Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Е. А. ДЕЙ

ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Тестовые задания

для студентов специальности
1-31 04 01 «Физика (по направлениям)»

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2013

УДК 004.424:517.958(079)
ББК 22.183.4я73+22.181я73+22.193я73
Д 27

Рецензенты:
кандидат физико-математических наук В. А. Зыкунов;
кандидат физико-математических наук В. В. Свиридова

Рекомендованы к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Дей, Е. А.
Д 27 Программирование и математическое моделирование. Численное решение задач математической физики методом конечных разностей: тестовые задания / Е. А. Дей ; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2013. – 36 с.
ISBN 978-985-439-784-9

Тестовые задания предназначены для самоподготовки студентов к компьютерному тестированию с целью контроля и коррекции знаний учебного материала по разделу «Численное решение задач математической физики методом конечных разностей». Содержание тестовых заданий соответствует типовой программе дисциплины «Программирование и математическое моделирование» для специальности 1-31 04 01 Физика (по направлениям).

Адресованы студентам специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)».

УДК 004.424:517.958(079)
ББК 22.183.4я73+22.181я73+22.193я73

ISBN 978-985-439-784-9

© Дей Е. А., 2013
© УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», 2013

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Содержание

Введение 4
1. Конечно-разностные производные 6
2. Численное решение граничных задач для ОДУ-2 методом конечных разностей. Метод прогонки 10
3. Явная конечно-разностная схема численного решения одномерного уравнения теплопроводности 14
4. Явная конечно-разностная схема численного решения одномерного уравнения колебаний 21
5. Неявные конечно-разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности 27
6. Численное решение уравнения Пуассона на плоскости методом конечных разностей 31
Литература 36

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

Введение

Важным средством повышения эффективности обучения является текущий контроль знаний, в том числе, в форме компьютерного тестирования. К его достоинствам относят повышение эффективности контроля за счет увеличения частоты и регулярности тестирования, одинаковые для всех студентов правила проведения, объективность оценок, автоматизацию обработки результатов.

Одной из программ, позволяющих проводить тестирование знаний на современном уровне, является Moodle. Программа представляет собой веб-приложение, расположенное на сервере, и дает возможность использовать вопросы нескольких типов. Из всего множества тестовых вопросов по теме при проведении тестирования преподаватель формирует актуальный набор вопросов с соответствующими параметрами отображения и оценивания – рабочий тест.

Метод конечных разностей в настоящее время является одним из основных численных методов, применяемых при создании компьютерных моделей физических явлений, которые описываются посредством краевых задач для уравнений в частных производных. Предлагаемые тестовые задания предназначены для контроля усвоения и закрепления знаний в области теоретической формулировки и применения метода конечных разностей. Практически все они являются оригинальными и не повторяют вопросы и задания из других литературных источников.

При контроле знаний по дисциплинам физико-математического профиля наиболее существенной и в настоящее время недостаточно разработанной составной частью является проверка знания формул. Тестовые задания составлены таким образом, чтобы в определенной мере осуществить такую проверку.

Тестовые задания преимущественно относятся к типу «множественный выбор» с одним верным ответом. В таких случаях варианты ответов перечисляются сразу после вопроса без дополнительных указаний. В случае множественного выбора с несколькими правильными ответами вопрос содержит указание «Выберите все правильные ответы» или «Укажите, какие соотношения записаны правильно». Задания типа «установить соответствие» содержат таблицу из двух столбцов, и в ходе ответа определениям или номерам из первого столбца необходимо сопоставить с элементами второго столбца. Для всех этих типов вопросов в ходе реального тестирования программа Moodle автоматически меняет местами варианты ответов на экране компьютера по сравнению с напечатанными в тексте.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Многие из предложенных заданий имеют тип «короткий ответ» и предполагают ввод пропущенного слова или математического обозначения величины. В тексте вопроса пропущенный элемент обозначается так: {. . .}. Следует отметить, что при создании вопроса в среде Moodle преподаватель имеет возможность предусмотреть различные варианты правильного ответа, связанные с использованием эквивалентных терминов или падежей. Разработаны также тестовые задания типа «вычисляемый вопрос», предполагающие выполнение устных простейших вычислений по известной студенту формуле, причем значения числовых параметров выбираются Moodle случайным образом из указанного преподавателем диапазона. Таким образом, на экране числовые значения могут отличаться от приведенных в тексте. Вопросы двух последних типов наиболее эффективны, поскольку исключают возможность выбрать ответ наугад.

Содержание тестовых заданий соответствует типовой программе дисциплины «Программирование и математическое моделирование» для специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)».

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

1. Конечно-разностные производные

1. Численными называются методы, в которых:

а) результат является числом, а не формулой;

б) результат получается в ходе выполнения арифметических действий над числами;

в) все окончательные результаты являются числами;

г) не используются функции.

2. Множество точек, в которых выполняется численное решение, в методе конечных разностей называется { . . . }.

3. Точки, в которых выполняется численное решение, в методе конечных разностей называются { . . . }.

4. Укажите, какие соотношения записаны правильно:

а) $y_{i-1} = y(x_i - h)$;

б) $y_{i-1} = y(x_i) - h$;

в) $y_{i-1} = y(x_{i+1} - 2h)$;

г) $y_{i-1} = y(x_{i-1})$.

5. Укажите правильные варианты записи ряда Тейлора для функции *y(x)* в окрестности точки x_i:

а) $y(x_i - h) = y(x_i) - hy'(x_i) - \frac{h^2}{2!}y''(x_i) - \frac{h^3}{3!}y'''(x_i) - \frac{h^4}{4!}y^{(4)}(x_i) - \ldots$;

б) $y(x_i + h) = y(x_i) + hy'(x_i) + \frac{h^2}{2!}y''(x_i) + \frac{h^3}{3!}y'''(x_i) + \frac{h^4}{4!}y^{(4)}(x_i) + \ldots$;

в) $y(x_i + h) = y(x_i) + hy'(x_i) + \frac{h^2}{2!}y''(x_i) + \frac{h^3}{3!}y'''(x_i)$;

г) $y(x_i - h) = y(x_i) - hy'(x_i) + \frac{h^2}{2!}y''(x_i) - \frac{h^3}{3!}y'''(\xi)$.

6. Расположите в порядке возрастания числа при условии $h < 1$:

1)	а) h^2
2)	б) h
3)	в) h^3

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

7. Запись ряда Тейлора, содержащая ограниченное число слагаемых, носит название − форма { . . . }.

8. В записи конечно-разностных соотношений слагаемое $O(h^p)$ имеет смысл:

а) ограниченная функция от h в степени p;

б) произведение двух малых чисел;

в) малая величина порядка p;

г) большая величина степени p;

д) произвольная функция от аргумента h^p.

9. В формуле для первой конечно-разностной производной $y'_i = \dfrac{y_{i+1} - y_i}{?}$ пропущена величина { . . . }.

10. В формуле для первой конечно-разностной производной $y'_i = \dfrac{y_i - y_{i-1}}{?}$ пропущена величина { . . . }.

11. В формуле для первой конечно-разностной производной $y'_i = \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{?}$ пропущена величина { . . . }.

12. В формуле для второй конечно-разностной производной $y''_i = \dfrac{y_{i+1} - ?\cdot y_{i-1} + y_{i-1}}{h^2}$ пропущена величина { . . . }.

