



Лекция 3

Моделирование цепей переменного тока в Electronics Workbench

Лектор

Ст. преподаватель Купо А.Н.

Комплексные числа и действия над ними

$$j = i = \sqrt{-1}$$

комплексное число записывается $\mathbf{a + bi}$,
где \mathbf{a} и \mathbf{b} – действительные числа, а \mathbf{i} – мнимая единица.

Число \mathbf{a} называется действительной частью комплексного числа (Re, от фр. réel – «реальный», «действительный»),
 \mathbf{bi} – мнимой частью этого числа (Im, от фр. imaginaire – «мнимый»),
 \mathbf{b} – коэффициентом мнимой части комплексного числа.

Комплексные числа, отличающиеся знаком мнимой части называются **комплексносопряжёнными**

Произведением и суммой сопряжённых чисел являются действительные числа:

$$(a + bi) + (a - bi) = 2a,$$
$$(a + bi) \cdot (a - bi) = aa + bb.$$

Комплексные числа и действия над ними

Суммой двух комплексных чисел $z_1 = a + bi$ и $z_2 = c + di$ называется комплексное число $z = (a + c) + (b + d)i$.

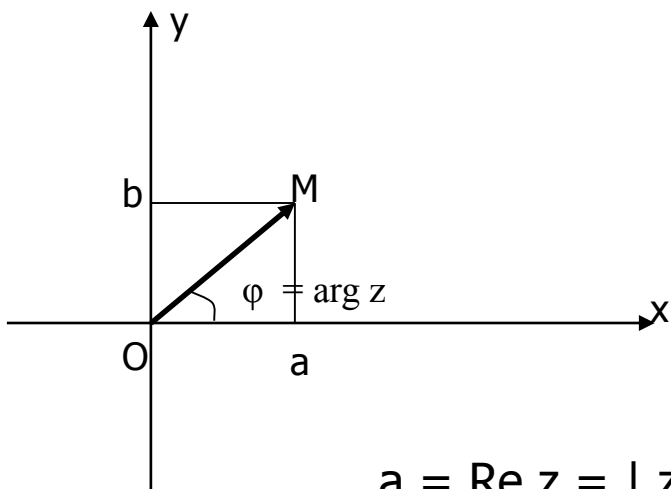
Произведением комплексных чисел $z_1 = a + bi$ и $z_2 = c + di$ называется комплексное число $z = (ac - bd) + (ad + bc)i$

Деление комплексных чисел

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$$

Степень числа i является периодической функцией с периодом 4.

Геометрия комплексных чисел



Аргумент комплексного числа

$$\varphi = \arg z$$

Модуль комплексного числа

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Тригонометрическая форма записи комплексных чисел

$$a = \operatorname{Re} z = |z| \cdot \cos \varphi, \quad b = \operatorname{Im} z = |z| \cdot \sin \varphi$$

Показательная форма

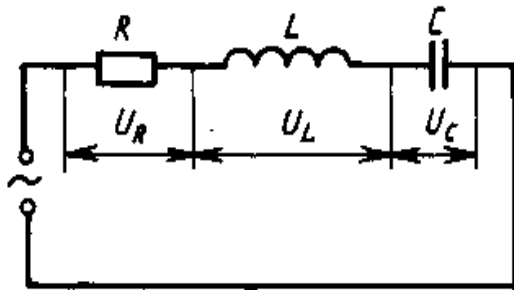
$$z = r e^{j\varphi}$$

При умножении комплексных чисел их модули необходимо перемножить, а аргументы – сложить.
При делении необходимо произвести обратные операции: поделить модули и вычесть аргументы.

Возведение в степень

$$z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

Комплексный метод



$$i = I_m e^{j\omega t} \quad u_R = i \cdot R = I_m \cdot R \cdot e^{j\omega t}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = j\omega \cdot L \cdot e^{j\omega t} = Z_L \cdot I_m e^{j\omega t}$$

$$Z_L = j\omega \cdot L \cdot$$

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt = \frac{I_m}{j\omega C} e^{j\omega t} = -\frac{j}{\omega C} I_m e^{j\omega t} \quad Z_C = -\frac{j}{\omega \cdot C}$$

$$u = (U_{Rm} + U_{Lm} + U_{Cm}) e^{j\omega t} = \left(R + j\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right) \right) I_m \cdot e^{j\omega t}$$

