

Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины

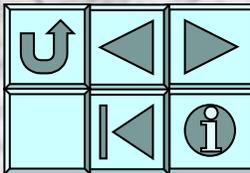
Физический факультет,
кафедра теоретической физики

*Физика атомного ядра
и элементарных частиц:*
МОДЕЛЬ ЯДЕРЬ И ОБЛОЧЕК

Составитель: Андреев Виктор Васильевич,
канд. физ-мат. наук, доцент

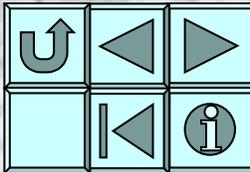
МОДЕЛЬ ЯДЕРЬ И ОБЛОЧЕК

1. Экспериментальное обоснование.
2. Спин-орбитальное взаимодействие.



§1. Экспериментальное обоснование.

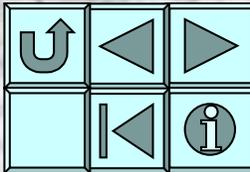
Еще в начале 30-х гг. исследователи ядерной физики обратили внимание на ядра, у которых числа Z и N (или оба числа) равны одному из чисел ряда: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, названных магическими, имеют следующие особенности по сравнению с другими:



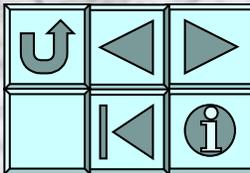
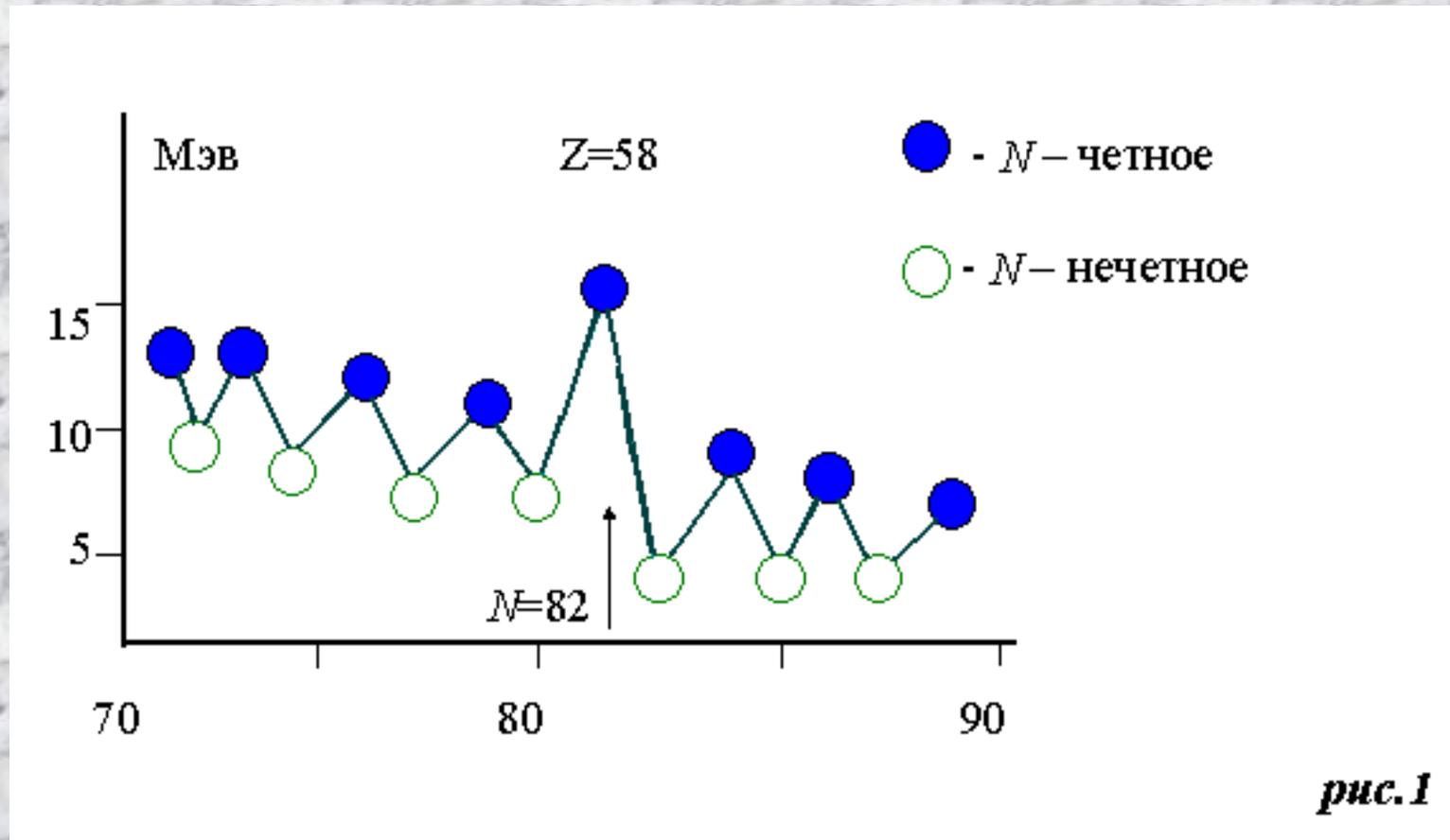
Тесно связанное с 1) это данные по энергии отрыва нуклона от данного ядра (см. рис.1), на данном рисунке видны две особенности:

а) чередование значений энергий отрыва для четных и не четных изотопов;

б) скачек при значении $N = 82$ т.е., когда N равно магическому числу.

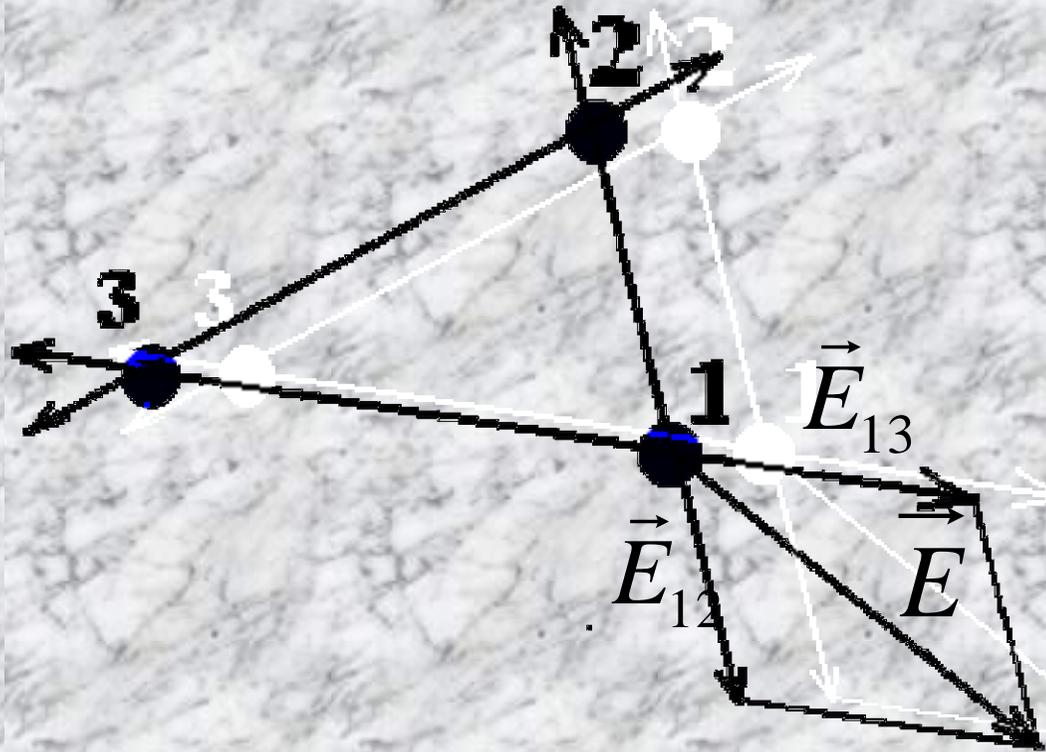


Энергия отрыва последнего нейтрона для изотопов ядра цезия

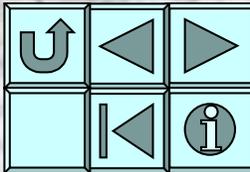


Что это значит?