13. Установите соответствие между номерами и элементами формулы для конечно-разностной производной второго порядка $y''_i = \dfrac{[1]+[2]+[3]}{[4]}$ (элементы 5 и 6 отсутствуют в формуле):

1)	а) y_{i+1}
2)	б) h
3)	в) y_{i-1}
4)	г) $-2y_{i+1}$
5)	д) $-2y_i$
6)	е) h^2

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

14. Установите соответствие между номерами и элементами формулы для первой конечно-разностной производной с шагом вперед $y'_i = \frac{[1]-[2]}{[3]}$ (элементы 4 и 5 отсутствуют в формуле):

1)	а) y_{i+1}
2)	б) h
3)	в) y_{i-1}
4)	г) y_i
5)	д) $2h$

15. Установите соответствие между номерами и элементами формулы для первой конечно-разностной производной с шагом назад $y'_i = \frac{[1]-[2]}{[3]}$ (элементы 4 и 5 отсутствуют в формуле):

1)	а) y_{i+1}
2)	б) h
3)	в) y_{i-1}
4)	г) y_i
5)	д) $2h$

16. Установите соответствие между номерами и элементами формулы для первой центральной производной $y'_i = \frac{[1]-[2]}{[3]}$ (элементы 4 и 5 отсутствуют в формуле):

1)	а) y_{i+1}
2)	б) h
3)	в) y_{i-1}
4)	г) y_i
5)	д) $2h$

17. Укажите, какие свойства выполняются для равномерной сетки:

а) $x_{i+1} - x_i = O(h)$;

б) $h = \frac{b-a}{N}$;

в) $x_{i+1} - x_i = h$;

г) $x_i = a + i \cdot h$;

д) $h = const$;

е) $x_{i+1} = b - (i+1) \cdot h$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

18. При выборе сетки можно использовать только такие значения шага h, при которых сетка обладает свойством { . . . }.

19. Среди конечно-разностных производных первого порядка наименьшую погрешность позволяет получить формула:

а) с шагом вперед;
б) с шагом назад;
в) центральная.

20. Координаты узлов сетки на отрезке [*a; b*] при шаге h вычисляются по формуле x_i = { . . . }.

21. В численных производных приращения аргумента и функции являются с математической точки зрения величинами { . . . }.

22. Установите соответствие шаблонов конечно-разностных производных:

1) первая производная с шагом вперед	а) $\bullet - - - - - \bullet$ $i-1$ $\quad$ i
2) первая производная с шагом назад	б) $\bullet - - - \bullet - - - \bullet$ $i-1$ $\quad$ $i+1$
3) первая производная центральная	в) $\bullet - - - - - \bullet$ i $\quad$ $i+1$

23. Для функции $y(x) = x^2$ в точке $x_4 = 0,4$ при шаге $h = 0,1$ первая конечно-разностная производная с шагом вперед равна { . . . }.

24. Для функции $y(x) = x^2$ в точке $x_3 = 0,3$ при шаге $h = 0.1$ первая конечно-разностная производная с шагом назад равна { . . . }.

25. Для функции $y(x) = x^2$ в точке $x_2 = 0,2$ при шаге $h = 0,1$ первая центральная конечно-разностная производная равна { . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

2. Численное решение граничных задач для ОДУ-2 методом конечных разностей. Метод прогонки

1. Расположите в правильном порядке этапы метода конечных разностей:

1)	а) получение системы линейных уравнений для значений функции в расчетных точках
2)	б) замена математических производных конечно-разностными соотношениями
3)	в) выбор сетки узлов в заданной области
4)	г) решение системы линейных уравнений

2. В формуле общего вида дифференциального уравнения второго порядка $A(x)\dfrac{d^2y}{dx^2}+B(x)\dfrac{dy}{dx}+\{\,?\,\}=D(x)$ пропущено слагаемое { . . . }.

3. Укажите все граничные условия первого рода:

а) $y(a)=\alpha$; г) $y(b)=\beta$;

б) $y'(a)=\alpha$; д) $2y'(b)-y(b)=\beta$;

в) $y(b)=0$; е) $y(a)+y'(a)=\alpha$.

4. Укажите все граничные условия второго рода:

а) $y'(a)=\alpha$; г) $y(b)=\beta$;

б) $y'(b)=\beta$; д) $2y'(b)-y(b)=\beta$;

в) $y'(a)=0$; е) $y(a)+y'(a)=\alpha$.

5. Укажите все граничные условия третьего рода:

а) $y'(a)=\alpha$; г) $y(b)=\beta$;

б) $y'(b)=\beta$; д) $2y'(b)-y(b)=\beta$;

в) $y'(a)=0$; е) $y(a)+y'(a)=\alpha$.

6. В общей формуле граничного условия третьего рода $\beta_0\{?\}+\beta_1 y'(b)=\beta$ пропущена величина { . . . }.

7. Для расчета значения функции в точке $x=a$ с помощью граничного условия 3-го рода нужно использовать первую конечно-разностную производную с шагом { . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

8. Для расчета значения функции в точке $x = b$ с помощью граничного условия 2-го рода нужно использовать первую конечно-разностную производную с шагом { . . . }.

9. Для замены математической производной в слагаемом $B(x)\dfrac{dy}{dx}$ во внутренних узлах сетки используют первую конечно-разностную производную:

а) с шагом вперед;

б) с шагом назад;

в) центральную.

10. В результате замены производной на конечно-разностное соотношение из граничного условия общего вида $\alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = \alpha$ получается линейное уравнение:

а) $(\alpha_0 h - \alpha_1)y_0 - \alpha_1 y_1 = \alpha h$;

б) $(\alpha_0 h + \alpha_1)y_0 + \alpha_1 y_1 = \alpha h$;

в) $(\alpha_0 h - \alpha_1)y_0 + \alpha_1 y_1 = \alpha h$;

г) $(\alpha_0 h + \alpha_1)y_0 - \alpha_1 h y_1 = \alpha$;

д) $(\alpha_0 - \alpha_1 h)y_1 + \alpha_1 y_0 = \alpha h$.

11. В результате замены производной на конечно-разностное соотношение из граничного условия общего вида $\beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = \beta$ получается линейное уравнение:

а) $(\beta_0 h - \beta_1)y_N + \beta_1 y_{N-1} = \beta h$;

б) $(\beta_0 h - \beta_1)y_N - \beta_1 y_{N-1} = \beta h$;

в) $(\beta_0 h + \beta_1)y_N + \beta_1 y_{N-1} = \beta h$;

г) $(\beta_0 h + \beta_1)y_N - \beta_1 y_{N-1} = \beta h$;

д) $(\beta_0 - \beta_1 h)y_N + \beta_1 y_{N-1} = \beta h$.

12. При решении граничной задачи для ДУ-2 методом конечных разностей получается система линейных уравнений, матрица которой является { . . . }.

13. При решении граничной задачи для ДУ-2 методом конечных разностей получается система линейных уравнений, в которой для внутренних точек уравнения имеют вид:

а) $a_i y_{i-1} - b_i y_i + c_i y_{i+1} = d_i$;

б) $a_i y_{i-1} + b_i y_i + c_i y_{i+1} = d_i$;

в) $a_i y_{i+1} + b_i y_i + c_i y_{i-1} = d_i$;

г) $a_i y_{i+1} - b_i y_i - c_i y_{i-1} = d_i$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

14. При решении граничной задачи для ДУ-2 методом конечных разностей в матрице системы линейных уравнений большинство элементов равны { . . . }.

15. Систему линейных алгебраических уравнений, полученную в методе конечных разностей при решении граничной задачи для ДУ-2, решают методом { . . . }.

16. Основное свойство системы уравнений с трехдиагональной матрицей:

а) $y_i = q_i y_{i+1} + p_i$; в) $y_{i+1} = p_{i+1} y_i + q_{i+1}$;

б) $y_i = p_i y_{i+1} - q_i$; г) $y_i = p_i y_{i+1} + q_i$.

