УДК 538.61 : 548.9

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПЛАСТИНКОЙ ИЗ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННОГО КРИСТАЛЛА ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ

Б. В. Бокуть и *С. С. Гиргель*

Получены и исследуются явные строгие выражения для эллиптичности и поворота главных осей эллипса поляризации света, отраженного и прошедшего через плоскопараллельную прозрачную магнитоупорядоченную пластинку при нормальном падении. Показано, что при классическом эффекте Фарадея поворот плоскости поляризации для прошедшего и отраженного от прозрачной пластинки света одинаков и не зависит от эллиптичности падающего света. Найдены энергетические коэффициенты отражения и прохождения света через пластинку.

1. В работе [1] с помощью инвариантного метода [2] исследовались оптические свойства кристаллических пластинок. Было найдено, что амплитудные коэффициенты отражения $R_\pm$ и прохождения $D_\pm$ собственных плоских волн через анизотропную кристаллическую немагнитную пластинку с учетом многократных отражений на ее границах такие же, как и для изотропных пластинок такой же толщины, что и анизотропная, с коэффициентами преломления $n_\pm$ и соответственно равны [1, 3, 4].

$$R_\pm = r_\pm \frac{1-\exp(2i\varphi_\pm)}{1-r_\pm^2\exp(2i\varphi_\pm)}, \quad D_\pm = \frac{(1-r_\pm^2)\exp[i(\varphi_\pm-\varphi)]}{1-r_\pm^2\exp(2i\varphi_\pm)}, \tag{1}$$

где $r_\pm=(n_\pm-n)/(n_\pm+n)$ — известные амплитудные коэффициенты отражения от полубесконечной среды; $n_\pm$ — показатели преломления собственных волн в кристалле; n — изотропной среды; $\varphi_\pm=2\pi n_\pm l/\lambda_0$ — набег фаз собственных волн кристалла на расстоянии l; $\varphi_0=2\pi nl/\lambda_0$, λ_0 — длина волны в вакууме. Этот подход был позднее распространен и на среды с несимметричным тензором диэлектрической проницаемости [5, 6]. Выражения для интенсивности и поляризационных характеристик, приведенные в [5, 6], не содержат в явном виде зависимости от азимута и эллиптичности падающей на кристалл волны. Поскольку такая зависимость представляет несомненный практический интерес, то, по нашему мнению, этот вопрос требует более подробного рассмотрения.

При выводе соотношений (1) никаких ограничений на тензор ε^{-1} фактически не накладывалось, лишь предполагалось, что $\mathbf{B}=\mathbf{H}$. Следовательно, выражения (1) пригодны также для магнитоупорядоченных (в том числе поглощающих) кристаллов, которые можно описать уравнениями связи

$$E=\varepsilon^{-1}D, \quad \varepsilon^{-1}=\chi+i\mathbf{G}^{\times}; \quad \mathbf{B}=\mathbf{H} \tag{2}$$

в оптическом диапазоне. Здесь симметричный тензор второго ранга χ описывает квадратичные, а вектор гирации $\mathbf{G}$ — линейные по намагниченности магнитооптические эффекты.

2. Пусть имеется плоскопараллельная пластинка толщиной l из магнитоупорядоченного кристалла произвольной симметрии, характеризуемого тензором ε^{-1}. На эту пластинку нормально падает поляри-

зованная плоская электромагнитная волна с заданным вектором магнитной напряженности $\mathbf{H}$. По обе стороны пластинки находятся среды. Для простоты будем считать, что эти среды одинаковы и характеризуются показателем преломления n, но легко обобщить рассмотрение и для различных изотропных сред.

