Лабораторная работа №3. Моделирование движения электрона при приложении постоянного электрического поля в направлении, перпендикулярном плоскостям слоёв

Теоретическая часть

1 Метод матриц переноса и его применение для моделирования движения электрона в сложном потенциальном рельефе

Как можно заметить из уже рассмотренных примеров, при решении задач о движении электронов в слоисто-неоднородных средах решения уравнения Шредингера записываются отдельно в каждой из областей, где потенциал U(z) постоянен, в виде суперпозиции падающей и отраженной волн де Бройля, а для нахождения амплитуд этих волн используются граничные условия на интерфейсах между слоями. Такой подход позволяет легко формализовать расчет амплитуд волн де Бройля и коэффициентов отражения и прохождения в многослойных средах с использованием метода матриц переноса. Рассмотрим структуру, состоящую из N слоёв, заключенных между полубесконечными областями, причем в каждом слое и в крайних областях потенциал U(z) постоянен (рисунок 1):

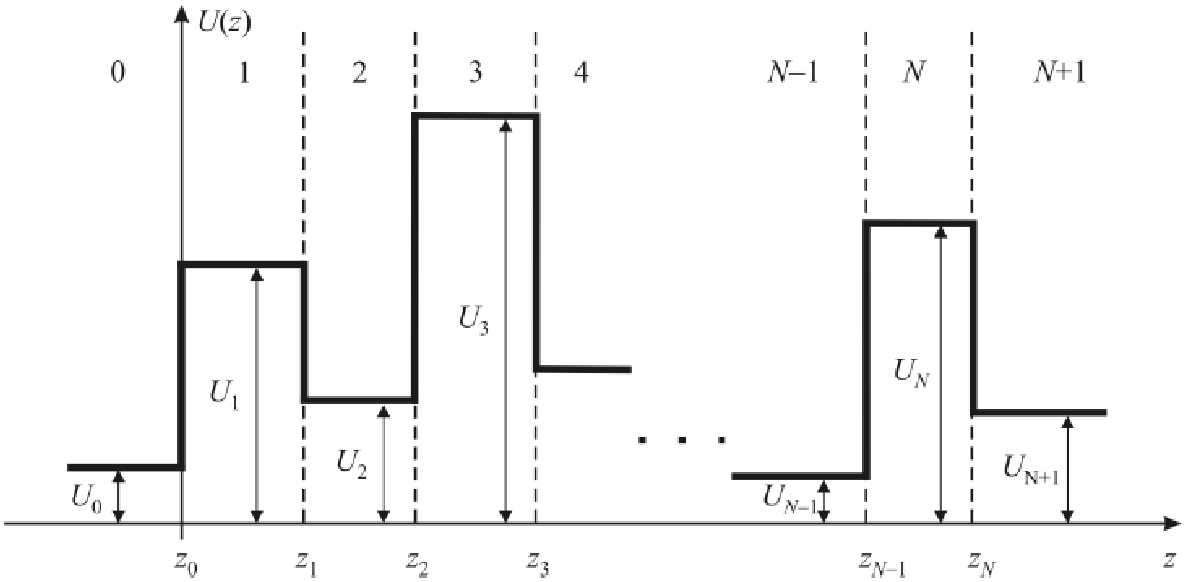


Рисунок 1 – Энергетическая диаграмма многослойной гетероструктуры

$$U(z)=\begin{cases}U_0, & если\ z<z_0,\\ U_i, & если\ z_{i-1}<z<z_i,\ i=1,\ldots,N,\\ U_{N+1}, & если\ z>z_N,\end{cases} \tag{1}$$