17. Формулы для расчета вспомогательных коэффициентов на этапе прямого хода метода прогонки имеют вид:

а) $p_i = \dfrac{-c_i}{a_i p_{i+1} + b_i}$, $q_i = \dfrac{d_i - a_i q_{i+1}}{a_i p_{i+1} + b_i}$;

б) $p_i = \dfrac{c_i}{a_i p_{i-1} + b_i}$, $q_i = \dfrac{d_i + a_i q_{i-1}}{a_i p_{i-1} + b_i}$;

в) $p_i = \dfrac{-c_i}{a_i p_{i-1} + b_i}$, $q_i = \dfrac{d_i - a_i q_{i-1}}{a_i p_{i-1} + b_i}$;

г) $p_i = \dfrac{c_i}{a_i p_{i-1} - b_i}$, $q_i = \dfrac{d_i + a_i q_{i-1}}{a_i p_{i-1} - b_i}$.

18. Если в точке $x = a$ задано граничное условие 1-го рода $y(a) = A$, то вспомогательный коэффициент p_0 = { . . . }.

19. Если в точке $x = a$ задано граничное условие 1-го рода $y(a) = A$, то вспомогательный коэффициент q_0 = { . . . }.

20. Если в точке $x = a$ задано граничное условие 2-го рода $y'(a) = A$, то вспомогательный коэффициент p_0 = { . . . }.

21. Если в точке $x = a$ задано граничное условие 2-го рода $y'(a) = A$, то вспомогательный коэффициент q_0 = { . . . }.

22. Если в точке $x = a$ задано граничное условие 3-го рода $\alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = \alpha$, то вспомогательный коэффициент p_0 = { . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

23. Если в точке $x = a$ задано граничное условие 3-го рода $\alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = \alpha$, то вспомогательный коэффициент q_0 = { . . . }.

24. Первый этап метода прогонки называется { . . . }.

25. Второй этап метода прогонки называется { . . . }.

26. Преимущество метода прогонки относительно стандартных методов решения систем линейных уравнений в том, что из всех коэффициентов матрицы он использует только { . . . }.

27. В методе прогонки расчет величин $y_N \to y_{N-1} \to \ldots \to y_0$ образует этап { . . . }.

28. В методе прогонки расчет величин $y_N \to y_{N-1} \to \ldots \to y_0$ выполняется по формуле:

а) $y_i = a + i \cdot h$; в) $y_i = y(x_i)$;

б) $y_i = p_i y_{i+1} + q_i$; г) $y_{i+1} = p_i y_i + q_i$.

29. Расположите в правильной последовательности этапы вычислений при решении граничной задачи для ДУ-2 методом конечных разностей:

1)	а) вычисление всех коэффициентов p_i, q_i
2)	б) вывод результатов вычислений
3)	в) вычисление всех y_i
4)	г) расчет параметров сетки
5)	д) вычисление y_N
6)	е) вычисление вспомогательных коэффициентов p_0, q_0
7)	ж) вычисление векторов ненулевых коэффициентов системы линейных уравнений

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

3. Явная конечно-разностная схема численного решения одномерного уравнения теплопроводности

1. Укажите составные элементы смешанной краевой задачи:
а) условие нормировки;
б) уравнение в частных производных;
в) условия существования решения;
г) граничные условия;
д) начальные условия.

2. Соотношение $U(0,x)=\varphi(x)$ для уравнения теплопроводности имеет смысл { . . . }.

3. Тепловой поток, проходящий через поперечное сечение стержня с координатой x в направлении оси OX, описывается формулой:

а) $q(x,t)=-\lambda\dfrac{\partial U}{\partial x}$; в) $q(x,t)=-\lambda\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}$;

б) $q(x,t)=\lambda\dfrac{\partial U}{\partial x}$; г) $q(x,t)=\lambda\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}$.

4. Тепловой поток – это физическая величина, равная количеству тепловой энергии, проходящей в сечении через единицу площади за единицу { . . . }.

5. Укажите, какие частные конечно-разностные производные записаны правильно:

а) $\left.\dfrac{\partial U}{\partial t}\right|_{x_i,t^k}=\dfrac{U_i^{k+1}-U_i^k}{h}+O(h)$;

б) $\left.\dfrac{\partial U}{\partial t}\right|_{x_i,t^k}=\dfrac{U_{i+1}^k-U_{i-1}^k}{2h}+O(h^2)$;

в) $\left.\dfrac{\partial U}{\partial t}\right|_{x_i,t^k}=\dfrac{U_i^{k+1}-U_i^k}{\tau}+O(\tau)$;

г) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right|_{x_i,t^k}=\dfrac{U_i^{k+1}-2U_i^k+U_i^{k-1}}{\tau^2}+O(\tau^2)$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

6. Укажите, какие частные конечно-разностные производные записаны правильно:

а) $\left.\dfrac{\partial U}{\partial x}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_i^{k+1} - U_i^k}{h} + O(h)$;

б) $\left.\dfrac{\partial U}{\partial x}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_{i+1}^k - U_i^k}{h} + O(h)$;

в) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k}{h^2} + O(h^2)$;

г) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k}{2h} + O(2h)$;

д) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_{i+1}^k + 2U_i^k + U_{i-1}^k}{h^2} + O(h^2)$.

7. Количество тепла, проходящего через внутреннее сечение стержня с координатой *x*, в направлении оси OX, равно произведению величин:

а) коэффициента теплопроводности λ;

б) величины $\left(-\dfrac{\partial U}{\partial x}\right)$ в сечении *x*;

в) площади сечения S;

г) величины $c\rho\dfrac{\partial U}{\partial t}$ в сечении *x*;

д) величины $c\rho\dfrac{\partial U}{\partial x}$ в сечении *x*.

8. Количество тепла, проходящего через боковую поверхность стержня в направлении внешней нормали, равно произведению величин:

а) разности $\dfrac{\partial U}{\partial x} - T_{внешн}$;

б) коэффициента внешнего теплообмена γ;

в) разности $U - T_{внешн}$;

г) площади боковой поверхности.

9. Плотность теплового потока, проходящего через боковую поверхность стержня в направлении внешней нормали в сечении *x*, равна:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

а) $q = \gamma\left(U(x,t) - T_{внешн}\right)$;
б) $q = -\gamma\left(U(x,t) - T_{внешн}\right)$;
в) $q = -\gamma\left(U(0,t) - T_{внешн}\right)$;
г) $q = \gamma\left(\dfrac{\partial U}{\partial x} - T_{внешн}\right)$;
д) $q = -\gamma\left(\dfrac{\partial U}{\partial x} - T_{внешн}\right)$.

10. Установите соответствие слагаемых одномерного уравнения теплопроводности и их физического смысла:

1) $c\rho\dfrac{\partial U}{\partial t}$	а) изменение количества теплоты в сечении x в единицу времени
2) $\lambda\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	б) плотность мощности внутренних источников тепла
3) $-\gamma\dfrac{P}{S}\left(U(x,t) - T_{внешн}\right)$	в) изменение количества теплоты в сечении x за счет процесса теплообмена с окружающей (внешней) средой
4) $Q(x,t)$	г) изменение количества теплоты в сечении x за счет внутреннего теплообмена

11. Уравнение $\dfrac{\partial U}{\partial t} = a^2\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$ описывает распределение температуры в стержне (укажите нужные свойства):
а) с постоянным поперечным сечением;
б) с постоянным тепловым потоком;
в) в отсутствие внутренних источников тепла;
г) с теплоизолированной боковой поверхностью;
д) с теплоизолированными границами.