Представим два или три электрона.



Как рассчитать движение электрона 1?



1.

**Метод самосогласования поля состоит
в следующем предположении:**

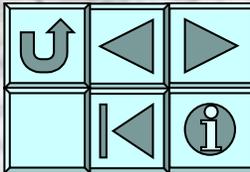
Можно ввести волновые функции для каждой отдельной частицы, т.е. каждой частице можно задать определенные квантовые числа:

энергия

спин

орбитальный момент

и т.д.



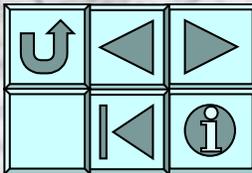
Движение нуклона в некотором поле
с потенциалом U

$$\left(-\frac{1}{2 \cdot m} \nabla^2 + U \right) \cdot \Psi = E \cdot \Psi \quad (1)$$

Вид потенциала не известен. По аналогии можно судить,
что потенциал должен быть центрально-симметричный т.е.

$$U(|\vec{r}|)$$

Какие могут быть теоретические обоснования?



Рассмотрим уравнение (1)

1) Если $U(r) = -\frac{Z \cdot e}{r}$ - кулоновский потенциал,

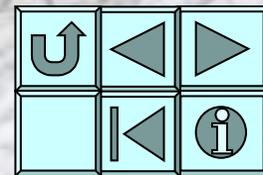
то известно, что

оболочки с N и Z имеют следующие числа заполнения:

2, 8, 18, 32...

т.е. не совпадает с экспериментальным рядом

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



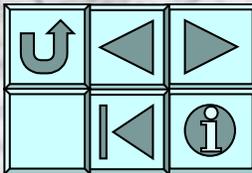
2) Возьмем потенциал осцилляторного типа:

$$\vec{U}(|r|) = \frac{1}{2} k \cdot r'^2$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$r' = \left(\frac{\hbar}{m \cdot \omega} \right)^{1/2} r$$

$$E = \frac{\hbar \cdot \omega}{2} \lambda$$



Результат:

Частица характеризуется квантовыми числами: n - энергия, l - орбитальный момент, m - проекция \vec{L} , а так же спин

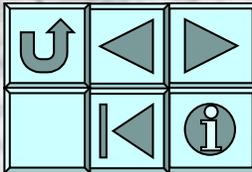
$$S = \frac{1}{2} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

Волновая функция обозначается следующим образом:

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}) = \left(\frac{2}{r}\right)^{1/2} \Lambda_k^{l+1/2}(r^2) Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

Y_{lm} сферический функции, $\Lambda_k^{l+1/2}(r^2)$ функция Ламера,

$$k = \frac{1}{2}(n-1) \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$



Четность состояния осциллятора $\pi = (-1)^l$, т.к.

$$k = \frac{1}{2}(n - l) = 0, 1, 2, \dots, n,$$

то легко видеть состояние четности +1, и -1. Т.е.:

n - четное, π - четное, $l = 0, 2, \dots, n$

n - нечетное, π - нечетное, $l = 1, 3, \dots, n$

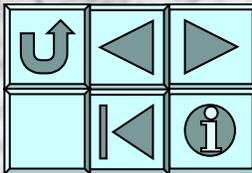
При заданном n волновых функций существует много.

Такая ситуация называется **вырождением уровня n** .

$(2l + 1)$ - при каждом l $l \leq n$ при каждом n

$$l = \frac{n}{2} + 1 \quad (n+1) \frac{n}{2} \quad (\text{четное})$$

$$l = \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n+2}{2} \quad (\text{нечетное})$$



Кратность вырождения осциллятора: $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$.

Группа вырожденных уровней и образует оболочку.

В реальных условиях вырождение снимается т.е. **уровень расщепляется.**

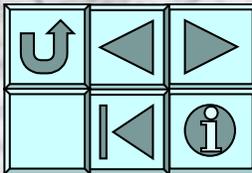
$l = 0, 1, 2, 3, 4$
 s, p, d, f, g

оболочки: $n = 1, 2, 3, 4$
 K, L, M, N

1) Поскольку нуклоны являются **фермионами**, то заполнение идет не зависимо друг от друга.

