

емную силу, появляющаяся из-за эффекта инерции в вязком потоке вокруг частицы, и перпендикулярную направлению потока.

При моделировании движения частиц в сосудах с достаточно большим диаметром требуется учитывать силу инерции. В данных условиях умножения массы несущей частицы и ускорение частиц носителя (который совпадает с ускорением кровотока в сосуде) не является пренебрежимо малым, и это дает значительное влияние на магнитное нацеливание препарата.

Важно понимать, что не всегда магнитная фиксация и доставка лекарств будут иметь 100% успех, поэтому некоторые частицы будут теряться на протяжении всего пути от места инъекции к целевому органу. На сегодняшний день проблема заключается в увеличении числа частиц, достигающих цели, а также сделать их придерживаться в течение длительного времени.

Литература

1. Furlani, E.J. A model for predicting magnetic targeting of multifunctional particles in the microvasculature [Текст] / E.J. Furlani, E.P. Furlani // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2007. – Vol. 312, iss. 1. – P. 187-193.

2. Furlani, E.P. Analytical model of magnetic nanoparticle transport and capture in the microvasculature [Текст] / E.P. Furlani, K. C. Ng // Physical Review. – 2006. – Vol. 73, iss. 6. – P. 1-10 – 061919.

3. Shaw, S. Mathematical Model on Magnetic Drug Targeting in Microvessel [Текст] / S. Shaw // IntechOpen / Magnetism and Magnetic Materials. – 2018. – Vol. 5 – P. 1-27.

В. А. Климович (ГГТУ имени П.О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **И. А. Концевой**, ст. преподаватель

ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛН ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНОГО ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ

В настоящей работе рассматриваются закономерности формирования температурных полей в однокомпонентной теплофизической системе с объемным источником энергии. В динамической теории неравновесных состояний вещества эти задачи важны [1]. Цель рабо-

ты: изучить тепловое состояние в системе с неоднородным по волновой координате источником энергии.

Волновое уравнение теплопереноса записываем в виде:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = w^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_v. \quad (1)$$

Здесь x – декартова координата; t – время; T – температура; $w = \sqrt{\lambda/(c\gamma)}$ – скорость распространения тепловых возмущений; λ – коэффициент теплопроводности; c – объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока; $k_v = q_v/(c\gamma)$; q_v – мощность внутренних источников (стоков) тепла.

Уравнение (1) имеет точное решение [2]:

$$T = [A(\alpha)]^{-1} [\theta(z) - \dot{A}(\alpha)], \quad z = \int \frac{d\alpha}{A(\alpha)} - \int \frac{d\beta}{B(\beta)}, \quad \theta = -2/z, \quad (2)$$

$$B(\beta) = B \equiv \text{const} \neq 0, \quad \alpha = x' + t, \quad \beta = x' - t, \quad x' = x/w, \quad k_v = \frac{2T}{AB} (\dot{A} + AT)^2,$$

где $A(\alpha)$ – произвольная функция; точкой над символом функции указано дифференцирование по ее аргументу. В рассматриваемом случае выделение / поглощение энергии зависит явным образом от волновой координаты α : линия $\alpha = \text{const}$, есть характеристика (волна), распространяющаяся с постоянной скоростью влево, в направлении отрицательных значений x . В таких тепловых процессах может наблюдаться нетривиальное поведение изотерм $T(\alpha, \beta) = T_i \equiv \text{const}$. Проанализируем эту ситуацию. Линию изотермы и ее безразмерную скорость записываем в виде:

$$A(\alpha)T_i = (-2/z) - \dot{A}(\alpha), \quad \left(\frac{dx'}{dt} \right)_i = \frac{1 + BD}{1 - BD}, \quad BD \neq 1,$$

$$D(\alpha) = \frac{1}{A} - \frac{2(\ddot{A} - \dot{A}T_i)}{(\dot{A} - AT_i)^2}, \quad \alpha = \alpha_i(t), \quad \left(\frac{dx'}{dt} \right)_i = \frac{1}{w} \frac{dx_i}{dt} = \frac{N}{w} = M.$$

Здесь отметим, что величина M представляет собой тепловое число Маха, равное отношению скорости изотермы $N = dx_i/dt$ к скорости w распространения тепловых возмущений. Предположим, что неоднородность источника энергии является периодической функцией волновой координаты: $A(\alpha) = A_0 + A_1 \sin \omega \alpha$, $A_0, A_1, \omega = \text{const}$. Выполним необходимые расчеты, получаем:

$$\left(\frac{dx'}{dt} \right)_i = \frac{A_1 \sin \omega \alpha (\dot{A} - AT_i)^2 - 2B(\ddot{A} - \dot{A}T_i)}{(A_1 \sin \omega \alpha - 2B)(\dot{A} - AT_i)^2 + 2B(\ddot{A} - \dot{A}T_i)}. \quad (3)$$

Знаменатель указанной дроби колеблется около постоянного значения $2A_0^3T_i^2$ и сохраняет знак этой величины. Числитель дроби – суперпозиция двух периодических функций, таких, что скорость колеблется около нуля с амплитудой, периодически зависящей от α . Такое явление является следствием периодической неоднородности источника энергии по волновой координате. Исследуем корреляцию «источник энергии – тепловое число Маха» на изотерме $T = T_i$. Функция

$$k_v(T = T_i, \alpha) = \frac{(-2)T_i}{A_0(A_0 + A_1 \sin \omega \alpha)} [A_1 \omega \cos \omega \alpha + T_i(A_0 + A_1 \sin \omega \alpha)]^2 \leq 0$$