Найдем явные выражения для поляризации света, прошедшего через непоглощающую магнитоупорядоченную пластинку. Будем исходить из закономерности (1), причем векторы $\mathbf{h}_\pm$ напряженностей магнитного поля собственных волн в кристалле возьмем в виде [7]

$$\mathbf{h}_\pm = (\mathring{\mathbf{h}}_\pm + i\gamma\mathring{\mathbf{h}}_\mp)/\sqrt{1+\gamma^2}. \tag{3}$$

Здесь $\mathring{\mathbf{h}}_\pm$ — ортонормированные векторы, определяющие направления главных осей эллипса поляризации, γ — эллиптичность собственных волн.

Если вектор напряженности магнитного поля $\mathbf{H}''$ волны, прошедшей через пластинку, разложить по единичным векторам главных направлений пластинки $\mathring{\mathbf{h}}_\pm$ и ввести параметр $\varkappa$, равный отношению коэффициентов этого разложения, то можно воспользоваться следующими выражениями [8, 2] для определения эллиптичности

$$\sin 2\chi = i(\varkappa - \varkappa^*)/(1 + |\varkappa|^2) \tag{4}$$

и азимутов главных осей эллипса поляризации прошедшего через кристалл света относительно вектора $\mathring{\mathbf{h}}_-$

$$\operatorname{tg} 2\psi = (\varkappa + \varkappa^*)/(1 - |\varkappa|^2). \tag{5}$$

Эллиптичность прошедшего света определяется сейчас как $\gamma'' = \operatorname{tg}\chi$, а азимуты главных осей эллипса поляризации равны $\operatorname{tg}\psi$ [8, 2]. Для конкретизации формул (4), (5) необходимо задать поляризацию падающей на пластинку волны и учесть (1). Возьмем вектор $\mathbf{H}$ в форме $\mathbf{H} = \zeta(\mathbf{a} + i\gamma_0\mathbf{b})$, где $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ — ортонормированные действительные векторы, указывающие направления полуосей эллипса поляризации падающей на пластинку волны, γ_0 — ее эллиптичность, ζ — комплексная скалярная амплитуда.

Вычисляя (4), (5), получаем общие формулы (6)—(7а), определяющие в явном виде поляризацию прошедшего через прозрачную магнитоупорядоченную пластинку при нормальном падении на нее эллиптически поляризованного света.

Параметр эллиптичности χ для света на выходе пластинки равен

$$\sin 2\chi = \frac{A\cos 2\psi_0 + B\sin 2\psi_0 + C}{D\cos 2\psi_0 + F}, \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} A &= \cos\eta\cos\eta_0\sin\eta\,(1 - \sin\eta_k\cos\Delta),\\ B &= \cos\eta\cos\eta_0\sin\eta_k\sin\Delta,\\ C &= \sin\eta_0(\sin\eta_k\cos^2\eta\cos\Delta + \sin^2\eta) + \sin\eta\cos\eta_k,\\ D &= \cos\eta\cos\eta_0\cos\eta_k,\quad F = \sin\eta\sin\eta_0\cos\eta_k + 1, \end{aligned}\right\} \tag{6a}$$

а азимуты ψ главных осей эллипса поляризации прошедшего света относительно главных направлений пластинки равны

$$\operatorname{tg} 2\psi = \sin\eta_k \frac{A_1\cos 2\psi_0 + B_1\sin 2\psi_0 + C_1}{D_1\cos 2\psi_0 + E_1\sin 2\psi_0 + F_1}, \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \cos\eta_0\sin\eta\sin\Delta,\quad B_1 = \cos\eta_0\cos\eta,\\ C_1 &= -\sin\eta_0\cos\eta\sin\Delta,\quad D_1 = \cos\eta_0(\cos^2\eta + \sin\eta_k\sin^2\eta\cos\Delta),\\ E_1 &= -\sin\eta\cos\eta_0\sin\eta_k\sin\Delta,\\ F_1 &= \cos\eta\,[\cos\eta_k + \sin\eta_0(1 - \sin\eta_k\cos\Delta)\sin\eta]. \end{aligned}\right\} \tag{7a}$$

