

# Лекция X

## Сегнетоэлектрики и пьезоэлектрики

*Перечень вопросов рассматриваемых на лекции:*

*1. Граничные условия для 2-х диэлектриков*

*2. Сегнетоэлектрики.*

*3. Пьезоэлектрики.*

## 1. Граничные условия для двух диэлектриков

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_{\text{своб}} \quad (1)$$

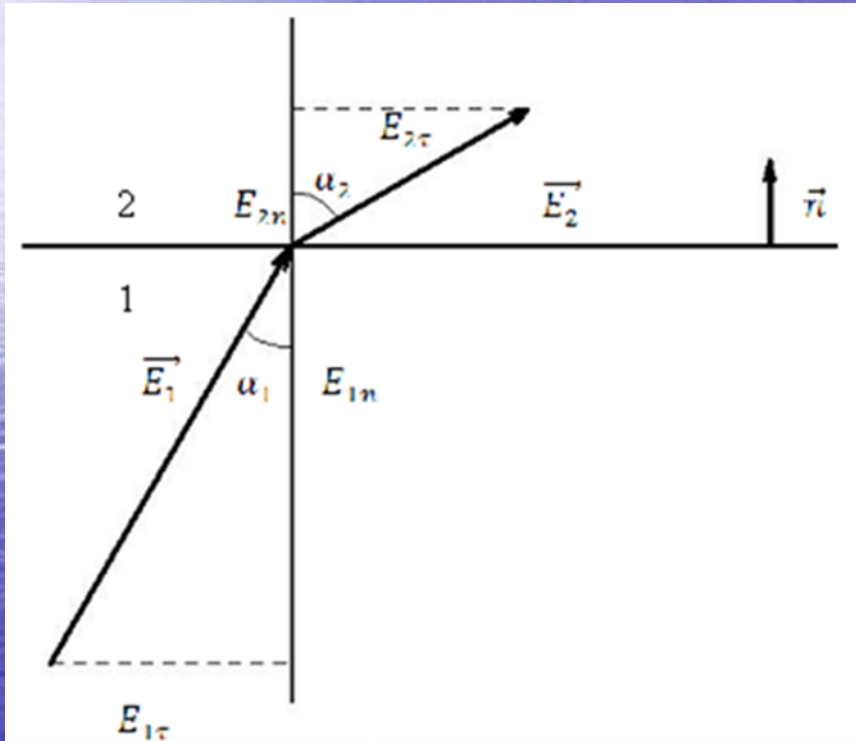
-нормальная составляющая

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \quad (2)$$

-тангенциальная составляющая

где  $\sigma_{\text{своб}}$  -поверхностная плотность свободных зарядов на границе раздела

**индексы  $n$  и  $\tau$  обозначают нормальные и тангенциальные составляющие векторов относительно границы раздела первой и второй среды, единичный вектор нормали направлен, как обычно, от первой среды ко второй (см. рисунок 1)**



**Рис.1.-Преломление линий вектора  $\vec{E}$  на границе раздела двух диэлектриков**

***Нормальные и тангенциальные компоненты векторов можно вычислить следующим образом:***

$$D_n = D \cos \alpha \quad (3)$$

$$E_\tau = E \sin \alpha \quad (4)$$

***где  $\alpha$  - угол между рассматриваемым вектором в некотором диэлектрике и нормалью к границе раздела двух сред.***

***Поскольку внутри металла электрическое поле отсутствует, то на границе раздела металла и диэлектрика соотношение (1) принимает вид:***

$$D_{2n} = \sigma_{\text{своб}} \quad (5)$$

***где  $\sigma_{\text{своб}}$  - плотность свободных зарядов на поверхности металла, в качестве второй среды рассматривается диэлектрик, единичный вектор нормали направлен внутрь диэлектрика.***

**Выражение для напряжённости электрического поля внутри диэлектрика вблизи поверхности металла:**

$$E_{2n} = \frac{\sigma_{своб}}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (6)$$

**Найдём ёмкость плоского конденсатора, заполненного диэлектриком:**

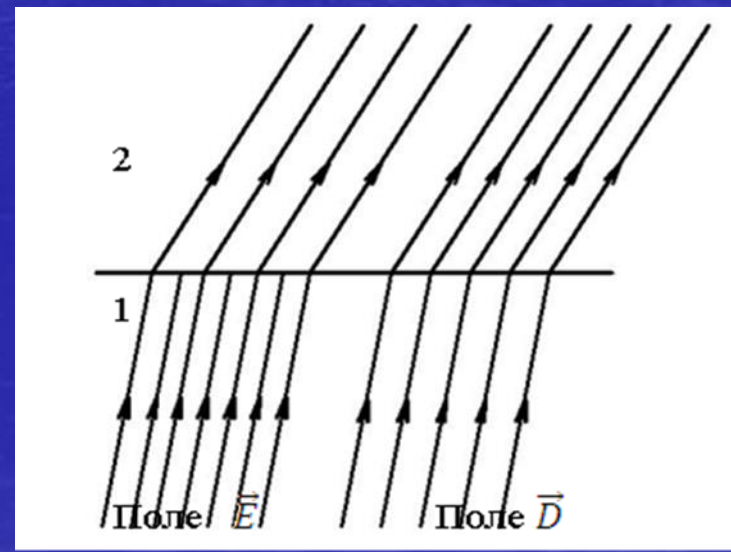
$$U = Ed \text{ , с учётом (6) получаем: } U = \frac{\sigma_{своб} d}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (7)$$

$$\text{Т.к. } C = \frac{q}{U} \text{ То } C = \frac{\sigma_{своб} s \epsilon_0 \epsilon_r}{\sigma_{своб} d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{s}{d} \quad (8)$$

**где  $s$ -площадь обкладки конденсатора;  $d$ -расстояние между обкладками.**

На основании граничных условий (1), (2) и формулы  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$  можно показать, что на границе раздела двух диэлектриков происходит преломление линий вектора  $\vec{E}$  и линий вектора  $\vec{D}$  (см. рисунок 2). При этом линии вектора  $\vec{E}$  и линии вектора  $\vec{D}$  отклоняются от перпендикуляра к границе раздела двух сред при переходе в вещество с большей диэлектрической проницаемостью, или, как принято говорить, при переходе в более плотную диэлектрическую среду. Если на границе раздела двух сред отсутствуют свободные заряды ( $\sigma_{\text{своб}}$ ) то линии вектора  $\vec{D}$  испытывают только преломление, без разрыва. В результате густота линий вектора  $\vec{D}$  увеличивается в более плотной диэлектрической среде, поскольку выполняется неравенство для модулей векторов  $D_2 > D_1$  при условии  $\epsilon_{2r} > \epsilon_{1r}$ . В свою очередь линии вектора  $\vec{E}$  не только испытывают преломление, но и терпят разрыв (из-за присутствия связанных зарядов). При этом справедливо неравенство  $E_2 < E_1$ , то есть густота линий вектора  $\vec{E}$  во второй среде уменьшается.

Рис 2. Поведение линий вектора  $\vec{E}$  и линий вектора  $\vec{D}$  на границе раздела двух диэлектриков (свободных зарядов на границе нет)





## 2. Сегнетоэлектрики.

**Сегнетоэлектрики** - это такие диэлектрики, которые в определенном интервале температур могут быть самопроизвольно поляризованы, то есть могут иметь отличный от нуля вектор поляризации в отсутствие внешнего электрического поля. Такая поляризация называется **спонтанной**. На границах этого интервала при некоторой температуре, называемой **температурой Кюри**, происходит фазовый переход, и сегнетоэлектрик превращается в обычный полярный диэлектрик. Свойства сегнетоэлектриков объясняются сильным взаимодействием дипольных моментов соседних молекул и образованием вследствие этого **диэлектрических доменов** - областей спонтанной поляризации. В пределах каждого домена дипольные моменты всех частиц кристалла самопроизвольно устроятся в одном направлении, параллельно друг другу. Обычно размеры доменов малы по сравнению с размерами всего кристалла, тогда направления поляризованности в разных доменах являются различными, так что результирующий дипольный момент всего образца равен нулю. Такая направленность доменов соответствует минимуму энергии, так как в противном случае вокруг сегнетоэлектрика возникло бы электрическое поле, которое обладало бы дополнительной энергией.

**Первое свойство сегнетоэлектриков состоит в том, что их относительная диэлектрическая проницаемость может достигать очень больших значений ( $\epsilon_r \sim 10^2 - 10^4$ ). Это свойство объясняется тем обстоятельством, что под действием внешнего электрического поля происходит переориентация не отдельных дипольных моментов, а каждого домена целиком**

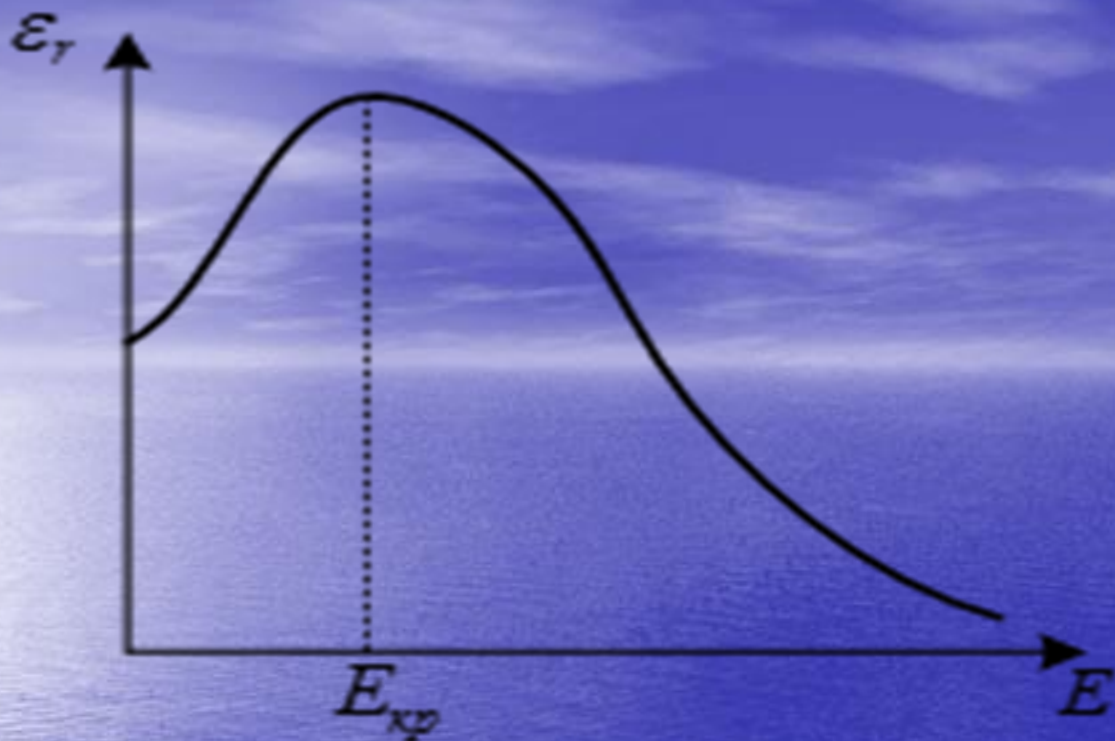
$$k_{\text{неполярн}} < k_{\text{полярн}} < k_{\text{сегнетоэл}} \quad (9)$$

**Второе свойство сегнетоэлектриков** заключается в том, что электрическое смещение  $D$  оказывается не пропорциональным напряжённости поля  $E$ . Значит, диэлектрическая проницаемость зависит от значений электрического поля. Зависимость от описывается формулой:

$$\varepsilon_r(E) = 1 + \frac{P(E)}{\varepsilon_0 E} \quad (10)$$

где  $P(E)$ -поляризованность сегнетоэлектрика, зависящая от напряжённости поля.