где z_k – координата границы между k-ой и (k+1)-ой областями, k = 0,...,N .
Как и прежде, будем считать, что источник электронов находится в области 0 и бесконечно удален от слоистой структуры. Электрон движется от источника в положительном направлении оси Oz, обладая энергией E. Решение уравнения Шредингера для i-ой области (i = 0,...,N+1) записывается в виде:

$$\psi_i(z,E)=A_i e^{j\gamma_i z}+B_i e^{-j\gamma_i z}, \tag{2}$$

где A_i и B_i – амплитуды падающей и отраженной волн де Бройля в i-ой области соответственно

$$\gamma_i(E)=\sqrt{\frac{2m_i(E-U_i)}{\hbar^2}} \tag{3}$$

А m_i – эффективная масса в i-ой области. Граничные условия принимают вид:

$$\begin{cases} \psi_k(z_k) = \psi_{k+1}(z_k), \\ \dfrac{1}{m_k}\dfrac{\partial \psi_k}{\partial z}(z_k) = \dfrac{1}{m_{k+1}}\dfrac{\partial \psi_{k+1}}{\partial z}(z_k). \end{cases} \tag{4}$$

Получим систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_i , B_i :

$$\begin{cases} A_k e^{j\gamma_k z_k} + B_k e^{-j\gamma_k z_k} = A_{k+1} e^{j\gamma_{k+1} z_k} + B_{k+1} e^{-j\gamma_{k+1} z_k}, \\ jA_k \dfrac{\gamma_k}{m_k} e^{j\gamma_k z_k} - jB_k \dfrac{\gamma_k}{m_k} e^{-j\gamma_k z_k} = jA_{k+1} \dfrac{\gamma_{k+1}}{m_{k+1}} e^{j\gamma_{k+1} z_k} - jB_{k+1} \dfrac{\gamma_{k+1}}{m_{k+1}} e^{-j\gamma_{k+1} z_k} \end{cases} \tag{5}$$

которая путем алгебраических преобразований может быть приведена к виду:

$$\begin{cases} A_{k+1} = A_k \cdot \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{-j(\gamma_{k+1}-\gamma_k)z_k} + B_k \cdot \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{-j(\gamma_{k+1}+\gamma_k)z_k}, \\ B_{k+1} = A_k \cdot \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{j(\gamma_{k+1}+\gamma_k)z_k} + B_k \cdot \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{j(\gamma_{k+1}-\gamma_k)z_k}, \end{cases} \tag{6}$$

или в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} A_{k+1} \\ B_{k+1} \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{k,k+1} \cdot \begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix} \tag{7}$$

\

где $\mathrm{T}_{k,k+1}$ – матрица передачи волны де Бройля из области k в область k+1:

$$\mathbf{T}_{k,k+1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{-j(\gamma_{k+1}-\gamma_k)z_k} & \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{-j(\gamma_{k+1}+\gamma_k)z_k} \\ \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{j(\gamma_{k+1}+\gamma_k)z_k} & \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{\gamma_k}{\gamma_{k+1}}\dfrac{m_{k+1}}{m_k}\right) e^{j(\gamma_{k+1}-\gamma_k)z_k} \end{pmatrix} \tag{8}$$

Из рекуррентного соотношения, с учетом того, что по условию задачи в области N+1 нет встречной электронной волны (т.е. B_{N+1}=0), можно записать следующую систему из двух уравнений для амплитуд волн де Бройля в полубесконечных областях до и после структуры:

$$\begin{pmatrix} A_{N+1} \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

где

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{00} & \mathbf{T}_{01} \\ \mathbf{T}_{10} & \mathbf{T}_{11} \end{pmatrix} = \prod_{k=N}^{0} \mathbf{T}_{k,k+1}$$

– матрица передачи волны де Бройля через всю слоистую структуру. Следует отметить, что матрица T полностью определяется параметрами материалов структуры и прилегающих областей. Коэффициенты отражения и прохождения электронной волны через структуру могут быть выражены через элементы матрицы передачи из системы уравнений:

$$R = \frac{|B_0|^2}{|A_0|^2} = \left|\frac{\mathbf{T}_{10}}{\mathbf{T}_{11}}\right|^2,$$

$$D = \frac{|\gamma_{N+1}|}{|\gamma_0|}\frac{m_0}{m_{N+1}}\frac{|A_{N+1}|^2}{|A_0|^2} = \frac{|\gamma_{N+1}|}{|\gamma_0|}\frac{m_0}{m_{N+1}}\left|\frac{\mathbf{T}_{11}\mathbf{T}_{00} - \mathbf{T}_{01}\mathbf{T}_{10}}{\mathbf{T}_{11}}\right|^2. \tag{10}$$

Таким образом, с использованием матричного метода могут быть рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения электронных волн через слоистую структуру при задании параметров всех входящих в неё слоёв, а также амплитуды волн де Бройля в каждой точке структуры, отнесенные к амплитуде падающей на структуру электронной волны.