12. Коэффициент температуропроводности a^2 прямо пропорционален (укажите нужные величины):
а) коэффициенту теплопроводности материала стержня;
б) площади поперечного сечения стержня;
в) теплоемкости материала стержня;
г) плотности материала стержня.

13. Коэффициент температуропроводности a^2 обратно пропорционален (укажите нужные величины):
а) коэффициенту теплопроводности материала стержня;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

б) площади поперечного сечения стержня;
в) теплоемкости материала стержня;
г) плотности материала стержня;
д) производной $\partial U / \partial x$.

14. Установите соответствие математической записи граничных условий для одномерного уравнения теплопроводности и их физического смысла:

1) $\frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = 0$	а) температура точек граничного сечения равна 0
2) $-\lambda \frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = q_1(t)$	б) на границе задана плотность теплового потока
3) $U(0,t) = T_1(t)$	в) на граничном сечении реализуется теплообмен с окружающей средой
4) $U(0,t) = 0$	г) граничное сечение теплоизолировано
5) $-\lambda \frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = \gamma_1 [T_1(t) - U(0,t)]$	д) температура граничного сечения изменяется по заданному закону

15. При решении уравнения теплопроводности координаты узлов по оси *OX* вычисляются по формуле $x_i = \{ \ldots \}$.

16. При решении уравнения теплопроводности выбранные моменты времени вычисляются по формуле $t^k = \tau \cdot ? \ \{ \ldots \}$.

17. Значения температуры в узлах сетки U_i^0 вычисляются на основании $\{ \ldots \}$.

18. При выводе соотношений явной конечно-разностной схемы уравнение теплопроводности рассматривают:
а) во внутренних точках x_i в момент времени t^k;
б) во внутренних точках x_i в момент времени t^{k+1};
в) во внутренних точках x_i в начальный момент времени;
г) в граничных точках в момент времени t^k.

19. При выводе соотношений явной конечно-разностной схемы на основании уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$ для внутренних точек x_i получают систему линейных уравнений:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

а) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^{k+1} + 2U_i^k + U_{i-1}^{k-1}\right) + \tau F_i^k$;

б) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k + 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau F_i^{k+1}$;

в) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k + 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau F_i^k$;

г) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau F_i^k$.

20. При выводе явной схемы на основании граничного условия $\alpha_0 U(0,t) + \alpha_1 \frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = \alpha(t)$ получают соотношение:

а) $U_0^{k+1} = \frac{h\alpha\left(t^{k+1}\right) - \alpha_1 U_1^{k+1}}{h\alpha_0 - \alpha_1}$;

б) $U_0^{k+1} = \frac{h\alpha\left(t^{k+1}\right) - \alpha_1 U_0^k}{h\alpha_0 - \alpha_1}$;

в) $U_0^{k+1} = \frac{h\alpha\left(t^{k+1}\right) + \alpha_1 U_1^{k+1}}{h\alpha_0 - \alpha_1}$;

г) $U_0^{k+1} = \frac{h\alpha\left(t^{k+1}\right) + \alpha_1 U_1^{k+1}}{h\alpha_0 + \alpha_1}$.

21. При выводе явной схемы на основании граничного условия $\beta_0 U(l,t) + \beta_1 \frac{\partial U}{\partial x}(l,t) = \beta(t)$ получают соотношение:

а) $U_N^{k+1} = \frac{h\beta\left(t^{k+1}\right) + \beta_1 U_{N-1}^{k+1}}{h\beta_0 + \beta_1}$;

б) $U_N^{k+1} = \frac{h\beta\left(t^{k+1}\right) - \beta_1 U_{N-1}^{k+1}}{h\beta_0 - \beta_1}$;

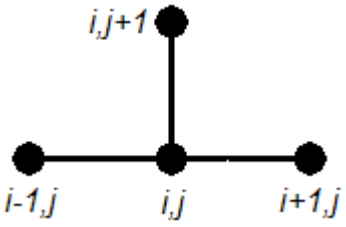
в) $U_N^{k+1} = \frac{h\beta\left(t^{k+1}\right) + \beta_1 U_{N-1}^k}{h\beta_0 + \beta_1}$;

г) $U_N^{k+1} = \frac{h\beta\left(t^{k+1}\right) + \beta_1 U_{N-1}^{k+1}}{h\beta_0 - \beta_1}$.

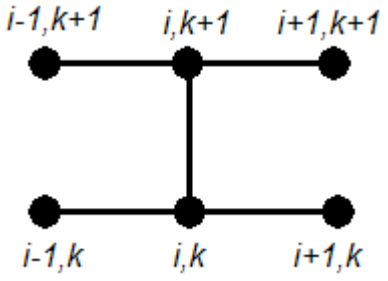
РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

22. Шаблон явной КРС для уравнения теплопроводности имеет вид:

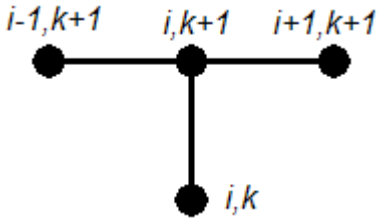
а)



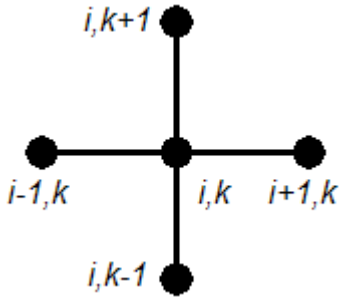
в)



б)



г)



23. Уравнение теплопроводности решается численно для области изменения аргументов:

а) $0 \le h \le L$; $0 \le \tau \le \infty$;

б) $-L \le h \le L$; $0 \le \tau \le \infty$;

в) $0 \le h \le L$; $0 \le \tau \le t\max$;

г) $0 \le h \le t\max$; $0 \le \tau \le L$.

24. Величина шага по времени τ в явной КРС уравнения теплопроводности ограничена условием устойчивости:

а) $\tau \le \dfrac{h}{\sqrt{a^2}}$ в) $\tau \le \dfrac{h^2}{a^2}$

б) $\tau \le \dfrac{h}{2\sqrt{a^2}}$ г) $\tau \le \dfrac{h^2}{2a^2}$

25. При $a^2 = 4$ и $h = 0{,}1$ значение шага по времени для явной конечно-разностной схемы уравнения теплопроводности не должно превышать величину $\tau \le \{\ .\ .\ .\ \}$.

26. Расположите действия при решении уравнения теплопроводности по явной конечно-разностной схеме в правильной последовательности:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

1	а) вычисление U_i^0 на основании начального условия;
2	б) организация цикла по номеру момента времени k;
3	в) расчет значений функции во внутренних точках;
4	г) расчет значений функции в граничных точках точках;
5	д) расчет параметров сетки;
6	е) расчет узлов сетки по координате и по времени.

27. При численном решении уравнения теплопроводности по явной конечно-разностной схеме параметрами программного блока являются величины:

а) вектор координатных узлов *x*;
б) начальное распределение температуры в стержне;
в) коэффициенты граничных условий;
г) вектор моментов времени *t*;
д) число *N* шагов по координате;
е) функция источников тепла.

28. При решении уравнения теплопроводности по явной КРС числа, расположенные в отдельной строке матрицы *U*, соответствуют значениям температуры в для одного и того же значения { . . . }.

29. При решении уравнения теплопроводности по явной КРС числа, расположенные в отдельном столбце матрицы *U*, соответствуют значениям температуры в для одного и того же значения { . . . }.

30. Неявные конечно-разностные схемы являются:

а) частично-устойчивыми;
б) неустойчивыми;
в) безусловно-устойчивыми;
г) условно-устойчивыми.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

4. Явная конечно-разностная схема для одномерного уравнения колебаний

1. Уравнение поперечных колебаний струны имеет вид:

а) $\rho \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = T \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$;

б) $c\rho \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \lambda \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$;

в) $\rho \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$;

г) $\rho \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = E \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$.