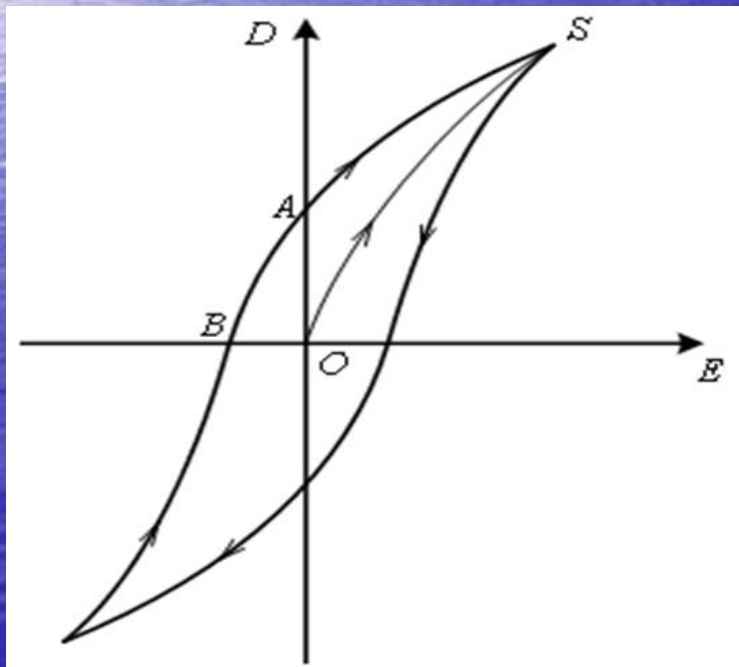
Зависимость  $\varepsilon_r(E)$  графически представлена на рисунке 3.



***Рисунок 3 - Зависимость относительной диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от напряженности электрического поля***

***При значительном возрастании напряженности электрического поля диэлектрик переходит в состояние насыщения поляризации ( $P=const$ ). В таком состоянии все домены переориентированы вдоль внешнего электрического поля.***

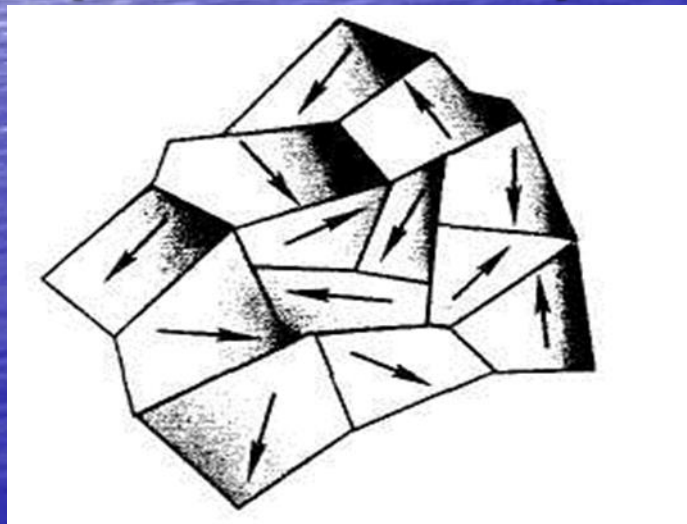
**Третье свойство сегнетоэлектриков** проявляется в том, что значения поляризованности  $P$ , а значит, и смещения  $D$  отстают от напряжённости поля  $E$ . В результате  $P$  и  $D$  определяются не только величиной  $E$  в данный момент, но и предшествующими состояниями сегнетоэлектрика, то есть значениями  $E$  в более ранние моменты времени. Это явление называется гистерезисом, или запаздыванием поляризации. При этом зависимость электрической индукции от напряженности  $D=f(E)$  является нелинейной и неоднозначной и имеет вид петли гистерезиса (рисунок 4)



**Рис.4-Зависимость электрической индукции от напряжённости для сегнетоэлектрика(петля гестерезиса)**

**Отрезок OA характеризует остаточную поляризацию, а отрезок OB – коэрцитивную (задерживающую силу). Коэрцитивная сила - это напряженность такого поля, которое нужно приложить в противоположном направлении, чтобы избавиться от остаточной поляризации.**