$$Z = R + j\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)$$

Комплексный метод

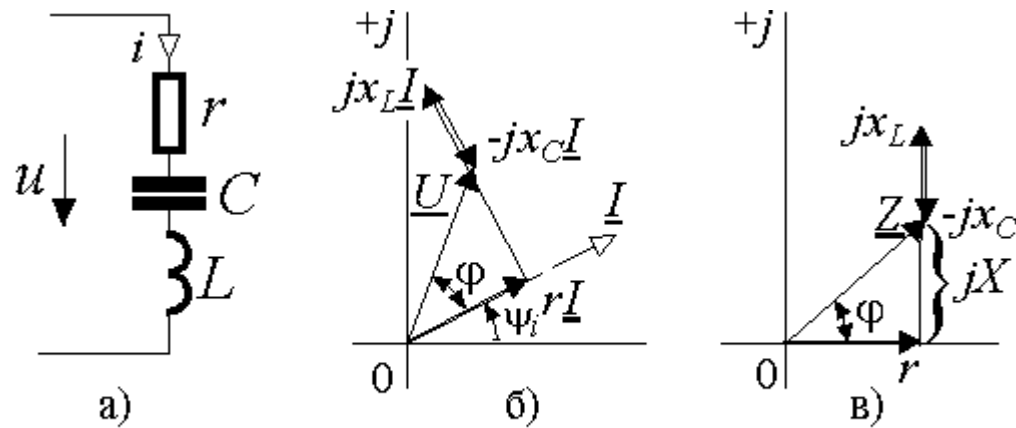
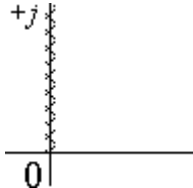

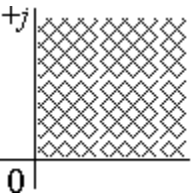
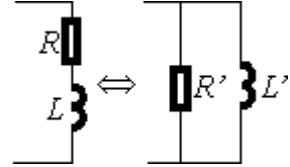
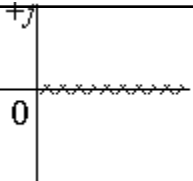



Рис. 1

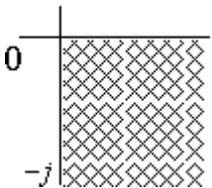
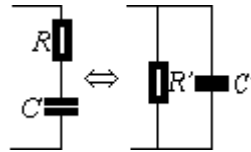
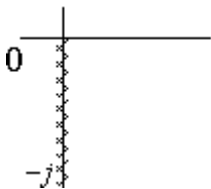

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = Z e^{j\varphi} I e^{j\psi_i} = Z I e^{j(\psi_i + \varphi)}$$

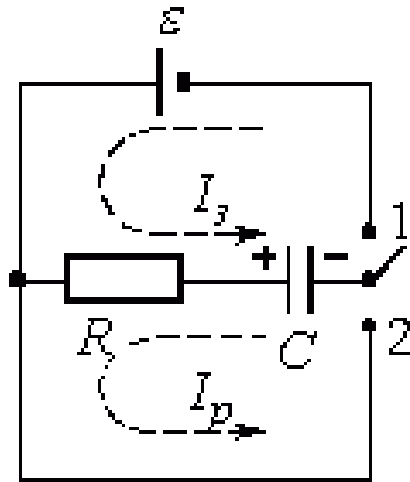
Комплексный метод

Фазовый сдвиг φ	Комплексное сопротивление двухполюсника \underline{Z}	Область возможных значений \underline{Z}	Схема замещения	Название двухполюсника
$\varphi = \pi / 2$	$\underline{Z} = j\omega L = jX_L$			Индуктивный
$0 < \varphi < \pi / 2$	$\underline{Z} = R + jX_L$			Резистивно-индуктивный
$\varphi = 0$	$\underline{Z} = R$			Резистивный

Комплексный метод

Фазовый сдвиг φ	Комплексное сопротивление двухполюсника \underline{Z}	Область возможных значений \underline{Z}	Схема замещения	Название двухполюсника
$0 > \varphi > -\pi / 2$	$\underline{Z} = R - jX_C$			Резистивно-емкостной
$\varphi = -\pi / 2$	$\underline{Z} = -j/(\omega C) = -jX_C$			Емкостной