2) Учет спина удваивает вырождение, и тогда получается:

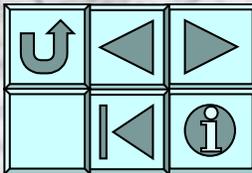
кратность вырождения $= (n+1)(n+2)$



<i>Номер оболочки</i>	<i>Число частиц в оболочке</i>	<i>Число частиц в ядре с заполненной оболочкой</i>
$n=0$ $n=1$	2	2
$n=1$	6	8
$n=2$	12	20
$n=3$	20	40
$n=4$	30	70
	42	112

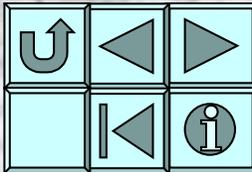
Осцилляторный потенциал хорошо воспроизводит лишь начальные числа магического ряда.

В 1949-1950 гг. было предложено существование сильно-го спин-орбитального взаимодействия между нуклонами ядра.



§2. Спин- орбитальное взаимодействие.

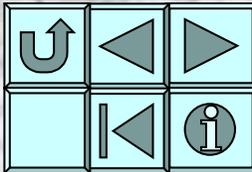
Это взаимодействие частиц, зависящее от величины и взаимной ориентации их орбитального и спинового моментов количества движения, приводящее в итоге к расщеплению уровней. Наглядное физическое толкование взаимодействия собственного магнитного момента, с переменным магнитным полем, которое создает заряд, движущийся по орбите.



Правило сложения: $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$,

$j = l + s, l + s - 1, \dots, (l - s)$, т.к. $s = \frac{1}{2}$, то имеем
для нуклона $j = l + \frac{1}{2}$ и $j = l - \frac{1}{2}$.

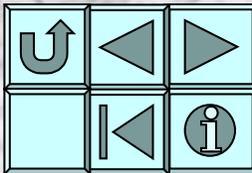
Т.е. В результате спин-орбитального взаимодействия уровень с определенной энергией расщепляется для каждого $l \neq 0$ на два подуровня и в результате сильного спин-орбитального взаимодействия отдельные уровни могут из одной оболочки переходить в другую.



Энергия спин-орбитального взаимодействия:

$$\varepsilon_j \approx \frac{1}{r} \begin{cases} l, & \text{при } j = l + \frac{1}{2} \\ -l, & \text{при } j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

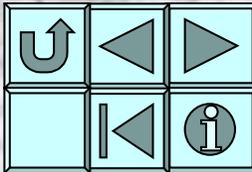
$$\Delta\varepsilon_j \sim (2 \cdot l + 1) \cdot \frac{1}{2} \quad \text{т.е. увеличивается с ростом } l.$$



В итоге получается: $V(r) + U(r) \left(\vec{s} \vec{l} \right)$, где

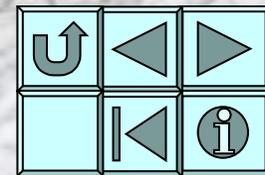
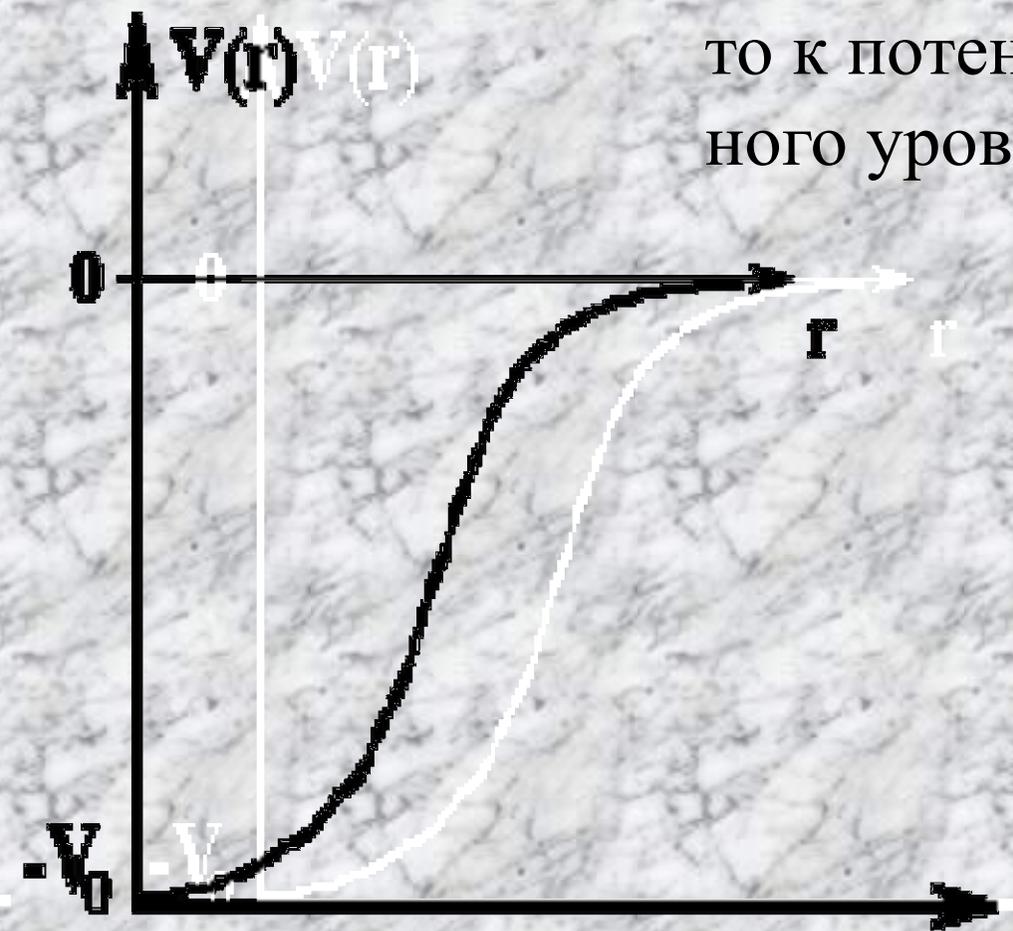
$$U(r) = \frac{U_0}{1 + \exp \frac{r - R}{a}}$$

$$\frac{\partial V(r)}{\partial r} b \frac{1}{2} = U(r)$$



Следует отметить, что существует целый ряд потенциалов, которые удовлетворительно описывают экспериментальными данными.

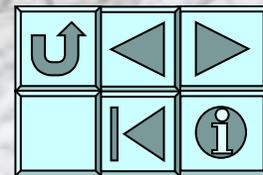
Поскольку протоны имеют заряд, то к потенциалу для заполнения протонного уровня добавляют: $U_{кул}$



Предсказания модели оболочек:

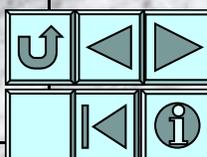
1) Дважды магический спин 0, а четность “+”.