2. Уравнение $\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$ описывает колебания точек струны (со следующими характеристиками):

а) поперечные колебания;
б) продольные колебания;
в) в отсутствие внешних сил;
г) без учета силы натяжения струны;
д) без учета линейной плотности натяжения струны;
е) колебания малые по амплитуде.

3. Параметр a^2 в уравнении колебаний струны прямо пропорционален (укажите нужные величины):

а) силе натяжения струны;
б) линейной плотности материала струны;
в) линейной плотности внешних сил, действующих на струну;
г) амплитуде колебаний струны.

4. Параметр a^2 в уравнении колебаний струны обратно пропорционален (укажите нужные величины):

а) силе натяжения струны;
б) линейной плотности материала струны;
в) линейной плотности внешних сил, действующих на струну;
г) амплитуде колебаний струны.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

5. Соотношение $\frac{\partial U}{\partial t}(0,x)=\psi(x)$ для уравнения колебаний имеет смысл { . . . }.

6. Соотношение $U(0,x)=\varphi(x)$ для уравнения колебаний имеет смысл { . . . }.

7. Установите соответствие граничных условий для уравнения колебаний струны и их физического смысла:

1) $TU'(L,t)=f_2(t)$	а) граничная точка жестко закреплена
2) $TU'(0,t)=kU(0,t)$	б) граничная точка движется по заданному закону
3) $U'(L,t)=0$	в) на граничную точку действует заданная сила в вертикальном направлении
4) $U(0,t)=0$	г) граничная точка свободна
5) $U(L,t)=\alpha(t)$	д) граничная точка упруго закреплена

8. Выделите неправильные высказывания:

а) на граничные точки струны действует сила параллельно оси OX;

б) граничные точки струны не могут смещаться вдоль оси OY;

в) при выводе уравнения колебаний струны рассматривают малый участок струны, лежащий на границе;

г) при выводе уравнения колебаний струны силой натяжения струны можно пренебречь.

9. Уравнение продольных колебаний однородного стержня имеет вид:

а) $\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=T\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+f(x,t)$;

б) $c\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=E\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+F(x,t)$;

в) $\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+f(x,t)$;

г) $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+F(x,t)$;

д) $\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=E\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+f(x,t)$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

10. Параметр a^2 в уравнении колебаний стержня прямо пропорционален (укажите нужные величины):

а) плотности материала стержня;

б) линейной плотности внешних сил, действующих на струну;

в) амплитуде колебаний стержня;

г) модулю Юнга материала стержня;

д) теплоемкости стержня;

е) площади поперечного сечения материала стержня.

11. Параметр a^2 в уравнении колебаний стержня обратно пропорционален (укажите нужные величины):

а) плотности материала стержня;

б) линейной плотности внешних сил, действующих на струну;

в) амплитуде колебаний стержня;

г) модулю Юнга материала стержня;

д) теплоемкости стержня;

е) площади поперечного сечения материала стержня.

12. Установите соответствие граничных условий для уравнения колебаний стержня и их физического смысла:

1) $ESU'(0,t) = k_1 U(0,t)$	а) граничное сечение жестко закреплено
2) $ESU'(L,t) = f_2(t)$	б) граничное сечение движется по заданному закону
3) $U(0,t) = \alpha(t)$	в) на граничное сечение действует заданная сила в направлении оси OX
4) $U(0,t) = 0$	г) граничное сечение свободно
5) $U'(L,t) = 0$	д) граничное сечение упруго закреплено

13. В записи общего вида граничного условия в точке $x = 0$ $\alpha_0 \cdot \{?\} + \alpha_1 \dfrac{\partial U}{\partial x}(0,t) = \alpha(t)$ пропущена величина { . . . }.

14. В записи общего вида граничного условия в точке $x = L$ $\beta_0 \cdot \{?\} + \beta_1 \dfrac{\partial U}{\partial x}(L,t) = \beta(t)$ пропущена величина { . . . }.

15. Укажите, какие соотношения для частных конечно-разностных производных записаны правильно:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

а) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_i^{k+1} - 2U_i^k + U_i^{k-1}}{\tau^2} + O(\tau^2)$;

б) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_i^{k-1} - 2U_i^k + U_i^{k+1}}{\tau^2} + O(\tau^2)$;

в) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_i^{k+1} - 2U_i^k + U_i^{k-1}}{\tau^2} + O(\tau)$;

г) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right|_{x_i,t^k} = \dfrac{U_i^{k+1} - 2U_i^k + U_i^{k-1}}{2\tau} + O(\tau^2)$.

16. Для каждого внутреннего узла x_i в момент времени t^k заменой производных на конечно-разностные соотношения получаем линейное уравнение:

а) $\dfrac{U_i^{k+1} + 2U_i^k + U_i^{k-1}}{\tau^2} = a^2 \dfrac{U_{i-1}^k + 2U_i^k + U_{i+1}^k}{h^2} + F(x_i, t^k)$;

б) $\dfrac{U_i^{k+1} - 2U_i^{k+1} + U_i^{k+1}}{\tau^2} = a^2 \dfrac{U_{i-1}^k - 2U_i^k + U_{i+1}^k}{h^2} + F(x_i, t^k)$;

в) $\dfrac{U_i^{k+1} - 2U_i^k + U_i^{k-1}}{\tau^2} = a^2 \dfrac{U_{i-1}^k - 2U_i^k + U_{i+1}^k}{h^2} + F(x_i, t^k)$;

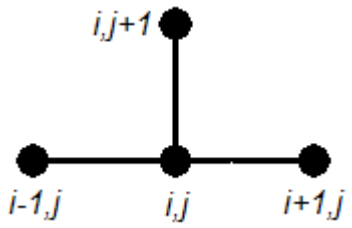
г) $\dfrac{U_i^{k+1} - 2U_i^k + U_i^{k-1}}{\tau^2} = a^2 \dfrac{U_{i-1}^{k+1} - 2U_i^{k+1} + U_{i+1}^{k+1}}{h^2} + F(x_i, t^{k+1})$.

17. Если задано граничное условие $U'(0,t) = 2$ и вычислено значение $U_1^4 = 0{,}5$ при $h = 0{,}1$, то $U_0^4 = \{\ .\ .\ .\ \}$.

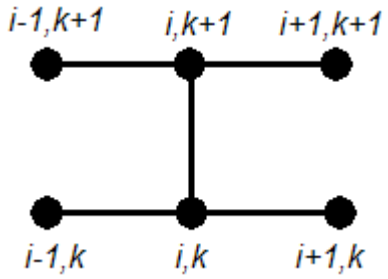
18. Если задано граничное условие $U'(L,t) = -1$ и вычислено значение $U_{N-1}^5 = 1{,}2$ при $h = 0{,}1$, то $U_N^5 = \{\ .\ .\ .\ \}$.

19. Шаблон явной КРС для уравнения колебаний имеет вид:

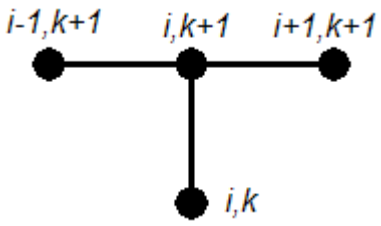
а)

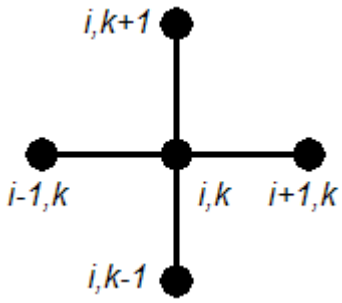


б)



РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

в) 

г) 

20. При выводе явной схемы на основании уравнения колебаний $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$ для внутренних узлов x_i получают систему линейных уравнений:

а) $U_i^{k+1} = 2U_i^k - U_i^{k-1} + \frac{\tau^2 a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau^2 F_i^k$;

б) $U_i^{k+1} = 2U_i^k - U_i^{k-1} + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau F_i^k$;

в) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau F_i^k$;

г) $U_i^{k+1} = 2U_i^k + U_i^{k-1} + \frac{\tau^2 a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k - 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau^2 F_i^k$.

