

Рисунок 1 – Неизотермические свойства вихревого поля
 $\varepsilon = 0,7$, $r_1 = 2,19$, $r_0 = 1,05$.

Данная работа выполнена в рамках ГПНИ «Энергетические системы, процессы и технологии 2.84». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

Литература

1. Шабловский, О. Н. Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Ученые записки Забайкальского гос. ун-та. Физика. Математика. Техника. Технология. – 2016. – Т. 11, №4. – С. 59–68.

2. Шабловский, О. Н. Структура неоднородности вихревого поля при течении жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, И. А. Концевой // Вестник ГГТУ имени П. О. Сухого: научно - практический журнал. – 2017. – № 1. – С. 11-18.

3. Белоцерковский, О. М. Турбулентность: новые подходы/ О. М. Белоцерковский, А. М. Опарин, В. М. Чечеткин. – М.: Наука, 2003. – 286 с.

А. И. Толкачѳв (ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
 Науч. рук. В. Н. Капшай, канд. физ.-мат. наук, доцент

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ ДВУХСЛОЙНОЙ БИИЗОТРОПНОЙ СТРУКТУРЫ НА ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОДЛОЖКЕ

Введение. В настоящее время отмечается повышенный интерес к композитным электромагнитным материалам. В частности, на практике наибольшее распространение получили многослойные структуры, которые могут обеспечивать возможность создания покрытий с требуемыми электромагнитными свойствами. Использование биизотропных материалов по сравнению с диэлектриками позволяет увеличить число варьируемых параметров в задаче создания новых покрытий. Поэтому разработка аналитических методов расчета взаимодействия электромагнитного излучения со слоистыми биизотропными структурами представляет собой важную и актуальную проблему.

Постановка задачи. Направим ось Oz вверх (рисунок 1). Пусть область $z \leq 0$ заполнена биизотропной средой 1 с параметрами $\epsilon_1, \mu_1, \chi_1, \alpha_1$; в области $0 < z \leq d_2$ находится биизотропный слой 2 с параметрами $\epsilon_2, \mu_2, \chi_2, \alpha_2$; область $d_2 < z \leq d_2 + d_3$ заполнена биизотропной средой 3 ($\epsilon_3, \mu_3, \chi_3, \alpha_3$); а выше ($z > d_2 + d_3$) находится подложка 4 с коэффициентом отражения R_v^{34} .

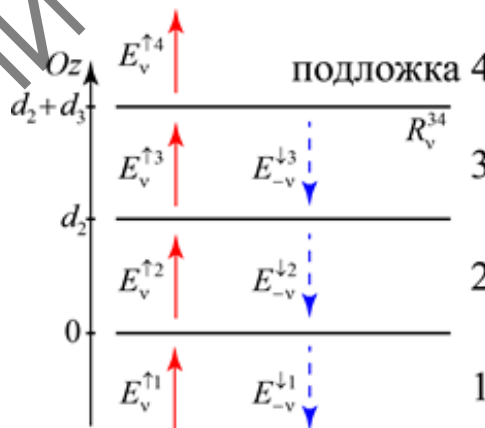


Рисунок 1 – Схема отражения волны от двухслойной биизотропной структуры 23 на отражающей подложке 4.

Рассмотрим нормальное падение плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны на структуру, изображенную на рисунке 1. Падающую и отраженную волны возьмем в виде

$$\begin{aligned}\vec{E}_v^{\uparrow 1} &= (\vec{i} + iv\vec{j}) E_v^{\uparrow 1} \exp(ik_v^1 z - i\omega t), & \vec{H}_v^{\uparrow 1} &= -b_v^1 \vec{E}_v^{\uparrow 1}, \\ \vec{E}_{-v}^{\downarrow 1} &= (\vec{i} + iv\vec{j}) E_{-v}^{\downarrow 1} \exp(-ik_{-v}^1 z - i\omega t), & \vec{H}_{-v}^{\downarrow 1} &= -b_{-v}^1 \vec{E}_{-v}^{\downarrow 1}.\end{aligned}\quad (1)$$

Уравнения для волн, распространяющихся в слое номер p ($p = 1, 2, 3, 4$; $E_{-v}^{\downarrow 4} = 0$), имеют вид

$$\begin{aligned}\vec{E}_v^{\uparrow p} &= (\vec{i} + iv\vec{j}) E_v^{\uparrow p} \exp\left(ik_v^p \left(z - \sum_{s=2}^{p-1} d_s\right) - i\omega t\right), & \vec{H}_v^{\uparrow p} &= -b_v^p \vec{E}_v^{\uparrow p}, \\ \vec{E}_{-v}^{\downarrow p} &= (\vec{i} + iv\vec{j}) E_{-v}^{\downarrow p} \exp\left(-ik_{-v}^p \left(z - \sum_{s=2}^{p-1} d_s\right) - i\omega t\right), & \vec{H}_{-v}^{\downarrow p} &= -b_{-v}^p \vec{E}_{-v}^{\downarrow p}.\end{aligned}\quad (2)$$

В выражениях (1), (2) индекс v характеризует поляризацию исходной волны (+1 — правая циркулярная, -1 — левая циркулярная), волновые числа $k_\sigma^p = \frac{2\pi}{\lambda} (\sqrt{\varepsilon_p \mu_p - \chi_p^2} + \sigma \alpha_p)$, $\sigma = \pm v$, а коэффициенты пропорциональности между напряженностью электрического и магнитного полей $b_\sigma^p = (\chi_p + i\sigma \sqrt{\varepsilon_p \mu_p - \chi_p^2}) / \mu_p$. Отметим, что волны, распространяющиеся в положительном направлении оси Oz , имеют одинаковую поляризацию с падающей волной (v), а распространяющиеся в отрицательном направлении — противоположную ($-v$) [1].

Под коэффициентом отражения будем понимать отношение амплитуд напряженностей отраженной и падающей волн:

$$R_v = E_{-v}^{\downarrow 1} / E_v^{\uparrow 1}. \quad (3)$$

Далее рассмотрим различные способы нахождения коэффициента отражения (3) от слоистой структуры, изображенной на Рис. 1.

Матричный метод. Введем следующие матрицы [2]:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_p &= \begin{bmatrix} E_v^{\uparrow p} \\ 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{E}_p &= \begin{bmatrix} E_v^{\uparrow p} \\ E_{-v}^{\downarrow p} \end{bmatrix}, & p &= 1, 2, 3, \\ \mathbf{M}_p &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -b_v^p & -b_{-v}^p \end{bmatrix}, & & & p &= 1, 2, 3, 4, \\ \mathbf{\Phi}_p &= \begin{bmatrix} \eta_v^p & 0 \\ 0 & (\eta_{-v}^p)^* \end{bmatrix}, & & & p &= 2, 3.\end{aligned}\quad (4)$$

где $\eta_\sigma^p = \exp(ik_\sigma^p d_p)$. Матрицы $\mathbf{\Phi}_2$ и $\mathbf{\Phi}_3$ учитывают набег фаз при прохождении слоев 2 и 3 соответственно, их также называют фазовыми множителями. Граничные условия для векторов напряженности электрического и магнитного полей примут вид

$$\begin{aligned}
z = 0: & \quad \mathbf{M}_1 \mathbf{E}_1 = \mathbf{M}_2 \mathbf{E}_2, \\
z = d_2: & \quad \mathbf{M}_2 \Phi_2 \mathbf{E}_2 = \mathbf{M}_3 \mathbf{E}_3, \\
z = d_2 + d_3: & \quad \mathbf{M}_3 \Phi_3 \mathbf{E}_3 = \mathbf{M}_4 \mathbf{E}_4.
\end{aligned} \tag{5}$$

Но для последней границы ($z = d_2 + d_3$) также можно записать выражение для коэффициента отражения подложки:

$$R_v^{34} = \left(E_{-v}^{\downarrow 3} (\eta_{-v}^3)^* \right) / E_v^{\uparrow 3} \eta_v^3. \tag{6}$$

Далее выразим амплитуды \mathbf{E}_1 через \mathbf{E}_3 :

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_1 &= (\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2) (\Phi_2^{-1} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_3) \mathbf{E}_3 = \\
&= (\mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2) (\Phi_2^{-1} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_3) \left[\begin{array}{c} 1 \\ R_v^{34} \eta_{-v}^3 \eta_v^3 \end{array} \right] E_v^{\uparrow 3} = \Lambda E_v^{\uparrow 3},
\end{aligned} \tag{7}$$

где Λ — матрица-столбец с элементами Λ_1, Λ_2 . Используя соотношение (7), получим окончательное выражение для коэффициента отражения от данной структуры (3):

$$R_v = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} = \frac{\left((b_v^2 - b_v^1) (b_{-v}^2 - b_v^3 + R_v^{34} \eta_{-v}^3 \eta_v^3 (b_{-v}^2 - b_{-v}^3)) + \right.}{\left. + \eta_{-v}^2 \eta_v^2 (b_{-v}^2 - b_v^1) ((b_v^3 - b_v^2) + R_v^{34} \eta_{-v}^3 \eta_v^3 (b_{-v}^3 - b_v^2)) \right)}{\left((b_{-v}^1 - b_v^2) (b_{-v}^2 - b_v^3 + R_v^{34} \eta_{-v}^3 \eta_v^3 (b_{-v}^2 - b_{-v}^3)) + \right.}{\left. + \eta_{-v}^2 \eta_v^2 (b_{-v}^1 - b_v^2) ((b_v^3 - b_v^2) + R_v^{34} \eta_{-v}^3 \eta_v^3 (b_{-v}^3 - b_v^2)) \right)}. \tag{8}$$

Заключение. В данной работе матричным методом получен коэффициент отражения нормально падающей электромагнитной волны от двухслойной биизотропной структуры на отражающей подложке (Рис. 1), это формула (8). Выражение (8) в общем случае является комплексным, это свидетельствует о том, что при отражении от такой структуры будет происходить изменение фазы отраженной волны по отношению к фазе падающей волны.

Литература

1. Капшай, В.Н. Отражение и преломление плоской электромагнитной волны на границе раздела биизотропных сред / В.Н. Капшай, В.В. Кондратюк // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2009. – № 5 (56). – С. 129–133.
2. Капшай, В.Н. Прохождение плоских электромагнитных волн через многослойную биизотропную структуру / В.Н. Капшай, А.А. Шамына // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – №4 (13). – С. 10–14.