

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ РАСТРАХ, ФОРМИРУЕМЫХ ДВУПРЕЛОМЛЯЮЩИМИ ПРИЗМАМИ ПЕРЕМЕННОГО УГЛА ДВОЕНИЯ

К. А. Барсуков, Ю. В. Осипов и В. Н. Попов

Предложен метод расчета интерференционных растров, формируемых двупреломляющими призмами, составленными из двух клиньев одноосного кристалла с поляризатором. Показана связь кривизны интерференционных полос с угловой расходимостью светового пучка, позволяющая использовать такие системы для контроля волнового фронта лазерного излучения.

Актуальной задачей при применении интерференционных методов для определения разрешающей способности передающих телевизионных систем типа видикона, диссектора или для контроля параметров лазерного излучения является формирование перестраиваемого интерференционного раstra. Нами рассмотрена и реализована на практике возможность построения компактного интерференционного устройства на основе явления пространственно нелокализованной интерференции в поляризационном интерферометре сдвига с двупреломляющей призмой переменного угла двоения (ДППУД). Работа [1] и настоящая статья посвящены теоретическому исследованию различных видов ДППУД как основных элементов таких устройств. В работе [1] был предложен метод расчета зависимости угла двоения между обыкновенным (o) и необыкновенным (e) лучами на выходе призмы, составленной из двух клиньев одноосного кристалла, от угла падения света на входную грань призмы, получено общее выражение для угла двоения при произвольном расположении оптических осей клиньев, по которому был произведен численный расчет для наиболее интересных частных случаев. В настоящей работе рассматривается режим интерференции поляризованных лучей на выходе таких двупреломляющих систем при фотосмещении на поляризаторе.

При освещении призмы параллельным световым пучком o и e пучки на выходе призмы представляют собой плоские волны, волновые векторы которых составляют угол ψ друг с другом. Как известно, интерференционная картина при фотосмещении на поляризаторе в этом случае получается в виде системы параллельных полос, отстоящих друг от друга на расстоянии d

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Psi}{2}}$$

где λ — длина волны падающего света, Ψ — угол двоения. Двоение происходит в плоскости, перпендикулярной ребру клина, а интерференционные полосы параллельны ребру.

При освещении призмы расходящимися или сходящимися пучками интерференционная картина резко усложняется. Ее расчет становится довольно сложным и громоздким. Однако при малых углах расходимости пучка возможно сформулировать довольно простой метод расчета на ос-

новые работы [1], позволяющий с хорошей точностью описывать все особенности возникающей интерференционной картины.

Пусть оптические оси клиньев (рис. 1) взаимно перпендикулярны, лежат в плоскости, перпендикулярной ребрам призмы, и составляют углы, равные 45° с входной и выходной гранями (вариант «б» в работе [1]). Представим поле в расходящемся пучке в виде системы расходящихся плоских волн, которым соответствует единичный волновой вектор

$$\mathbf{k}_0 = \{\alpha \cos \beta; \alpha \sin \beta; 1\},$$

где α — угол между $\mathbf{k}_0$ и осью z , β — угол между $\mathbf{k}_0$ и плоскостью xy . Последовательное рассмотрение преломления этих плоских волн на грани-

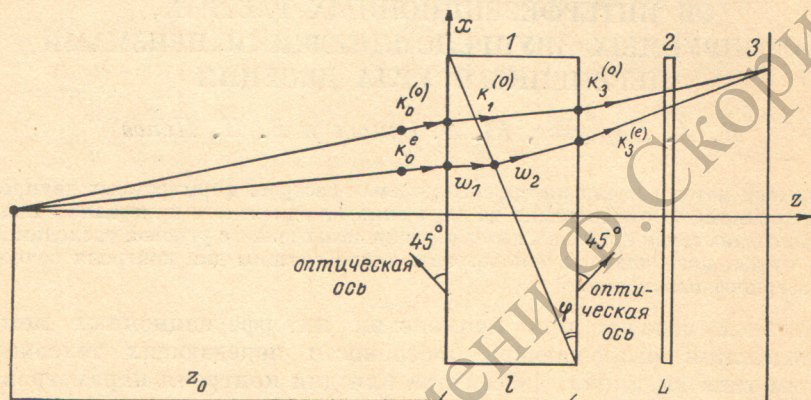


Рис. 1. Ход лучей в двупреломляющей призме.

