**М.А. Ревенок** (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **О.М. Дерюжкова**, канд. физ.-мат. наук, доцент

# АНАЛИЗ ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ АТОМНОГО ЯДРА В СРЕДЕ MATHCAD

Современные компьютерные системы позволяют проводить подробный численный анализ и наглядную графическую интерпретацию различных физических величин и характеристик. Так использование автоматизированной математической среды *MathCad* дает возможность представить и исследовать поведение и свойства объектов микромира. Изучение ядра – квантовой системы многих частиц-нуклонов размером $10^{-13}$ см, происходит с помощью ядерных реакций или в рамках компьютерного моделирования.

Рассмотрим, как меняются энергетические характеристики атомного ядра в результате поверхностных деформаций. Для проведения компьютерного анализа энергии поверхностных колебаний ядра-капли необходимо воспользоваться аналитической моделью, построенной в классическом подходе без учета квантовых оболочечных эффектов. В данном подходе колебания поверхности ядра-капли происходят за счет изменения поверхностной и кулоновской энергий ядра. При малых деформациях существенную роль играют силы поверхностного натяжения, а при больших деформациях – силы кулоновского отталкивания. Согласно формуле Вайцзеккера поверхностная энергия ядра определяется выражением: $E_s = \beta A^{\frac{2}{3}} = \alpha \cdot S$, где $\alpha = \frac{\beta A^{\frac{2}{3}}}{4\pi R^2} = \frac{\beta}{4\pi R_0^2}$, $R_0$ = 1,2 Фм. А изменение кулоновской энергии при деформации ядра имеет вид: $\Delta E_k = \frac{1}{2} k_k q_e^2, \quad k_k = -\frac{3Z^2e^2}{R^3}, q -$ амплитуда поверхностной волны. Тогда энергию поверхностных колебаний можно определить следующим образом [1]:

$$\hbar\omega_l = \left[\frac{4\pi\alpha\hbar^2}{3m}(l^3 - 5\gamma l)\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{1}$$

где $l$ – номер гармоники поверхностной волны, γ – отношение кулоновской энергии сферы $\left(\frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{R}\right)$ к поверхностной энергии $E_s$ недеформированного ядра ($\beta A^{2/3}$).

Рассмотрим вклад в энергию поверхностных колебаний квадрупольных ($l$ = 2) деформаций, при которых ядро принимает форму то сплюснутого, то вытянутого эллипсоида вращения, а также октупольных ($l$ = 3) деформаций, при которых ядро приобретает грушевидную форму. В силу свойств сферической поверхности формула (1) может быть записана в виде:

$$\hbar(\omega_l) = \left[\frac{4\pi\alpha\hbar^2}{3m} l(l-1)\left(l+2-\frac{10\gamma}{2l+1}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (2)$$

Если в выражение (2) подставить соответствующие числовые значения входящих в него констант, то для энергии квадрупольных колебаний ($l$ = 2) имеем:

$$\hbar\omega_{\text{квадр}} \approx 26\sqrt{\frac{2\text{A} - 0{,}047Z^2}{A^2}} \text{ МэВ}, \qquad (3)$$

а для энергии октупольных колебаний ($l$=3) выражение (2) принимает вид:

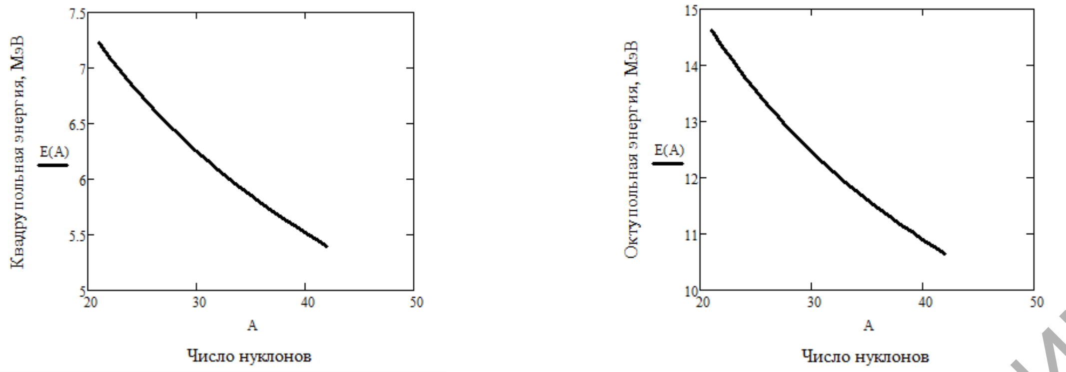
$$\hbar\omega_{\text{окт}} \approx 71\sqrt{\frac{(7\text{A} - 0{,}094Z^2)}{7A^2}} \text{ МэВ}. \qquad (4)$$

Воспользуемся формулами (3) и (4) для моделирования в среде *MathCad* в рамках модели жидкой капли поведения возбужденного ядра, у которого наблюдаются малые поверхностные колебания вблизи положения равновесия. Смоделируем зависимости квадрупольной и октупольной энергий от числа нуклонов $A$ для трех массовых областей ядер (рисунок 1).

