$, а начальная фаза 30^0.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Ответ: $I_m = 0{,}8\ A$.

2.4.9 К источнику синусоидального напряжения переменной частоты с действующим значением напряжения $220\ B$ подключены последовательно индуктивная катушка с активным сопротивлением $R = 10\ Ом$ и индуктивностью $L = 0{,}1\ Гн$ конденсатор емкостью $C = 302\ мкФ$ (рисунок 2.34). При какой частоте наступит резонанс в цепи? Каковы при этом будут ток в цепи, напряжение на катушке, его активная и реактивная составляющие, напряжение на конденсаторе, реактивные мощности катушки и конденсатора, а также активная и реактивная мощность в цепи? [7].

Ответ: $f_0 = 29\ Гц$; $I = 22\ A$; $U_k = 457\ B$; $U_{кэ} = 220\ B$; $U_{kp} = 400\ B$; $U_c = 400\ B$; $Q_L = 8800\ Вар$; $Q_c = -8800\ Вар$; $P = 4840\ Вт$; $Q = 0\ Вар$.

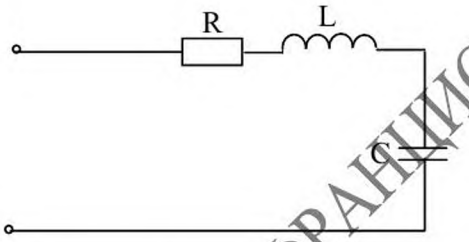


Рисунок 2.34

2.4.10 В электрической цепи (рисунок 2. 35) индуктивность катушки $L = 0{,}5\ Гн$, ее активное сопротивление $R = 30\ Ом$, емкость конденсатора $C = 50\ мкФ$, напряжение генератора $U = 100\ B$. Определить резонансную частоту f_0, полное сопротивление цепи Z, токи I, I_1, I_2 и построить векторную диаграмму при резонансе. Определить те же величины при частотах, равных $0{,}5;\ 0{,}75;\ 1{,}25;\ 1{,}5 f_0$ построить графики зависимости токов и проводимостей от относительной частоты $f^* = \dfrac{f}{f_0}$.

Ответ: $f_0 = 30{,}4\ Гц$; $Z = 334\ Ом$; $I = 0{,}18\ A$; $I_1 = 0{,}6\ A$; $I_2 = 0{,}574\ A$.

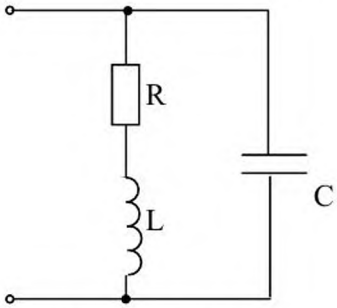


Рисунок 2.35

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

2.4.11 При каком реактивном сопротивлении X_2 (рисунок 2.36) приложенное напряжение $\dot{U}$ и ток $\dot{I}_1$ совпадают по фазе, если $R_1 = 12\ Ом$; $X_1 = 14\ Ом$; $R_2 = 0$; $R_3 = 10\ Ом$; $X_3 = 15\ Ом$. Для найденного значения X_2 определить токи I_1, I_2, I_3 при $U = 120\ B$ и построить векторную диаграмму.

Ответ:

а) $X_2 = 10\ Ом$; $I_1 = 6\ A$; $I_2 = 9{,}67\ A$; $I_3 = 5{,}37\ A$;

б) $X_2 = 15{,}7\ Ом$; $I_1 = 3{,}28\ A$; $I_2 = 5{,}89\ A$; $I_3 = 5{,}14\ A$.

2.4.12 Для электрической цепи (рисунок 2.36) вычислить емкостное сопротивление X_1, соответствующее резонансу напряжений, если $\underline{Z}_1 = (12 - j\,X_1)\,Ом$; $R_3 = 12\ Ом$; $R_2 = 20\ Ом$; $X_2 = 0$; $X_3 = 16\ Ом$; $U = 220\ B$. Вычислить для этого режима токи и построить векторную диаграмму.

Ответ: $X_1 = 5\ Ом$; $I_1 = 10\ A$; $I_2 = 5{,}6\ A$; $I_3 = 5{,}6\ A$.

2.4.13 При каком индуктивном сопротивлении X_3 в электрической цепи (рисунок 2.36) наступит резонанс, если $\underline{Z}_1 = (1{,}5 - j\,1{,}25)\ Ом$; $R_2 = 5\ Ом$; $X_2 = 0$; $R_3 = 3\ Ом$? Определить токи и построить векторную диаграмму при $U = 120\ B$.

Ответ:

а) $X_3 = 4\ Ом$; $I_1 = 30\ A$; $I_2 = 16{,}8\ A$; $I_3 = 16{,}8\ A$;

б) $X_3 = 16\ Ом$; $I_1 = 20{,}4\ A$; $I_2 = 18{,}6\ A$; $I_3 = 5{,}7\ A$.

2.4.14 В цепи (рисунок 2.36) наблюдается резонанс. Известны значения $U = 110\ B$; $R_2 = 40\ Ом$; $X_2 = 0$; $X_3 = 32\ Ом$; $\underline{Z}_1 = (R_1 - j\,X_1) = (24 - j)\,Ом$; $I_1 = 2{,}5\ A$. Вычислить активное сопротивление R_3, емкостное сопротивление X_1 и остальные токи.

Ответ: $R_3 = 24\ Ом$; $X_1 = 10\ Ом$; $I_2 = 1{,}4\ A$; $I_3 = 1{,}4\ A$.

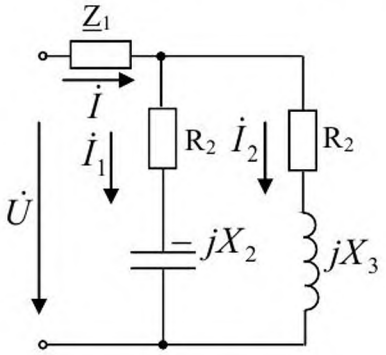


Рисунок 2.36

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Примеры решения типовых задач

1 Рассмотрим электрическую цепь, схема которой приведена на рисунке 2.37. Пусть в задаче необходимо определить токи $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ и напряжения на участках $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}$, активную, реактивную и полную мощности и построить векторную диаграмму, если известно, что $U = 120\ В$; $R_1 = 10\ Ом$; $R_2 = 24\ Ом$; $R_3 = 15\ Ом$; $L_1 = 19{,}1\ мГн$; $C_2 = 455\ мкФ$; $L_3 = 63{,}5\ мГн$; $f = 50\ Гц$.

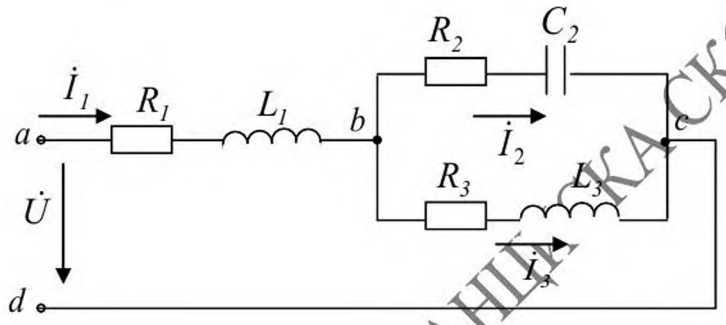


Рисунок 2.37

Решение: Определим комплексные значения сопротивлений в ветвях цепи в алгебраической и показательной формах:

$$\underline{Z} = R \pm j\,X = Z\,e^{\pm j\varphi}.$$

Первая ветвь содержит активно индуктивное сопротивление, которое вычисляется по формуле в алгебраической форме:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega\,L_1 = 10 + j\,6\ \ Ом.$$

В показательной форме оно имеет вид:

$$\underline{Z}_1 = Z_1 e^{j\,\varphi_1} = 11{,}6\ e^{j\,31^0}\ \ Ом.$$

Вторая ветвь содержит активно емкостное сопротивление, которое вычисляется как

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega\,C_2} = 24 - j\,7 = 25\ e^{-j\,16^0}\ Ом..$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Третья ветвь содержит активно индуктивное сопротивление, которое вычисляется как

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j\,\omega\,L_3 = 15 + j20 = 25\,e^{j\,53^0 05'}\ Ом.$$

Выразим заданное значение напряжения в комплексном виде

$$\dot{U} = U\,e^{j\,0} = 120\,B.$$

Определим полное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 24{,}4 + j\,10{,}8 = 26{,}7\,e^{j\,23^0 5'}\ Ом.$$

Определим токи в ветвях

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = 4{,}5e^{-j\,23^0 5'}\,A;\ \dot{I}_2 = \dot{I}_1\,\frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2} = 2{,}7\,e^{j\,10^0 45'}\,A;$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1\,\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2} = 2{,}7\,e^{-j\,58^0 35'}\,A;$$

Запишем формулу для определения комплекса полной мощности цепи

$$\widetilde{S} = \dot{U}\cdot\dot{I}^* = 540e^{j\,23^\circ 55'} = 540\ \cos 23^\circ 55' + j\,540\ \sin\ 23^\circ 55' = (494 + j\,218)\,B\cdot A$$

и из нее определим значения активной и реактивной мощности

$$P = 494\ \ Вт;\ \ Q = 218\ \ Вар.$$

Построим векторную диаграмму и из нее определим значения напряжений $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}$ (рисунок 2.38). Для построения векторной диаграммы необходимо выбрать масштаб. Как правило, для удобства построения векторных диаграмм масштаб для токов и напряжений выбирается разный. Построение векторной диаграммы начнем с третьей ветви. Третья ветвь содержит активно-индуктивную нагрузку. Построим значение тока $\dot{I}_3$, который отстает по фазе от приложенного напряжения на угол $58^0\ 35'$. Напряжение на активном элементе R_3 совпадает с током $\dot{I}_3$ по фазе. Вычислим это напряжение как $\dot{U}_{3R} = \dot{I}_3 R_3$ и построим его на векторной диаграмме. Третья ветвь также содержит индуктивный элемент, на котором напряжение опережает ток на угол 90^0. Вычислим это напряжение как $\dot{U}_{3L} = j\omega L_3\,\dot{I}_3$ и построим его на векторной диаграмме. Сложив два значения напряжений $\dot{U}_{3R}, \dot{U}_{3L}$ векторно, определим из векторной диаграммы значение напряжения $\dot{U}_{bc}$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

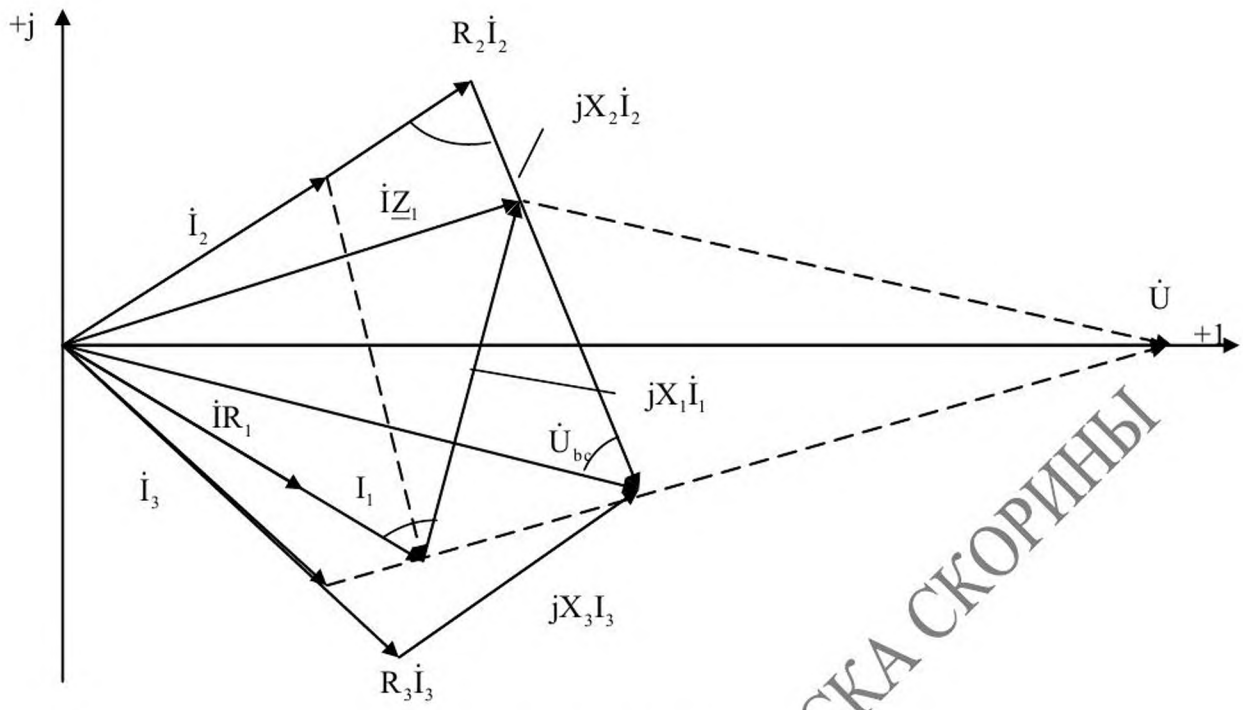


Рисунок 2.38

Рассмотрим вторую ветвь. Эта ветвь состоит из активного и емкостного элементов. Постром ток $\dot{I}_2$, который по фазе опережает напряжение на угол $10^0\ 45'$. Определим напряжение на активном элементе R_2 как $\dot{U}_{2R} = \dot{I}_2\ R_2$ и построим его. На емкостном элементе напряжение отстает от тока на угол 90^0. Определим это напряжение как $\dot{U}_{2C} = j\dfrac{1}{\omega C_2}\dot{I}_2$ и построим его. Сумма напряжений $\dot{U}_{3R}, \dot{U}_{3L}$ будет также равна напряжению $\dot{U}_{bc}$, т. к. вторая и третья ветви соединены параллельно. Первая ветвь содержит активно-индуктивные элементы, поэтому ток $\dot{I}_1$ отстает от напряжения на угол $23^0 5'$. На индуктивном элементе напряжение опережает ток на угол 90^0. Вычислим напряжения по следующим формула $\dot{U}_{1R} = \dot{I}_1\ R_1$, $\dot{U}_{1L} = j\ \omega L_1\ \dot{I}_1$. Сумма этих построенных напряжений даст напряжение на участке ab $\dot{U}_{ab}$. Сложив два вектора $\dot{U}_{ab}$ и $\dot{U}_{bc}$, определим напряжение приложенное к электрической цепи.

2 Рассмотрим применение символического метода на примере электрической цепи, схема которой приведена на рисунке 2.39, для которой необходимо определить значения $\dot{I}$; $\dot{U}_{R1}$; $\dot{U}_{R2}$; $\dot{U}_L$, если известно, что

$$e = 141 \sin \omega t\ B;\ R_1 = 3\ Ом;\ R_2 = 2\ Ом;\ L = 0{,}0095\ Гн;\ \omega = 314\ c^{-1}.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

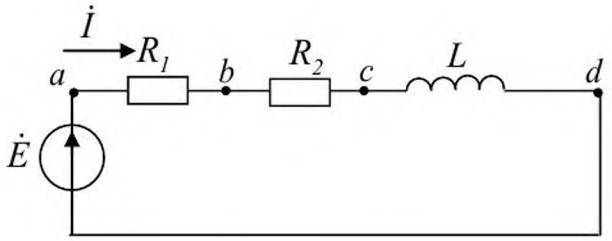


Рисунок 2.39

Запишем уравнение для мгновенных значений по второму правилу Кирхгофа $i(R_1 + R_2) + L\dfrac{di}{dt} = e$. Перейдем от него к уравнению в комплексной форме $\dot{I}(R_1 + R_2) + j\,\omega L\dot{I} = \dot{E}$.

Полное сопротивление цепи определим как

$Z = R_1 + R_2 + j\,\omega L = 5 + 3j = 5{,}8\,e^{j\,31^\circ}$ *Ом.*

Действующее значение напряжения определим, как

$$\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100B,$$

тогда значение тока в цепи будет,

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = 17{,}2\,e^{-j\,31^\circ}\,A.$$

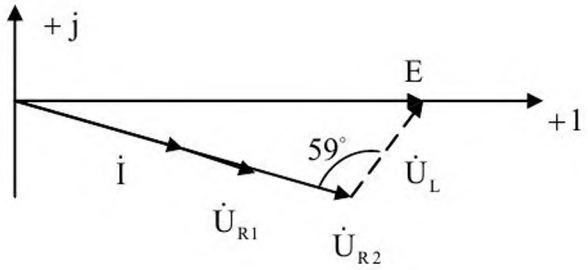
Вычислим напряжение на элементах цепи

$\dot{U}_{R1} = \dot{U}_{ab} = \dot{I}R_1 = 51{,}6\,e^{-j\,31^\circ}\,B;$

$\dot{U}_{R2} = \dot{U}_{bc} = \dot{I}R_2 = 34{,}4\,e^{-j\,31^\circ}\,B;$

$\dot{U}_L = \dot{U}_{cd} = j\omega L\dot{I} = 51{,}6\,e^{j\,59^\circ}\,B.$

Построим векторную диаграмму (рисунок 2.40), для чего направим значение ЭДС E по положительной оси. Ток отстает по фазе от ЭДС на угол 31^0. На активных сопротивлениях R_1 и R_2 ток и напряжение совпадают по фазе. На индуктивном элементе напряжение опережает ток на угол $\pi/2$.



РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Рисунок 2.40

3 Электрические цепи трехфазного тока

Тема 1 Трехфазные цепи при соединении нагрузки звездой

3.1.1 В симметричной трёхфазной цепи нагрузка $\underline{Z} = (10 + j\,5)\,Ом$ соединена звездой, линейные напряжения на нагрузке равны $230\,В$. Вычислить токи и построить векторную диаграмму.

Ответ: $1{,}9\,А$.

3.1.2 В симметричной трёхфазной цепи нагрузка имеет сопротивление $\underline{Z} = (10 - j\,14)\,Ом$ и соединена звездой, комплексное сопротивление линий от генератора до нагрузки равно $(1 + j\,2)\,Ом$. Линейное напряжение на выводах генератора равно $100\,В$. Вычислить фазное напряжение на нагрузке. Построить векторную диаграмму.

Ответ: $61{,}2\,В$.

3.1.3 Вычислить линейные токи, реактивную и полную мощности в симметричной трёхфазной цепи по показаниям двух ваттметров, включённых по схеме рисунка 3.1 $P_1 = 1986\,Вт$ и $P_2 = 2517\,Вт$. Линейное напряжение равно $208\,В$. Построить векторную диаграмму.

Ответ: $2{,}8\,А;\ -919\,Вар;\ 4600\,В \cdot А$.

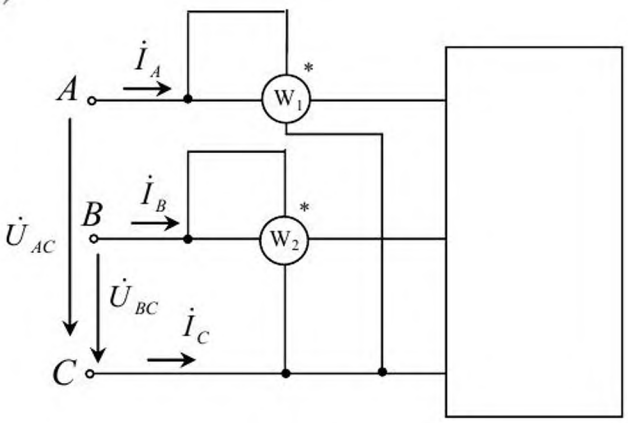


Рисунок 3.1

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

3.1.4 К трёхфазной сети с линейным напряжением $U_л = 380\ В$. В присоединён двигатель, обмотки которого соединены в звезду. Потребляемая мощность двигателя $P = 5{,}3\ кДж$ при $cos\ \varphi = 0{,}8$. Определить: 1) действующее значение потребляемого тока I; 2) реактивную мощность Q, потребляемую двигателем; 3) мгновенное значение токов в каждой из фаз для различных моментов времени. Построить векторную диаграмму.

Решение. Действующее значение тока

$$I_Л = \frac{P}{\sqrt{3} U_Л Cos\varphi} = \frac{5300}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0{,}8} = 10\,A.$$

Реактивная мощность $Q = \sqrt{3}\ U_Л\ I_Л\ sin\varphi = 3960\ Вар.$

Мгновенные значения токов i_A, i_B, i_C.