Задание 1



$$\varepsilon = I_3 R + U \quad U = \frac{Q}{C}, \quad I_3 = \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC}(U - \varepsilon) = 0$$

$$\frac{dU}{U - \varepsilon} = -\frac{dt}{RC}$$

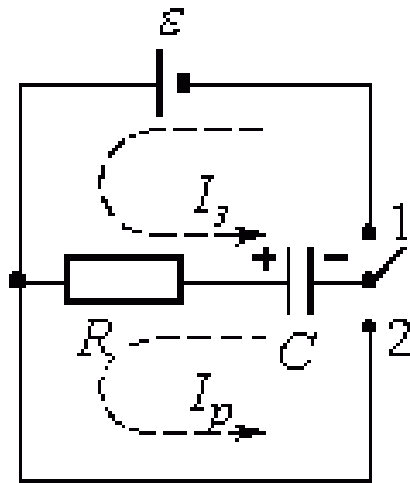
$$\ln(U - \varepsilon) = -\frac{t}{RC} + A$$

$$U - \varepsilon = B e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$I_3 = \frac{-U + \varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Задание 1



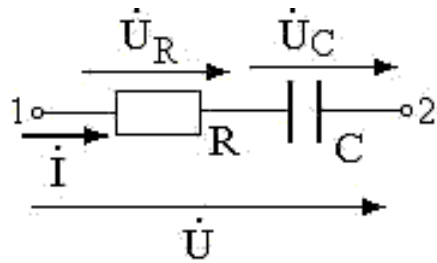
$$I_p = \frac{U}{R} \quad U = \frac{Q}{C}, \quad I_p = -\frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC}U = 0 \quad I_p = \frac{U}{R} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\tau = RC$$

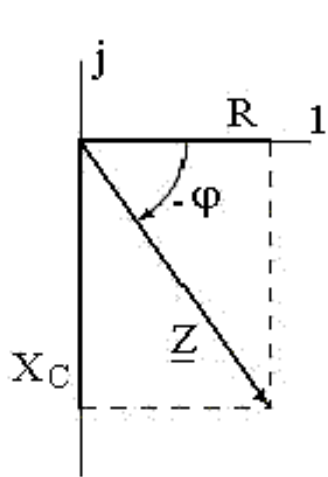
постоянной времени данного контура (или временем релаксации) и показывает, через какое время после выключения напряжение на конденсаторе уменьшится в $e = 2,71$ раза.

Задание 3

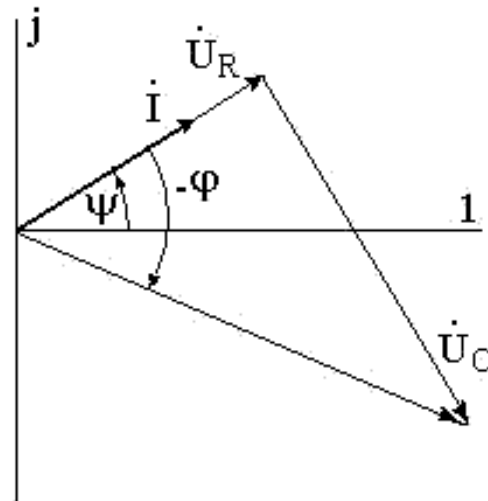


$$\underline{Z} = R - jX_C \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_C}{R}$$



а

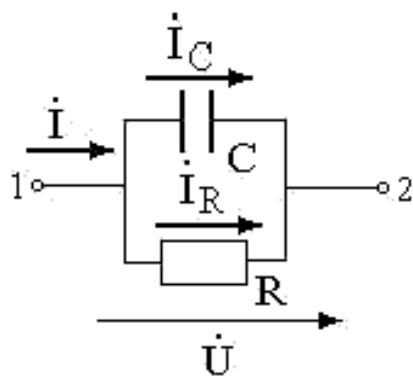


б

$$\dot{i} = I e^{j\psi}$$

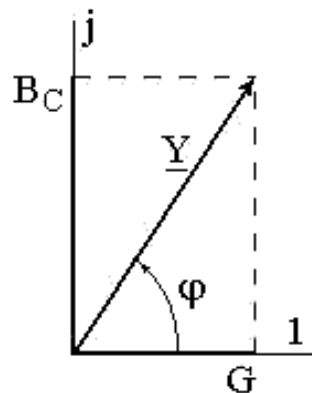
$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C = U e^{j(\psi - \varphi)}$$