определяет периодическую неоднородность стока энергии. Далее примем $A_0 > A_1 > 0$; в качестве исходных данных принимаем такие, для которых выполняется условие $1 > BD = -A_0 D$, т.е. $M + 1 > 0$. Результаты расчета указанного варианта приведены на рисунке. Отметим здесь существование периодически появляющихся точек остановки изотермы $(dx'/dt)_i = 0$, число Маха знакопеременное; тепловой процесс «дозвуковой» $[|M| < 1]$ на «холодных» $[T_i < 1]$ и на «горячих» $[T_i > 1]$ изотермах. Гладкому периодическому изменению стока энергии $k_v(T_i, \alpha)$ соответствуют гладкие периодические колебания скорости изотермы. Если отсутствуют точки вырождения $[k_v(T = T_i, \alpha = \alpha_0) = 0]$ стока энергии – ситуация меняется: для таких режимов всюду $k_v(T = T_i, \alpha) < 0$, а на «холодных» изотермах $[T_i \sim 0,2]$ скорость перемещения, т.е. число Маха, имеет импульсно-периодический характер. Это означает, что гладкой периодической неоднородности стока энергии соответствуют импульсы с острыми пиками. Это обусловлено нелинейной (кубической) зависимостью стока $k_v(T, \alpha)$ от температуры:

$$(\partial k_v)/(\partial T) = 2(\dot{A} + AT)(\dot{A} + 3AT)/(AB).$$

Наличие резких пиков импульсов скорости характерно для сверхзвукового $[M > 1]$ режима движения изотермы в «холодной» области. Для изотерм с более высокой температурой острые пики импульсов скорости не характерны; здесь движение дозвуковое; зависимости $k_v(T_i, \alpha)$ и $M(\alpha)$ представляют собой квазигармонические функции.

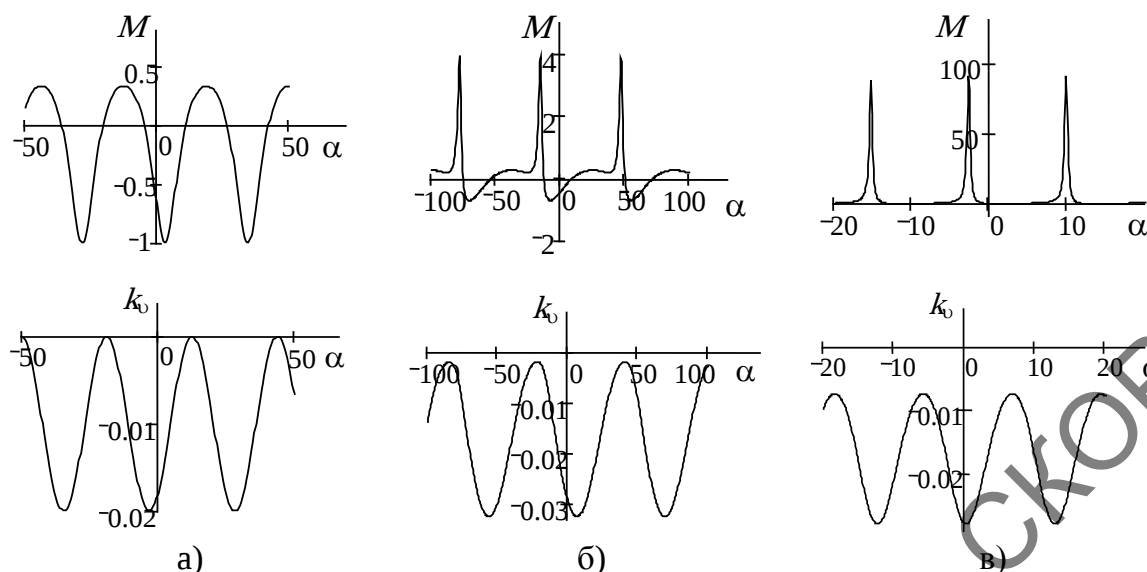


Рисунок 1 – Корреляция «источник энергии – тепловое число Маха»:

а – $T_i=0.1$, $A_0=1$, $A_1=1$, $\omega=0.2$; б – $T_i=0.2$, $A_0=1$, $A_1=0.7$, $\omega=0.1$;

в – $T_i=0.2$, $A_0=1$, $A_1=0.125$, $\omega=0.5$

Работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

Литература

1. Жоу, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас-Баскос, Дж. Лебон. – Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 528 с.

2. Шабловский, О. Н. Нелинейные волновые уравнения и конкуренция источников энергии в двухкомпонентных системах / О.Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. Вып. 13. – М.: Янус-К, 2010. – С. 78–89.

А. Лепик

(КГУТИ имени Ш. Есенова, Актау, Республика Казахстан)

Науч. рук. **Д. Д. Абдешов**, ст. преподаватель

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Электромагнитные зондирования с контролируемым источником являются значимым инструментом геофизической разведки как в мало- и глубинных вариантах, так и при исследованиях верхней части зем-