2 Моделирование движения электрона через двухбарьерную и трехбарьерную квантоворазмерную структуру

Мы уже рассмотрели задачи, касающиеся поведения частиц в системах с изолированными квантовыми ямами и потенциальными барьерами. Как уже отмечалось, современные технологии выращивания эпитаксиальных структур позволяют формировать многослойные системы со сложным потенциальным рельефом, в том числе систем со связанными квантовыми ямами. Последние интересны тем, что в них возможно формирование заданного энергетического спектра и скоростей рассеяния электронов не только путем задания формы потенциальной ямы, но и путем изменения связи между соседними квантовыми ямами. Кроме того, в ряде случаев коэффициент прохождения через многобарьерные структуры оказывается больше коэффициентов прохождения через каждый барьер в отдельности. Данный эффект возникает вследствие интерференции волн де Бройля и носит название резонансного туннелирования через многобарьерную структуру.

Рассмотрим прохождение частицы через систему из двух потенциальных барьеров, разделенных квантовой ямой, заключенную между двумя полубесконечными областями (рис. 2).

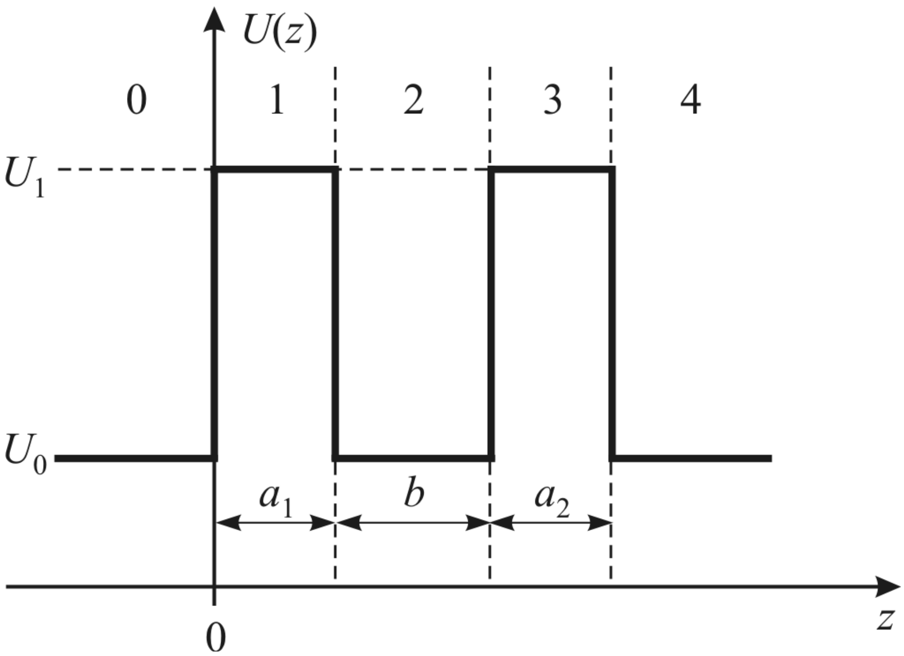


Рисунок 2 – Энергетическая диаграмма двухбарьерной квантоворазмерной Гетероструктуры

Как и прежде, будем считать, что источник электронов находится в области 0 и бесконечно удален от структуры. Электрон движется от источника в положительном направлении оси Oz, обладая энергией E. Для расчета коэффициента прохождения электрона и амплитуд волн де Бройля воспользуемся матричным методом:

– число слоёв в структуре N=3;

– число границ в рассматриваемой системе N+1= 4 ;

– число областей, в которых потенциал U(z) постоянен N + 2 = 5.