Задание 4

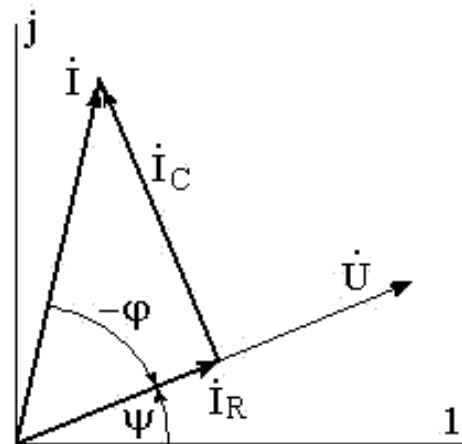


$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{G + jB_C} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C}} = \frac{-jX_C R}{R - jX_C}$$

$$\underline{U} = \underline{U} e^{j\psi}$$



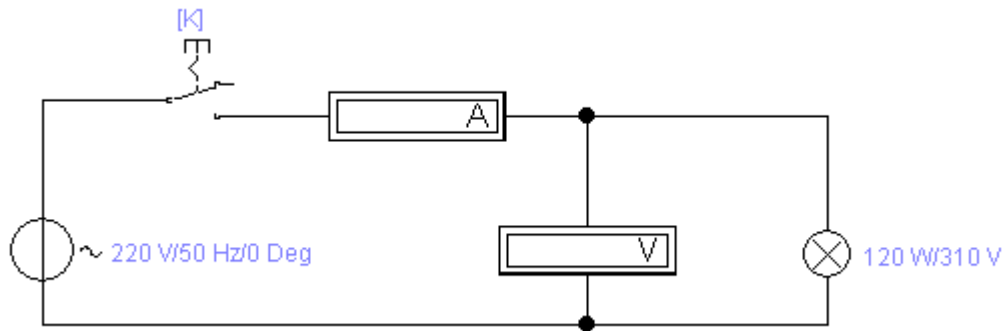
a



б

$$\underline{i} = \underline{i}_R + \underline{i}_C = I e^{j(\psi + \varphi)}$$

Моделирование цепей переменного тока



AC Voltage Source Properties

Label	Value	Fault	Display	Analysis Setup
Voltage (V):	220		V	
Frequency:	50		Hz	
Phase:	0		Deg	
Voltage tolerance:	Global	%		<input checked="" type="checkbox"/> Use global tolerance

OK Отмена

Bulb Properties

Label	Value	Fault	Display
Maximum power (P _{MAX}):	120	W	
Maximum voltage (V _{MAX}):	310	V	