а) для момента времени, когда ток фазы A достигает положительного максимума

$$i_A = I_m = 10 \cdot \sqrt{2} = 14{,}2\ A;$$

$$i_B = I_m\ sin\ (-30^0\ ) = -7{,}1\ A;$$

$$i_C = I_m\ sin\ (-150^0\ ) = -7{,}1\ A;$$

б) для момента времени, когда ток фазы A проходит через нуль

$$i_A = 0; \quad i_B = I_m\ sin\ 60^0 = 12{,}4\ A; \quad i_C = I_m\ sin\ (-60^0\ ) = -12{,}4\ A.$$

3.1.5 К трёхфазной сети с линейным напряжением $220\ В$ подключена соединённая звездой равномерная нагрузка, каждая фаза которой содержит последовательно включённые сопротивления $R = 11\ Ом$ и $X_L = 6{,}35\ Ом$. Определить фазные напряжения и токи, коэффициент мощностей фаз и построить векторную диаграмму.

Решение. Определим фазные напряжения и токи, коэффициент мощности фаз и построим векторную диаграмму

$$U_ф = U_Л / \sqrt{3} = 127\ В; \qquad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 12{,}7\ Ом;$$

$$I_Ф = U_ф / Z = 10\ A; \quad Cos\varphi = R / Z = 0{,}866; \quad \varphi = 30^0.$$

Векторная диаграмма построена на рисунке 3.2

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

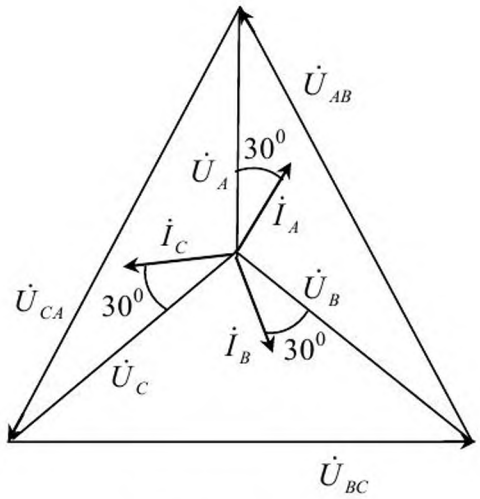


Рисунок 3.2

3.1.6 Ламповая нагрузка питается от сети, система линейных напряжений которой симметрична ($U_Л = 220\ В$) (рисунок 3.3). В каждую фазу включено по одной лампе на номинальную мощность $50\ В_Т$ и номинальное напряжение $220\ В$. Определить фазные и линейные токи, напряжение на каждой лампе и показания ваттметров P_1 и P_1, если нагрузка соединена: а) звездой, б) звездой, обрыв фазы *C* в т. *M*, в) треугольником. По найденным показаниям ваттметра найти мощность, потребляемую трёхфазной нагрузкой в каждом случае. Для всех случаев построить топографические диаграммы и векторные диаграммы токов.

Ответ: а) $P_1 = P_2 = 25\ В_Т$; б) $P_1 = 25\ В_Т$; $P_2 = 0\ В_Т$; в) $P_1 = P_2 = 75\ В_Т$.

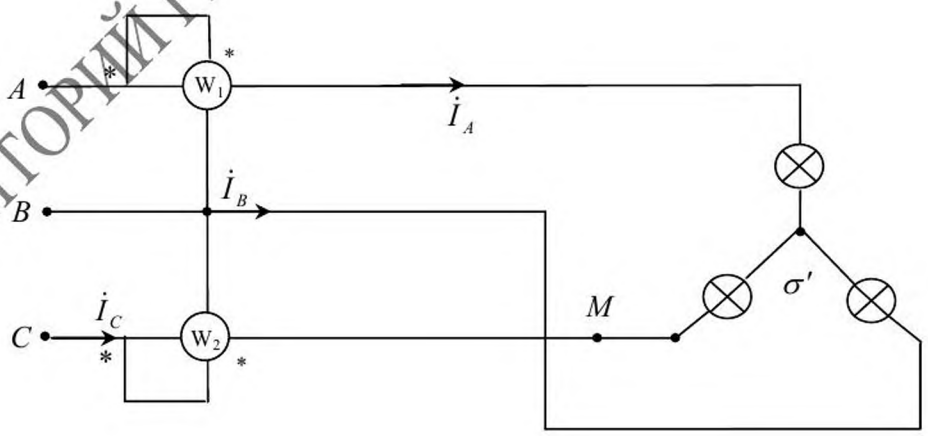


Рисунок 3.3

3.1.7 Фазное напряжение трёхфазного генератора промышленной частоты $U_{ГФ} = 120\ В$ (рисунок 3.4). Сопротивление каждой фазы приёмника

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$\underline{Z} = (12 + j\,6)\,Ом$, сопротивление проводов линии $\underline{Z} = (4 + j\,2)\,Ом$. Определить ёмкость C конденсатора в каждой фазе, включённых на приёмном конце линии для увеличения $\cos\varphi$ приёмника до единицы. Найти фазное напряжение $U_Ф$ на зажимах приёмника при отсутствии конденсаторов и напряжение $U_{ФС}$ при их наличии. Построить векторную диаграмму.

Ответ: $C = 127\ В$; $U_Ф = 127\ мкФ$; $U_{ФС} = 107\ мкФ$.

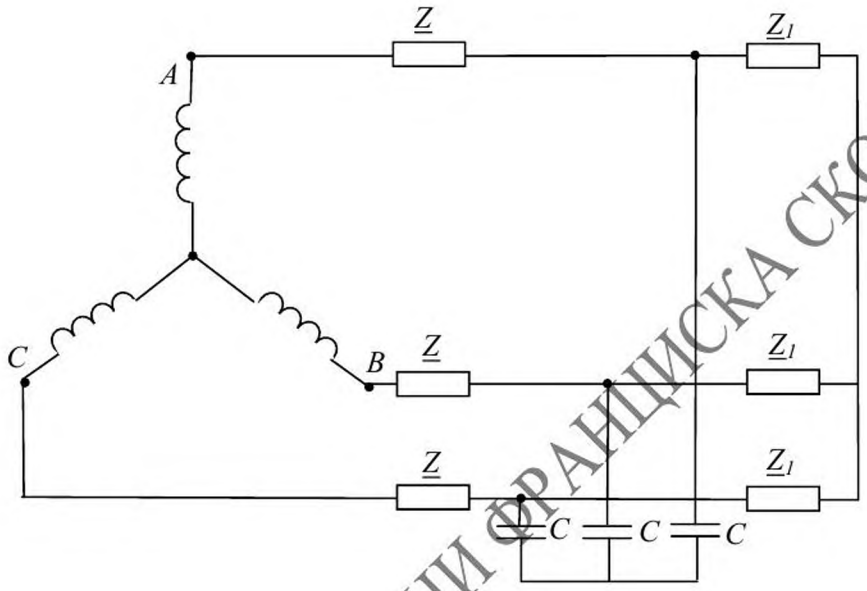


Рисунок 3.4

3.1.8 Симметричная нагрузка питается от сети, система линейных напряжений которой симметрична, $U_Л = 220\ В$ (рисунок 3.5, а). Показание ваттметра составляет $2500\ Вт$, показание амперметра $20\ А$. Найти активную, реактивную и полную мощность трёхфазной нагрузки. Определить фазные сопротивления, считая, что нагрузка соединена: а) звездой, б) треугольником. Построить векторную диаграмму.

Решение. Показания ваттметра:

$P = U_{BC}\, I_A \cos\varphi_1 = U_{BC}\, I_A \sin\varphi_H.$

Из векторной диаграммы (рисунок 3.5, б) найдём

$\varphi_1 = 90^0 - \varphi_H.$

Реактивная мощность трёхфазной нагрузки

$Q = \sqrt{3}\, U_Л\, I_Л \sin\varphi_H = \sqrt{3}P = 4360\ Вар.$

Определим аргумент нагрузки:

$\sin\varphi_H = P / (U_Л I_Л) = 0{,}574; \quad \varphi_H = 35^0.$

Активная мощность системы

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$P = \sqrt{3U_Л I_Л \cos\varphi_Н} = 6240$ Вт.

Полная мощность системы

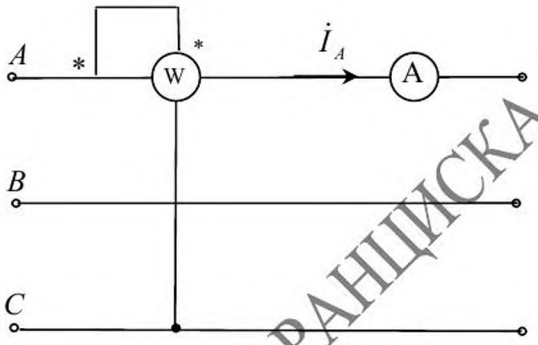
$S = \sqrt{3\,U_Л I_Л} = 7620\ В \cdot А.$

При соединении нагрузки звездой фазное сопротивление

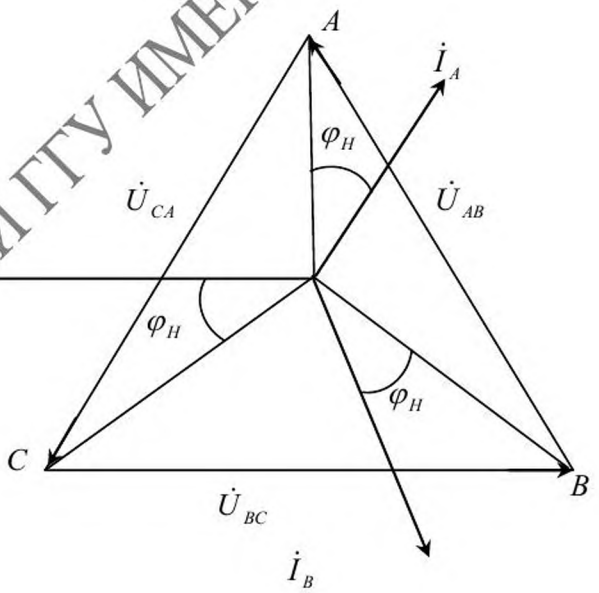
$\underline{Z}_ф = U_ф / (I_ф \cdot e^{j\varphi_Н}) = 6{,}35 e^{j35^0}$ Ом.

При сопротивлении нагрузки треугольником фазное сопротивление

$\underline{Z}_Ф = U_Ф / (I_Ф \cdot e^{j\varphi_Н}) = 19{,}05 e^{j35^0}$ Ом.



а)



б)

Рисунок 3.5

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

3.1.9 Симметричный приёмник электрической энергии соединён звездой. Сопротивление фаз приёмника $\underline{Z} = (6 + j8)\,Ом$ (рисунок 3.6). Система фазных напряжений нагрузки симметрична $U_Ф = 100\,В$.

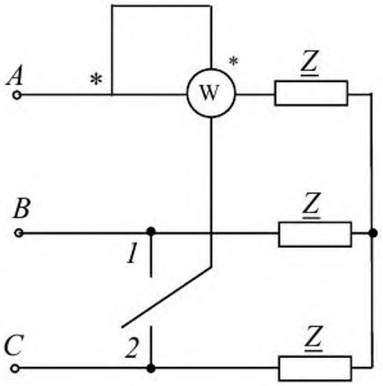


Рисунок 3.6

Рассчитать показания ваттметра при двух различных положениях переключателя. Воспользовавшись показаниями ваттметра, определить активную, реактивную и полную мощности приёмника. Построить векторную диаграмму.

Ответ:

$P_1 = 210\,Вт;\ P_2 = 1590\,Вт;\ P = 1{,}8\,кВт;\ Q = 2{,}4\,Вар;\quad S = 210\,кВ \cdot А.$

3.1.10. В симметричной трехфазной цепи нагрузка соединена звездой и имеет сопротивление $\underline{Z} = (10 - j\,14)\,Ом$ на каждой фазе. Комплексное сопротивление линии от генератора до нагрузки равно $(1 + j\,2)\,Ом$. Линейное напряжение на проводах генератора $100\,В$. Вычислить фазное напряжение на нагрузке, линейный ток, построить векторную диаграмму. Определить полную, активную и реактивную мощность.

3.1.11 Несимметричная трёхфазная нагрузка соединена звездой с сопротивлениями $\underline{Z}_a = 100\,e^{-j\,90^0}\ Ом;\ \underline{Z}_в = 100\,e^{-j\,0^0}\ Ом;\ \underline{Z}_c = 141\,e^{j\,45^0}\ Ом$. Линейные напряжения на нагрузке симметричны и равны $200\,В$. Вычислить линейные токи и активную мощность нагрузки. Построить векторную диаграмму. [7]

Ответ: $,34\,e^{j\,32^0}\ В;\ 1{,}72\,e^{-j\,138^0}\ В;\quad 0{,}463\,e^{j\,72^0}\ В;\quad 317{,}4\,Вт$.

3.1.12 К трёхфазному генератору, соединённому звездой и имеющему фазную ЭДС $100\,В$, подключена с помощью четырёхпроводной линии несимметричная нагрузка: между фазой A и нейтральным проводом

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$50\ Ом$, между фазой В и нейтральным проводом $(-j50)\ Ом$, между фазой B и C $(40+j20)\ Ом$. Комплексное сопротивление линейных проводов и нейтрального провода одинаковы и равны $(1+j2)\ Ом$. Вычислить линейные токи и активную мощность на выводах генератора, приняв его сопротивление равным нулю. Построить векторную диаграмму.

3.1.13 Трёхфазный генератор, соединённый звездой, имеет фазные ЭДС $135\ В; (-67{,}5-j117)\ В; (67{,}5+j117)\ В$ и внутреннее сопротивление $(0{,}1+j\,1{,}5)\ Ом$ (на фазу). От генератора отходит линия, имеющая сопротивление $(0{,}9+j\,0{,}5)\ Ом$; в конце линии несимметричная нагрузка соединена звездой $\underline{Z}_{ав}=(40+j\,60)\ Ом;\ \underline{Z}_{вс}=100\ Ом;\ \underline{Z}_{са}=(50-j\,20)\ Ом$. Вычислить линейные токи, фазные токи, напряжения и активную мощность нагрузки. Построить векторную диаграмму.

3.1.14 К сети трёхфазного тока подключены звездой с нулевым проводом три группы электрических ламп. Активные сопротивления фаз нагрузки соответственно равны $5\ Ом; 10\ Ом; 20\ Ом$. Напряжение на зажимах ламп $110\ В$. Определить напряжение на зажимах каждой группы ламп и токи в фазах нагрузки при оборванном нулевом проводе. Построить векторную диаграмму. [6]

Решение. Напряжения на отдельных группах ламп при исправности нулевого провода равны:

$$\dot{U}_A = 110\ В;$$

$$\dot{U}_B = 110e^{-j120^0} = (-55-j95)\ В;$$

$$\dot{U}_C = 110e^{j120^0} = (-55+j95)\ В.$$

Проводимость

$$\underline{Y}_A = 1/5 = 0{,}2\ Ом^{-1};\quad \underline{Y}_B = 1/10 = 0{,}1\ Ом^{-1};\quad \underline{Y}_C = 1/20 = 0{,}05\ Ом^{-1}.$$

Узловое напряжение при обрыве нулевого провода

$$\dot{U}_{00'} = \frac{100\cdot 0{,}2+(-55-j95)\cdot 0{,}1+(-55+j95)\cdot 0{,}05}{0{,}2+0{,}1+0{,}05} = (39{,}3-j13{,}6)\ В.$$

Напряжения на фазах при обрыве нулевого провода

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$\dot{U}_A = 110 - (39.3 - j13{,}6) = (70{,}7 + 13{,}6) = 72e^{j10^0 50'}\ B;$$
$$\dot{U}_B = (-55 - j95) - (39.3 - j13{,}6) = (94{,}3 - j81{,}4) = 124^{-j139^0 12'}\ B;$$
$$\dot{U}_C = (-55 + j95) - (39.3 - j13{,}6) = (94{,}3 + j108{,}6) = 143^{j130^0 56'}\ B;$$
$$\dot{I}_A = \dot{U}_A / \underline{Z}_A = (14{,}4 + j2{,}72) = 14{,}4e^{j10^0 53'}\ A;$$
$$\dot{I}_B = \dot{U}_B / \underline{Z}_B = -(9{,}43 + j8{,}14) = 12{,}46e^{-j139^0 12'}\ A;$$
$$\dot{I}_C = \dot{U}_C / \underline{Z}_C = -(4{,}71 + j5{,}43) = 7{,}19e^{j130^0 56'}\ A;$$

т. к. оборван нулевой провод, то $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$

3.1.15 К источнику трёхфазного тока с фазным напряжением *110 В* подключены две лампы и конденсатор с сопротивлениями $R_a = R_c = (X_C) = 10\ Ом$. Определить напряжения лампы и конденсатора, токи и построить векторную диаграмму цепи.

Решение. Запишем напряжение на фазах источника

$$\dot{U}_A = 100\ B;$$
$$\dot{U}_B = 100e^{-j\,120^0} = (-50 - j\,86{,}6)\ B;$$
$$\dot{U}_C = 100e^{j\,120^0} = (-50 + j\,86{,}6)\ B.$$

Определим проводимость

$$\underline{Y}_a = \underline{Y}_c = 1/R_1 = 0{,}1\ Ом^{-1};\ \underline{Y}_в = 1/(j\,X_C) = j\,0{,}1\ Ом^{-1}.$$

Определим напряжение нулевого провода

$$\dot{U}_{oo'} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_в + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_в + \underline{Y}_c} = (62 - j\,12{,}7)\ B.$$

Напряжение фаз нагрузки:
$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{oo'} = (38 + j\,12{,}7)\ B;$$
$$\dot{U}_в = \dot{U}_B - \dot{U}_{oo'} = (-112 - j\,73{,}9)\ B;$$
$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{oo'} = (-112 + j\,99{,}3)\ B.$$

3.1.16 При соединении звездой вторичных обмоток трансформатора, фазные напряжения которого симметричны ($U_{AX} = 220\ B$), допущена ошибка: конец *X* первой фазы соединён не с концами *У* и *Z* последующих

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

фаз, а с началом фазы *B*. Трансформатор нагружен на симметричную нагрузку, соединённую треугольником $\underline{Z} = 10\, e^{-j\,30^0}\ Ом$. Определить фазные, линейные напряжения и токи, построить топографическую диаграмму и векторную диаграмму токов.

Ответ:

$\dot{U}_{AB} = 220B;\ \dot{U}_{BC} = -j\,380B;\ \dot{U}_{CA} = 440\, e^{j\,120^0}\, B;$

$\dot{I}_{ab} = 220\, e^{-j\,30^0}\, A;\ \dot{I}_{bc} = 38\, e^{-j\,120^0}\, A;\ \dot{I}_{ca} = 44\, e^{j\,90^0}\, A;$

$\dot{I}_A = 58\, e^{-j\,70^0 55'}\ A;\ \dot{I}_B = 40\, e^{-j\,162^0 45'}\ A;\ \dot{I}_C = 79\, e^{j\,76^0 5'}\ A.$

3.1.17 Фазные напряжения приёмника, соединённого звездой, равны $\dot{U}_a = 100B;\ \dot{U}_в = 100e^{-j\,90^0}\, B;\ \dot{U}_c = 150\, e^{j\,135^0}\, B$. Сопротивление фазы *B* $\underline{Z}_в = (8 - j\,6)\, Ом$. Какими должны быть сопротивления $\underline{Z}_a$ и $\underline{Z}_c$, чтобы система токов была симметричной? Найти линейные напряжения. Построить топографическую диаграмму и векторную диаграмму токов.

Решение.

$\dot{I}_B = \dot{U}_B / \underline{Z}_в = 100\, e^{-j\,53^0}\, A;\ \dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C;\ \dot{I}_A = \dot{I}_B\, e^{j\,120^0} = 10\, e^{j\,57^0}\, A;$

$\dot{I}_C = \dot{I}_B e^{-j120^0} = 10\, e^{-j\,173^0}\, A;\ \underline{Z}_a = \dot{U}_A / \dot{I}_A = 10e^{-j\,63^0}\, Ом;$

$\underline{Z}_c = \dot{U}_C / \dot{I}_C = 15\, e^{-j\,52^0}\, Ом;\ \dot{U}_{AB} = \dot{U}_a - \dot{U}_в = 141\, e^{j\,45^0}\, B;$

$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_в - \dot{U}_c = 232\, e^{-j\,62^0 45'}\, B;\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_c - \dot{U}_в = 232\, e^{j\,152^0 45'}\, B.$

Векторная диаграмма построена на рисунке 3.7.