Здесь ψ_0 — угол между направлением большей полуоси $\mathbf{a}$ эллипса поляризации падающего света и одним из главных направлений пластинки $\mathring{\mathbf{h}}_+$. Сдвиг фаз Δ, приобретаемый собственными волнами пластинки, вводится соотношением

$$D_-/D_+ = ke^{i\Delta},\ k = |D_-/D_+|.$$

Тригонометрические функции $\cos\eta$, $\sin\eta$, описывающие эллиптичность γ возбуждаемых собственных волн пластинки, введены следующим образом:

$$\sin\eta = 2\gamma/(1+\gamma^2),\ \cos\eta = (1-\gamma^2)/(1+\gamma^2). \tag{8}$$

Выражения для $\sin\eta_0$ и $\cos\eta_0$ получаются из (8) заменой в них $\gamma \to \gamma_0$, а для $\sin\eta_k$ и $\cos\eta_k$ — заменой $\gamma \to k$.

Выражения (6)—(7а) являются обобщением формул, известных в литературе. Чтобы исключить влияние многократного отражения на обеих границах пластинки, достаточно положить в них $k=1$, $\Delta=\varphi_- - \varphi_+$. Тогда получаем выражения, приведенные в [9, 10]. Если дополнительно еще положить $\gamma_0=0$, то имеем соотношения, полученные в работе [11].

Разумеется, выражения (6)—(7а) справедливы и для отраженного от пластинки света, если сделать замену $k=|D_-/D_+| \to k'=|R_-/R_+|$. Полагая еще $\Delta=0$, имеем соотношения, описывающие отражение света от полубесконечной среды, только коэффициент k' нужно взять выражением $k'=r_-/r_+$. Анализ показывает, что эллиптичность, возникающая за счет магнитной гиротропии при отражении от полубесконечной среды, мала — порядка гиротропии, но иногда (при $n \to n_\pm$) может стремиться к единице. Как известно [12], при нормальном отражении света от естественно оптически активной полубесконечной среды оптическая активность вообще не сказывается. В этом, в частности, проявляется разный характер естественной и вынужденной гиротропии.

3. Остановимся на зависимости эллиптичности прошедшего света γ'' от азимута падающего света $\mathrm{tg}\,\psi_0$. Несмотря на то что эллиптичность задается выражением $\gamma''=\mathrm{tg}\,\chi$, удобнее исследовать на экстремум функцию $\sin 2\chi$ (6). Производную $\partial(\sin 2\chi)/\partial(\sin 2\psi_0)=0$ можно записать, как

$$\cos 2\psi_0 + \sin 2\psi_0\,(CD - AF)/BF + D/F = 0, \tag{9}$$

откуда можно сделать вывод, что, вообще говоря, существуют два неортогональных азимута, соответствующих экстремальной эллиптичности отражаемого света, не равные 0, $\pi/2$. Без учета многократных отражений $D=0$ и азимуты становятся ортогональными.

Определим точные условия экстремального поворота плоскости поляризации прошедшего света в зависимости от ориентации (азимута ψ_0) падающей волны. Из условия $\partial\,[\mathrm{tg}\,(2\psi - 2\psi_0)]/\partial(\sin 2\psi_0)=0$ находим

$$\partial(\mathrm{tg}\,2\psi)/\partial(\sin 2\psi_0) = 1 + \mathrm{tg}^2\,2\psi. \tag{10}$$

Если подставить (7) в (10), то получается полное уравнение четвертой степени относительно $\mathrm{tg}\,\psi_0$. Это означает, что в общем случае возможно наличие до четырех азимутов $\mathrm{tg}\,\psi_0$ падающей волны, соответствующих экстремальным углам поворота, что соответствует результатам [11]. Представляют интерес еще две возможности, когда происходит поворот главных осей эллипса на 90°, либо поворот совсем отсутствует. Они сводятся к условию $\mathrm{tg}\,2\psi = \mathrm{tg}\,2\psi_0$. Следовательно, возможно существование до четырех азимутов падающей волны, соответствующих либо отсутствию поворота осей эллипса поляризации, либо повороту на 90°.