цах раздела призмы с помощью [1] дает следующие выражения для единичных волновых векторов преломленных волн e пучка (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}_1^{(e)} &= \left\{ \frac{\alpha \cos \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4}\right); \frac{\alpha \sin \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4}\right); 1 \right\}, \\ \mathbf{k}_2^{(e)} &= \left\{ \frac{\alpha \cos \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4} + \delta \operatorname{tg} \varphi\right); \frac{\alpha \sin \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4}\right); 1 \right\}, \\ \mathbf{k}_3^{(e)} &= \{\alpha \cos \beta (1 + \delta \operatorname{tg} \varphi); \alpha \sin \beta; 1\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где n_o и n_e — показатели преломления o и e лучей соответственно, $\delta = (n_e^2 - n_o^2)/n_o^2$, φ — преломляющий угол клиньев. Членами, содержащими α^2 и δ^2 , пренебрегаем.

В двупреломляющих средах лучевой вектор не совпадает по направлению с волновым вектором [2] и лежит в плоскости, образованной осью кристалла и этим вектором, причем

$$\mathbf{w}\mathbf{a} = \frac{n_e^2(\mathbf{k}\mathbf{a})}{\sqrt{n_o^4 + (n_e^4 - n_o^4)(\mathbf{k}\mathbf{a})^2}}, \quad (2)$$

где $\mathbf{w}$ — единичный лучевой вектор, $\mathbf{a}$ — орт оптической оси кристалла. Если лучевые векторы во всех областях призмы искать в виде

$$\mathbf{w} = A\mathbf{a} + B\mathbf{k}, \quad (3)$$

то коэффициенты A и B легко находятся подстановкой (1) и (3) в (2) при условии $|\mathbf{w}| = 1$. Это дает следующие выражения для лучевых векторов:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{w}_1 &= \left\{ \frac{\alpha \cos \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4}\right) + \frac{\delta}{2}; \frac{\alpha \sin \beta}{n_e} \left(1 + \frac{\delta}{4}\right); 1 - \frac{\delta \alpha \cos \beta}{2n_e} \right\}, \\ \mathbf{w}_2 &= \left\{ \frac{\alpha \cos \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4} + \delta \operatorname{tg} \varphi\right) - \frac{\delta}{2}; \frac{\alpha \sin \beta}{n_e} \left(1 + \frac{\delta}{4}\right); 1 + \frac{\delta \alpha \cos \beta}{2n_e} \right\}, \\ \mathbf{w}_3 &= \mathbf{k}_3^{(e)}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Формулы (4) позволяют найти координаты точки на экране, в которую попадает парциальная плоская волна, характеризующаяся на входе углами α и β

$$\left. \begin{aligned} x_e &= \alpha \cos \beta \left(L_1 - \frac{l\delta}{4n_e} \right) - \alpha \delta \cos \beta \operatorname{tg} \varphi (z_0 - l), \\ y_e &= \alpha \sin \beta \left(L_1 - \frac{l\delta}{4n_e} \right); \quad L_1 = L + \frac{l}{n_e} + z_0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где l — толщина призмы, L — расстояние от призмы до экрана, z_0 — расстояние от призмы до источника света.

Направление парциальной плоской волны в o пучке найдем из условия попадания ее в точку (5). Пусть волновой вектор этой волны образует на входе в призму углы α_1 и β_1 . Нетрудно видеть, что для такой волны волновые вектора при последовательных преломлениях имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}^{(0)} &= \{\alpha_1 \cos \beta_1; \alpha_1 \sin \beta_1; 1\}, \\ \mathbf{k}_1^{(0)} &= \left\{ \frac{\alpha_1 \cos \beta_1}{n_0}; \frac{\alpha_1 \sin \beta_1}{n_0}; 1 \right\} = \mathbf{k}_2^{(0)}, \\ \mathbf{k}_3^{(0)} &= \{\alpha_1 \cos \beta_1; \alpha_1 \sin \beta_1; 1\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

и координаты соответствующей точки на экране

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \alpha_1 \cos \beta_1 \left(L_1 - \frac{l\delta}{2n_e} \right), \\ y_0 &= \alpha_1 \sin \beta_1 \left(L_1 - \frac{l\delta}{2n_e} \right). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Из условия совпадения точек (5) и (7) на экране вектор $\mathbf{k}_3^{(0)}$ можно записать в виде

$$\mathbf{k}_3^{(0)} = \left\{ \alpha \cos \beta \left(1 + \frac{l\delta}{4n_e L_1} + \frac{\delta \operatorname{tg} \varphi (L - z_0)}{L_1} \right); \alpha \sin \beta \left(1 + \frac{3l\delta}{4n_e} \right); 1 \right\}, \quad (8)$$