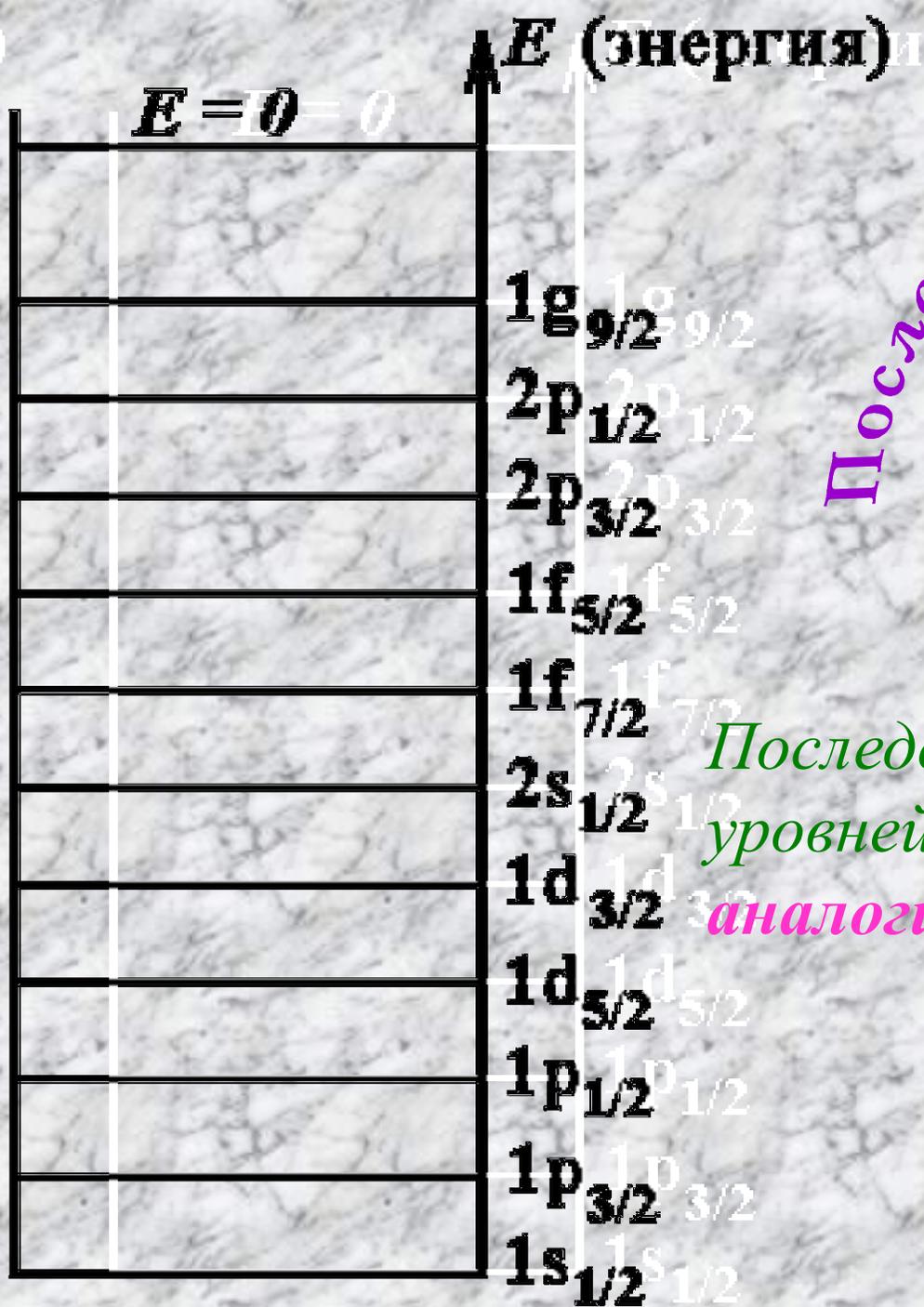
2) Спин и четность ядер по составу, относящиеся к дважды магическому \pm нуклону, определяется характеристиками (j, l) уровня на котором находится нуклон (дважды магический “+” нуклон) или “дырка” (дважды магический “-” нуклон).



№ об.	уровни энергии	расщепление для с.-о.в.	число частиц на уровне	число частиц в оболочке	число частиц в ядре с запол-ой оболочкой
1 $N=0$	$1s$	$1s_{1/2}$	2	2	2
2 $N=1$	$2p$	$2p_{3/2}$ $2p_{1/2}$	4 2	6	8
3 $N=2$	$3d$ $2s$	$\begin{cases} 3d_{5/2} \\ 3d_{3/2} \end{cases}$ $2s_{1/2}$	6 4 2	12	20
4 $N=3$	$4f$ $3p$ $5g$	$\begin{cases} 4f_{7/2} \\ 4f_{5/2} \end{cases}$ $\begin{cases} 3p_{3/2} \\ 3p_{1/2} \end{cases}$ $5g_{9/2}$	8 6	8	28
	$5g$ $4d$ $3s$	$5g_{7/2}$ $4d_{5/2}$ $4d_{3/2}$ $3s_{1/2}$ $6h_{11/2}$		22	50
				32	82

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100





Последовательность заполнения уровней ядра нейтронами

аналогична

Последовательность заполнения уровней ядра протонами