21. Расположите действия при решении уравнения колебаний по явной КРС в правильной последовательности:

1)	а) расчет значений функции в граничных точках
2)	б) расчет значений функции во внутренних точках
3)	в) организация цикла по номеру момента времени k
4)	г) расчет узлов сетки по координате и по времени
5)	д) вычисление U_i^0 на основании начального условия
6)	е) расчет параметров сетки
7)	ж) вычисление U_i^1 на основании начального условия

22. Величина шага по времени τ в явной КРС уравнения колебаний ограничена условием устойчивости:

а) $\tau \le \frac{h}{\sqrt{a^2}}$ в) $\tau \le \frac{h^2}{a^2}$

б) $\tau \le \frac{h}{2\sqrt{a^2}}$ г) $\tau \le \frac{h^2}{2a^2}$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

23. Укажите возможные способы вычисления значений функции в момент времени $k = 1$ на основании второго начального условия:

а) $U_i^1 = U_i^0 + \tau\psi(x_i)$;

б) $U_i^1 = U_i^0 - \tau\psi(x_i)$;

в) $U_i^1 = U_i^0 + \tau\psi(x_i) + \dfrac{\tau^2 a^2}{2}\varphi''(x_i)$;

г) $U_i^1 = U_i^0 + \tau\varphi(x_i) + \dfrac{\tau^2 a^2}{2}\psi''(x_i)$.

24. Явление неустойчивости при использовании явных конечно-разностных схем проявляется в том, что:

а) численные значения функции в соседних точках резко отличаются по величине и по знаку;

б) время счета значительно возрастает;

в) при малых изменениях шага h результаты изменяются в 10^p раз;

г) малые изменения коэффициентов граничных условий приводят к значительным изменениям значений функции в узлах сетки.

25. При значениях параметров $a^2 = 4$ и $h = 0{,}1$ значение шага по времени для явной КРС уравнения колебаний не должно превышать величину $\tau \le \{\ .\ .\ .\ \}$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

5. Неявные конечно-разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности

1. При выводе полностью неявной схемы на основании уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$ для внутренних точек x_i получают систему линейных уравнений:

а) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^{k+1} + 2U_i^k + U_{i-1}^{k-1}\right) + \tau F_i^k$;

б) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^{k} + 2U_i^k + U_{i-1}^{k}\right) + \tau F_i^{k+1}$;

в) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^{k+1} + 2U_i^{k+1} + U_{i-1}^{k+1}\right) + \tau F_i^{k+1}$;

г) $U_i^{k+1} = U_i^k + \frac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i-1}^{k+1} - 2U_i^{k+1} + U_{i+1}^{k+1}\right) + \tau F_i^{k+1}$.

2. Матрица система линейных уравнений, получаемой в неявной КРС на каждом шаге по времени, является { . . . }.

3. При использовании неявной КРС на каждом шаге по времени получается система линейных уравнений, для решения которой применяют метод { . . . }.

4. Неявные конечно-разностные схемы являются:
а) частично-устойчивыми;
б) неустойчивыми;
в) безусловно-устойчивыми;
г) условно-устойчивыми.

5. В результате усреднения соотношений для явной и неявной конечно-разностных схем для уравнения теплопроводности получают схему { . . . }.

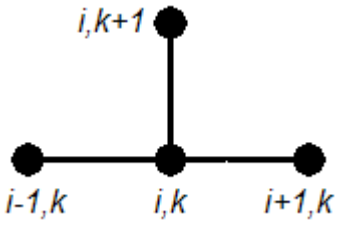
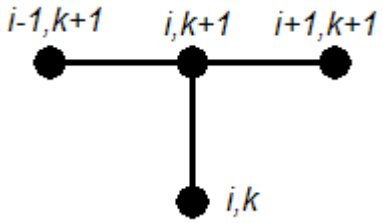
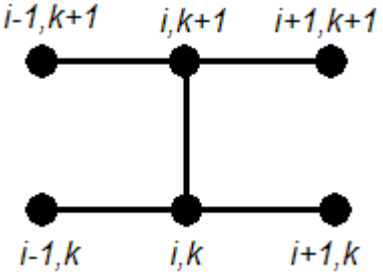
6. На каждом шаге по времени линейные уравнения схемы Кранка-Николсона с параметром $r = \tau a^2 / h^2$ имеют общий вид $a_i U_{i-1}^{k+1} + b_i U_i^{k+1} + c_i U_{i+1}^{k+1} = d_i$, где коэффициенты:

а) $a_i = c_i = -r$, $b_i = 2r$;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

б) $a_i = c_i = r$, $b_i = 1 - 2r$;
в) $a_i = c_i = -r$, $b_i = 1 - 2r$;
г) $a_i = c_i = -r$, $b_i = 1 + 2r$.

7. Установите соответствие шаблонов и конечно-разностных схем для решения уравнения теплопроводности:

1)		а) явная конечно-разностная схема
2)		б) полностью неявная конечно-разностная схема
3)		в) конечно-разностная схема Кранка-Николсона

8. Значения шага по координате h и шага по времени τ необходимо выбирать такими, чтобы пространственно-временной сетка была { . . . }.

9. Расположите действия при решении уравнения теплопроводности по схеме Кранка-Николсона в правильной последовательности:

1)	а) расчет вспомогательных коэффициентов p_i, q_i
2)	б) вычисление параметра r
3)	в) расчет значения функции U_N^{k+1}
4)	г) расчет значений функции U_i^{k+1}
5)	д) расчет параметров сетки
6)	е) расчет узлов сетки по координате и по времени
7)	ж) расчет вспомогательных коэффициентов p_0, q_0
8)	и) вычисление U_i^0 на основании начального условия
9)	к) организация цикла по номеру момента времени k

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

10. При выводе схемы Кранка-Николсона на основании уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + F(x,t)$ для внутренних точек x_i получают систему линейных уравнений:

а) $-rU_{i-1}^{k+1} + (1+2r)U_i^{k+1} - rU_{i+1}^{k+1} = rU_{i-1}^k + (1-2r)U_i^k + rU_{i+1}^k + \frac{\tau}{2}\left(F_i^k + F_i^{k+1}\right)$;

б) $-rU_{i-1}^{k+1} + (1-2r)U_i^{k+1} - rU_{i+1}^{k+1} = rU_{i-1}^k + (1+2r)U_i^k + rU_{i+1}^k + \tau^2 F_i^k$;

в) $-rU_{i-1}^{k+1} + 2rU_i^{k+1} - rU_{i+1}^{k+1} = rU_{i-1}^k + 2rU_i^k + rU_{i+1}^k + \frac{\tau}{2}\left(F_i^k + F_i^{k+1}\right)$;

г) $-rU_{i-1}^{k+1} + 2U_i^{k+1} - rU_{i+1}^{k+1} = rU_{i-1}^k + 2U_i^k + rU_{i+1}^k + \frac{\tau}{2}\left(F_i^k + F_i^{k+1}\right)$.