причем оптическая разность хода таких лучей Δ получается равной

$$\Delta = \frac{\delta l n_e}{4}.$$

Таким образом, на экране в окрестности точки (5) происходит интерференция двух плоских волн с волновыми векторами $\mathbf{k}_3^{(0)}$ и $\mathbf{k}_3^{(e)}$, определяемыми (3) и (8). Следовательно, условие интерференционного максимума есть

$$\Delta + (\mathbf{k}_3^{(0)} - \mathbf{k}_3^{(e)}) \cdot \mathbf{r} = S\lambda, \quad (9)$$

где $S = 0, 1, 2, \dots, r$ — радиус-вектор точки наблюдения, λ — длина волны падающего света. Подставляя в (9) $\mathbf{k}_3^{(0)}$ и $\mathbf{k}_3^{(e)}$ из (1) и (8) и выражая углы через координаты точки наблюдения, получаем уравнение геометрического места точек максимумов интерференционной картины

$$-\frac{\delta}{L_1^2} \left(2 \operatorname{tg} \varphi \left(z_0 + \frac{l}{2n_e} \right) - \frac{l}{4n_e} \right) x^2 + \frac{3l\delta}{4n_e L_1^2} y^2 = \Delta + S\lambda.$$

Учитывая, что $L_1 \gg L$, $z_0 \gg l$ и заменяя $\Delta + S\lambda$ на $-S_1\lambda$, получаем

$$\frac{2\delta \operatorname{tg} \varphi}{z_0 S_1 \lambda} x^2 - \frac{3l\delta}{4n_e z_0^3 S_1 \lambda} y^2 = 1. \quad (10)$$

Это есть уравнение гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ с полуосями

$$a = \sqrt{\frac{S_1 \lambda z_0}{2\delta \operatorname{tg} \varphi}} \quad \text{и} \quad b = 2z_0 \sqrt{\frac{n_e S_1 \lambda}{3l\delta}}.$$

Несложно показать, что при освещении призмы сходящимся световым пучком гипербола переходит в эллипс с теми же полуосями. Освещение призмы, с другой стороны, соответствует ее повороту на π и при этом $\operatorname{tg} \varphi$ меняет знак. Таким образом, в этом случае расходящийся пучок дает интерференционную картину в виде эллипсов, а сходящийся — в виде гипербол.

Заметим, что во всех случаях отношение полуосей

$$\frac{b}{a} = 2 \sqrt{\frac{2 \operatorname{tg} \varphi n_e z_0}{3l}}$$

не зависит от номера максимума и может быть легко определено из эксперимента. Фотографии интерференционных растворов сформированных призмой из исландского шпата с таким расположением оптических осей при преломляющем угле клиньев $\varphi = 25^\circ$ и расстоянии до точечного источника света 9 см представлены на рис. 2, а, б. Отношение полуосей с точностью до погрешности измерений совпадает с расчетным.

Для призмы, у которой оптические оси клиньев взаимно перпендикулярны, лежат в плоскости параллельной ребру клина и составляют углы,

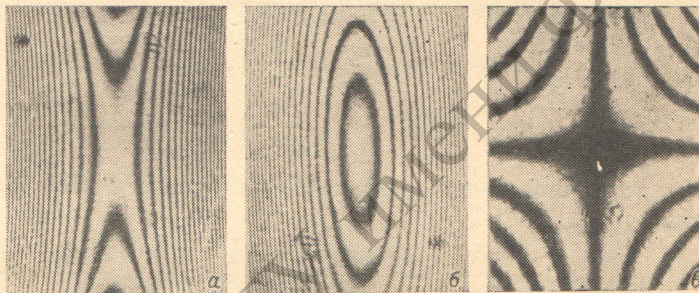


Рис. 2. Интерференционные растрсы, формируемые двупреломляющими призмами с поляризатором.