OK Отмена

Моделирование цепей переменного тока

Ammeter Properties ? X

Label Value Fault Display

Resistance (R): 1 mΩ

Mode: AC

OK Отмена

Voltmeter Properties ? X

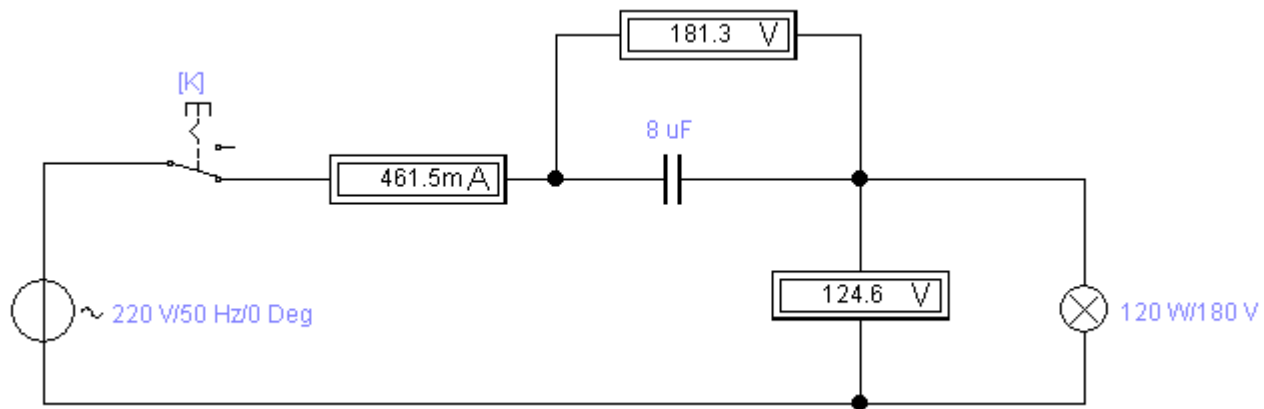
Label Value Fault Display

Resistance (R): 1 MΩ

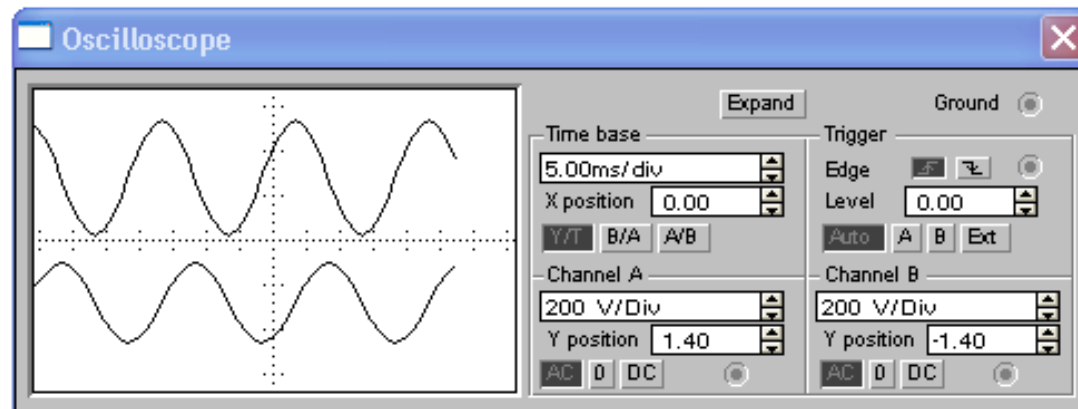
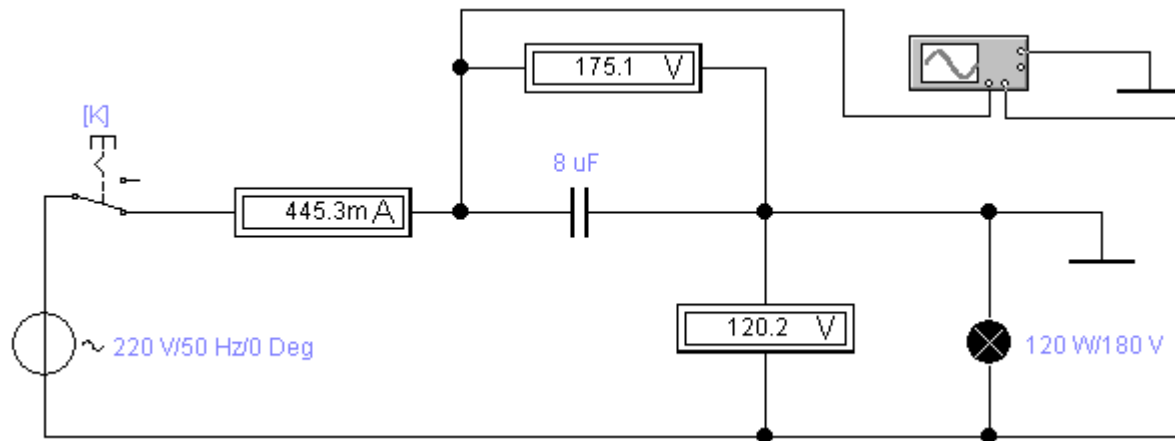
Mode: AC

