КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.317.1

ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ЩЕЛИ

Т. Д. Эбралидзе

Оптические системы, формирующие неискаженные изображения предмета, имеют δ-образную передаточную функцию. Несмотря на то, что вопросы формирования изображения идеальными оптическими системами хорошо изучены, представляет определенный научный интерес выяснить, при каких условиях передаточная функция щели ведет себя как δ-функция Дирака. С этой целью в работе на основе обобщенной теоремы о среднем значении передаточная функция одномерной щели [1]

$$K(x;\ \xi)=k\int\limits_{-a}^{a}\exp\left[i\,\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha^2-ik\left(\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f}\right)\alpha\right]d\alpha \qquad (1)$$

приведена к следующему виду [2]:

$$K(x;\ \xi)=2\left\{\cos\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1'^2\right]+i\sin\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1''^2\right]\right\}\frac{\sin\left[ka\left(\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f}\right)\right]}{\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f}}+$$

$$+2ka\left\{\cos\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1'^2\right]+\sin\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1''^2\right]\right\}-$$

$$-\frac{C\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)+iS\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)}{\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}}, \qquad (2)$$

где $k=2\pi/\lambda$ волновое число, α_1' и α_1'' — некоторые значения координаты α из интервала $(-a,\ a)$, а C и S — интегралы Френеля. При $ka\to\infty$ формула (2) принимает вид

$$\lim_{ka\to\infty}K(x;\ \xi)=\frac{C\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)+iS\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)}{\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}}\,\delta\left(\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f}\right)+$$

$$+2ka\left\{\left(\cos\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1'^2\right]+i\sin\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1''^2\right]\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{C\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)+iS\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)}{\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}}\right\}. \qquad (3)$$

Для передаточной функции одномерной щели в случае монохроматического некогерентного источника света из формулы (3) можно получить

$$
\left|\lim_{ka\to\infty} K(x;\ \xi)\right|^2 = 4\,\frac{C^2\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)+S^2\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)}{\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)^2}\,\delta^2\left(\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f}\right)+
$$

$$
+4\,(ka)^2\left[\left(\cos\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1'^2\right]-\frac{C\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)}{\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}}\right)^2+\right.
$$

$$
\left.+\left(\sin\left[\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)\alpha_1''^2\right]-\frac{S\left(\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}\right)}{\sqrt{\frac{2a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)}}\right)^2\right]. \tag{4}
$$

В формуле (4) особый интерес представляет первый член, который описывает формирование изображения. Таблицы значений интегралов C и S позволяют установить, что коэффициент перед δ^2-функцией достигает наибольшего значения при

$$
\frac{1}{d}+\frac{1}{f}<\frac{1.8\lambda}{a^2}. \tag{5}
$$

Совершенно аналогично можно получить выражение для передаточной функции круглого отверстия [2]. Например, для пространственно некогерентного источника оно имеет следующий вид:

$$
\left|\lim_{ka\to\infty} K(x,\ y;\ \xi,\ r)\right|^2 = \left(\frac{\sin\frac{Aa^2}{2}}{\frac{Aa^2}{2}}\right)^2\delta^2\left(\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f},\ \frac{y}{d}+\frac{r}{f}\right)+
$$

$$
+\left|\frac{B\,(ka)^2}{2}\left\{\Phi\left(\frac{x}{d}+\frac{\xi}{f},\ \frac{y}{d}+\frac{r}{f}\right)-\exp\left(\frac{Aa^2}{2}\right)\frac{\sin\frac{Aa^2}{2}}{\frac{Aa^2}{2}}\right\}\right|^2, \tag{6}
$$

где $A=\frac{k}{2}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right)$, B — постоянная, Φ — неизвестная функция со свойством $|\Phi|^2\leqslant 2$.

Из формулы (6) следует, что наилучшее изображение в круглом отверстии, радиусом a формируется, если выполняется следующее условие:

$$
\frac{1}{d}+\frac{1}{f}<\frac{2\lambda}{a^2}. \tag{7}
$$

Таким образом, полученные нами выражения для передаточной функции дают возможность определить условия формирования изображений в щели.

Литература

[1] Kozuo Sayhagi, Phinole Imagery. J. Opt. Soc. Am., *57*, 1091. 1967.

[2] Т. Д. Эбралидзе. Деп. №2598-80, ВИНИТИ, 1980.

Поступило в Редакцию 29 января 1980 г.