Таким образом, для описания системы необходимо задать параметры материала в 5-ти областях, а также координаты границ между областями. Эти исходные данные позволяют рассчитать 4 матрицы передачи волны де Бройля для каждой из границ и общую матрицу передачи структуры, из которой вычисляется коэффициент прохождения. А с использованием выражений и рассчитываются амплитуды волн де Бройля в каждой из областей.

Аналогично, методом матриц переноса легко может быть проанализирована и трехбарьерная (а, вообще говоря, и многобарьерная) структура.

Порядок выполнения работы

1 Создать в MatchCAD файл «Моделирование движения электрона с помощью матрицы переноса».

2 Рассмотреть двухслойную гетероструктуру $Al_{0,15}Ga_{0,85}As$ - $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ заключенную между полубесконечными областями GaAs и построить её потенциальный профиль для электронов.

3 Построить зависимости коэффициентов отражения и прохождения от энергии электрона в диапазоне от 0 до 2 эВ.

Основные константы

Масса электрона $me := 9.1093897\ 10^{-31}$

Заряд электрона $qe := 1.60217733\ 10^{-19}$

$j := \sqrt{-1}$

Постоянная Планка с чертой $h := \dfrac{6.6260755\ 10^{-34}}{2\pi}$

Моделирование движения электрона через слоистые наноструктуры с помощью матриц пер

$$\gamma(m, E, U) := \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot (E - U)}{h^2}}$$

$$T00(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{-j\cdot(\gamma2 - \gamma1)z}$$

$$T01(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{-j\cdot(\gamma2 + \gamma1)z}$$

$$T10(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{j\cdot(\gamma2 + \gamma1)z}$$

$$T11(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{j\cdot(\gamma2 - \gamma1)z}$$

$$T(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \begin{pmatrix} T00(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) & T01(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) \\ T10(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) & T11(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) \end{pmatrix}$$

$$D(\gamma last, \gamma first, mlast, mfirst, T) := \frac{|\gamma last|}{|\gamma first|} \cdot \frac{mfirst}{mlast} \cdot \left(\left|\frac{T_{1,1} \cdot T_{0,0} - T_{0,1} \cdot T_{1,0}}{T_{1,1}}\right|\right)^2$$

$$R(T) := \left(\left|\frac{T_{1,0}}{T_{1,1}}\right|\right)^2$$

$$Bfirst(Afirst, T) := -\frac{T_{1,0}}{T_{1,1}} \cdot Afirst \qquad Alast(Afirst, T) := \frac{T_{1,1} \cdot T_{0,0} - T_{0,1} \cdot T_{1,0}}{T_{1,1}} \cdot Afirst$$

$$NextLayer(PreviousLayer, T) := T \cdot PreviousLayer$$

Свойства соединения $Al_xGa_{1-x}As$

$mn(x) := (0.067 + 0.083 \cdot x) \cdot me$ (Г – минимум)

$Eg(x) := if\left(x < 0.45, 1.424 + 1.247 \cdot x, 1.9 + 0.125 \cdot x + 0.143 \cdot x^2\right) \cdot qe$

$a0(x) := (0.56533 + 0.00078 \cdot x) \cdot 10^{-9}$ –постоянная решетки

Движение электрона через симметричный потенциальный барьер конечной толщины

$x1 := 0$ $Eg1 := Eg(x1)$ $m1 := mn(x1)$

$x2 := 0.3$ $Eg2 := Eg(x2)$ $m2 := mn(x2)$

$x3 := 0$ $Eg3 := Eg(x3)$ $m3 := mn(x3)$

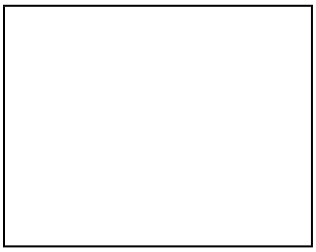
Толщина потенциального барьера - М атомных монослоев

$a(M) := M \cdot a0(x2)$ $a(10) \cdot 10^9 = \blacksquare$

$U1 := \frac{Eg1}{2}$ $U2 := \frac{Eg2}{2}$ $U3 := \frac{Eg3}{2}$

$U(z, M) := if(z < 0, U1, if(z > a(M), U3, U2))$ $Uev(z, N) := \frac{U(z, N)}{qe}$