Аналогично исследуются $\sin 2\chi$ и $\mathrm{tg}\,(\psi - \psi_0)$ в зависимости от эллиптичности падающей волны γ_0. Например, выражения (6) и (7) относительно γ_0 представляют собой рациональные функции, в числителе и знаменателе которых полные квадратные трехчлены. Если проделать теперь все расчеты, то оказывается, что существуют два значения эллиптичности волны, соответствующие экстремальной (эллиптической) поляризации, и два γ_0, для которых прошедший свет линейно поляризован.

4. В гироанизотропных средах вращение плоскости поляризации при распространении света в них, т. е. эффект Фарадея (ЭФ) в отличие от изотропных сред начинает зависеть от ориентации плоскости поляризации падающего поляризованного света относительно кристаллографических осей кристалла. Такая зависимость была названа [11, 13] ориентационной, а сам ЭФ ориентационным ЭФ, который экспериментально и теоретически исследовался для ферритов-гранатов [11, 13, 14] для ряда направлений в кристаллах. Хотя влияние анизотропии на фарадеевское вращение исследовалось неоднократно, все же в работах по этому вопросу принимались различные ограничения. Так, большинство авторов не учитывало влияние многократного отражения волн на поверхностях пластинки [11, 13–15], строгое решение задачи проводилось только для частных случаев геометрии опыта [16], либо для ЭФ на собственных циркулярно поляризованных волнах [17, 18].

В работах Тронько получены матрицы Мюллера [19, 20] и Джонса [21] для магнитооптически активных сред общего вида, но учет влияния многократных отражений произведен недостаточно корректно, поскольку коэффициенты отражения и прохождения обеих собственных волн на границах раздела считались одинаковыми.

Полученные нами результаты (6)—(7а) позволяют провести анализ преобразования поляризации магнитооптической пластинкой в общем случае. В качестве примера остановимся на классическом эффекте Фарадея, который будет наблюдаться при распространении света вдоль оптической оси кристалла. Мы будем предполагать для общности, что падающая нормально на пластинку плоская волна поляризована эллиптически. Сейчас, чтобы найти поляризационные характеристики света, прошедшего через плоскопараллельную пластинку из прозрачного магнитоупорядоченного кристалла перпендикулярно оптической оси кристалла (одноосного либо двуосного), достаточно в общих выражениях (6)—(7а) положить $\gamma=1$, т. е. $\cos\eta=0$, $\sin\eta=1$ и, кроме того, $\psi_0=0$. Тогда находим

$$\psi=\frac{\Delta}{2},\ \gamma''=\frac{1-\sigma}{1+\sigma},\ \sigma=k\frac{1-\gamma_0}{1+\gamma_0}. \tag{11}$$

Для отраженного от пластинки света эллиптичность γ' будет иная. Чтобы ее получить, нужно в выражении (6) заменить $k=|D_-/D_+|$ на $k'=|R_-/R_+|$. В то же время, так как, согласно (1), фазы амплитудных коэффициентов отражения $R_\pm$ отличаются от фаз амплитудных коэффициентов прохождения $D_\pm$ на $\pi/2$, то сдвиги фаз Δ для отраженного и прошедшего света одинаковы.

Таким образом, при распространении света вдоль оптической оси прозрачного магнитоупорядоченного кристалла, т. е. при классическом эффекте Фарадея, поворот плоскости поляризации как для прошедшего, так и для отраженного света одинаков, не зависит от эллиптичности падающего на пластинку света и определяется лишь сдвигом фаз Δ, приобретаемых собственными волнами в пластинке.[1]

Как видно из (11), эллиптически поляризованный свет при эффекте Фарадея должен немного изменять свою первоначальную эллиптичность γ_0. Так как параметр k близок к единице, то с хорошим приближением можно считать, что при ЭФ эллиптичность прошедшего через пластинку света не меняется. Что же касается отраженного от пластинки света, то k' может существенно отличаться от единицы. Предельный случай будет наблюдаться при совпадении показателя изотропной среды n с одним из показателей преломления $n_\pm$. Тогда отраженная от кристалла волна поляризована по кругу даже при падающей линейной. Правда, в этом случае коэффициент отражения весьма мал.