**Явление гистерезиса объясняется свойствами доменов, которые частично сохраняют направление поляризации при изменении внешнего электрического поля. Доменами называются области с различными направлениями поляризованности. На рисунке стрелками указаны направления вектора поляризованности.**



**В смежных доменах эти направления различны, и в целом дипольный момент диэлектрика равен нулю.**

**Четвёртое свойство сегнетоэлектриков состоит в наличии одной или нескольких точек Кюри, при которых происходит фазовый переход. Для сегнетоэлектриков выполняется закон Кюри-Вейсса:**

$$k = \frac{C}{T - T_k} \quad (11)$$

**где  $k$  - диэлектрическая восприимчивость;  
 $C$  - некоторая постоянная;**

**$T$  - абсолютная температура образца;**

**$T_k$  - верхняя точка Кюри, при которой происходит фазовый переход сегнетоэлектрика в неполяризованное состояние.**

**Формула (11) является справедливой при  $T > T_k$  и показывает, что для температур, превышающих температуру Кюри, диэлектрическая восприимчивость сегнетоэлектрика быстро уменьшается при нагревании образца.**

**Возможны случаи, когда сегнетоэлектрик имеет также нижнюю точку Кюри, то есть низкотемпературную границу состояния со спонтанной поляризацией. Вблизи этой температуры закон Кюри- Вейсса принимает вид:**

$$k = \frac{C'}{T_k - T} \quad (12)$$

**где  $C'$  -некоторая константа;  $T_k$  нижняя температура Кюри**  
**Соотношение (12) выполняется, если абсолютная температура сегнетоэлектрика удовлетворяет неравенству**  
 **$T < T_k$**



### **3. Пьезоэлектрики.**

**Кристаллы, на поверхностях которых при деформациях возникают электрические заряды, называются пьезоэлектриками. При этом растяжение и сжатие кристалла должно производиться в определённых направлениях. Это явление было открыто в 1880 г. братьями Пьером и Жаком Кюри и получило название прямого пьезоэлектрического эффекта.**

**Пьезоэлектриками могут быть только ионные кристаллы, однако не все ионные кристаллы являются пьезоэлектриками. К ионным кристаллам относятся кристаллы, в которых положительные и отрицательные ионы образуют две кристаллические решётки. Причиной пьезоэффекта является тот факт, что эти две кристаллические решётки под действием внешних сил деформируются по-разному. В результате происходит относительное смещение двух кристаллических решёток при деформации кристалла.**

**Допустим, что производится растяжение или сжатие пьезоэлектрической пластинки вдоль некоторой оси  $X$ , называемой пьезоэлектрической осью. Тогда в пластинке возникает поляризованность, которая в широком интервале её изменения пропорциональна относительной деформации образца:**

$$P_x = \beta \frac{\Delta d}{d} \quad (13)$$

**где  $P_x$  - проекция вектора поляризации на ось  $X$ ;  
 $d$  - толщина пластинки;**

**$\Delta d$  - изменение толщины пластинки;**

**$\beta$  - пьезоэлектрический коэффициент, который может быть как положительным, так и отрицательным.**

**Единицей измерения пьезоэлектрического коэффициента является  $(\text{Кл}/\text{м}^2)$ .**

**Поверхностную плотность связанных зарядов можно определить с помощью формулы:**

$$\sigma_{\text{связ}} = P_x \quad (14)$$

***В пьезоэлектриках возможен также обратный пьезоэлектрический эффект, состоящий в деформации кристалла под действием электрического поля. На использовании этого эффекта основано действие многих устройств, в частности, кварцевых излучателей ультразвука. Частота ультразвука, широко используемого в технике, биологии и медицине, принадлежит диапазону от  $2 \times 10^4$  Гц до  $10^9$  Гц .***

***Примерами пьезоэлектриков являются кварц, турмалин, сегнетова соль, титанат бария, хлорат натрия, цинковая обманка, винная кислота, тростниковый сахар и многие другие ионные кристаллы.***