OK Отмена

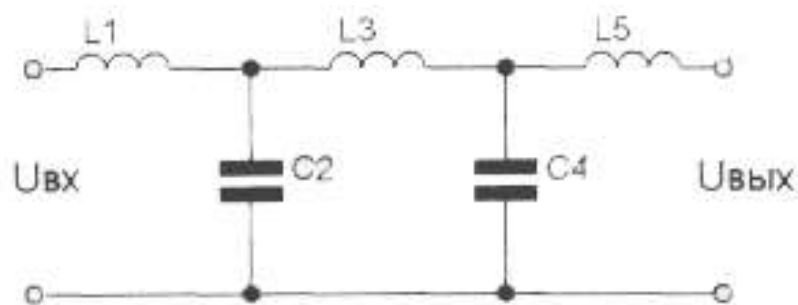
Моделирование цепей переменного тока



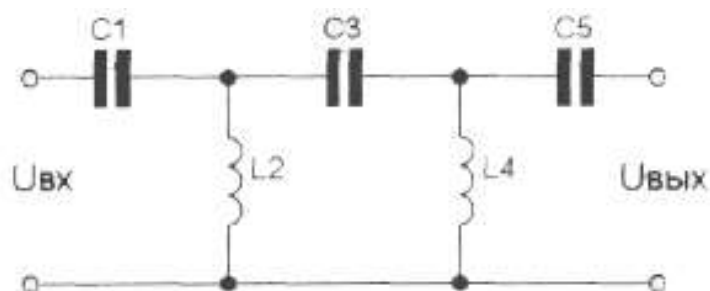
Моделирование цепей переменного тока



Фильтры

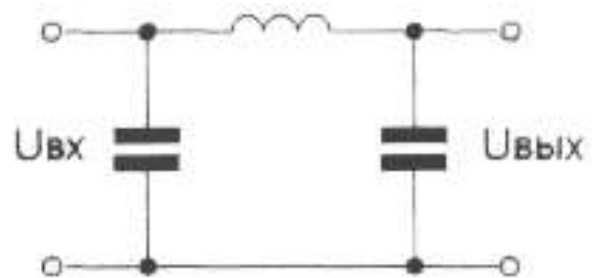


Принципиальная схема ФНЧ

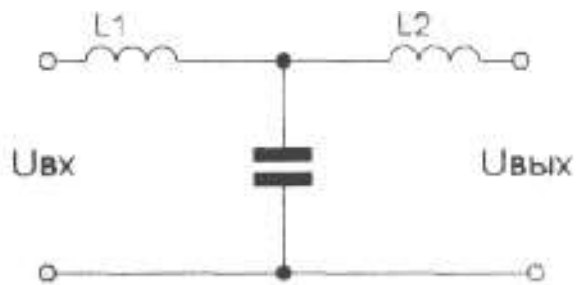


Принципиальная схема ФВЧ

Фильтры

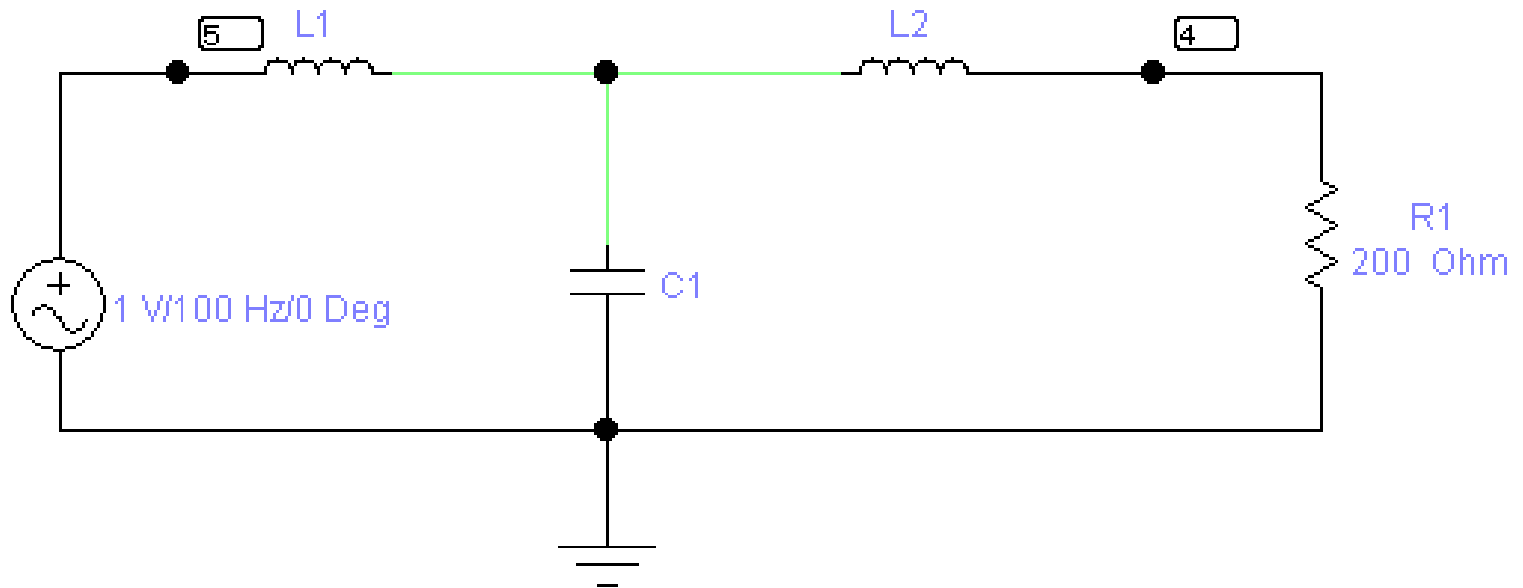


Принципиальная схема П-фильтра



Принципиальная схема Т-фильтра

Исследование фильтров



Исследование фильтров

AC Frequency Analysis

Analysis

Start frequency (FSTART) Hz

End frequency (FSTOP) kHz

Sweep type

Number of points

Vertical scale

Nodes in circuit:

Nodes for analysis:

