

ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫЙ АТОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИНТЕНСИВНОГО ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Б. И. Меерсон

Построена квазиклассическая теория процессов многофотонного возбуждения и ионизации ридберговских атомов в поле монохроматического циркулярно поляризованного излучения. Исследовано резонансное воздействие излучения на атом в условиях, когда резонанс захватывает много атомных уровней. Определено пороговое значение внешнего поля, при котором происходит стохастическая ионизация атома. Объяснены основные результаты численного моделирования резонанса между частотой поля излучения и частотой атомного перехода $n \rightarrow n-1$.

В последние годы достигнуты большие успехи в технике получения и диагностики высоковозбужденных (ридберговских) атомов [1]. Большая величина дипольного момента ридберговских атомов приводит к тому, что при воздействии на такие атомы электромагнитного излучения даже умеренной интенсивности свойства атома существенно изменяются. Это было продемонстрировано, в частности, в экспериментах [2, 3] по многоквантовому возбуждению и ионизации ридберговских атомов водорода под действием радиочастотного поля с амплитудой 10—100 В/см. Возможность применения квазиклассического приближения при теоретическом анализе таких процессов позволяет выйти за пределы применимости квантовомеханической теории возмущений и последовательно описывать интересные явления, возникающие в ридберговском атоме под действием переменного поля [4-6].

Эксперименты [2, 3] стимулировали серию теоретических работ. В работе [7] было проведено численное моделирование эксперимента [2] в рамках классических уравнений движения атомного электрона под действием линейно поляризованного излучения. В работе [4] была построена аналитическая теория, объясняющая результаты лабораторных экспериментов [2, 3] (и фактически численного моделирования [7]) в терминах индуцированной линейно поляризованным полем стохастической неустойчивости классического движения атомного электрона. Недавняя работа [8] была посвящена исследованию воздействия на ридберговский атом водорода циркулярно поляризованного излучения в рамках классической теории. В этой работе рассматривался случай резонанса между частотой поля ω и начальной частотой обращения электрона по кеплерову эллипсу Ω , в условиях, когда плоскости кеплерова эллипса и поляризации излучения совпадают. Основную ценность в [8] представляют результаты численного решения классических уравнений движения атомного электрона, описывающие при некоторых условиях сильное возбуждение и ионизацию атома под действием вращающегося поля с напряженностью, существенно меньшей, чем напряженность кулоновского поля ядра в области локализации электрона.

В настоящей работе построена квазиклассическая теория воздействия циркулярно поляризованного монохроматического излучения на ридберговский атом и объяснены результаты численного моделирования [8].

Пусть на высоковозбужденный атом (для определенности, водород) действует поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны с частотой, много меньшей энергии ионизации атома, деленной на \hbar . В этом случае процессы возбуждения и ионизации, о которых пойдет речь, являются многоквантовыми. Будем описывать эту систему в квазиклассическом приближении. Применение такого приближения в рассматриваемой нестационарной задаче законно до тех пор, пока в асимптотическом разложении предэкспоненты квазиклассической волновой функции по степеням \hbar член первого порядка значительно меньше члена нулевого порядка [9]. Физически это означает, во-первых, что квантовые числа должны быть велики по сравнению с единицей. Кроме того, характерные времена рассматриваемых процессов должны, вообще говоря, быть малыми по сравнению с временем распыления «оптимального» волнового пакета, соответствующего атомному электрону [6]. Эти критерии будут обсуждаться по мере получения результатов.

Итак, запишем гамильтониан классического движения атомного электрона под действием кулоновского поля протона и (в дипольном приближении) поля монохроматического циркулярно поляризованного излучения¹

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = (p^2/2) - (1/r) - \mathbf{r}\mathbf{F}(t), \quad (1)$$

где \mathbf{r} и \mathbf{p} — радиус-вектор и импульс электрона, а $\mathbf{F}(t) = (F \cos \omega t, F \sin \omega t, 0)$, т. е. декартова система координат x, y, z выбрана таким образом, что xy является плоскостью поляризации излучения. Положение плоскости невозмущенной полем \mathbf{F} (кеплеровой) орбиты и связанной с ней системы координат x', y', z' определяется углами Эйлера φ, θ и ψ [10].

Для исследования движения, соответствующего гамильтониану (1), удобно перейти от переменных r, p к использованным в работах [4, 6] переменным «действие—угол», определяемым по невозмущенному движению электрона в сферических координатах. А именно в качестве импульсов выберем I_1 (деленное на 2π действие, соответствующее кеплерову движению электрона), I_2 (деленный на 2π полный момент электрона) и I_3 (деленная на 2π проекция полного момента на ось z). Канонически сопряженные им фазы обозначим $\beta_1, \beta_2 \equiv \psi$ и $\beta_3 \equiv \varphi$. Невозмущенному движению (т. е. случаю $F=0$) соответствует постоянство всех трех импульсов, а также фаз β_2 и β_3 . Фаза β_1 при этом изменяется по закону $\beta_1 = \beta_1^{(0)} + \Omega t$, где $\Omega = I_1^{-3}$, верхний индекс (0) означает значение при $t=0$. Напомним, что квантование невозмущенного движения приводит к условиям $I_1 = n, I_2 = l, I_3 = m$ (обозначения общеприняты); эти условия будут использоваться при проведении оценок.

В новых переменных гамильтониан (1) принимает вид

$$H(\beta_i, I_i, t) = - (1/2I_1^2) - F \{ x' [\cos \beta_2 \cos(\beta_3 - \omega t) - (I_3/I_2) \sin \beta_2 \sin(\beta_3 - \omega t)] - y' [\sin \beta_2 \cos(\beta_3 - \omega t) + (I_3/I_2) \cos \beta_2 \sin(\beta_3 - \omega t)] \}. \quad (2)$$

При получении (2) можно использовать известные формулы перехода от системы координат x', y', z' к системе x, y, z [10] с учетом равенства $\cos \theta = I_3/I_2$. Кроме того, в (2) подразумевается, что текущие координаты электрона x' и y' выражены через фазу β_1 и импульсы I_1, I_2 посредством Фурье-разложений

$$x' = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} x_k \cos k\beta_1, \quad y' = \sum_{k=1}^{\infty} y_k \sin k\beta_1. \quad (3)$$

Фурье-компоненты x_k и y_k равны [11]

$$x_k = (2I_1^2/k) J'_k(k\varepsilon), \quad y_k = (2I_1^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2/k\varepsilon}) J_k(k\varepsilon), \quad (4)$$

¹ Используются атомные единицы $e = m = \hbar = 1$.

$x_0 = -(3/2) \varepsilon I_1^2$. Здесь $\varepsilon = (1 - I_2^2/I_1^2)^{1/2}$ — эксцентриситет кеплерова эллипса, J_k и J'_k — функция Бесселя и ее производная по аргументу.

Поскольку гамильтониан (2) зависит от фазы β_3 и времени t только посредством комбинации $\beta_3^* = \beta_3 - \omega t$, имеется интеграл движения. Для его получения проведем каноническое преобразование, позволяющее перейти от фазы β_3 к фазе β_3^* . Тогда преобразованный гамильтониан

$$H = -(1/2I_1^2) - \omega I_3 - F [x' (\cos \beta_2 \cos \beta_3^* - (I_3/I_2) \sin \beta_2 \sin \beta_3^*) - y' (\sin \beta_2 \cos \beta_3^* + (I_3/I_2) \cos \beta_2 \sin \beta_3^*)] \quad (5)$$

уже не зависит явно от времени и, таким образом, является искомым интегралом движения. Однако задача определения трехмерного движения, описываемого «точным» гамильтонианом (5), не является интегрируемой. Поэтому в следующем пункте мы проведем рассмотрение с помощью (классической) теории возмущений.

Трехмерные траектории. Регулярное движение. Рассмотрим случай достаточно слабого внешнего поля — $F \ll n^{-4}$, когда третий член в гамильтониане (5) можно рассматривать по теории возмущений. Подстановка (3) в (5) позволяет выделить два случая — нерезонансный и резонансный. Первый соответствует тому, что для любого k выполнено условие $\omega - k\Omega \sim \Omega$, тогда ряды классической теории возмущений не содержат малых знаменателей и в результате импульсы и фазы совершают относительно малые (порядка $F n^4$) осцилляции вблизи начальных значений. Во втором случае для некоторого k выполняется условие резонанса $\omega - k\Omega \ll \Omega$. Поскольку при $F \ll n^{-4}$ именно в резонансном случае воздействие излучения на атом является максимальным, мы рассмотрим этот случай подробно. Удерживая в (5) лишь резонансные члены,² получим, что зависимость гамильтониана от фаз β_3^* и β_1 имеет вид $\beta_3^* + k\beta_1 = k\beta$, что указывает на некоторый интеграл движения. Действительно, соответствующее каноническое преобразование позволяет представить «усредненный» гамильтониан в виде

$$H \simeq -(1/2I_1^2) - (\omega/k) I_1 - (F/2) [x_k (\cos \beta_2 \cos k\beta - \cos \theta \sin \beta_2 \sin k\beta) - y_k (\sin \beta_2 \sin k\beta - \cos \theta \cos \beta_2 \cos k\beta)], \quad (6)$$

где $\cos \theta = (I_3^* + (I_1/k))/I_2$. Поскольку фаза β_3 теперь является циклической, $I_3^* = \text{const}$ — искомый интеграл движения. Таким образом, в резонансном приближении задача сводится к двумерной. Отметим попутно, что при $\theta = 0$, когда плоскости кеплеровой орбиты и поляризации излучения совпадают (этому соответствует равенство $I_3^* + (I_1/k) = I_2$), выражение (6) не переходит в соответствующий результат работы [8], что связано с алгебраической ошибкой в [8].

Дальнейшее упрощение задачи (сведение ее к одномерной) проведем, следуя методу, развитому в работах [4, 6]. А именно при $F \ll n^{-4}$ пары канонических переменных β, I_1 и β_2, I_2 образуют соответственно быструю и медленную подсистемы. Это позволяет исследовать вначале движение быстрой подсистемы, положив в (6) $\beta_2 = \beta_2^{(0)}, I_2 = I_2^{(0)}$. Кроме того, действуя в духе работы [14] и пользуясь относительной малостью результирующего изменения величины I^1 по сравнению с ее начальным значением $I_1^{(0)}$ (см. формулу (10)), разложим первый член в (6) вблизи «резонансного» значения $I_r = (k/\omega)^{1/3}$ с точностью до членов порядка $(I - I_r)^3$, а также в члене, пропорциональном F , положим $I_1 \simeq I_r$.³ Тогда гамильтониан быстрой подсистемы примет вид

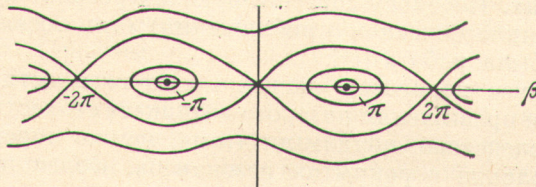
$$H(\beta, I_1) = H_0 \equiv -(3/2) (\omega/k)^{1/3} (I_1 - I_r)^2 - V \cos(k\beta + \Phi), \quad (7)$$

² Это преобразование составляет суть «канонического метода усреднения» [12]. В квантовой механике ему соответствует «резонансное приближение» [13].

³ Соответствующий критерий «сильного ангармонизма» имеет вид $F \ll n^{-4}$, что совпадает с условием применимости теории возмущений.

$$\left. \begin{aligned}
 V &= (F/2) [\cos^2 \beta_2^{(0)} (x_{kr}^{(0)} + y_{kr}^{(0)} \cos \theta_r^{(0)})^2 + \sin^2 \beta_2^{(0)} (x_{kr}^{(0)} \cos \theta_r^{(0)} + y_{kr}^{(0)})^2]^{1/2}, \\
 \operatorname{tg} \Phi &= \operatorname{tg} \beta_2^{(0)} \frac{x_{kr}^{(0)} \cos \theta_r^{(0)} + y_{kr}^{(0)}}{x_{kr}^{(0)} + y_{kr}^{(0)} \cos \theta_r^{(0)}}, \quad x_{kr}^{(0)} \equiv x_k(I_r, I_2^{(0)}), \\
 y_{kr}^{(0)} &\equiv y_k(I_r, I_2^{(0)}), \quad \theta_r^{(0)} \equiv \theta(I_r, I_2^{(0)}).
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Гамильтониан (7) описывает движение математического маятника, при этом существуют два возможных типа движения. Первый соответствует монотонному изменению фазы β (вращение «маятника»), второй — периодическому (колебания «маятника»). В последнем случае говорят о «захвате фазы». Области этих движений отделены сепаратрисой. Фазовый портрет быстрой подсистемы для случая $k=1$ приведен на рисунке. Существенно, что изменения величины I_1 всегда ограничены и имеют колебательный характер.



Фазовый портрет быстрой подсистемы (уравнение (7)) для $k=1$.

Уравнения движения «маятника» интегрируются в эллиптических функциях. Не выписывая здесь общих формул, приведем лишь значения круговой частоты ν обращения по циклу частицы с захваченной фазой, а также максимально возможный размах ΔI_1 колебаний величины I_1 (ширина k -го резонанса)

$$\nu = \pi \nu_0 / 2K(x), \quad (9)$$

$$\Delta I_1 = (4/\sqrt{3}) (k/\omega)^{2/3} \nu^{1/2}, \quad (10)$$

где $\nu_0 = \sqrt{3} k^{1/3} \omega^{2/3} V^{1/2}$, $x^2 = (H_0 + V)/2V$, $K(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Величина $\nu_0 = \nu(x=0)$ имеет смысл циклической частоты малых колебаний «маятника» вблизи точек покоя. Из формул (8), (9), (10) следует оценка $\Delta I_1/I_1 \sim \nu/\Omega \sim \sqrt{F} n^2 \ll 1$, что и было использовано при получении (7).

Для исследования медленной подсистемы β_2, I_2 надо вычислить адиабатический инвариант быстрой подсистемы $J = (2\pi)^{-1} \oint I_1 d\beta_1$. Переход от переменных I_1, β_1 к J и соответствующей фазе позволяет получить одномерный (и не зависящий от времени) гамильтониан медленной подсистемы, т. е. провести полное исследование движения. Мы не будем останавливаться здесь на этих громоздких вычислениях,⁴ так как основные выводы о характере движения можно сделать, пользуясь результатами исследования быстрой подсистемы.

Итак, мы видим, что при $F \ll n^{-4}$ (точнее, при $\nu_0/\Omega \ll 1$) можно выделить нерезонансный и резонансный случаи, и результаты описывают относительно небольшую модификацию орбит электрона. Другими словами, в атоме, возмущенном полем, по-прежнему существует полный набор (модифицированных) интегралов движения для подавляющего большинства начальных условий. Соответственно практически все траектории остаются финитными вплоть до $t = \infty$ (этот факт является иллюстрацией к общей теории Колмогорова—Арнольда—Мозера [15]). На квантовом языке это означает отсутствие ионизации атома при $F \ll n^{-4}$.

В заключение этого раздела приведем условия применимости квазиклассического описания быстрой подсистемы. Правила «квантования» (точнее,

⁴ Соответствующая процедура для случая линейной поляризации излучения проведена в [6].

Госиздат
2. Оптика и спектроскопия, т. 51, вып. 4
Библиотека

построения квазиэнергетических состояний) гамильтониана (7) предполагают, что $\Delta I_1 \gg 1$ (в резонанс попадает много уровней). Соответствующий критерий имеет вид $F \gg n^{-6}$ и при $n \gg 1$ совместен с условием $F \ll n^{-4}$. Итак, квазиклассическая теория справедлива для описания резонансного взаимодействия, если атом сильно возбужден, $n \gg 1$, и внешнее поле достаточно сильно, $F \gg n^{-6}$. При этом атом не будет ионизоваться, пока выполнено условие $F \ll n^{-4}$. Точный критерий отсутствия ионизации содержит малый численный множитель.

Стохастическая неустойчивость. Разделение частиц на нерезонансные и резонансные теряет смысл, если сумма полуширин соседних резонансов превышает расстояние между ними [14, 15]. В этом случае (перекрывание резонансов) возникает стохастическая неустойчивость — хаотическое блуждание электрона по резонансам. Динамика стохастической неустойчивости классических нелинейных осцилляторов изучалась во многих работах. Переносу соответствующих результатов на квантовые системы (в квазиклассическом приближении) был посвящен ряд работ, первой из них была работа [16].

В нашем случае пороговое значение напряженности электромагнитного поля F_c , при превышении которого возникает стохастическая неустойчивость и, как следствие, ионизация атома, можно определить из вышеприведенного условия перекрывания резонансов. Более точные критерии, однако, получаются с использованием результатов численных экспериментов с различными «моделями стохастичности». Близкой к нашей модели является «стандартная» модель Чирикова [17]. Поскольку из точного гамильтониана (5) следует, что максимальному воздействию излучения подвержены атомы, у которых кеплерова плоскость электрона совпадает с плоскостью поляризации излучения (этот случай исследовался в численном эксперименте [8]), мы в следующем пункте детально рассмотрим именно этот случай и объясним результаты работы [8].

Двумерные траектории

Частный случай $\cos \theta = 1$ ($I_3 = I_2$) можно описать с помощью общих формул, полученных в предыдущем пункте. Однако полезно рассмотреть этот случай отдельно, поскольку он обладает некоторой спецификой. Она связана с тем простым фактом, что если в начальный момент времени выполняется равенство $I_2^{(0)} = I_3^{(0)}$, то, как это следует из точного гамильтониана (5), величина $I_2 - I_3 = 0$ является интегралом движения. Наличие этого дополнительного интеграла позволяет представить точный гамильтониан (5) в виде

$$H = -(1/2I_1^2) - \omega I_2 - F(x' \cos \beta_2' - y' \sin \beta_2'), \quad (11)$$

где $\beta_2' = \beta_2 + \beta_3^*$.

Если применить к (11) резонансное приближение, появится первый интеграл $I_2 - (I_1/k) = I_{2k} = \text{const}$, где k — по-прежнему номер резонанса $\omega - k\Omega \approx 0$. В этом случае движение становится одномерным и интегрируется (без разделения на быструю и медленную подсистемы).

В приближении сильного ангармонизма опять приходим к гамильтониану математического маятника. Для главного резонанса $k=1$

$$H \approx H_0 \equiv -(3/2)\omega^{4/3}(I_1 - I_r)^2 - (F/2)(x_{1r} + y_{1r}) \cos \beta, \quad (12)$$

где

$$\beta = \beta_1 + \beta_2' = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - \omega t, \quad I_2 = I_{21} + I_r.$$

Уравнения движения, соответствующие гамильтониану (12), интегрируются в эллиптических функциях. Выражения для ν и ΔI_1 можно получить из формул (8) — (10), полагая там $\theta_r^{(0)} = 0$, $I_2^{(0)} = I_{21} + I_r$.

Для сравнения нашей теории с соответствующим результатом численного моделирования резонансного воздействия излучения на атом (вариант (а) работы [8]) рассмотрим частный случай, когда при $t=0$ орбита

электрона является круговой. В условиях резонансного приближения, $F \ll n^{-4}$, она остается круговой, при этом $x_{1r} = y_{1r} = I_r^2$. Учитывая, что $I_1^{(0)} = I_r$, получаем из (12)

$$E(t) \equiv -(1/2) I_1^{-2}(t) \simeq -(1/2) I_r^{-2} + 2(F/3)^{1/2} x_1 (1 - \text{cn}(\nu_1 t, x_1)), \quad (13)$$

где $x_1^2 = (H_0 + FI_r^2)/2FI_r^2$, $\nu_1 = \sqrt{3F}/I_r$, $\text{cn } w$ — эллиптический косинус. В варианте (a) работы [8] был проведен численный расчет $E(t)$ для вышеуказанных условий при $FI_r^4 = 10^{-2}$ и $\beta^{(0)} = 0, 1\pi$. Сравнение показывает, что формула (13) описывает «экспериментальную» кривую с точностью до нескольких процентов.

Возникновение стохастической неустойчивости и «случайных блужданий» электрона происходит при перекрытии уже нескольких резонансов. Однако для стохастической ионизации атома необходимо, чтобы перекрылись все резонансы $\omega = k\Omega$. Поскольку Фурье-компоненты x_k и y_k , определяющие ширину k -го резонанса, при достаточно больших k экспоненциально убывают с ростом k для всех орбит, кроме сильно эксцентрических [11], ясно, что стохастическая ионизация должна эффективно происходить именно с сильно эксцентрических орбит, $\varepsilon \rightarrow 1$. Это обстоятельство действительно было отмечено авторами численного эксперимента [8].

Порог стохастической ионизации, как уже отмечалось, можно оценить, пользуясь «стандартной» моделью Чирикова [17]. В наших обозначениях этот порог имеет вид

$$\nu_0(\varepsilon = 1) > \Omega/6, \text{ или } F_t = 1/108 J_1'(1) I_r^4 \simeq 1/35 n^4. \quad (14)$$

Это значение F_t с точностью до фактора 2 совпадает со значениями, полученными в [8]. Ионизация в вариантах (c), (d) и (e) численного эксперимента [8] имела четко выраженный «хаотический» характер (что и было отмечено авторами [8]). Следует отметить, что в варианте (d) стохастическая ионизация происходила с умеренно эксцентричной (при $t=0$) орбиты, а в вариантах (c) и (e) — даже с круговых орбит. Это объясняется тем, что в условиях стохастической неустойчивости величина $I_{21} = I_2 - I_1$ не является более интегралом движения, а ее изменения имеют характер «случайных блужданий» (как и изменения величины I_1). При таких блужданиях эксцентриситет орбиты доходит до единицы, что в условиях $F > F_t$ приводит к стохастической ионизации.

В работе [4] были выяснены условия применимости квазиклассического приближения для описания стохастической ионизации ридберговских атомов в линейно поляризованном поле. Эти же аргументы верны и в рассматриваемом случае. Характерный обратный инкремент стохастической неустойчивости траекторий по порядку величины равен $\Omega^{-1} \simeq n^3$, а время расплывания τ «оптимального» волнового пакета можно оценить, считая атом невозмущенным: $\tau \sim n^4$. Отсюда видно, что для квазиклассического описания процесса стохастической ионизации атома достаточно условия $n \gg 1$ [4].

Таким образом, рассмотренная квазиклассическая теория детально описывает процессы многоквантового возбуждения и ионизации ридберговских атомов под действием интенсивного циркулярно поляризованного излучения и объясняет результаты численного моделирования [8].

Искренне благодарю П. В. Сасорова за полезные обсуждения.

Литература

- [1] R. F. Stebbings, Science, 193, 537, 1976.
- [2] J. E. Bayfield, P. M. Koch, Phys. Rev. Lett., 33, 258, 1974.
- [3] J. E. Bayfield, J. D. Gardner, P. M. Koch, Phys. Rev. Lett., 39, 76, 1977.
- [4] Б. И. Меерсон, Е. А. Окс, П. В. Сасоров, Письма ЖЭТФ, 29, 79, 1979.
- [5] Б. И. Меерсон, П. В. Сасоров, Опт. спектр., 48, 833, 1980.
- [6] Б. И. Меерсон, Е. А. Окс, П. В. Сасоров, Тез. II Межд. конф. по многофотонным процессам, 1980.

- [7] J. G. Leopold, I. C. Percival. Phys. Rev. Lett., 41, 944, 1978; J. Phys., B12, 709, 1979.
- [8] J. Mostowski, J. J. Sanchez-Mondragon. Opt. Commun., 29, 293, 1979.
- [9] В. П. Маслов, М. В. Федорюк. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. «Наука», М., 1976.
- [10] Г. Голдстейн. Классическая механика. «Наука», М., 1975.
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, 236. «Наука», М., 1973.
- [12] А. Х. Найфэ. Методы возмущений, 195. «Мир», М., 1976.
- [13] Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов. Атом в сильном световом поле, 53. Атомиздат, 1978.
- [14] Б. В. Чириков. Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности. ИЯФ, Новосибирск, 1969.
- [15] Г. М. Заславский, Б. В. Чириков. Усп. физ. наук, 105, 3, 1971.
- [16] Э. В. Шуряк. ЖЭТФ, 71, 2039, 1976.
- [17] В. V. Chirikov. Phys. Reports, 52, 264, 1979.

Поступило в Редакцию 21 апреля 1980 г.