5. В заключение остановимся на коэффициентах отражения и пропускания света через плоскопараллельную пластинку из прозрачного

[1] Аналогичный результат был получен в работе [12] для ЭФ в изотропной среде в магнитном поле.

магнитоупорядоченного кристалла при нормальном падении на нее эллиптически поляризованного света.

Вычисления дают, что средний (по времени) энергетический коэффициент прохождения поляризованного света через пластинку равен

$$t = (|D_+|^2 + |D_-|^2)(1 + L\cos\eta_k)/2, \qquad (12)$$
$$L = \cos\eta\cos\eta_0\cos 2\psi_0 + \sin\eta\sin\eta_0.$$

Как видно из (12), коэффициент прохождения t не зависит от сдвига Δ. Это связано с тем, что собственные волны кристалла ортогональны и не интерферируют между собой. При азимутах падающей волны $\psi_0 = \pm 45°$ коэффициенты прохождения одинаковы, а при азимутах 0 и 90° достигают экстремальных значений. Чтобы получить коэффициент отражения, надо в (12) произвести замену

$$D_\pm \to R_\pm, \ \cos\eta_k \to \cos\eta_{k'} = (1 - k'^2)/(1 + k'^2).$$

При этом коэффициент отражения в отличие от коэффициента пропускания t может изменяться в широких пределах (0÷1).

Литература

[1] А. М. Гончаренко, Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *19*, 94, 1963.
[2] Ф. И. Федоров. Теория гиротропии. «Наука и техника», Минск, 1976.
[3] А. П. Хапалюк. Кристаллография, *7*, 585, 1962.
[4] Л. М. Барковский, В. И. Лаврукович, В. П. Бобрович. Ж. прикл. спектр., *16*, 1973, 1972.
[5] Л. М. Барковский. Опт. и спектр., *34*, 1193, 1973.
[6] Л. М. Барковский, Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *36*, 1140, 1974.
[7] Б. В. Бокуть, С. С. Гиргель. Кристаллография, *21*, 265, 1976; 269, 1976.
[8] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1973.
[9] T. R. Sliker. J. Opt. Soc. Am., *54*, 1348, 1964.
[10] В. А. Шамбуров, Н. Ф. Романова. Кристаллография, *21*, 17, 1976.
[11] И. Г. Аваева, Ф. В. Лисовский, В. И. Шаповалов. Микроэлектроника, *2*, 337, 1973.
[12] Н. А. Хило, А. Н. Сердюков. Ж. прикл. спектр., *25*, 169, 1976.
[13] Ф. В. Лисовский. Опт. и спектр., *34*, 947, 1973.
[14] Ф. В. Лисовский, В. И. Шаповалов. Изв. АН СССР, сер. физ., *38*, 2424, 1974.
[15] W. J. Tabor, F. S. Chen. J. Appl. Phys., *40*, 2760, 1969.
[16] В. К. Милославский. Опт. и спектр., *27*, 328, 1969.
[17] В. К. Милославский. Опт. и спектр., *17*, 413, 1964.
[18] К. Б. Власов, В. Г. Кулеев. ЖТФ, *37*, 1119, 1967.
[19] В. Д. Тронько. Опт. и спектр., *29*, 354, 1969.
[20] В. Д. Тронько. Опт. и спектр., *30*, 739, 1971.
[21] В. Д. Тронько, Г. Е. Довгаленко. Опт. и спектр., *34*, 1157, 1973.

Поступило в Редакцию 19 февраля 1979 г.
В окончательной редакции 17 мая 1980 г.