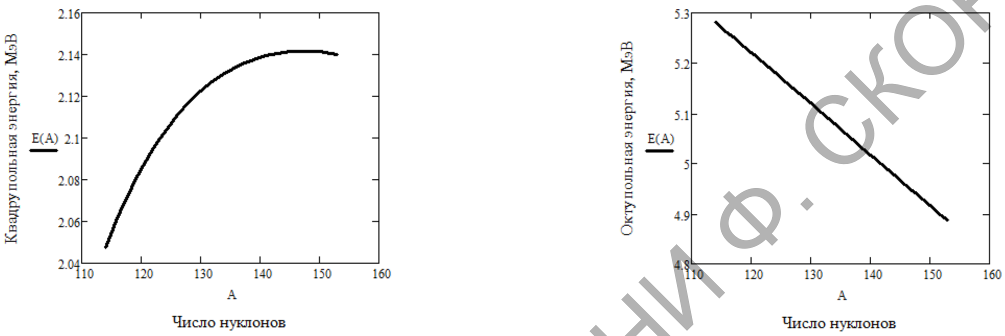
Из графиков рисунка 1, а) следует, что энергии квадрупольной и октупольной деформации изотопов ядра алюминия $_{13}Al$ ведут себя одинаковым образом: резко уменьшаются с ростом числа нуклонов $A$. Такое поведение энергии деформации в области легких ядер объясняется малым количеством нуклонов (до 50), коллективное движение которых приводит к поверхностной деформации ядра.

Легкие ядра имеют практически равновесную форму соответствующую сфере.

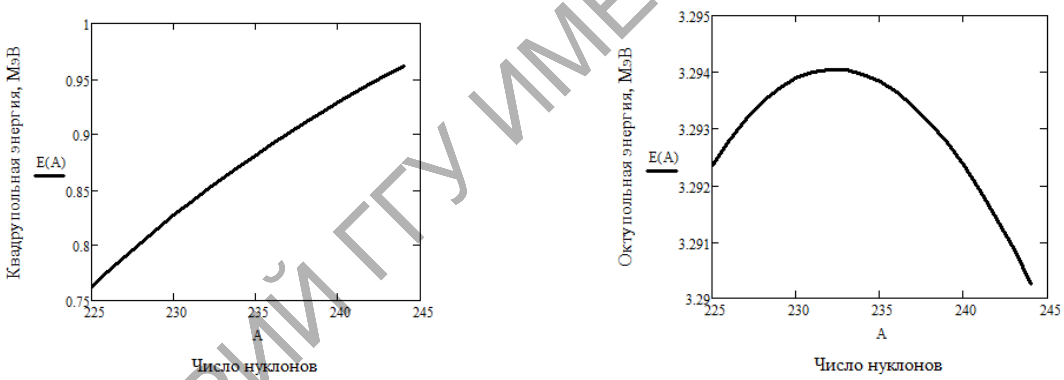
В области средних ядер для различных изотопов бария $_{56}Ba$ энергии деформации изменяются незначительно (рисунок 1, б)). Однако при этом квадрупольная энергия растет с ростом числа нуклонов $A$, а октупольная энергия практически линейно уменьшается. Таким образом, основной вклад в энергию поверхностных колебаний для ядер с числом нуклонов 100<$A$<150 вносят квадрупольные деформации, обусловленные силами кулоновского отталкивания. При этом ядро будет обладать формой эллипсоида вращения.




а) изотопы алюминия $_{13}Al$, число нуклонов 20<$A$<50




б) изотопы бария $_{56}Ba$, число нуклонов 100<$A$<150




в) изотопы нептуния $_{93}Np$, число нуклонов 220<$A$<250

Рисунок 1 – Зависимость квадрупольной и октупольной энергий от числа нуклонов $A$ для а) легких, б) средних и в) тяжелых ядер

На графиках рисунка 1, в) для тяжелых ядер на примере изотопов нептуния $_{93}Np$ представлена схожая с рисунком 1, б) зависимость с той лишь разницей, что в области ядер с 220<$A$<235 происходит рост октупольной энергии. Значит, за изменение формы тяжелого ядра отвечают и квадрупольная, и октупольная деформации. Ядра в этой области значений $A$ обладают большими квадрупольными моментами, свидетельствующими о несферичности их равновесной формы близкой к грушевидной.

Таким образом, использование при анализе характеристик поверхностных деформаций ядра-капли среды *MathCad* значительно сокращает время получения необходимого результата, позволяет наглядно его представить и проанализировать с помощью графических зависимостей.

**Литература**

1. Ципенюк, Ю.М. Принципы и методы ядерной физики / Ю.М. Ципенюк. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 352 с.

**П.В. Сомов** (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **В.Ф. Шолох,** канд. физ.-мат. наук, доцент

## РАВНА ЛИ НУЛЮ КОВАРИАНТНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ ПОСТОЯННОЙ ВЕЛИЧИНЫ?

Ковариантная производная обобщает понятие производной функции, известной из курса математического анализа, на случай криволинейных систем координат. Однако, несмотря на отмеченное обобщение, мне не удалось найти аналогов для четырёх основных правил вычисления производной, распространяющихся на случай ковариантной производной. Аналоги таких правил, совпадающие с правилами вычисления производной в матанализе, были найдены только для ковариантной производной суммы и ковариантной производной произведения [1]. Отсутствие правила для ковариантной производной частного легко объяснить тем, что операция деления для тензоров, ранг которых $r \geq 1$, не определена. Осталось выяснить имеет ли место правило $C' = 0$, где С – постоянная величина, для ковариантной производной?

Ответ на поставленный вопрос рассмотрим на примере ковариантной производной тензора первого ганга, то есть вектора. Ковариантная производная контравариантной компоненты вектора $\vec{a}(q^i)$ вычисляется по формуле

$$\nabla_i a^j = \frac{\partial a^j}{\partial q^i} + a^k \Gamma^j_{ki}\,, \quad (1)$$

где $q^1; q^2; q^3$ – криволинейные координаты, $\Gamma^j_{ki}$ – символы Кристоффеля 2-го рода.

Пусть вектор $\vec{a}$ , заданный, например, в цилиндрической систему координат имеет вид

$$\vec{a} = 2\vec{e}_\rho + 3\vec{e}_\varphi + 5\vec{e}_z. \quad (2)$$