11. При реализации схемы Кранка-Николсона на основании граничного условия $\alpha_0 U(0,t) + \alpha_1 \frac{\partial U}{\partial x}(0,t) = \alpha(t)$ получают соотношение $U_0^{k+1} = \left(\frac{-\alpha_1}{h\alpha_0 - \alpha_1}\right) U_1^{k+1} + \frac{h\alpha(t^{k+1})}{h\alpha_0 - \alpha_1}$. Это означает, что вспомогательные коэффициенты:

а) $p_0 = \frac{-\alpha_1}{h\alpha_0 - \alpha_1}$, $q_0 = \frac{h\alpha(t^{k+1})}{h\alpha_0 - \alpha_1}$;

б) $p_0 = \frac{h\alpha(t^{k+1})}{h\alpha_0 - \alpha_1}$, $q_0 = \frac{-\alpha_1}{h\alpha_0 - \alpha_1}$;

в) $p_0 = 0$, $q_0 = 1$;

г) $p_0 = 1$, $q_0 = 0$.

12. В случае граничного условия $U(0,t) = 1$ в схеме Кранка-Николсона вспомогательные коэффициенты следует выбрать в виде:

а) $p_0 = 0$, $q_0 = 1$;

б) $p_0 = 1$, $q_0 = 0$;

в) $p_0 = 1$, $q_0 = 1$;

г) $p_0 = -1$, $q_0 = 1$.

13. Укажите формулы, применяемые на этапе прямого хода метода прогонки в схеме Кранка-Николсона:

а) $p_i = \frac{r}{-rp_{i-1} + 1 + 2r}$;

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

б) $q_i = \dfrac{d_i + rq_{i-1}}{-rp_{i-1} + 1 + 2r}$;

в) $y_i = p_i y_{i+1} + q_i$;

г) $U_i^{k+1} = U_i^k + \dfrac{\tau a^2}{h^2}\left(U_{i+1}^k + 2U_i^k + U_{i-1}^k\right) + \tau F_i^k$;

д) $p_i = \dfrac{-c_i}{a_i p_{i-1} + b_i}$;

е) $q_i = \dfrac{d_i - a_i q_{i-1}}{a_i p_{i-1} + b_i}$.

14. При реализации схемы Кранка-Николсона на основании граничного условия $\beta_0 U(L,t) + \beta_1 \dfrac{\partial U}{\partial x}(L,t) = \beta(t)$ получают соотношение:

а) $U_N^{k+1} = \dfrac{h\beta(t^{k+1}) + \beta_1 q_{N-1}}{h\beta_0 + \beta_1 - \beta_1 p_{N-1}}$;

б) $U_N^{k+1} = \dfrac{h}{h\beta_0 + \beta_1 - \beta_1 p_{N-1}}$;

в) $U_N^{k+1} = \dfrac{h\beta(t^{k+1}) - \beta_1 q_{N-1}}{h\beta_0 - \beta_1 - \beta_1 p_{N-1}}$;

г) $U_N^{k+1} = \dfrac{h\beta(t^k) + \beta_1 q_{N-1}}{h\beta_0 + \beta_1 - \beta_1 p_{N-1}}$.

15. Обратный ход метода прогонки в схеме Кранка-Николсона выполняется по формуле:

а) $U_i^{k+1} = p_i U_{i+1}^{k+1} + q_i$;

б) $U_i^{k+1} = p_i U_{i+1}^k + q_i$;

в) $U_i^{k+1} = p_{i+1} U_{i+1}^{k+1} + q_{i+1}$;

г) $U_i^{k+1} = p_i U_{i-1}^{k+1} + q_i$.

16. Обратный ход метода прогонки в схеме Кранка-Николсона реализуется с помощью цикла, в котором диапазонная переменная $i = \{\ .\ .\ .\ \}$.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

6. Численное решение уравнения Пуассона на плоскости

1. Уравнение Пуассона для плоской области имеет вид:

а) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = F(x, y)$;

б) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = F(x, y)$;

в) $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = F(x, y)$;

г) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = F(x, t)$.

2. Уравнение Пуассона является (укажите нужные свойства):

а) стационарным;
б) однородным;
в) неоднородным;
г) обыкновенным;
д) уравнением в частных производных;
е) нестационарным.

3. Задача, состоящая из уравнения Пуассона и граничных условий 1-го рода $U\big|_G = \varphi(x, y)$, называется задача { . . . }.

4. Задача, состоящая из уравнения Пуассона и граничных условий 2-го рода $\left.\frac{\partial U}{\partial n}\right|_G = \varphi(x, y)$, называется задача { . . . }.

5. Укажите граничные условия для верхней и нижней границы прямоугольной области при решении уравнения Пуассона:

а) $U(x,0) = \alpha_1(x)$; б) $U(x, H) = 0$;
в) $U(0, y) = \beta_1(y)$; г) $U(L, y) = \beta_2(y)$;
д) $U(x, y) = \alpha_2(x)$; е) $U(0,0) = 0$.

6. При выполнении вычислений значение шага h может быть различным, но таким, чтобы по каждой переменной количество шагов было { . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

7. При решении уравнения Пуассона методом конечных разностей в заданной области формируется прямоугольная сетка узлов. Укажите соотношения, определяющие узлы сетки:

а) $x_i = i \cdot h, \quad i = 0...N$;

б) $y_j = j \cdot h, \quad j = 0...M$;

в) $y_j = y(x_{j-1}) + h$;

г) $x_i = p_i x_{i+1} + q_i$;

д) $F_{i,j} = F(x_i, y_j)$;

е) $t_k = k \cdot \tau, \quad k = 0...M-1$;

8. В каждом внутреннем узле прямоугольной области производные в уравнении Пуассона заменяют на конечно-разностные соотношения:

а) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x_i, y_j} = \dfrac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{h^2} + O(h^2)$;

б) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right|_{x_i, y_j} = \dfrac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{h^2} + O(h^2)$;

в) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right|_{x_i, y_j} = \dfrac{U_{i,j+1} - 2U_{i,j} + U_{i,j-1}}{h^2} + O(h^2)$;

г) $\left.\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right|_{x_i, y_j} = \dfrac{U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j}}{h^2} + O(h^2)$.

9. В результате замены производных для каждого внутреннего узла сетки получается система линейных уравнений $U_{i+1,j} + U_{i-1,j} + U_{i,j+1} + U_{i,j-1} - 4U_{i,j} = ?$, в правой части которой находится величина:

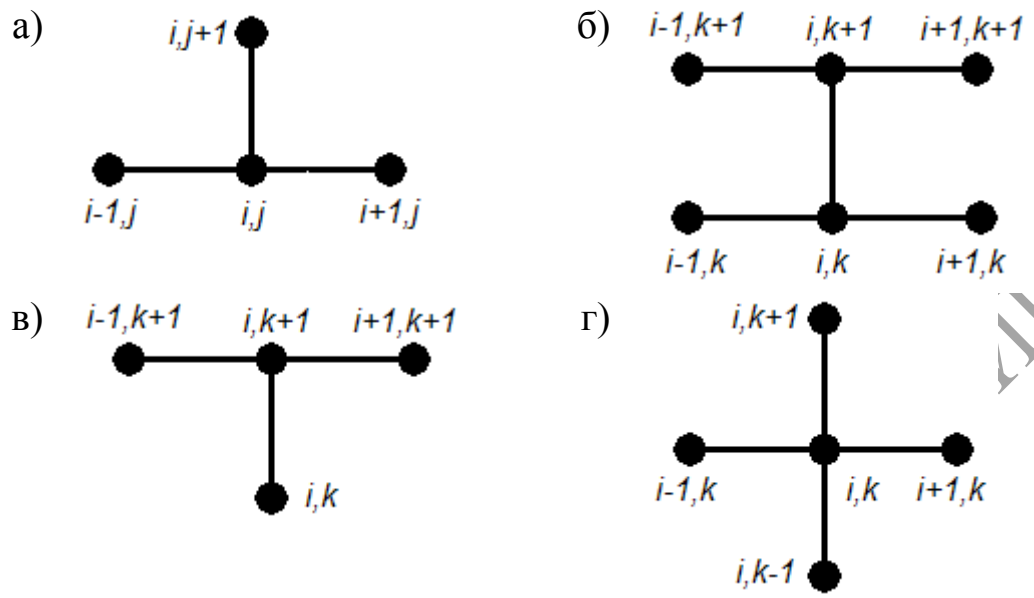
а)	$h^2 F_{i,j}$	б)	$F_{i,j}$
в)	$U_{i,j}$	г)	$-2F_{i,j}$
д)	$a^2 F_{i,j}$	е)	$-2U_{i,j}$

10. Для применения метода итераций исходную систему уравнений необходимо преобразовать к виду, в котором неизвестная величина выделена в { . . . }.