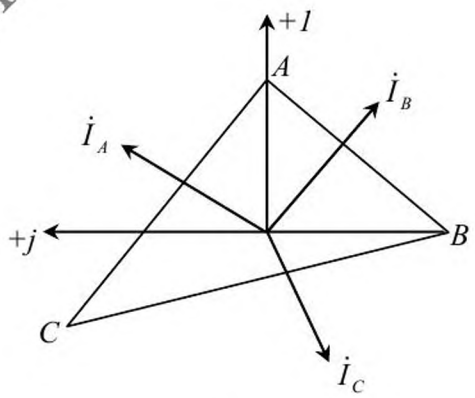


Рисунок 3.7

3.1.18 К источнику несимметричной системы линейных напряжений присоединена нагрузка, соединённая звездой. Параметры схемы:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$\dot{U}_{AB} = 80\ B;\ \dot{U}_{BC} = 60\ e^{-j90^0}\ B;\ \underline{Z}_a = 10\ e^{j\,30^0}\ Ом;\ \ \underline{Z}_в = 5\ e^{-j\,60^0}\ Ом;\ \underline{Z}_c = 10\ Ом.$

Определить активную, реактивную и полную мощность нагрузки. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение. $\dot{U}_{CA} = -(\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC}) = 100\ e^{j\,43^0}\ B.$

Фазные напряжения на нагрузке:

$$\dot{U}_{a0'} = \dot{U}_{A0} - \dot{U}_{00'} = \frac{\dot{U}_{AB}\underline{Y}_в + \dot{U}_{AC}\underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_в + \underline{Y}_c};$$

$$\dot{U}_{в0'} = \dot{U}_{B0} - \dot{U}_{00'} = \frac{\dot{U}_{BC}\underline{Y}_c + \dot{U}_{BA}\underline{Y}_a}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_в + \underline{Y}_c};$$

$$\dot{U}_{c0'} = \dot{U}_{C0} - \dot{U}_{00'} = \frac{\dot{U}_{CA}\underline{Y}_a + \dot{U}_{CB}\underline{Y}_в}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_в + \underline{Y}_c}.$$

При этом

$\dot{U}_{CA} = -100\ e^{-j\,37^0}\ B;\quad \underline{Y}_a = 0{,}1\ e^{-j\,30^0}\ Ом^{-1};\quad \underline{Y}_в = 0{,}2\ e^{j\,60^0}\ Ом^{-1};$

$\underline{Y}_c = 0{,}1 Ом^{-1};\ \dot{U}_{a0'} = 57\ e^{j\,2^0 50'}\ B;\ \dot{U}_{в0'} = 23\ e^{j\,173^0}\ B;\ \dot{U}_{c0'} = 66\ e^{j\,110^0 50}\ B.$

Фазные токи

$\dot{I}_A = \dot{U}_{a0'}\underline{Y}_a = 5{,}7\ e^{-j\,27^0 10'}\ A;\ \dot{I}_B = \dot{U}_{в0'}\underline{Y}_в = 4{,}6\ e^{-j\,127^0}\ A;$

$\dot{I}_{c0'} = \dot{U}_{c0'}\underline{Y}_c = 6{,}66\ e^{j\,110^0 5'}\ A;$

$P = \dot{U}_{a0'}\dot{I}_A cos\varphi_A + \dot{U}_{в0'}\dot{I}_B cos\varphi_B + \dot{U}_{c0'}\dot{I}_{c0'} cos\varphi_C;$

$Q = \dot{U}_{a0'}\dot{I}_A\ sin\varphi_A + \dot{U}_{в0'}\dot{I}_B\ sin\varphi_B + \dot{U}_{c0'}\dot{I}_{c0'}\ sin\varphi_C;$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 779\ B \cdot A.$

Векторная диаграмма построена на рисунке 3.8.

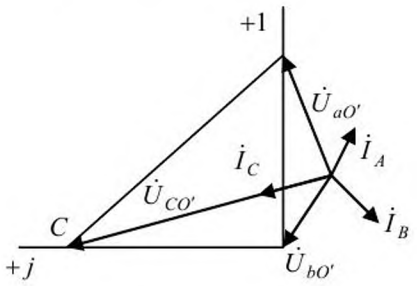


Рисунок 3.8

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

3.1.19 Зажимы одной из фаз вторичной обмотки трехфазного трансформатора произвольно обозначены *a* и *x*. Один из зажимов второй фазы соединен с зажимом *x,* а к свободным зажимам подключен вольтметр. Определить показание вольтметра, если фазное напряжение трансформатора $U_{\Phi} = 100\ B$.

Решение. Возможны два случая:

1) объединены одноименные зажимы фаз (рисунок 3.9 а);

2) объединены разноименные зажимы фаз (рисунок 3.9 б);

Показания вольтметра определяются из топографических диаграмм, построенных для каждой схемы. В первом случае (рисунок 3.9, а) и в) $\dot{E}_a - \dot{E}_b = \dot{U}_{ab}$ вольтметр покажет линейное напряжение $U = 173\ B$. Во втором случае (рисунок 3.9, б) и г) $\dot{E}_b + \dot{E}_a = \dot{U}_{ab}$ вольтметр покажет фазное напряжение $U_{\phi} = 100\ B$.

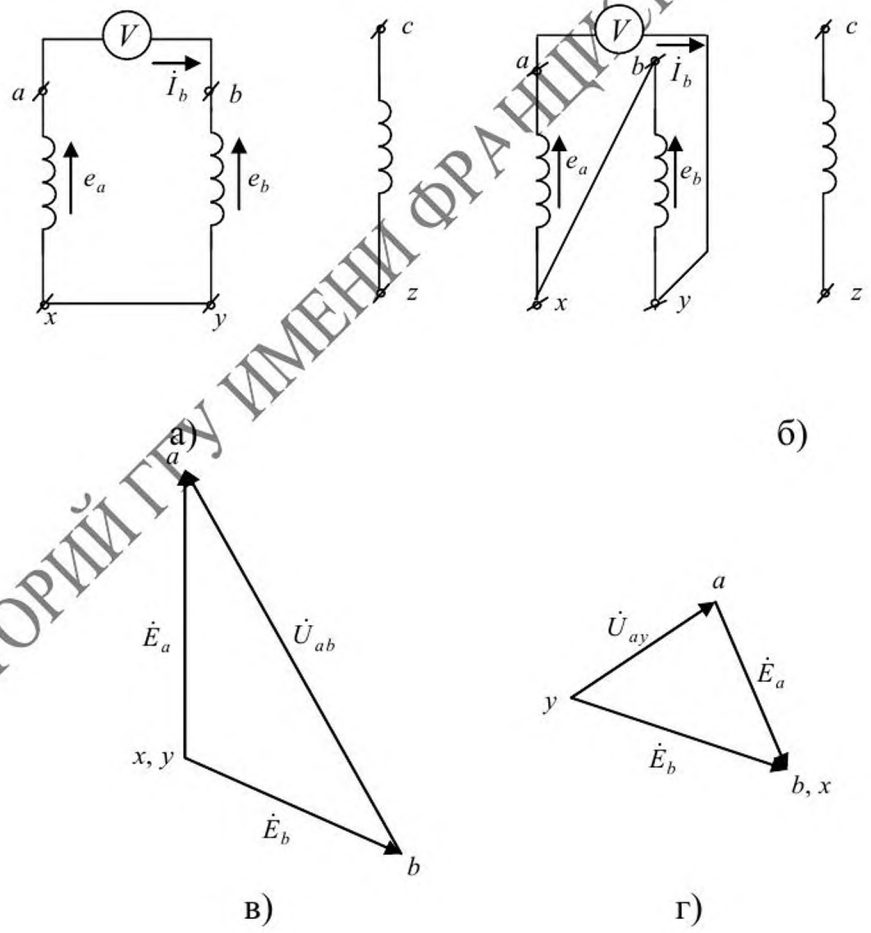


Рисунок 3.9

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

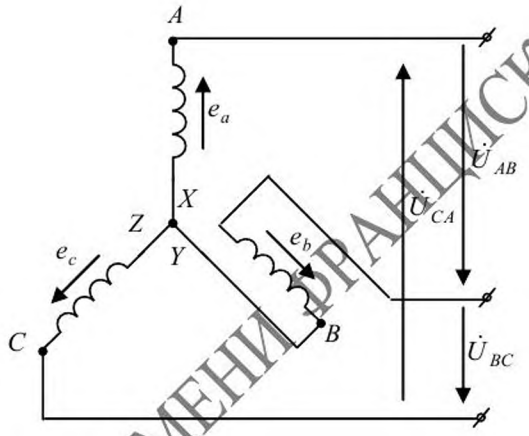
3.1.20 При соединении вторичных обмоток трансформатора в звезду одна из его фаз была соединена неправильно (рисунок 3.10, а). Определить линейные напряжения трансформатора, если его фазные напряжения $U_{\Phi} = 127\ B$.

Решение. Линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ определяются из уравнений, составленных по второму правилу Кирхгофа для схемы рисунок 3.20, а): $\dot{E}_B + \dot{E}_A = \dot{U}_{AB}$; $-\dot{E}_C - \dot{E}_B = \dot{U}_{BC}$; $-\dot{E}_A + \dot{E}_C = \dot{U}_{CA}$.

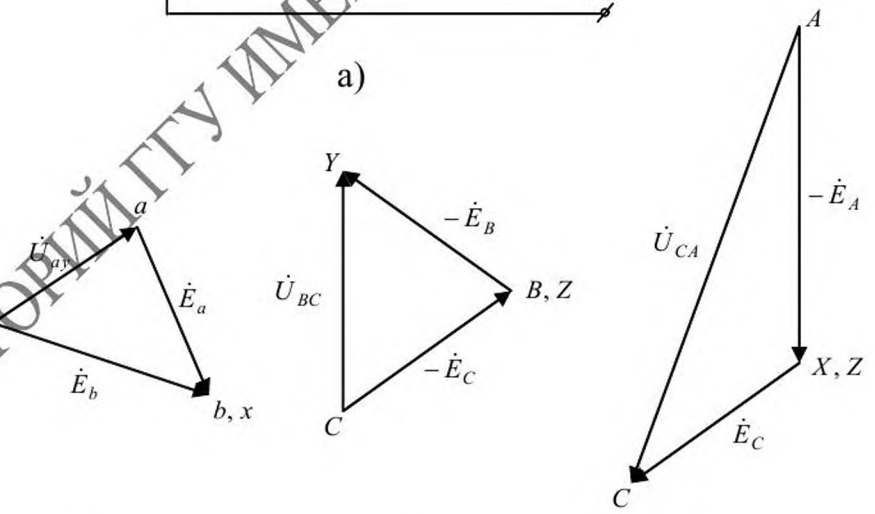
Топографические диаграммы, соответствующие указанным уравнениям, приведены на рисунке 3.10 б), в), г).

Линейные напряжения равны:

$U_{AB} = U_{\phi} = 127\ B;\quad U_{BC} = U_{\phi} = 127\ B;\quad U_{CA} = U_{\phi} = 127\ B.$



а)



б) в) г)

Рисунок 3.10

3.1.21 На рисунке 3.11, а) изображена схема четырехпроводной осветительной сети жилого дома. В фазы *A* и *B* включены по 25 ламп, а в фазу *C* – 15 ламп. Номинальная мощность каждой лампы $P_H = 60\ Вт$, номи-

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

нальное напряжение $U_H = 127\ B$. Определить токи в линейных и нейтральном проводах. Построить векторную диаграмму.

Решение. Мощность каждой из фаз

$P_A = P_B = 60 \cdot 25 = 1500\ Вт$; $P_C = 60 \cdot 15 = 900\ Вт$.

Линейные токи $I_A = I_B = \dfrac{P_A}{U_Ф} = \dfrac{1500}{127} = 11{,}8\ A$; $I_C = \dfrac{P_C}{U_Ф} = \dfrac{900}{127} = 7{,}1\ A$.

Ток в нейтральном проводе $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ определяется из векторной диаграммы (рисунок 3.11, б): $\dot{I}_N = 4{,}7\ A$.

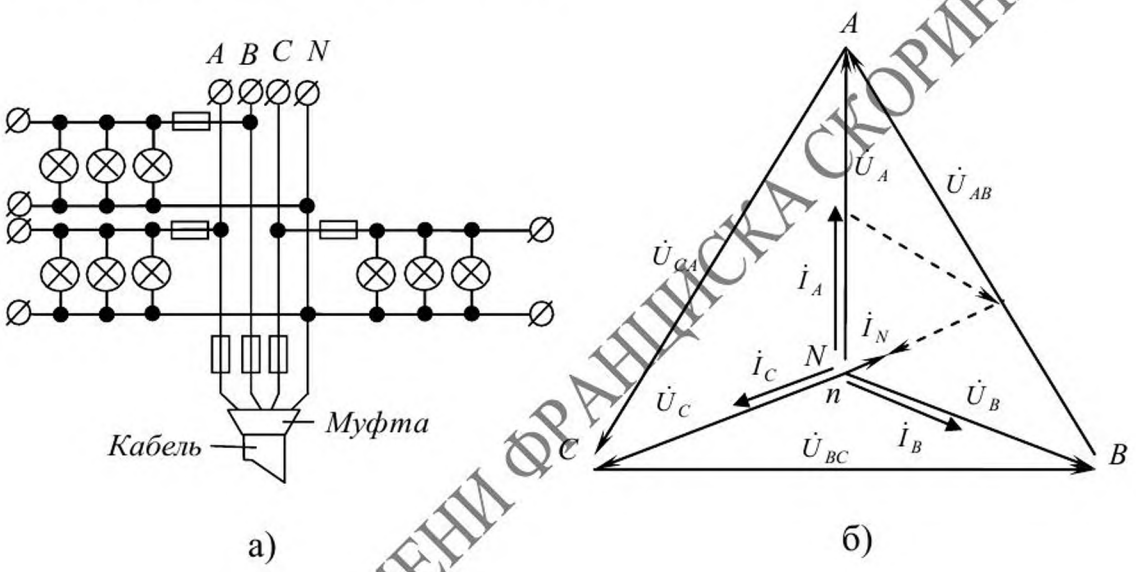


Рисунок 3.11

3.1.22 Определить ток в проводах линии, к которой подключен трехфазный двигатель (рисунок 3.12, а) с номинальной мощностью $P_H = 10\ кВт$, если коэффициент мощности $cos\,\varphi = 0{,}87$, КПД $\eta = 82\,\%$, а линейное напряжение сети $U = 220\ B$.

Определить сопротивление фаз обмотки статора двигателя. На какое напряжение можно включить двигатель при соединении фаз обмотки статора треугольником и неизменной мощности двигателя? Построить векторную диаграмму.

Решение. Потребляемая двигателем мощность:

$$P = \frac{P_H}{\eta} = \frac{10}{0{,}82} \approx 12{,}2\ кВт.$$

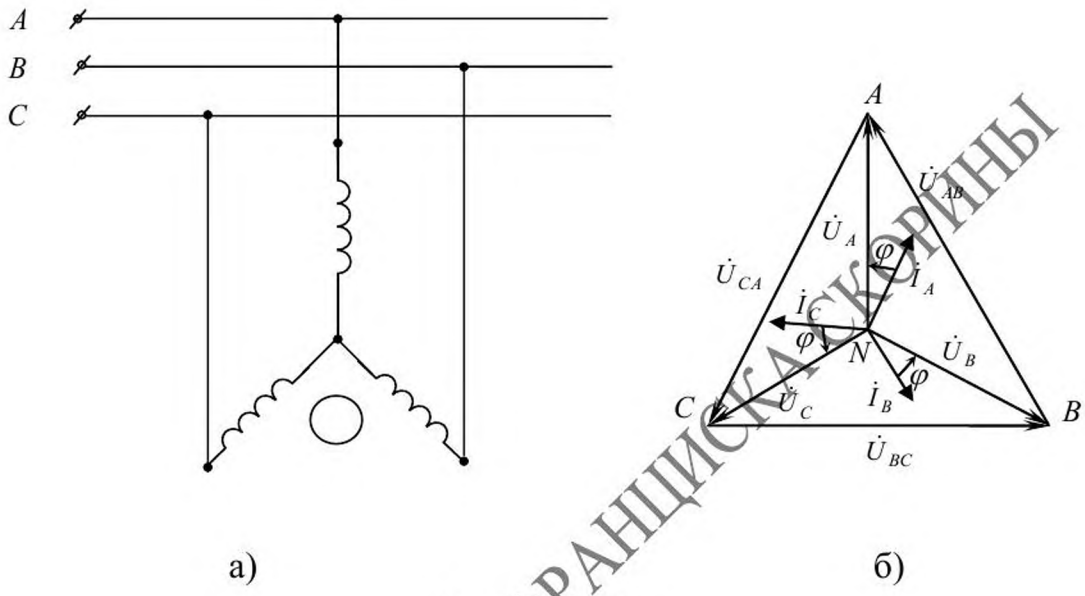
Ток в подводящих проводах: $I = \dfrac{P}{\sqrt{3}\,U\,cos\ \varphi} = \dfrac{12\,200}{1{,}73 \cdot 220 \cdot 0{,}87} = 37\ A.$

Мощность одной фазы: $P_Ф = \dfrac{P}{3} = 4{,}07\ кВт.$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Сопротивление фазы обмотки двигателя: $R = \frac{P_Ф}{I^2} = \frac{4070}{37^2} \approx 3\ Ом,$

$Z = \frac{U_Ф}{I} = \frac{127}{37} = 3{,}43\ Ом; \quad X = Z\ sin\ \varphi = 1{,}69\ Ом.$



а) б)

Рисунок 3.12

При соединении фаз обмотки статора треугольником двигатель может быть включен в сеть с напряжением $127\ В$, так как при этом его фазное напряжение будет таким же, как и при включении, звездой с линейным напряжением $220\ В$. Векторная диаграмма приведена на рисунке 3.12, б.

3.1.23 К трехпроводной сети подключен приемник, соединенный звездой, активная мощность которого $P = 2900\ Вт$, напряжение $U_Л = 220\ В$ и $cos\ \varphi_2 = 0{,}6$. Каждый провод линии, соединяющий генератор и приемник, имеет активное сопротивление $R_Л = 0{,}6\ Ом$ и индуктивное сопротивление $X_Л = 1\ Ом$. Найти напряжение на зажимах генератора, а также его активную и реактивную мощности. Определить падение и потерю напряжения в линии. Построить векторную топографическую диаграмму.

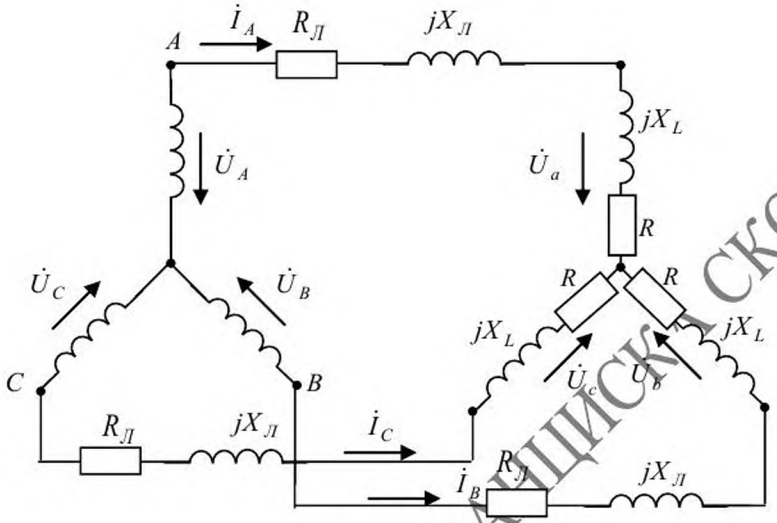
Решение. Предположим, что генератор соединен звездой (рисунок 3.13, а). При симметричной нагрузке напряжение между нейтралями генератора и приемника равно нулю, поэтому каждую фазу схемы можно рассматривать независимо от других фаз и весь расчет проводить только для одной фазы – например, для фазы A.

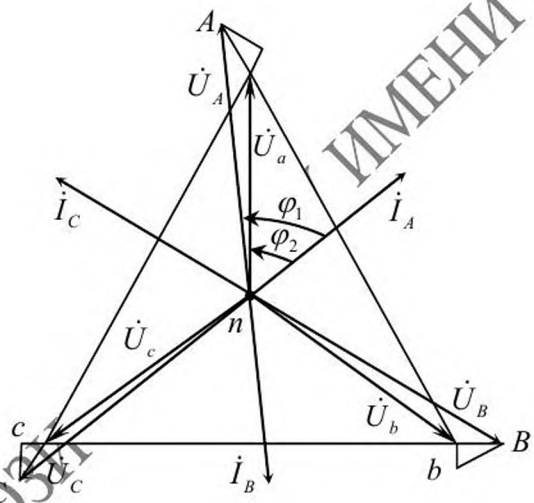
Фазный ток приемника равен линейному току:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U_{Ф} \cos \varphi_2} = \frac{2900}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0{,}6} = 12{,}7\ A.$$

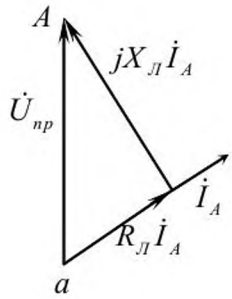
Фазное напряжение приемника: $U_{Ф} = \frac{U_{П}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127\ В.$





б)

а)



в)

Рисунок 3.13

Сопротивления фаз приемника:

$$Z_{П} = \frac{U_{Ф}}{I} = \frac{127}{12{,}7} = 10\ Ом;$$

$$R = Z_{П} \cos \varphi_2 = 10 \cdot 0{,}6 = 6\ Ом;$$

$$X = Z_{П} \sin \varphi_2 = 10 \cdot 0{,}8 = 8\ Ом.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Сопротивление фазы (с учетом сопротивления линии):

$$Z = \sqrt{\left(R_Л + R\right)^2 + \left(X_Л + X_L\right)^2} = \sqrt{(0,6+6)^2 + (1+8)^2} = 11,15\ Ом.$$

Фазное и линейное напряжения генератора:

$$U_A = ZI = 11,15 \cdot 12,7 = 141,5\ \ B; \quad U = \sqrt{3}\ U_A = 245\ \ B.$$

Падение напряжения в проводе линии:

$$U_{пр} = Z_Л\ I = \sqrt{R^2{}_Л + X^2{}_Л}\ I = \sqrt{0,6^2 + 1^2} \cdot 12,7 = 14,8\ \ B,$$

т. е. оно составляет $\frac{14,8}{141,5} \cdot 100\% = 10,5\%$ от фазного напряжения генератора.

Потеря напряжения в линии равна арифметической разности линейных напряжений в начале и в конце линии:

$$\Delta U_Л = (141,5 - 127)\sqrt{3} = 14,5 \cdot \sqrt{3} = 25,1\ B,$$

т.е. оно составляет $\frac{25,1}{245} \cdot 100\ \% = 10,25\%$ от линейного напряжения генератора.

Сравнительно высокие значения потерь напряжения обусловлены преднамеренно завышенными величинами $R_Л$ и $X_Л$, взятыми для удобств построения векторной диаграммы напряжений.

Векторная топографическая диаграмма строиться для одной фазы. Вектор фазного напряжения приемника $\dot{U}_a$ (рисунок 3.13, б) и вектор фазного тока $\dot{I}_a$ сдвинуты один относительно другого на угол $\varphi_2 = 53^\circ$. Прибавляя к вектору $\dot{U}_a$ вектор падения напряжения в активном сопротивлении провода линии и вектор индуктивного падения напряжения, модули которых соответственно равны $R_Л I_A = 0,6 \cdot 12,7 = 7,62\ B;\ X_Л I_A = 1 \cdot 12,7 = 12,7\ B$, получим вектор фазного напряжения генератора $\dot{U}_a$. Вектор $\dot{U}_{пр}$, равный сумме векторов $R_Л \dot{I}_A$ и $jX_Л \dot{I}_A$, изображает вектор падения напряжения в проводе линии (рисунок 3.13, в). Аналогично строятся векторы напряжений двух других фаз.

Коэффициент мощности генератора:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$$cos\ \varphi_1 = \frac{R_Л + R}{z} = \frac{0{,}6 + 6}{11{,}15} = 0{,}592\,.$$

Активная мощность генератора:

$$P = \sqrt{3}\,U\,I\,cos\,\varphi_1 = 3\left(R + R_Л\right) I^2 = 3{,}17\ кВт.$$

Полная мощность генератора:

$$S = \sqrt{3}\,U\,I = \sqrt{3} \cdot 245 \cdot 12{,}7 = 5390\ В \cdot А = 5{,}39\ кВ \cdot А.$$

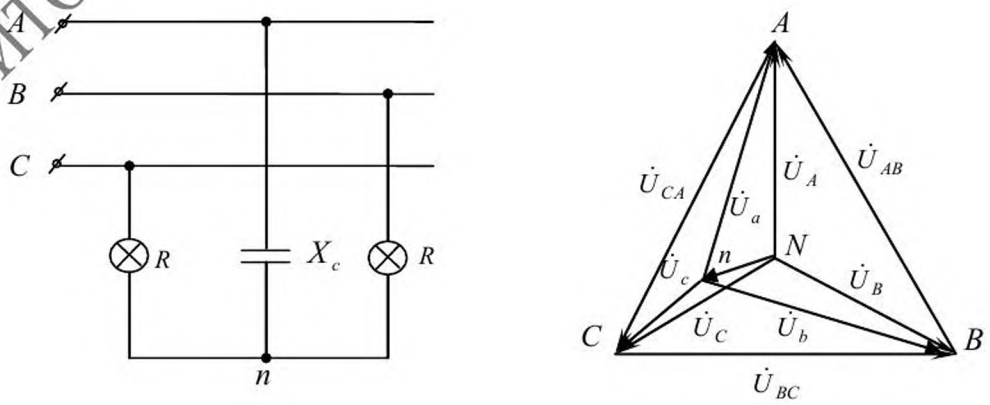
Реактивная мощность генератора:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5{,}39^2 - 3{,}17^2} = 4{,}34\ кВар.$$

3.1.24 Для определения последовательности фаз симметричной трехфазной системы с напряжением $U_П = 220\ В$ воспользовались фазоуказателем (рисунок 3.14), состоящим из двух одинаковых ламп и конденсатора. Сопротивления ламп и конденсатора подобраны равными. Определить напряжение на зажимах ламп. Построить топографическую диаграмму. [6]

Решение. Фазоуказатель представляет собой несимметричный трехфазный приемник, соединенный звездой. Смещение нейтрали фазоуказателя определяется по формуле

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_c Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}.$$



а) б)

Рисунок 3.14

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Примем $\dot{U}_A = U = 127\ B$. Тогда напряжения других фаз генератора:

$$\dot{U}_B = a^2\dot{U}_A = Ue^{-j\,120^0} = U\left(-0{,}5 - j\,0{,}865\right)B,$$
$$\dot{U}_C = a^2\dot{U}_A = Ue^{j\,120^0} = U\left(-0{,}5 + j\,0{,}865\right)B.$$

Комплексные проводимости фаз:

$$Y_a = \frac{1}{jX} = -\frac{j}{X},\quad Y_b = Y_c = \frac{1}{R}.$$

Тогда

$$U_N = U\frac{j-1}{j+2} = U\left(-0{,}2 + j\,0{,}6\right) = 0{,}632\,Ue^{j\,108^0 25'}B.$$

На рисунке 3.14, б) построена топографическая диаграмма фазоуказателя, согласно которой фазные напряжения приемника равны:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_N = \left(1{,}2 - j\,0{,}6\right)U = 1{,}345U\,e^{-j\,26^0 30'}B;,$$
$$\dot{U}_в = \dot{U}_B - \dot{U}_N = \left(-0{,}3 - j\,1{,}465\right)U = 1{,}495U\,e^{-j\,101^0 35'}B;$$
$$\dot{U}_a = \dot{U}_C - \dot{U}_N = \left(-0{,}3 + j\,0{,}265\right)U = 0{,}4Ue^{j\,138^0 30'}B.$$

Напряжение на зажимах ламп:

$$U_b = 1{,}495U \approx 1{,}5U = 1{,}5 \cdot 127 = 190\ B;$$
$$U_c = 0{,}4U = 0{,}4 \cdot 127 \approx 51\ B.$$

Следовательно, лампа фазы *b* будет гореть ярче лампы фазы *c*, на чем и основано использование фазоуказателя.

3.1.22 Фазные напряжения приемника соединенного звездой с напряжением $\dot{U}_a = 100\ B;\quad \dot{U}_b = 100\ e^{-j\,90^0}B;\quad \dot{U}_c = 100\ e^{j\,45^0}B$. Сопротивление фазы b – $\underline{Z}_в = (8 + j\,6)\ Ом$. Какими должны быть сопротивления $\underline{Z}_a, \underline{Z}_c$ на фазах, чтобы система токов была симметричной? Определить линейные токи. Построить векторную диаграмму. [8]

3.1.23 Фазные напряжения приемника соединенного звездой $\dot{U}_a = 100\ B;\quad \dot{U}_b = 100\ e^{-j\,90^0}B;\quad \dot{U}_c = 100\ e^{j\,135^0}B$. Сопротивление фазы b $\underline{Z}_b = (8 - j\,6)\ Ом$. Определить какими должны быть сопротивления фаз

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

$\underline{Z}_a, \underline{Z}_c$, чтобы система токов была симметричной. Найти линейные напряжения. Построить топографическую и векторную диаграмму токов.

3.1.24 Фазные напряжения несимметричного источника, соединенного звездой равны $\dot{U}_A = 100\ B;\ \ \dot{U}_B = 100\, e^{-j\,90^0}\, B;\ \ \dot{U}_C = 100\, e^{j\,135^0}\, B.$ Сопротивления фаз приемника, соединенного звездой равны $\underline{Z}_a = 10\ e^{-j\,30^0}\ Ом;\ \underline{Z}_b = 10\ Ом;\ \ \underline{Z}_a = 5\ e^{-j\,90^0}\ Ом$. Определить линейные токи, ток в нулевом проводе. Построить топографическую и векторную диаграмму токов.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Тема 2 Трехфазные цепи при соединении нагрузки треугольником

3.2.1. В симметричной трёхфазной цепи нагрузка имеет сопротивления $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = 10\, e^{j\,30^0}$ *Ом* соединена треугольником; линейные напряжения на нагрузке равны *100 В*. Определить активную и реактивную мощности нагрузки. Построить векторную диаграмму.

Ответ: *2600 Вт; 1500 Вар*

3.2.2 В трехфазную сеть с линейным напряжением $U_л = 220\ B$ включен приемник, соединенный треугольником, сопротивление каждой фазы которого $\underline{Z} = (10 + j10)\ Ом$ (рисунок 3.15). Найти токи в каждой фазе нагрузки, линии и показания каждого ваттметра. Построить векторную диаграмму. Найти те же величины при обрыве цепи в точке *d*.

Решение. Расчет токов в трехфазных цепях производится комплексным методом. Примем, что вектор линейного напряжения направлен по действительной оси, тогда

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab} = 220B;\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ}\ B;$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} = 220e^{j120^\circ}\ B.$$

Определим токи в фазах нагрузки:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab} / \underline{Z} = 220 / (10 + j10) = 15e^{-j45^\circ} = (11 - j11)\ A;$$

$$\dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z} = 15{,}6e^{-j165^\circ} = (-15 - j4{,}03)\ A;$$

$$\dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca} / \underline{Z} = 15{,}6e^{j75^\circ} = (4{,}03 + j15)\ A.$$

По первому правилу Кирхгофа определим линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 6{,}97 - j\ 26 = 26{,}9\ e^{-j\,75^\circ};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = -26 + j\ 26{,}9 = 26{,}9\ e^{-j\,165^\circ};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ba} - \dot{I}_{bc} = 19 + j\ 19 = 26{,}9\ e^{j\,45^\circ}.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Определяем показания ваттметров:

$$P_1 = R_e[\dot{U}_{AB}\dot{I}_A^{\,*}] = R_e[220 \cdot 26{,}9e^{j75^\circ}] = 1530\ Вт,$$

$$P_2 = R_e[\dot{U}_{CB}\dot{I}_C^{\,*}] = 5730\ Вт.$$

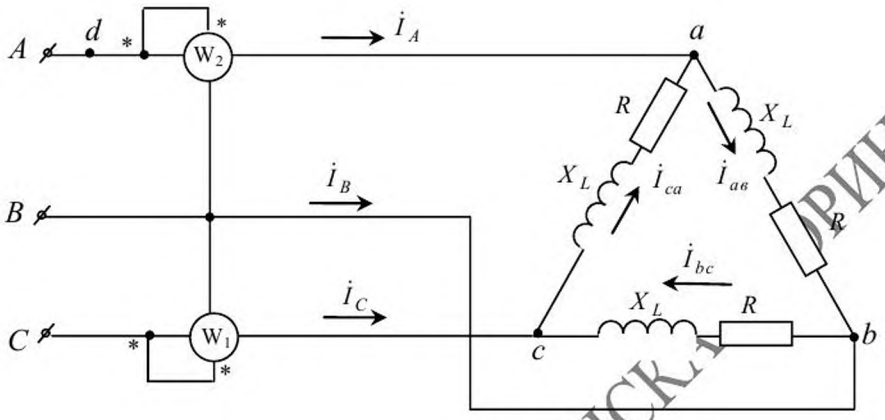


Рисунок 3.15

Активная мощность цепи

$$P = P_1 + P_2 = 7260\ Вт$$

или

$$P = \sqrt{3}U_o I_o \cos\varphi = 7260\ Вт.$$

На рисунке 3.16 приведена векторная диаграмма напряжений и токов.

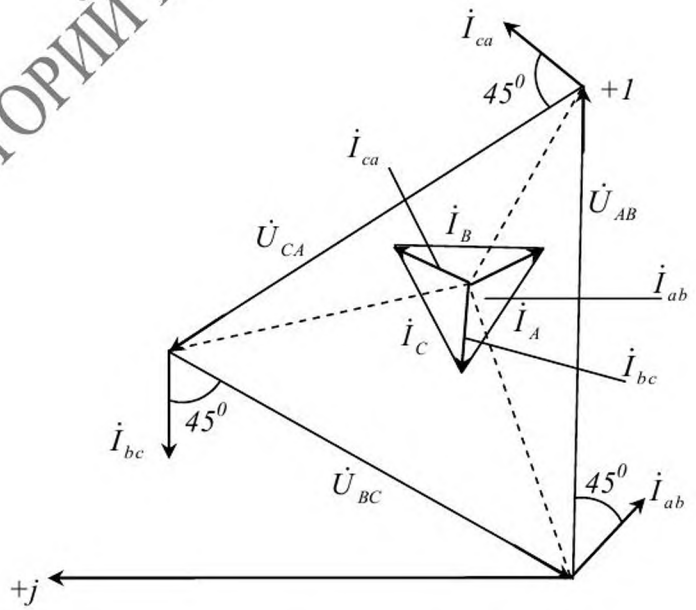


Рисунок 3.16

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

При обрыве в точке а токи в фазах нагрузки будут:

$\dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / \underline{Z} = (-15 - j4{,}03)\ A;$

$\dot{I}_{ab} = \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{cb} / 2\underline{Z} = (7{,}5 + j\ 2{,}02)\ A$

Вычислим линейные токи

$\dot{I}_A = 0;\ \dot{I}_C = -\dot{I}_B = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 22{,}5 + j\ 6{,}05 = 23{,}3\ e^{j\ 75^\circ}\ A$

Находим показания ваттметров:

$P_1 = 0;\quad P_2 = R_e[\dot{U}_{CB}\dot{I}_C^{\ *}] = 3630 Вт.$

3.2.3 Симметричная нагрузка соединена треугольником и питается от сети, линейные напряжения которой симметричны и равны $220\ B$ (рисунок 3.17). Сопротивление каждой фазы нагрузки $\underline{Z} = 22\ e^{j\ 30^0}\ Ом$. Определить фазные и линейные токи, напряжения на каждой фазе и показания ваттметров P_1 и P_2 при:

а) нормальной работе, как показано на рисунке;

б) обрыве линейного провода в точке *M*; в) обрыве фазного провода в точке *K*. По найденным показаниям ваттметров рассчитать мощность, потребляемую нагрузкой во всех случаях. Построить топографические диаграммы и векторные диаграммы токов.

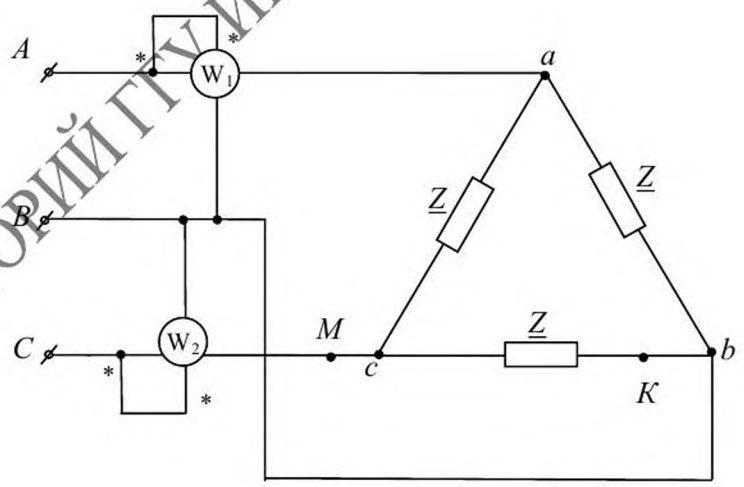


Рисунок 3.17

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Ответ:

а) $I_Ф = 10\ A; I_л = 17{,}3\ A; U_Ф = 220\ B; P_1 = 1900\ Вт; P_2 = 3800\ Вт.$

б) $\dot{U}_{AB} = 200\ B;\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{CA} = 110\ B; \dot{I}_{AB} = 10\ A; \dot{I}_{BC} = 5\ A;$

$\dot{I}_{CA} = 5\ A; \dot{I}_A = \dot{I}_B = 15\ A; \dot{I}_C = 0\ A; P_1 = 2850\ Вт; P_2 = 0\ Вт$

в) $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{CA} = 220\ B; \dot{I}_{AB} = \dot{I}_{CA} = \dot{I}_B = \dot{I}_C = 10\ A;$

$\dot{I}_{BC} = 0; \dot{I}_A = 17{,}3\ A; P_1 = P_2 = 1900\ Вт.$

3.2.4 Фазное напряжение вторичных обмоток трансформатора, соединённых треугольником, равно $220\ B$ (рисунок 3.18). Сопротивление фазы нагрузки $\underline{Z} = (30 + j\,60)\ Ом$, сопротивление подводящих проводов $\underline{Z}_в = (2 + j4)\ Ом$. Считая, что $\dot{U}_{AB} = 220\ e^{j\,30^0}\ B$, определить токи в проводах линии, фазах трансформатора и нагрузки, напряжения на фазах нагрузки при: а) нормальной работе; б) обрыве фазы AB трансформатора в точке M. Построить топографические и векторные диаграммы.

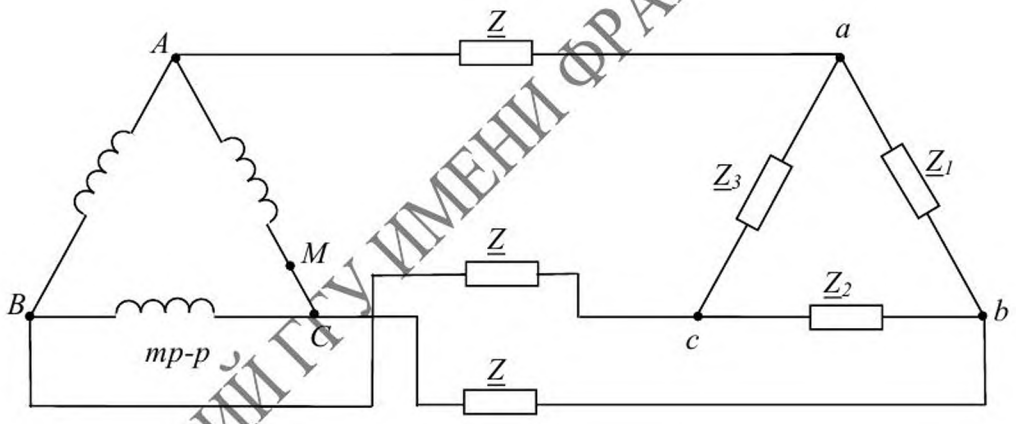


Рисунок 3.18

Ответ:

а) $\dot{I}_{A'B'} = \dot{I}_{AB} = 2{,}72\ e^{-j\,33^0 25'}\ A;\ \dot{I}_A = 4{,}7\ e^{-j\,63^0 25'}\ A; \dot{U}_{A'B'} = 183\ e^{j\,30^0}\ B;$

б) $\dot{I}_{A'B'} = 2{,}72\ e^{-j\,33^0 25'}\ A;\ \dot{I}_{B'C'} = 2{,}72\ e^{-j\,153^0 25'}\ A;\ \dot{I}_{C'A'} = 2{,}72\ e^{j\,86^0 35'}\ A;$

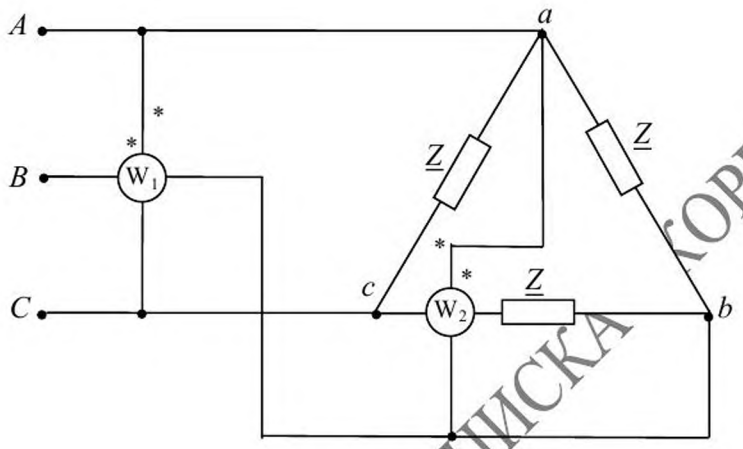
$\dot{I}_A = 4{,}7\ e^{-j\,63^0 25'}\ A; \dot{I}_B = 4{,}7\ e^{j\,176^0 35'}\ A; \dot{I}_C = 4{,}7\ e^{j\,56^0 35'}\ A;$

$\dot{I}_{AB} = 0; \dot{I}_{BC} = -\dot{I}_B; \dot{I}_{CA} = \dot{I}_A;$

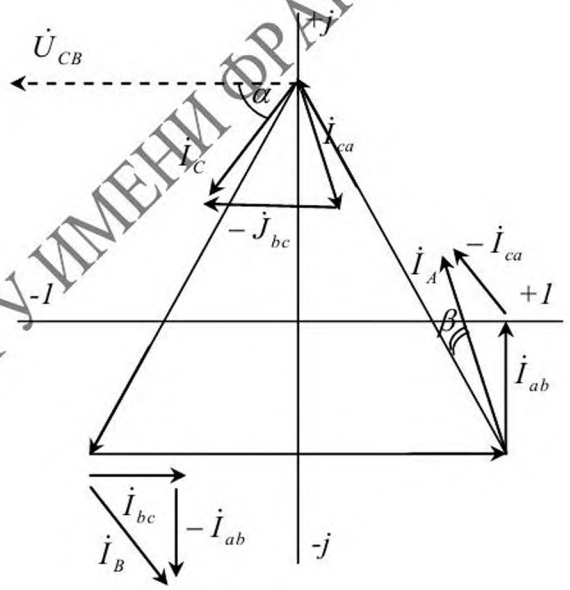
$\dot{U}_{A'B'} = 183\ e^{j\,30^0}\ B; \dot{U}_{B'C'} = 183\ e^{-j\,90^0}\ B; \dot{U}_{C'A'} = 183\ e^{j\,150^0}\ B.$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

3.2.5 Симметричный приёмник соединён треугольником (рисунок 3.19, а). Система линейных напряжений симметрична и равна $U_{Л} = 220\ В$. Ваттметры, включённые в цепь дают показания $P_1 = 2900\ Вт$; $P_2 = 0$. Определить комплекс фазного сопротивления. Построить векторную диаграмму.



а)



б)

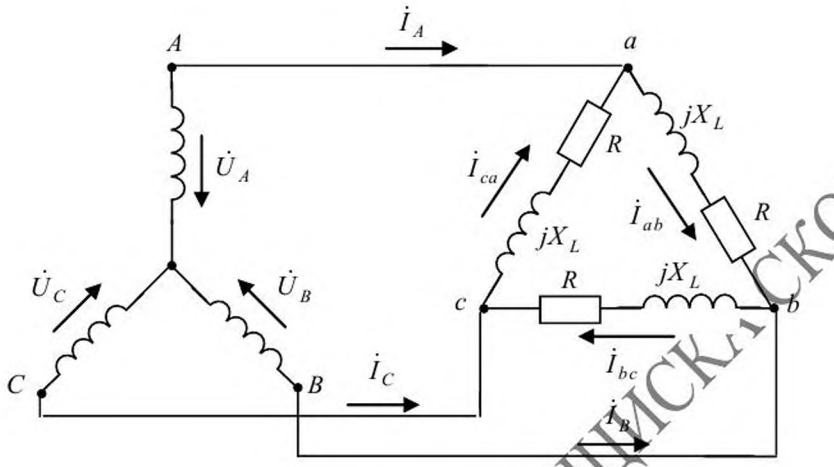
Рисунок 3.19

Ответ: $\underline{Z} = 11{,}5\, e^{j\,30^0}$ *Ом* .

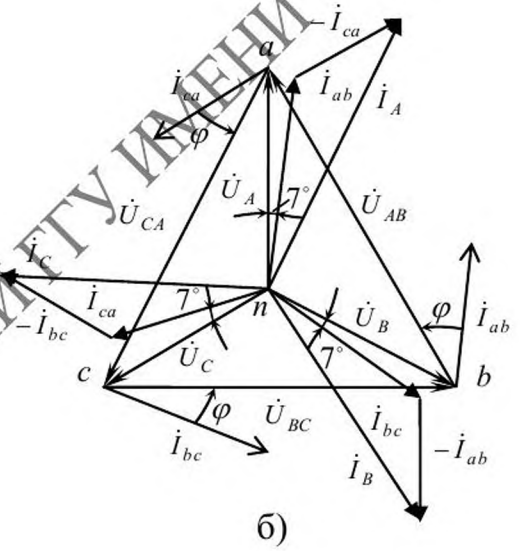
Векторная диаграмма построена на рисунке 3.19, б).

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

3.2.6 К зажимам генератора (рисунок 3.20, а) с фазным напряжением *127 В* подключен приемник, соединенный треугольником, каждая фаза которого имеет активное сопротивление $R = 8\ Ом$ и индуктивное сопротивление $X = 6\ Ом$. Определить ток каждой фазы генератора и отдаваемую им мощность. Построить векторную диаграмму.



а)



б)

Рисунок 3.20

Решение. Нагрузка симметрична, поэтому расчет можно вести на одну фазу. Фазные токи приемника:

$$I_Ф = \frac{U}{Z_ф} = \frac{\sqrt{3} \cdot 127}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 22\ A.$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Векторы фазных токов отстают по фазе от соответствующих им векторов линейных напряжений на угол φ:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 0{,}8;\ \varphi = 37^0.$$

Токи в фазах генератора равны линейным токам в проводах:

$I = \sqrt{3}\, I_Ф = \sqrt{3} \cdot 22 = 38\ A.$

Чтобы определить сдвиг фаз между векторами линейных токов и фазных напряжений генератора, обратимся к векторной диаграмме рисунок 3.20, б). Здесь векторы $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ изображают звезду фазных напряжений генератора, а векторы $\dot{U}_{ав}, \dot{U}_{вс}, \dot{U}_{са}$ являются фазными напряжениями приемника или линейными напряжениями генератора.

Векторы фазных токов приемника образуют звезду векторов, сдвинутых по фазе на угол 120^0, причем звезда векторов фазных токов приемника отстает по фазе от звезды векторов фазных напряжений генератора на угол 7^0. Звезда векторов линейных токов генератора отстает по фазе от звезды векторов фазных токов приемника на угол 30^0, поэтому линейные токи и фазные напряжения генератора сдвинуты по фазе на угол 37^0.

Мощность генератора: $P = \sqrt{3}\, U\, I \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 38 \cdot 0{,}8 = 11{,}6$ кВт.

3.2.7 Несимметричная трёхфазная нагрузка соединена треугольником с сопротивлениями

$\underline{Z}_{ab} = 100$ Ом; $\underline{Z}_{bc} = 100\ e^{-j\,90^0}$ Ом; $\underline{Z}_{ca} = 141\ e^{j\,45^0}$ Ом. Линейные напряжения на нагрузке симметричны и равны $200\ B$. Вычислить линейные токи и активную мощность нагрузки, приняв $\dot{U}_{AB} = 200\ e^{j\,0^0}\ B$. Построить векторную диаграмму.

Ответ: 2,13 А; $1{,}04\ e^{-j\,105^0}$ А; $2{,}73\ e^{j\,120^0}$ А; 600 Вт.

3.2.8 Несимметричная трёхфазная нагрузка соединена треугольником с сопротивлениями $\underline{Z}_{ab} = j\,3$ Ом; $\underline{Z}_{bc} = 3$ Ом; $\underline{Z}_{ca} = (-j\,3)$ Ом, активная мощность измеряется двумя ваттметрами. Напряжения на нагрузке симметричны и равны $100\ B$ каждая. Определить показания ваттметров. Построить векторную диаграмму.

Ответ: 2885 Вт; 448 Вт.

3.2.9 Три приёмника, сопротивления которых соответственно равны $\underline{Z}_{ab} = (6 + j\,3)$ Ом; $\underline{Z}_{bc} = (4 + j3)$ Ом; $\underline{Z}_{ca} = j\,10$ Ом, соединены треугольником и включены в сеть трёхфазного тока с линейным напряжением

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

$110\ B$. Определить фазные и линейные токи. Построить векторную диаграмму.

Решение.

$$\dot{U} = 110\ B; \dot{U}_{BC} = 110e^{-j\,120^0} = (-55 - j\,95)\ B;$$

$$\dot{U}_{CA} = 110e^{j120^0} = (-55 + j\,95)\ B;$$

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{AB} / Z_{ав} = (6{,}6 - j\,8{,}1) = 11\,e^{\,j53^0 8'}\ A;$$

$$\dot{I}_{bc} = \dot{U}_{BC} / Z_{вс} = (-20{,}2 - j\,8{,}6) = 22e^{-j\,56^0 56'}\ A;$$

$$\dot{I}_{ca} = \dot{U}_{CA} / Z_{ca} = (-5{,}5 + j\,9{,}5) = 11e^{j\,120^0 4'}\ A;$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 12{,}1 - j\,18{,}3 = 22\,e^{-j\,56^0 32'}\ A;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{вс} - \dot{I}_{ab} = -26{,}8 + j\,0{,}2 = 26\,e^{j\,179^0 34'}\ A;$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 14{,}7 + j\,18{,}1 = 23{,}31\,e^{j\,50^0 55'}\ A.$$

3.2.10 Найти фазные и линейные токи схемы рисунок 3.21, а), определить показания ваттметров и построить векторную диаграмму, если сопротивление $R_1 = 4\ Ом;\quad X_1 = 3\ Ом;\quad R_2 = 5\ Ом;\quad R_3 = 3\ Ом;\quad X_3 = 4\ Ом$, а линейное напряжение источника питания $U = 220\ B$.

Решение. Предположим, что вектор $\dot{U}_{BC}$ направлен по оси действительных величин (рисунок 3.21, б). Тогда комплексы векторов линейных напряжений будут равны:

$$\dot{U}_{BC} = 220\ B;$$

$$\dot{U}_{AB} = 220\ e^{j\,120^\circ}\ B = (-110 + j\,190{,}5)\ B;$$

$$\dot{U}_{CA} = 220\,e^{-j\,120^\circ}\ B = (-110 - j\,190{,}5)\ B.$$

Комплексные сопротивления фаз приемника:

$$\underline{Z}_{ab} = R_1 + j\,X_1 = (4 + j\,3) = 5\,e^{\,j\,36^\circ 50'}\ Ом;\quad \underline{Z}_{bc} = R_2 = 5\ Ом;$$

$$\underline{Z}_{ca} = R_3 - j\,X_3 = (3 - j\,4) = 5\,e^{-j\,53^\circ 10'}\ Ом.$$

Комплексные фазные и линейные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{220\,e^{\,j\,120^\circ}}{5\,e^{\,j\,36^\circ 50'}} = 44\,e^{\,j\,83^\circ 10'} = (5{,}24 + j\,43{,}6)\ A;$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{220}{5} = 44\ A;$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

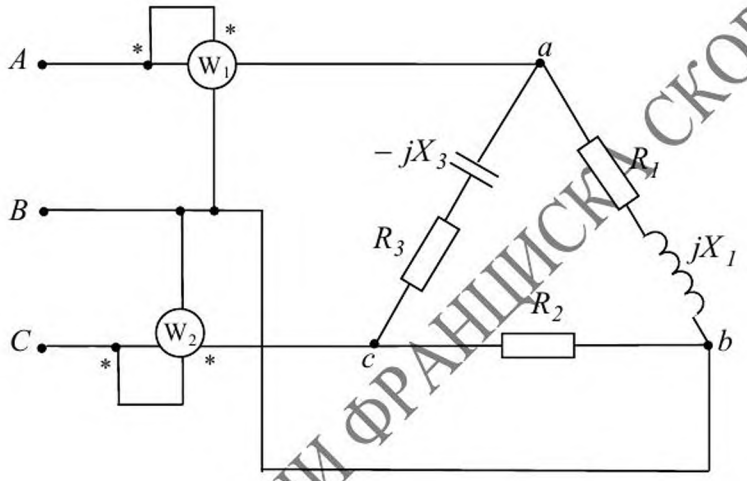
$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{220\, e^{-j\,120^\circ}}{5\, e^{-j\,53^\circ 10'}} = 44\, e^{-j\,66^\circ 50'}\, A = (17{,}3 - j\,40{,}5)\, A;$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 5{,}24 + j\,43{,}6 - 17{,}3 + j\,40{,}5 =$$

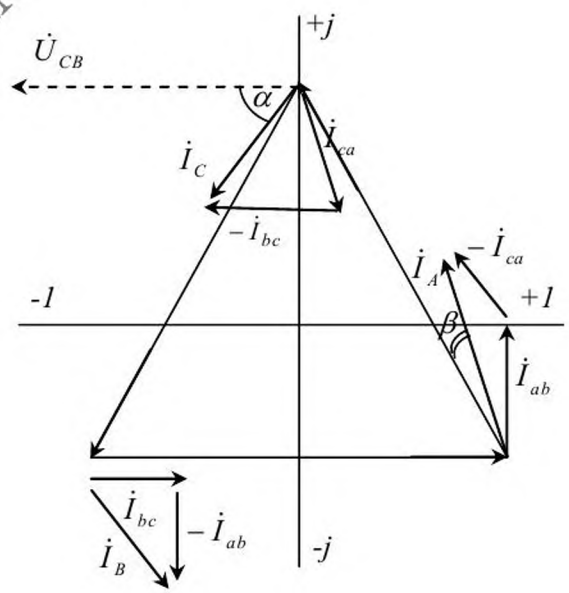
$$= (-12{,}06 + j\,84{,}1)\, A = 84{,}8\, e^{j\,98^\circ 10'}\, A;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 44 - 5{,}24 - j\,43{,}6 = (38{,}76 - j\,43{,}6) = 58{,}2\, e^{-j\,48^\circ 20'}\, A;$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 17{,}3 - j\,40{,}5 - 44 = (-26{,}7 - j\,40{,}5) = 48{,}5\, e^{-j\,123^\circ 25'}\, A.$$



а)



б)

Рисунок 3.21

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Модули токов:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 44\ A, \quad I_A = 84{,}8\ A, \quad I_B = 58{,}2\ A, \quad I_C = 48{,}5\ A.$$

Правильность решения можно проверить путем подстановки комплексных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ в уравнение $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Комплексные мощности:

$$\widetilde{S}_1 = \dot{U}_{CB}\dot{I}^*{}_C = -220(-26{,}7 + j\,40{,}5) = (5860 - j\,8900)\ B \cdot A;$$

$$\widetilde{S}_2 = \dot{U}_{AB}\dot{I}^*{}_A = (-110 + j\,190{,}5)(-12{,}06 - j\,84{,}1) = (17\,348 + j\,6955)\ B \cdot A.$$

Действительные части полученных комплексов равны активным мощностям, измеряемым ваттметрами:

$$P_1 = 5860\ Вт = 5{,}86\ кВт, \quad P_2 = 17\,348\ Вт \approx 17{,}35\ кВт.$$

3.2.11 Несимметричная трехфазная нагрузка соединена треугольником с сопротивлениями $\underline{Z}_{ab} = 100\ Ом;\ \underline{Z}_{bc} = 100\,e^{-j\,90^0}\ Ом;\ \underline{Z}_{ca} = 141\,e^{j\,45^0}\ Ом$. Линейные напряжения на нагрузке симметричны и равны $U = 200\ B$. Вычислить линейные токи и активную мощность нагрузки. Построить векторную диаграмму.

3.2.12 Линейные напряжения приемника, соединенного треугольником $\dot{U}_{AB} = (100 + j\,200)\ B;\ \dot{U}_{BC} = (-j\,300)\ B$. Проводимость фазы *ca* $\underline{Y}_{ca} = (0{,}4 - j\,3)\ Ом^{-1}$. Найти проводимость фаз *ab* и *bc*, если фазные токи приемника симметричны. Определить линейные токи. Построить векторную диаграмму.

3.2.14 Несимметричная трехфазная нагрузка соединена треугольником с $\underline{Z}_{ab} = (8{,}66 + j\,5)\ Ом;\ \underline{Z}_{bc} = (3 + j\,4)\ Ом;\ \underline{Z}_{ca} = (5 - j\,5)\ Ом$. Линейные напряжения на нагрузке симметричны и равны $U = 100\ B$ каждое. Определить фазные и линейные токи, активную, реактивную и полную мощности нагрузки. Построить векторную диаграмму.

3.2.15 Несимметричная трехфазная нагрузка соединена треугольником и имеет сопротивления $\underline{Z}_{ab} = (j\,3)\ Ом;\ \underline{Z}_{bc} = 3\ Ом;\ \underline{Z}_{ca} = (-j\,3)\ Ом$. Напряжения на нагрузке симметричны и равны $U = 100\ B$ каждое. Определить фазные и линейные токи, активную и реактивную мощность. Построить векторную диаграмму.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

3.2.16 Система фазных напряжений источника, соединенного треугольником, симметрична и равна $\dot{U} = 220\ e^{j\ 30^{\circ}}\ B$. Симметричная нагрузка соединена звездой с сопротивлениями $\underline{Z} = (3 + j\,4)\,Ом$ на каждой фазе. Несимметричная активная нагрузка соединенная треугольником с сопротивлениями $R_1 = 100\ Ом;\ R_2 = 20\ Ом;\ R_3 = 5\ Ом$. Сопротивление проводов линии равно $\underline{Z}_Л = (3 + j3)\,Ом$ (рисунок 3.22). Определить токи в проводах линии. Построить векторную диаграмму.

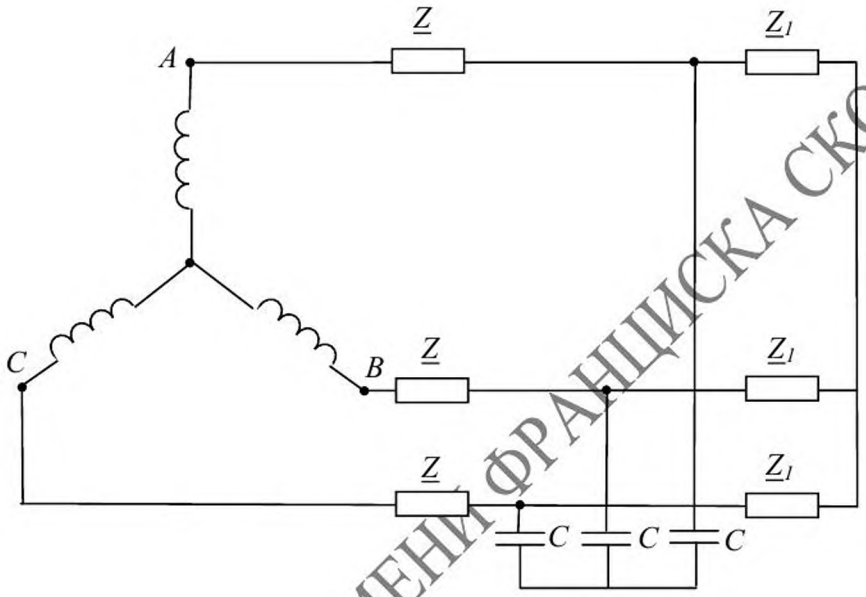


Рисунок 3.22

3.2.17 Найти фазные и линейные токи схемы рисунка 3.23, определить показания ваттметров и построить векторную диаграмму, если сопротивление $R_1 = 40\ Ом;\ X_1 = 3\ Ом;\ R_2 = 5\ Ом;\ R_3 = 3\ Ом;\ X_3 = 4\ Ом$, а линейное напряжение источника питания $U_Л = 220\ B$.

Решение. Предположим, что вектор $\dot{U}_{BC}$ направлен по оси действительных величин. Тогда комплексы векторов линейных напряжений будут равны

$\dot{U}_{BC} = 200\ B;$

$\dot{U}_{AB} = 200\ e^{j\,120^0} = (-110 + j\,190{,}5)\ B;$

$\dot{U}_{CA} = 200\ e^{-j\,120^0} = (-110 - j\,190{,}5)\ B.$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

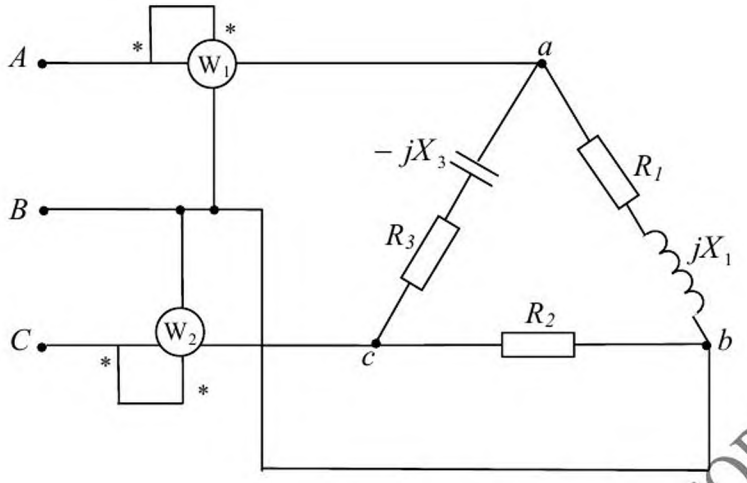


Рисунок 3.23

Комплексные сопротивления фаз приёмника

$\underline{Z}_{AB} = R_1 + jX_1 = (4 + j\,3) = 5\,e^{j\,36^0 50'}$ *Ом;*

$\underline{Z}_{BC} = R_2 = 5$ *Ом;* $\underline{Z}_{CA} = R_3 - j\,X_3 = (3 - j\,4) = 5\,e^{-j\,53^0 10'}$ *Ом.*

Комплексные фазные и линейные токи

$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{AB} / \underline{Z}_{ab} = 44\,e^{j\,83^0 10'} = (5{,}24 + j\,43{,}5)$ *A;*

$\dot{I}_{bc} = \dot{U}_{BC} / \underline{Z}_{bc} = 44$ *A;*

$\dot{I}_{ca} = \dot{U}_{CA} / \underline{Z} = 44\,e^{-j\,66^0 50'} = (17{,}3 - j\,40{,}5)$ *A;*

$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = (-12{,}06 + j\,84{,}1) = 84{,}8\,e^{j\,98^0 10'}$ *A;*

$\dot{I}_B = \dot{I}_{вс} - \dot{I}_{ab} = (38{,}76 - j\,43{,}6) = 58{,}2\,e^{-j\,48^0 20'}$ *A;*

$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = (-26{,}7 - j\,40{,}5) = 48{,}5\,e^{-j\,123^0 25'}$ *A.*

Модули токов

$\dot{I}_{AB} = \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{CA} = 44$ *A;* $\dot{I}_A = 84{,}8$ *A;* $\dot{I}_B = 58{,}2$ *A;*

$\dot{I}_C = 48{,}5$ *A;* (*проверка* $\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C = 0$);

$\widetilde{S}_1 = \dot{U}_{BC}\dot{I}_C = -220(26{,}7 + j\,40{,}5) = (5860 - j\,8900)$ *В · А;*

$\widetilde{S}_2 = \dot{U}_{AB}\dot{I}_A = (-110 + j\,190{,}5)(-12{,}06 - j\,84{,}1) = (17348 + j\,6955)$ *В · А;*

$P_1 = 5860$ *Вт;* $P_2 = 17348$ *Вт.*

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Примеры решения типовых задач

1 Трёхфазный трансформатор, вторичные обмотки которого соединены звездой, питает симметричный приёмник (рисунок 3.24). Сопротивления на фазах приёмника равно $\underline{Z} = (4 + j\,3)\,Ом$. Фазное напряжение трансформатора $U_Ф = 380\ В$. Найти фазные токи и напряжения, построить топографическую диаграмму и векторную диаграмму токов, если обмотки трансформатора соединены: а) правильно, как показано на рисунке 3.24; б) ошибочно: концы *X* и *y* первой и второй фаз трансформатора соединены с началом третьей фазы *C*, приёмник подключён к зажимам *A*, *B* и *Z* трансформатора. Построить векторную диаграмму. [6]

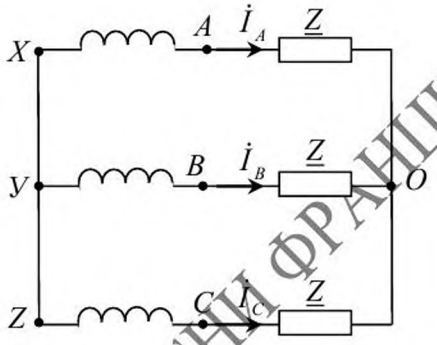


Рисунок 3.24

Решение. а) Фазные напряжения на нагрузке симметричны и равны фазным напряжениям трансформатора

$$\dot{U}_{AX} = \dot{U}_{AO'} = 380 B; \quad \dot{U}_{BX} = \dot{U}_{BO'} = 380\, e^{-j\,120^0}\, B; \quad \dot{U}_{CX} = \dot{U}_{CO'} = 380\, e^{j\,120^0}\, B.$$

Фазные токи образуют симметричную систему:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{AO'} / \underline{Z}_ф = 76\ e^{-j\,36^0 50'}\, A;$$
$$\dot{I}_B = \dot{U}_{BO'} / \underline{Z}_ф = 76\ e^{-j\,156^0 50'}\, A;$$
$$\dot{I}_C = \dot{U}_{CO'} / \underline{Z}_ф = 76\ e^{j\,83^0 10'}\, A.$$

Построим векторную диаграмму (рисунок 3.25).

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

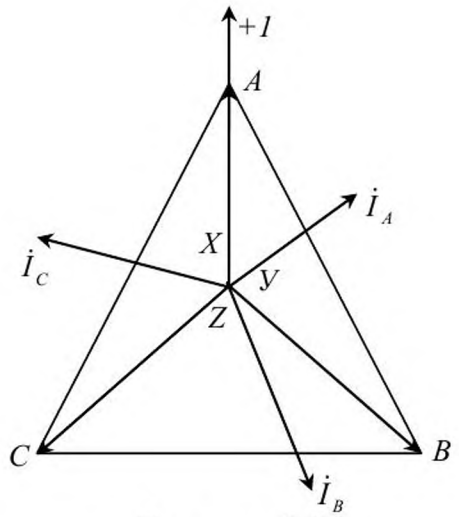


Рисунок 3.25

б) Получаем электрическую цепь на рисунке 3.26
Определим смещение нейтрали, т. к. $\underline{Y}_{\Phi A} = \underline{Y}_{\Phi B} = \underline{Y}_{\Phi C}$, то

$$\dot{U}_{OX'} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B - \dot{U}_C \underline{Y}_C}{3\underline{Y}_\Phi} = 25\, e^{-j\,60^0}\, B.$$

Рассчитаем фазные напряжения на нагрузке и токи в каждой фазе

$$\dot{U}_{AO'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{O'X} = 335\, e^{j\,4^0}\, B;\ \dot{U}_{BO'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{O'Z} = 335\, e^{-j\,161^0}\, B;$$
$$\dot{U}_{O'Z} = -\dot{U}_C - \dot{U}_{O'X} = 126\, e^{-j\,60^0}\, B;\ \dot{I}_A = \dot{U}_{AO'} / \underline{Z}_\Phi = 67\, e^{j\,4^0 10'}\, A;$$
$$\dot{I}_B = \dot{U}_{BO'} / \underline{Z}_\Phi = 67\, e^{j\,162^0 10'}\, A;\ \dot{I}_C = \dot{U}_{CO'} / \underline{Z}_\Phi = 25\, e^{-j\,96^0 50'}\, A$$

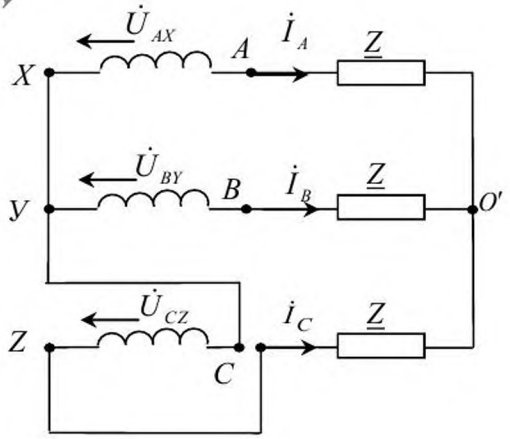


Рисунок 3.26

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Векторная диаграмма показана на рисунке 3.27.

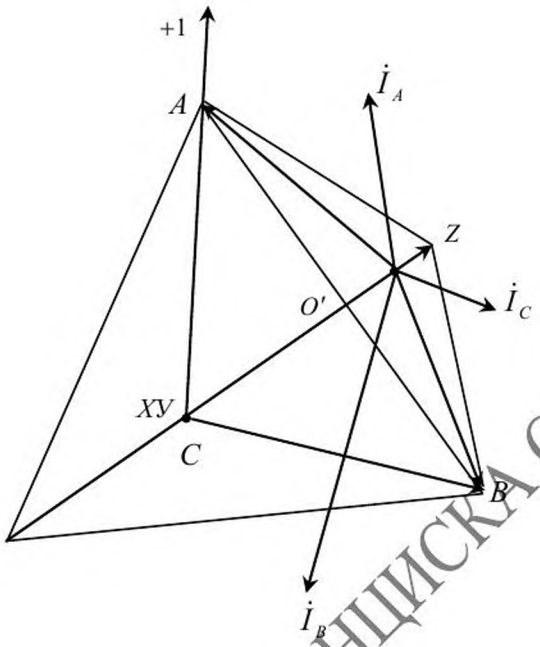


Рисунок 3.27

2 Линейное напряжение на зажимах приёмника $U = 120\ B$. Активное сопротивление равно $R = 6\ Ом$; реактивное $-9\ Ом$; сопротивление линии $R_Л = 9\ Ом;\quad X_Л = 2\ Ом$ (рисунок 3.28). Найти линейное напряжение генератора и ток в линии. Построить топографическую диаграмму. Определить показания ваттметров, включённых в схему. Найти мощность цепи.

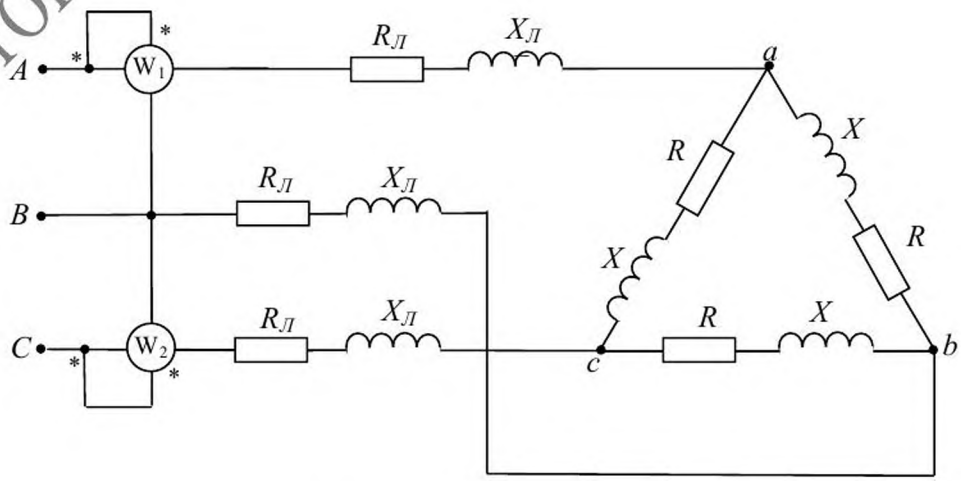


Рисунок 3.28

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Решение.

$U = 19\ B;\ I = 19{,}2\ A;\ \varphi_n = arctg = (X_L / R) = 56^0 20';$

$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca};\ \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ав};\ \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc};$

$P_1 = \dot{U}_{AB}\dot{I}_A\ cos\alpha = \dot{U}_{AB}\dot{I}_A\ cos(\varphi + 30^0);$

$P_2 = \dot{U}_{BC}\dot{I}_C\ cos\beta = \dot{U}_{BC}\dot{I}_C\ cos(\varphi - 30^0);$

$P = P_1 + P_2;\ P_{ПР} + \Delta P_Л = 3RI_Ф^2 + 3R_Л I^2.$

Построим топографическую диаграмму (рисунок 3.29)

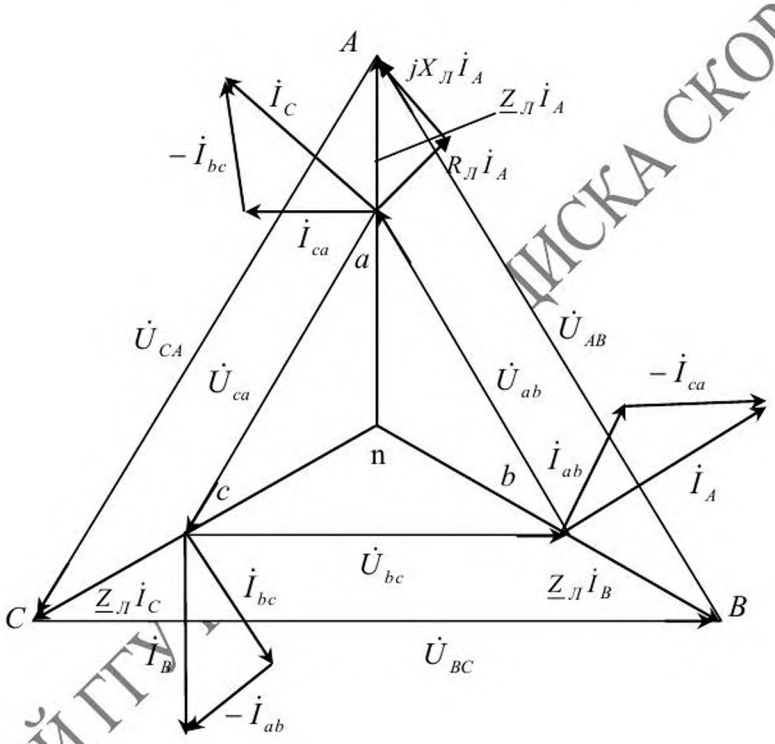


Рисунок 3.29

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Задания к контрольным работам

Тема 1 Расчет сложных цепей постоянного тока

Для электрических схем, приведенных на рисунках 4.1- 4.36 для заданных в таблице 4.1 значений ЭДС и сопротивлений резисторов, вычислить токи следующими методами:

– по первому и второму правилам Кирхгофа;

– по методу контурных токов;

– исключить источники E_2, E_3 из рассматриваемой схемы (если заданы внутренние сопротивления, то заменить E_2 и E_3 на их значения), рассчитать токи в полученной схеме с одним источником ЭДС E_1 применив «метод свертки;

– для электрической цепи с ЭДС E_1, E_2 рассчитать токи методом наложения;

– упростить схему, заменив треугольник сопротивлений R_4, R_5, R_6 эквивалентной звездой. Начертить полученную схему. Рассчитать полученную схему, применив метод узловых потенциалов;

– определить ток в резисторе R_6 методом эквивалентного генератора.

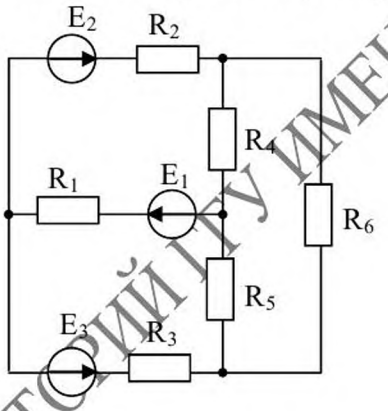


Рисунок 4.1

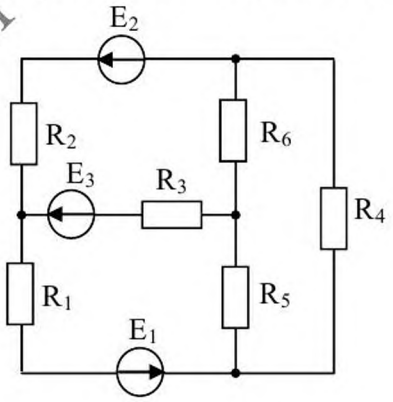


Рисунок 4.2

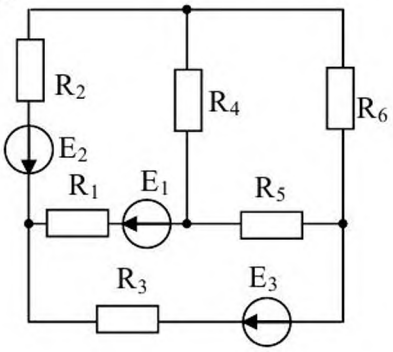


Рисунок 4.3

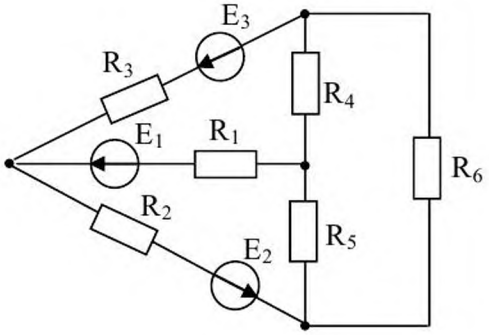


Рисунок 4.4

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

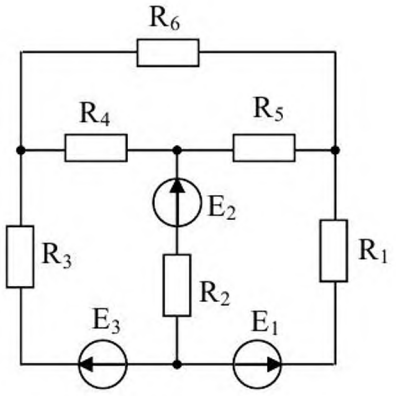


Рисунок 4.5

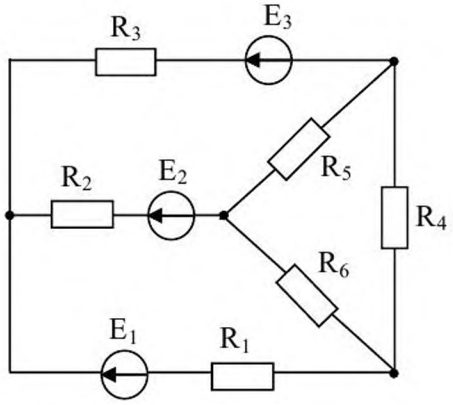


Рисунок 4.6

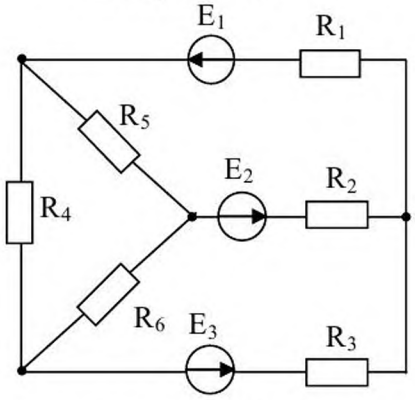


Рисунок 4.7

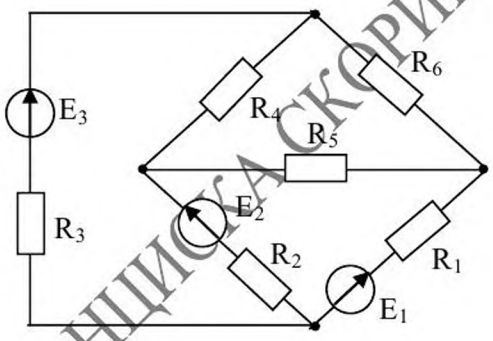


Рисунок 4.8

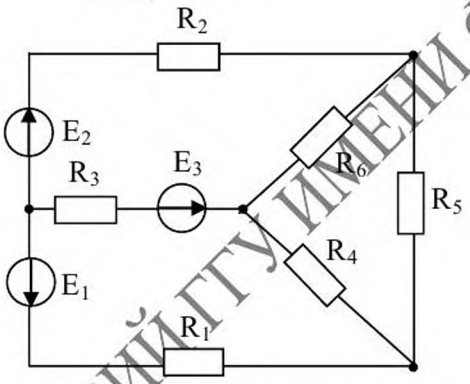


Рисунок 4.9

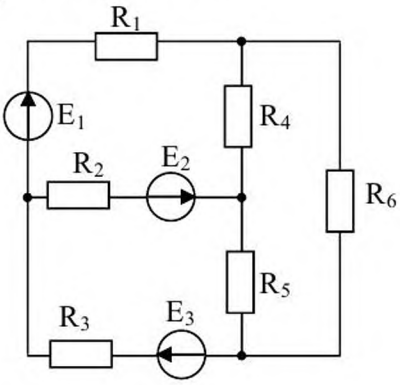


Рисунок 4.10

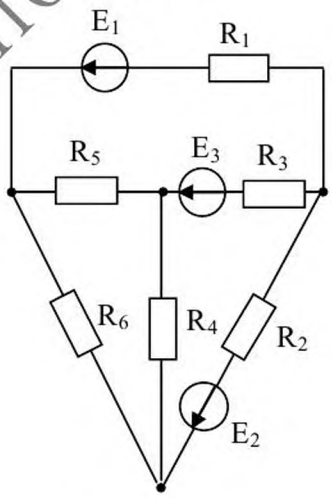


Рисунок 4.11

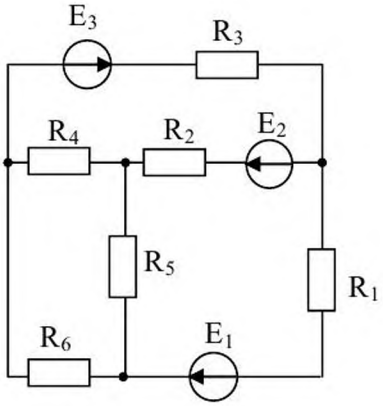


Рисунок 4.12

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

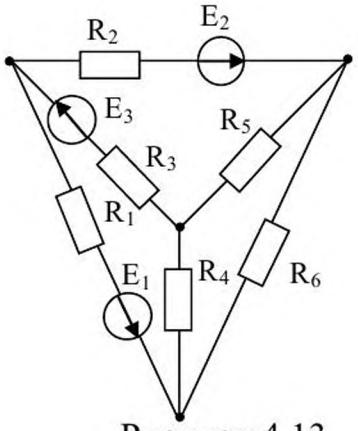


Рисунок 4.13

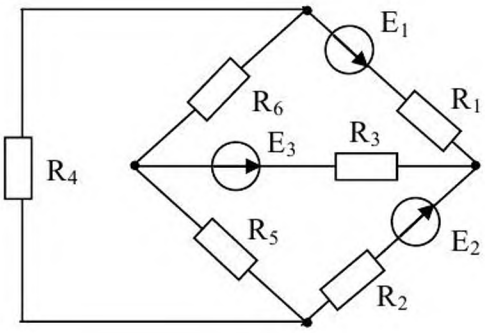


Рисунок 4.14

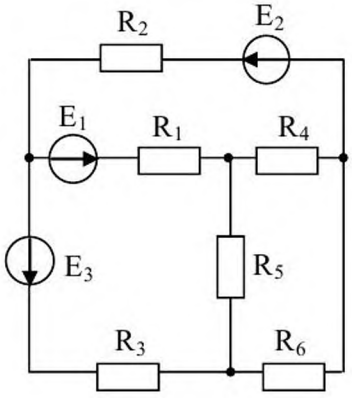


Рисунок 4.15

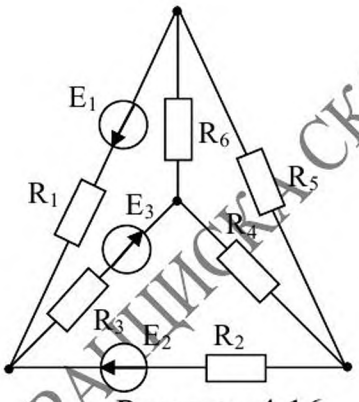


Рисунок 4.16

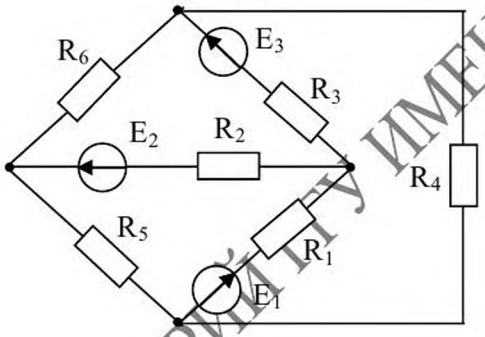


Рисунок 4.17

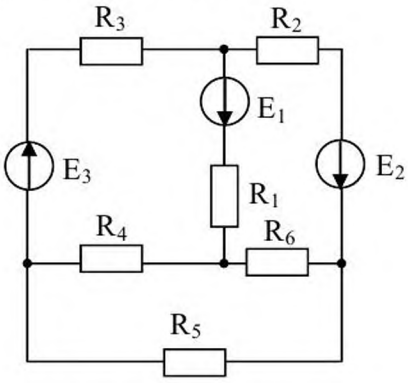


Рисунок 4.18

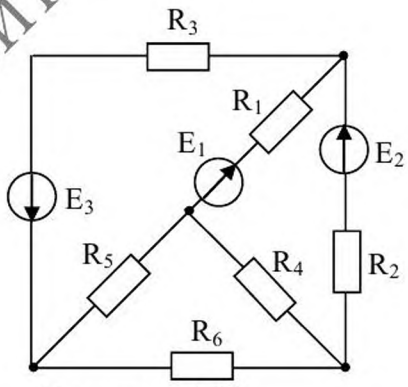


Рисунок 4.19

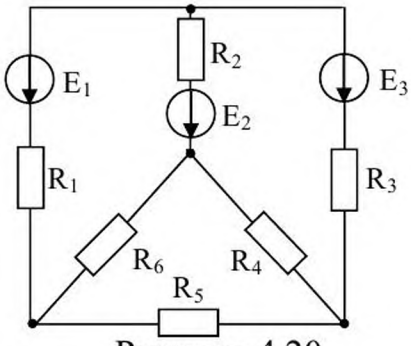


Рисунок 4.20

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

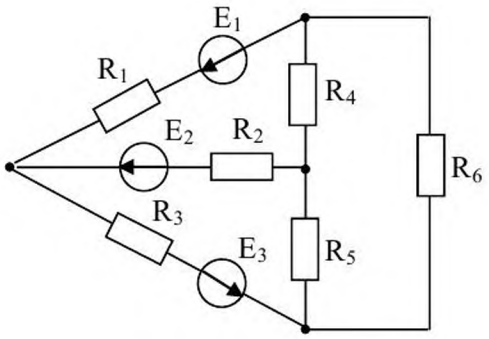


Рисунок 4.21

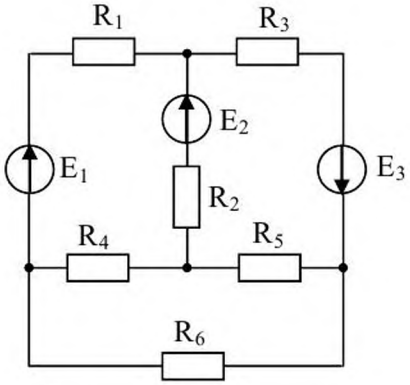


Рисунок 4.22

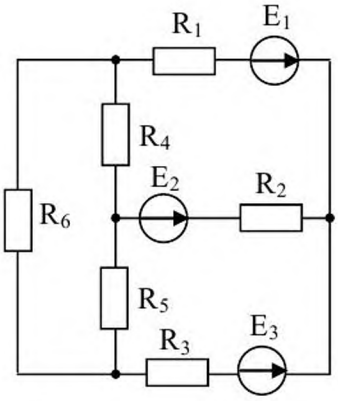


Рисунок 4.23

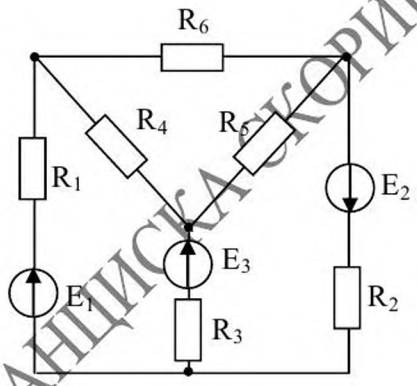


Рисунок 4.24

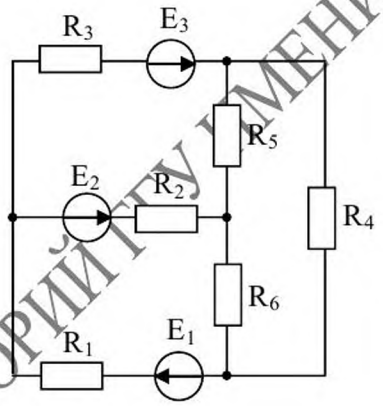


Рисунок 4.25

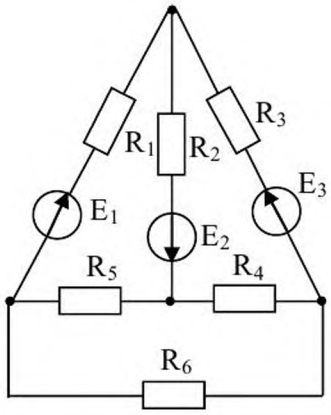


Рисунок 4.26

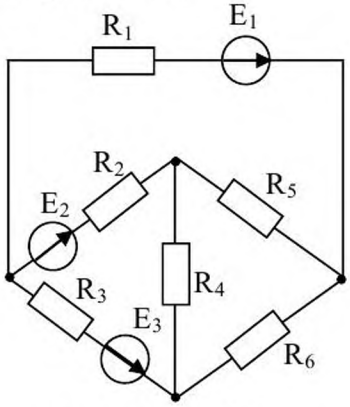


Рисунок 4.27

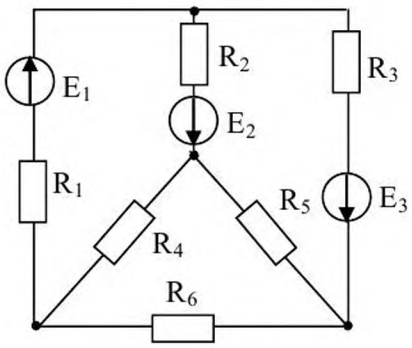


Рисунок 4.28

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

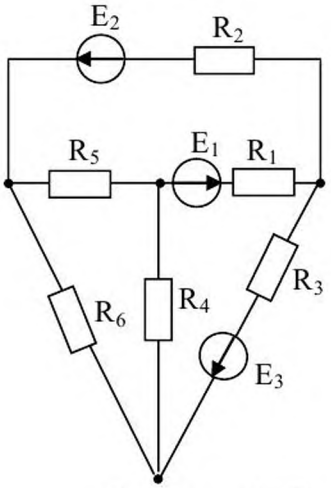


Рисунок 4.29

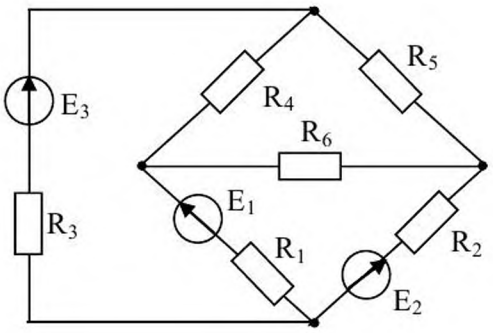


Рисунок 4.30

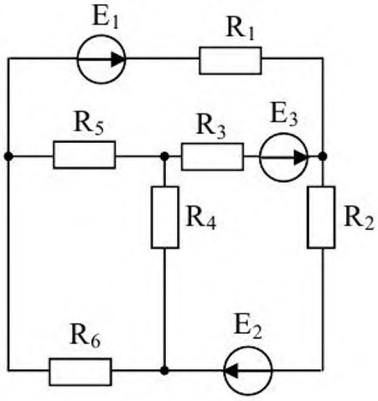


Рисунок 4.31

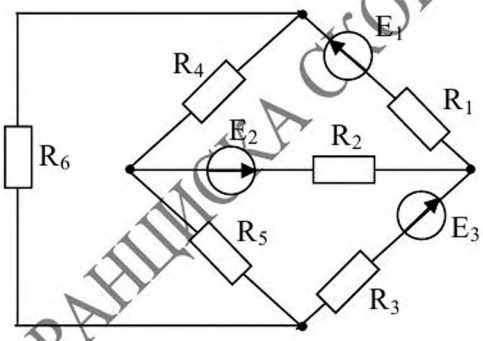


Рисунок 4.32

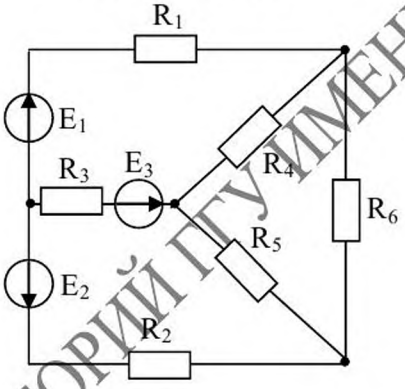


Рисунок 4.33

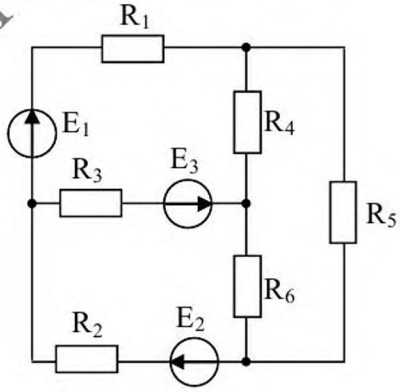


Рисунок 4.34

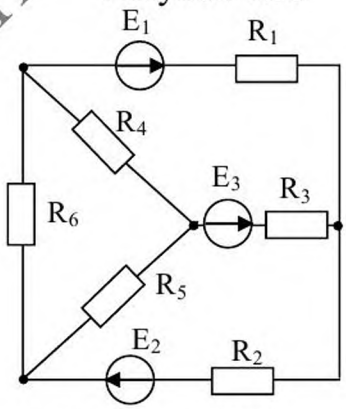


Рисунок 4.35

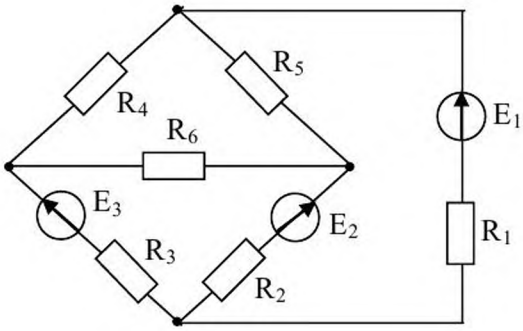


Рисунок 4.36

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Таблица 4.1

№ варианта	№ рисунка	E_1, В	E_2, В	E_3, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом	R_6, Ом
1.1	4.1	24	10	-	4	10	6	2	6	3
1.2	4.2	55	18	4	2	4	4	8	12	8
1.3	4.3	36	10	25	1	2	7	2	4	5
1.4	4.4	16	5	36	4	10	5	6	8	6
1.5	4.5	14	25	28	2	2	6	4	9	12
1.6	4.6	20	22	0	3	8	4	10	6	8
1.7	4.7	10	6	24	3	5	6	6	3	1
1.8	4.8	6	20	4	4	6	4	4	3	3
1.9	4.9	21	4	10	5	7	2	8	1	1
1.10	4.10	4	9	18	7	10	4	8	10	2
1.11	4.11	4	24	6	9	8	6	6	10	4
1.12	4.12	16	8	9	5	6	6	5	10	5
1.13	4.13	48	12	6	2	4	2	12	6	2
1.14	4.14	12	36	12	5	5	1	5	6	9
1.15	4.15	12	6	40	2	3	8	5	7	8
1.16	4.16	8	6	36	3	2	1	6	8	6
1.17	4.17	72	12	4	6	1	10	4	12	4
1.18	4.18	12	48	6	2	1	4	15	2	2
1.19	4.19	12	30	9	3	2	3	3	1	3
1.20	4.20	9	6	27	4	2	8	13	4	3
1.21	4.21	15	63	6	5	3	1	2	12	3
1.22	4.22	54	27	3	8	3	1	4	2	2
1.23	4.23	36	9	24	3	4	2	1	5	1
1.24	4.24	3	66	9	1	4	2	2	7	3
1.25	4.25	12	30	25	1	5	1	1	6	4
1.26	4.26	30	16	10	2	5	3	1	8	5
1.27	4.27	10	32	10	1	6	1	7	1	5
1.28	4.28	5	10	36	1	6	3	2	2	2
1.29	4.29	40	25	8	3	3	2	4	3	2
1.30	4.30	8	40	10	5	3	3	3	2	1
1.31	4.31	22	24	10	2	1	8	4	10	6
1.32	4.32	55	18	4	8	4	3	2	4	4
1.33	4.33	36	10	25	4	8	3	1	2	7
1.34	4.34	16	5	32	9	3	2	4	1	5
1.35	4.35	14	25	28	5	2	8	2	2	6
1.36	4.36	5	16	30	6	4	3	2	5	3

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Тема 2 Расчет электрических цепей однофазного синусоидального тока

Для электрических схем, приведенных на рисунках 4.37- 4.74 и заданных в таблице 4.2 значений ЭДС и сопротивлений резисторов, индуктивностей, емкостей и частоты вычислить токи с применением комплексных чисел и построить векторные диаграммы.

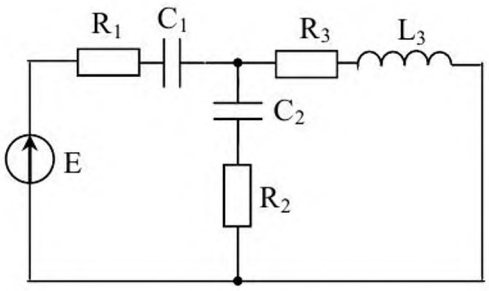


Рисунок 4.37

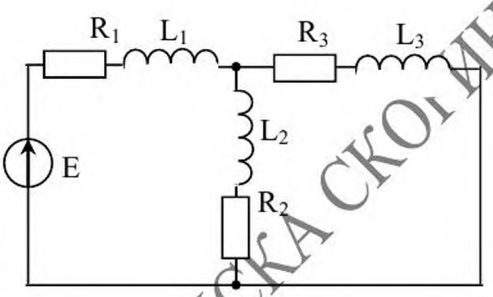


Рисунок 4.38

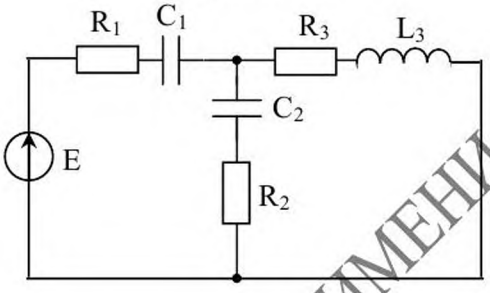


Рисунок 4.39

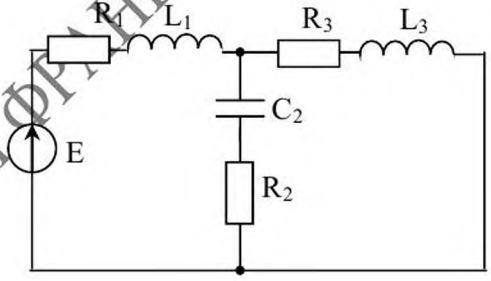


Рисунок 4.40

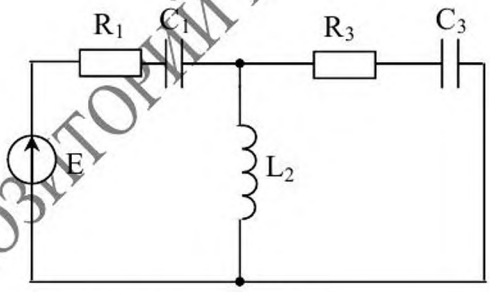


Рисунок 4.41

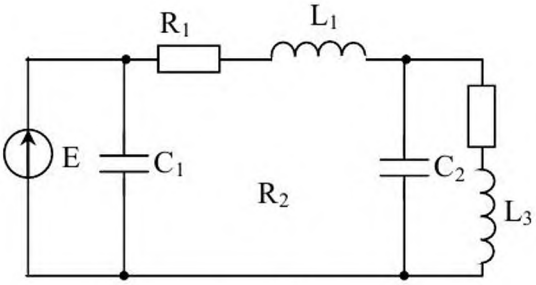


Рисунок 4.42

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

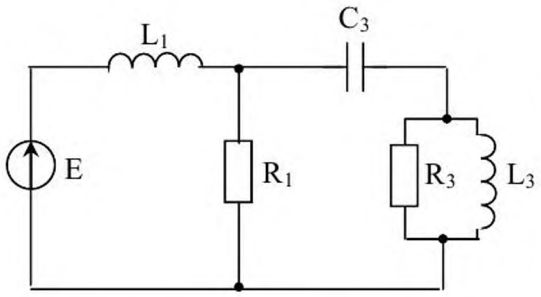


Рисунок 4.43

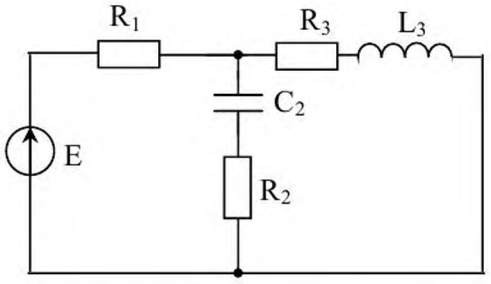


Рисунок 4.44

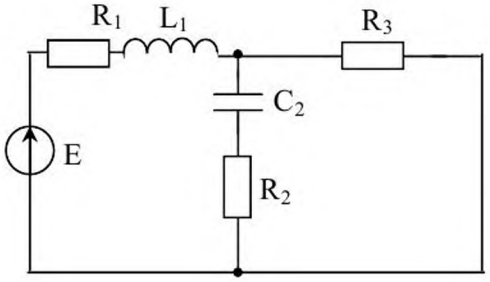


Рисунок 4.45

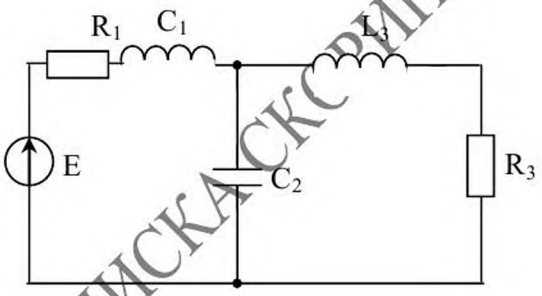


Рисунок 4.46

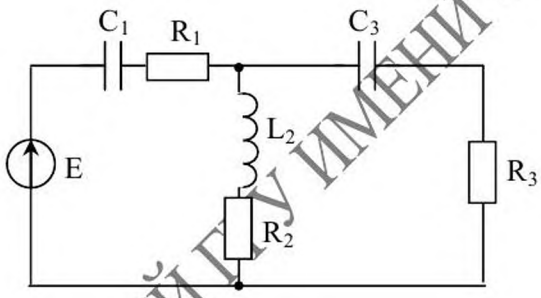


Рисунок 4.47

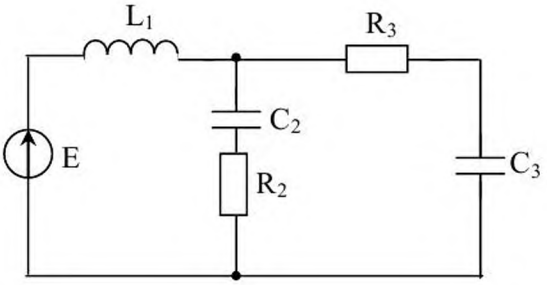


Рисунок 4.48

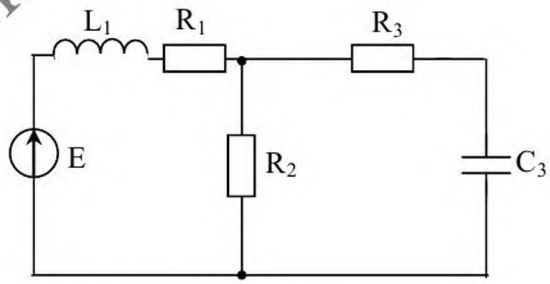


Рисунок 4.49

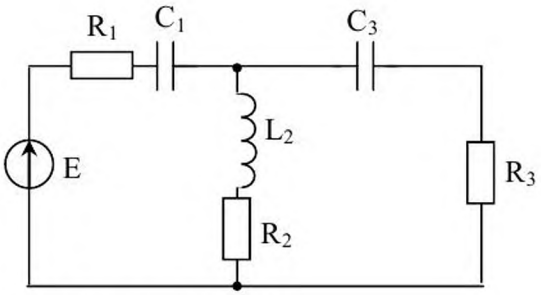


Рисунок 4.50

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

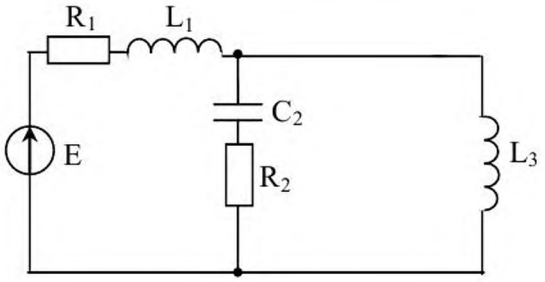


Рисунок 4.51

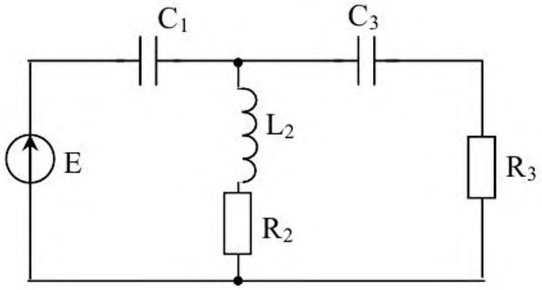


Рисунок 4.52

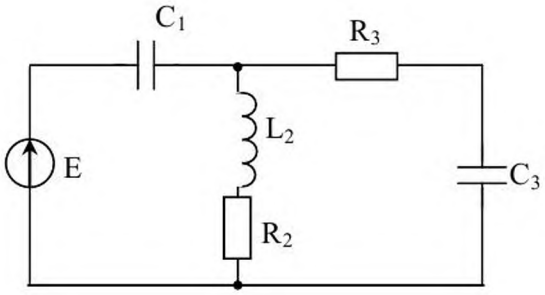


Рисунок 4.53

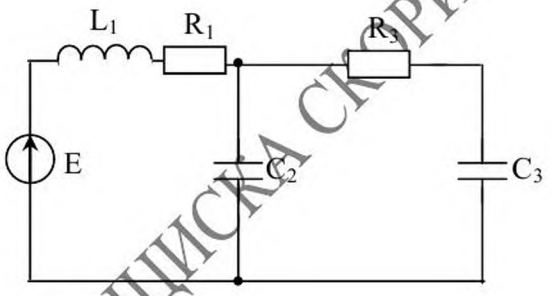


Рисунок 4.54

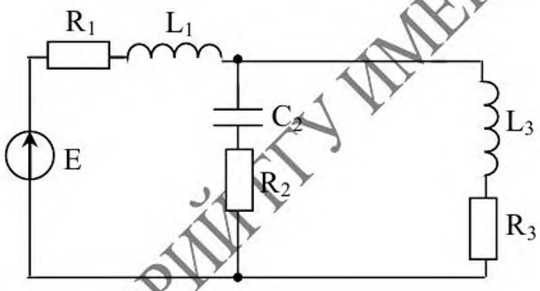


Рисунок 4.55

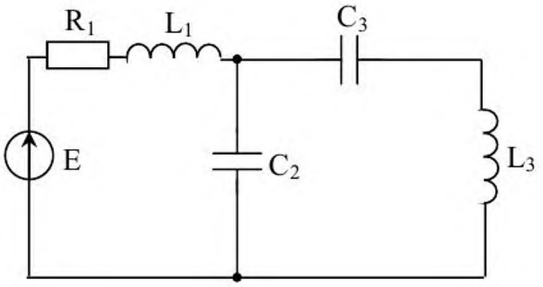


Рисунок 4.56

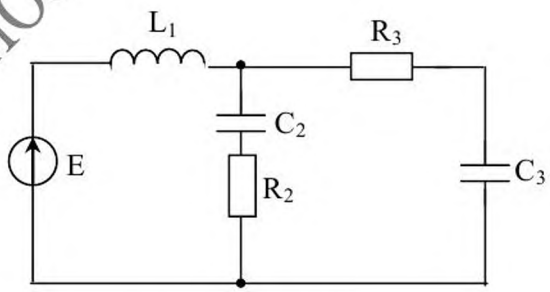


Рисунок 4.57

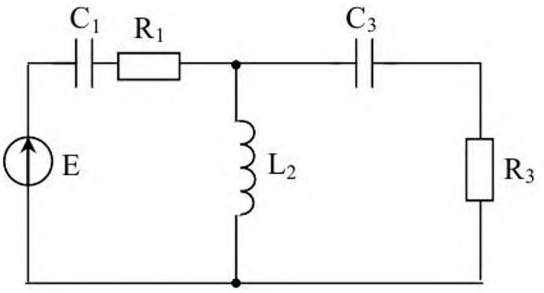


Рисунок 4.58

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

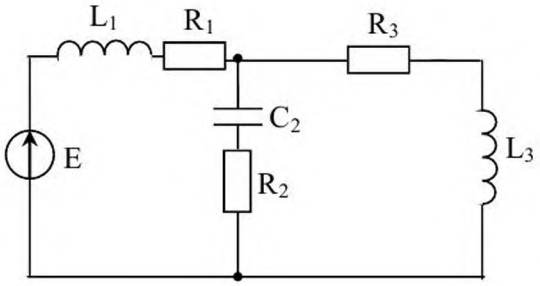


Рисунок 4.59

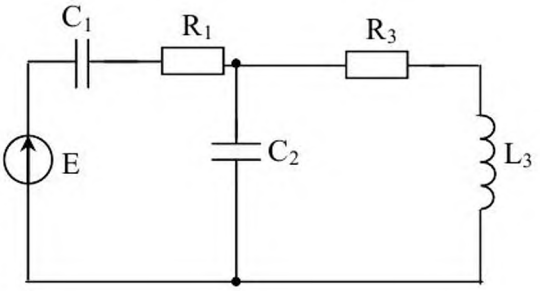


Рисунок 4.60

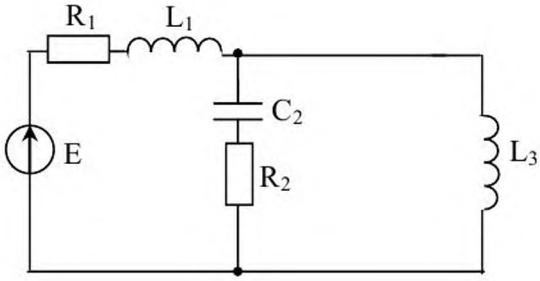


Рисунок 4.61

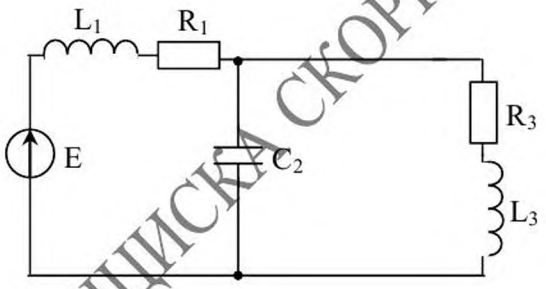


Рисунок 4.62

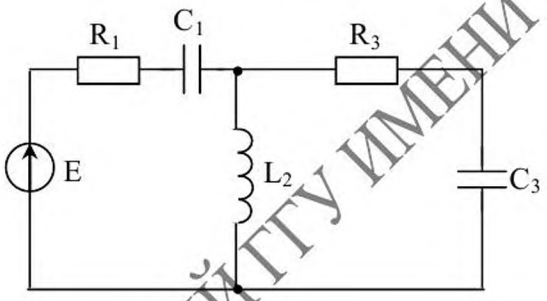


Рисунок 4.63

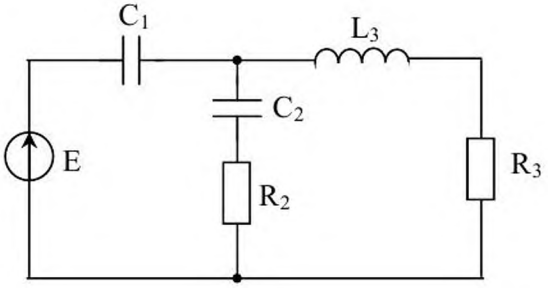


Рисунок 4.64

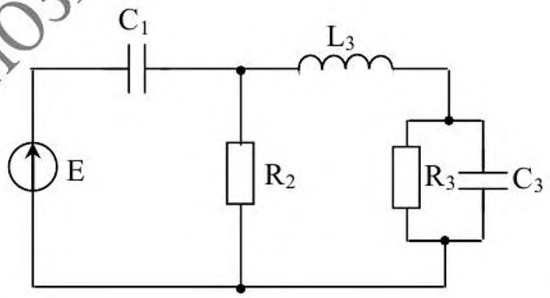


Рисунок 4.65

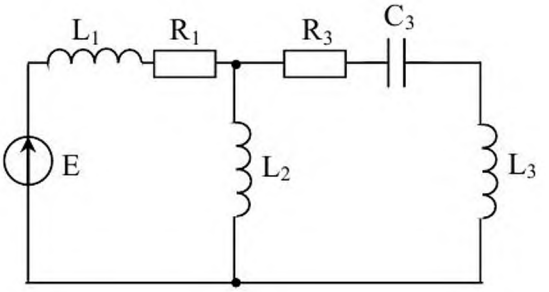


Рисунок 4.66

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

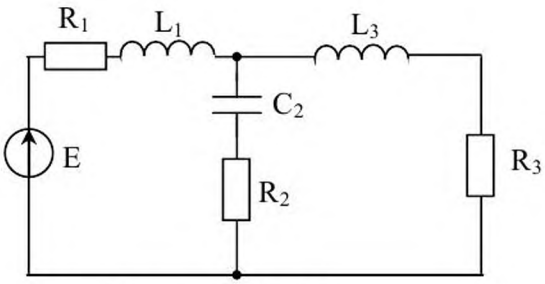


Рисунок 4.67

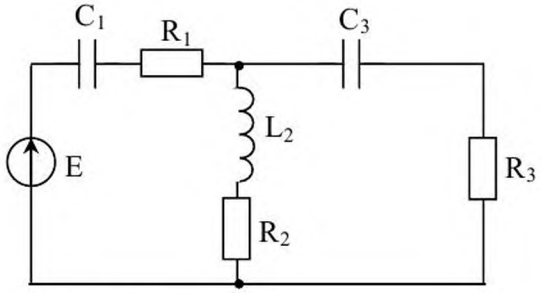


Рисунок 4.68

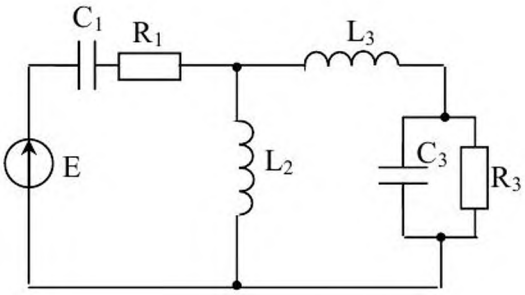


Рисунок 4.69

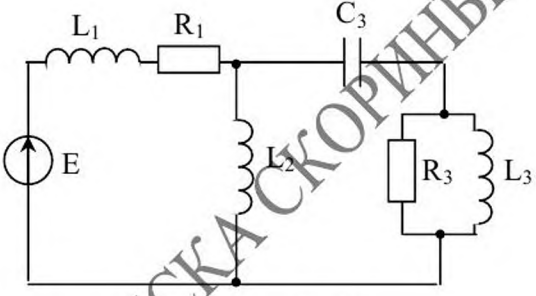


Рисунок 4.70

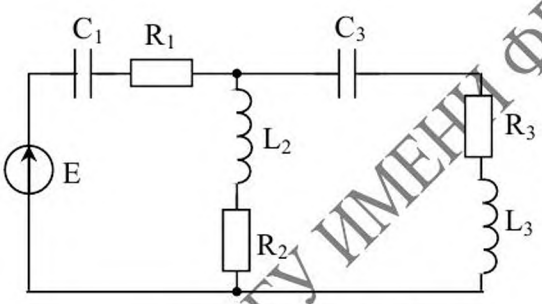


Рисунок 4.71

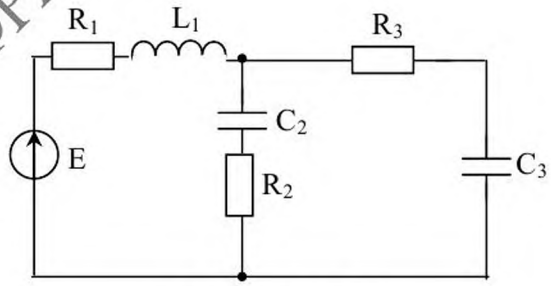


Рисунок 4.72

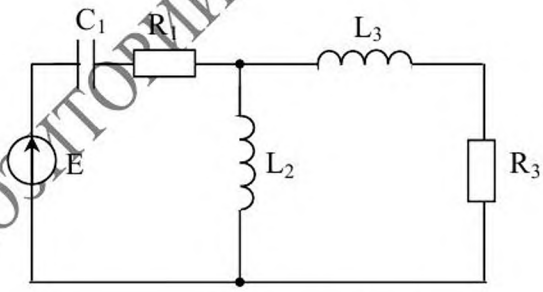


Рисунок 4.73

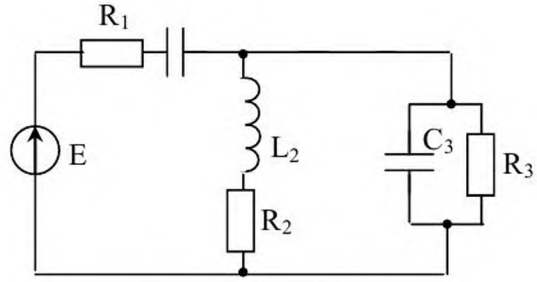


Рисунок 4.74

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Таблица 4.2

№ вар.	№ рис.	E, В	f, Гц	C_1, мкФ	C_2, мкФ	C_3, мкФ	L_1, мГн	L_2, мГн	L_3, мГн	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом
1.1	4.37	100	50	637	300	-	-	-	15,9	10	4	6
1.2	4.38	100	50	-	-	-	15,9	9	15,9	8	3	4
1.3	4.39	200	50	637	300	-	-	-	15,9	8	3	4
1.4	4.40	120	50	-	300	-	15,9	-	15,9	8	3	4
1.5	4.41	220	50	6,37	-	100	-	47,7	15,9	8	-	4
1.6	4.42	50	50	100	159	-	15,9	-	47,7	10	-	10
1.7	4.43	100	50	-	-	300	15,9	-	115	10	-	10
1.8	4.44	120	50	-	100	-	-	-	115	10	4	10
1.9	4.45	200	50	-	159	-	31,8	-	115	10	4	10
1.10	4.46	220	50	-	318	-	15,9	-	47,7	10	-	10
1.11	4.47	50	50	637	-	300	-	15,9	-	-	5	8
1.12	4.48	100	50	-	637	100	15,7	-	-	10	-	8
1.13	4.49	200	50	-	-	100	31,8	-	-	5	10	8
1.14	4.50	220	50	637	-	200	-	15,9	-	5	10	8
1.15	4.51	150	50	-	100	200	15,9	-	-	-	2	10
1.16	4.52	100	50	637	-	200	-	31,8	-	4	8	10
1.17	4.53	120	50	100	-	200	-	15,9	-	-	8	10
1.18	4.54	200	50	-	637	200	15,7	31,8	-	8	-	10
1.19	4.55	220	50	-	160	-	31,8	-	95	10	8	4
1.20	4.56	50	50	-	159	200	31,8	-	95	15	-	-
1.21	4.57	100	50	-	159	200	15,9	-	-	-	15	10
1.22	4.58	120	50	637	159	200	-	-	15,9	10	-	20
1.23	4.59	200	50	637	159	200	115	31,8	47,7	15	10	20
1.24	4.60	220	50	637	159	-	-	-	95	4	10	20
1.25	4.61	150	50	-	159	-	25	-	95	6	10	-
1.26	4.62	100	50	-	159	-	31,8	-	95	6	-	20
1.27	4.63	100	50	100	-	159	-	25	95	6	-	-
1.28	4.64	200	50	100	159	-	-	-	95	-	6	2
1.29	4.65	220	50	637	-	637	-	-	9	-	10	2
1.30	4.66	500	50	-	-	637	25	15,7	31,8	10	-	4
1.31	4.67	100	50	-	318	300	31,8	-	31,8	12	10	10
1.32	4.68	120	50	100	-	300	-	15,9	-	4	12	10
1.33	4.69	200	50	318	-	300	-	31,8	95	10	-	4
1.34	4.70	220	50	-	-	300	25	15,9	31,8	4	-	10
1.35	4.71	50	50	100	-	318	-	15,9	31,8	8	10	4
1.36	4.72	100	50	-	637	200	19,5	-	-	8	10	4
1.37	4.73	150	50	637	-	-	-	31,8	95	8	-	4
1.38	4.74	200	50	637	-	200	-	15,9	-	8	12	4

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Литература

1 Атабеков, Г. И. Основы теории цепе й: учебник для вузов / Г. И. Атабеков. – 2-е изд. – СПб.: 2006.

2 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: учебник / Л. А. Бессонов – М., 2006.

3 Теоретические основы электротехники: учебник для вузов. 3 т. Т. 1: Теоретические основы электротехники. / К. С. Демирчян [и др.] – 4-е изд. – СПб.: 2004.

4 Бессонов, Л.А. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / Л. А. Бессонов [и др.] – М.: 2003.

5 Сборник задач по общей электротехнике: учебное пособие для вузов / Под ред. В. С. Пантюшина – М., 1973.

6. Реус, Г. Г. Основы электротехники и электроники в задачах с решениями: учебное пособие / Г. Г. Реус. – М.: 2005.

7 Сборник задач по электротехнике и основам электроники: учебное пособие для вузов / под ред. В. Г. Герасимова. – М.: 1987.

8 Шебес, М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М. Р. Шебес. – М.: 1991.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ

Учебное издание

Богданович Валентина Иосифовна

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

СБОРНИК ЗАДАЧ

для студентов физических специальностей вузов

В 2 частях

Часть 1

Редактор Шкредова В. И.
Корректор Калугина В. В.

Лицензия № 02330/0133208 от 30.04.04.
Подписано в печать 15.01.09. Формат 60x84 1/16.
Бумага писчая №1. Гарнитура «Таймс».
Усл. печ. л. 5,92. Уч. изд. л. 6,37. Тираж 75 экз. Заказ № 8 .

Отпечатано с оригинала-макета на ризографе
учреждения образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»
Лицензия № 02330/0056611 от 16.02.04.
246019, г. Гомель, ул. Советская, 104

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