равные 45° с входной и выходной гранями (случай «а» в работе [1]), последовательное рассмотрение преломления плоских волн на границах раздела призмы дает следующие выражения для единичных волновых векторов преломленных волн e пучка:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \left\{ \frac{\alpha \cos \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4} \right); \frac{\alpha \sin \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4} \right); 1 \right\}, \\ \mathbf{k}_2 &= \left\{ \frac{\alpha \cos \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4} + \delta \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \varphi \right); \frac{\alpha \sin \beta}{n_e} \left(1 - \frac{\delta}{4} \right); 1 \right\}, \\ \mathbf{k}_3 &= \{ \alpha \cos \beta (1 + \delta \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \varphi); \alpha \sin \beta; 1 \}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Сравнивая выражения (1) и (11), получаем, что уравнение геометрического места точек максимумов интерференционной картины в этом случае может быть получено из выражения (10) заменой $\operatorname{tg} \varphi$ на произведение $\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \varphi$. Учитывая, что $\operatorname{tg} \beta = y/x$, получаем

$$\frac{2\delta \operatorname{tg} \varphi}{S \lambda z_0} xy - \frac{3\delta}{4n_e z_0^2 S \lambda} y^2 = 1.$$

Это уравнение гиперболы, которое приводится к каноническому виду поворотом системы координат на угол

$$\gamma = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(-\frac{8 \operatorname{tg} \varphi n_e z_0}{l} \right).$$

При $z_0 \gg l$ $\gamma \approx \pi/4$, а полуоси гипербола

$$a^2 = b^2 = \frac{4b \operatorname{tg} \varphi}{z_0 S \lambda}.$$

Таким образом, гиперболы оказываются равнобочными и повернутыми на 45° . Вид раstra остается неизменным и в сходящемся пучке и при освещении призмы с другой стороны, так как в этих случаях знак коэффициентов a^2 и b^2 меняется одновременно. Фотография раstra, формируемого такой призмой, представлена на рис. 2, в.

Важно отметить, что интерференционный растр существенно зависит от радиуса кривизны волнового фронта падающего света. Это свойство двупреломляющих призм позволяет использовать такие устройства для контроля волнового фронта лазерного излучения. Однако экспериментальное измерение кривизны линий раstra затруднено тем, что при малой угловой расходимости исследуемого светового пучка полуоси эллипса много больше



Рис. 3. Влияние угловой расходимости светового пучка на кривизну линий интерференционного раstra.

размеров призмы и оптическая разность хода o и e лучей по всему сечению пучка оказывается постоянной и равной Δ . Для того чтобы в сечении пучка формировалась интерференционная полоса, картину необходимо сдвинуть. С этой целью перед призмой можно установить оптический клин с ребром, параллельным оси x , что даст дополнительную разность хода, меняющуюся вдоль оси y ,

$$\Delta' = y \operatorname{tg} \theta \Delta n = ky,$$

где θ — угол дополнительного клина, Δn — разность показателей преломления o и e лучей в клине. При $L \gg l$ для максимумов низших порядков имеем

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b'^2} = 1,$$

где

$$a' = \frac{akb}{2\lambda}, \quad b' = \frac{kb^2}{2\lambda}, \quad y' = y - \frac{kb^2}{2\lambda},$$

и интерференционная картина сдвигается по оси y на величину полуоси эллипса.

В эксперименте кривизну линий раstra удобно характеризовать высотой сегмента эллипса, отсекаемого хордой, равной ширине призмы m и перпендикулярной большой оси эллипса. Высота сегмента эллипса h связана с радиусом кривизны волнового фронта падающего излучения выражением

$$z_0 = \frac{m^2 \operatorname{tg} \varphi}{2hk},$$

из которого по измеренному h для данной призмы определяется z_0 .

Интерференционные растры, сформированные призмой с клином, при различных радиусах кривизны волнового фронта представлены на рис. 3.

Приведенные расчеты интерференционных картин, возникающих при фотосмещении на поляризаторе ортогонально поляризованных лучей на выходе двупреломляющих призм, и полученная зависимость кривизны интерференционных полос от угловой расходимости падающего светового пучка с точностью порядка 5% подтвердились экспериментом. Предложенный метод расчета может использоваться при проектировании кристаллооптических устройств, а метод измерения кривизны волнового фронта светового пучка может быть использован для контроля лазерного излучения.

Литература

- [1] К. А. Барсуков, Ю. В. Осипов, В. Н. Попов. Опт. и спектр., 48, 605, 1980.
- [2] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1973.

Поступило в Редакцию 15 января 1980 г.