11. Стандартным методом решения системы конечно-разностных уравнений для уравнения Пуассона является метод { . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ

12. Шаблон метода конечных разностей для решения уравнения Пуассона на плоскости:



13. В формулах решения системы линейных уравнений используются обозначения $U_{i,j}^{(k)}$, в которых верхний индекс в скобках означает номер { . . . }.

14. В методе простых итераций вычисления в каждом внутреннем узле сетки выполняются по формуле:

а) $U_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k-1)} + U_{i+1,j}^{(k-1)} + U_{i,j-1}^{(k-1)} + U_{i,j+1}^{(k-1)}\right) - \frac{h^2}{4} F_{i,j}$;

б) $U_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k-1)} + U_{i+1,j}^{(k+1)} + U_{i,j-1}^{(k-1)} + U_{i,j+1}^{(k+1)}\right) - \frac{h^2}{4} F_{i,j}$;

в) $U_{i,j}^{(k-1)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k-1)} + U_{i+1,j}^{(k-1)} + U_{i,j-1}^{(k-1)} + U_{i,j+1}^{(k-1)}\right) - \frac{h^2}{4} F_{i,j}$;

г) $U_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k-1)} + U_{i+1,j}^{(k-1)} + U_{i,j-1}^{(k-1)} + U_{i,j+1}^{(k-1)}\right) - \frac{4}{h^2} F_{i,j}$.

15. Условие окончания итераций при решении уравнения Пуассона имеет вид:

а) $\max\limits_{i,j}\left|U_{i,j}^{(k)} - U_{i,j}^{(k-1)}\right| < \varepsilon$; в) $\min\limits_{i,j}\left|U_{i,j}^{(k)} - U_{i,j}^{(k-1)}\right| > \varepsilon$;

б) $\max\limits_{i,j}\left|U_{i,j}^{(k)} - U_{i+1,j+1}^{(k)}\right| < \varepsilon$; г) $\max\limits_{i,j}\left|U_{i,j}^{(k)} + U_{i,j}^{(k-1)}\right| < \varepsilon$.

16. В методе ускоренной верхней релаксации результат новой итерации получается как взвешенное среднее предыдущей итерации и расчета по методу { . . . }.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

17. Математическая запись метода Либмана имеет вид:

а) $U_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k)} + U_{i+1,j}^{(k-1)} + U_{i,j-1}^{(k)} + U_{i,j+1}^{(k-1)}\right) - \frac{h^2}{4}F_{i,j}$;

б) $U_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k-1)} + U_{i+1,j}^{(k)} + U_{i,j-1}^{(k-1)} + U_{i,j+1}^{(k)}\right) - \frac{h^2}{4}F_{i,j}$;

в) $U_{i,j}^{(k-1)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k)} + U_{i+1,j}^{(k-1)} + U_{i,j-1}^{(k)} + U_{i,j+1}^{(k-1)}\right) - \frac{h^2}{4}F_{i,j}$;

г) $U_{i,j}^{(k)} = \frac{1}{4}\left(U_{i-1,j}^{(k)} + U_{i+1,j}^{(k)} + U_{i,j-1}^{(k-1)} + U_{i,j+1}^{(k-1)}\right) - \frac{4}{h^2}F_{i,j}$.

18. Математическая запись метода ускоренной верхней релаксации имеет вид $U_{i,j}^{(k)} = \omega W + (1-\omega)U_{i,j}^{(k-1)}$, где ω называется { . . . }.

19. В методе ускоренной верхней релаксации $U_{i,j}^{(k)} = \omega W + (1-\omega)U_{i,j}^{(k-1)}$ множитель ω может принимать значения:

а) $0 \le \omega \le 2$; в) $1 < \omega < 2$;
б) $-1 \le \omega \le 1$; г) $0 < \omega < 1$.

20. Математическая запись метода ускоренной верхней релаксации имеет вид $U_{i,j}^{(k)} = \omega W + (1-\omega)U_{i,j}^{(k-1)}$, где W – результат, полученный по методу { . . . }.

21. Оптимальный выбор ускоряющего множителя в методе ускоренной верхней релаксации позволяет в несколько раз уменьшить число необходимых для получения решения { . . . }.

22. Расположите действия при решении уравнения Пуассона в прямоугольной области в нужном порядке:

1)	а) вычисление значений функции U в граничных узлах на основании граничных условий на каждой стороне прямоугольника;
2)	б) организация двойного цикла по внутренним узлам сетки;
3)	в) расчет новых значений функции во внутренних узлах сетки;
4)	г) расчет максимального изменения узловых значений в ходе итерации;
5)	д) прекращение итераций при выполнении условия;
6)	е) вывод результатов;
7)	ж) присваивание начальных значений функции во внутренних узлах сетки;
8)	и) расчет узлов сетки по координате x и координате y;
9)	к) расчет параметров сетки;
10)	л) организация цикла, в котором выполняются итерации.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Литература

1. Власова, Е. А. Приближенные методы математической физики: учебное пособие для вузов / Е. А. Власова, В. С. Зарубин, Г. Н. Кувыркин. − М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, − 2001. − 700 с.

2. Годунов, С. К. Разностные схемы / С. К. Годунов, В. С. Рябенький. – М.: Наука, 1977. – 439 с.

3. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

4. Самарский, А. А. Введение в теорию разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1971. – 288 с.

5. Фарлоу, С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров / С. Фарлоу. – М.: Мир, 1985. – 383 с.

6. Гильмутдинов, А. Х. Электронное образование на платформе Moodle / А. Х. Гильмутдинов, Р. А. Ибрагимов, И. В. Цивильский. – Казань: КГУ, 2008. – 169 с.

7. Майоров, А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования / А. Н. Майоров. – М.: Интеллект-центр, 2001. – 296 с.

8. Полат, Е. С. Новые педагогические информационные технологии в системе образования / Е. С. Полат. – М.: Изд. центр «Академия», 2000. – 247 с.

9. Челышкова, М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов / М. Б. Челышкова. – М.: Логос, 2002. – 432 с.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Учебное издание

Дей Евгений Александрович

ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Тестовые задания

для студентов специальности
1-31 04 01 «Физика (по направлениям)»

Редактор *В. И. Шкредова*
Корректор *В. В. Калугина*

Подписано в печать 31.05.2013. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 2,1.
Уч.-изд. л. 2,3. Тираж 25 экз. Заказ 402.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины».
ЛИ № 02330/0549481 от 14.05.2009.
Ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Е. А. ДЕЙ

ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф. СКОРИНЫ

Гомель
2013

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМ. Ф.СКОРИНЫ