Uev(z, 10)



z

Число слоев структуры, исключая внешние области $N := 1$

Толщина барьера (количество атомных монослоев) $M := 10$

$Z := (0 \;\; a(M))^T$ $U := (U1 \;\; U2 \;\; U3)^T$

$m := (m1 \;\; m2 \;\; m3)^T$

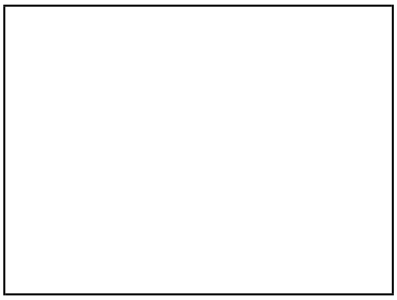
$\gamma(E, i) := \gamma\left(m_i, E, U_i\right)$ $T(E, i) := T\left[\left(\gamma(E, i)\right), \gamma(E, i+1), m_i, m_{i+1}, Z_i\right]$

$T(E) := \prod_{i=N}^{0} T(E, i)$ $D(E) := D\left(\gamma(E, N+1), \gamma(E, 0), m_{N+1}, m_0, T(E)\right)$

t

t

D(E·qe)



$\frac{U1}{qe}, \frac{U2}{qe}, E$

4 Создать в MatchCAD файл «Моделирование движения электрона через двухбарьерную структуру».

5 Рассмотреть гетероструктуру, состоящую из трех нанослоёв:

1) $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ (x = 0,3) толщиной 10 атомных монослоёв,

2) GaAs (x = 0,3) толщиной 10 атомных монослоёв,

3) $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ (x = 0.3) толщиной 10 атомных монослоёв, заключенную между полубесконечными областями GaAs.

6 Построить зависимости коэффициентов прохождения от энергии электрона в диапазоне от 0,5 до 1,5 эВ. Определить значение энергии резонансного туннелирования через структуру.

Основные константы

Масса электрона $me := 9.1093897 \cdot 10^{-31}$

Заряд электрона $qe := 1.60217733 \cdot 10^{-19}$ $j := \sqrt{-1}$

Постоянная Планка с чертой $h := \dfrac{6.6260755 \cdot 10^{-34}}{2\pi}$

Свойства соединения $Al_x Ga_{1-x} As$

$mn(x) := (0.067 + 0.083 \cdot x) \cdot me$ (Г – минимум)

$Eg(x) := if\left(x < 0.45, 1.424 + 1.247 \cdot x, 1.9 + 0.125 \cdot x + 0.143 \cdot x^2\right) \cdot qe$

$a0(x) := (0.56533 + 0.00078 \cdot x) \cdot 10^{-9}$ –постоянная решетки

Движение электрона через двухбарьерную квантоворазмерную структуру

$N := 3$ число слоев в структуре, исключая внешние области. Итого в задаче рассматривается N+2=5 областей

Рассматриваем структуру GaAs- $Al_x Ga_{1-x} As$ - GaAs - $Al_x Ga_{1-x} As$-GaAs

$x(i) := if(mod(i, 2) = 0, 0, 0.3)$ $i := 0..N + 1$ i – номер области

$A := \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$ число атомных монослоев в каждом слое многослойной структуры (исключая внешние области)

$Eg(i) := Eg(x(i))$ $m(i) := mn(x(i))$ $V(i) := \dfrac{Eg(i)}{2}$

$d(n) := if\left(n = 0, 0, A_{n-1} \cdot a0(x(n))\right)$ $n := 1..N$ Толщина n-го слоя

$Z(\zeta) := \sum_{k=0}^{\zeta} d(k)$ $\zeta := 0..N$ Координаты ζ-ной границы слоя

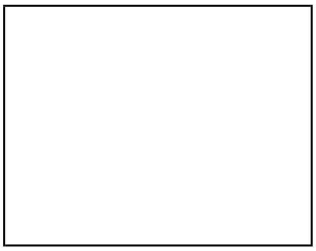
$$I(z) := \left| \begin{array}{l} \text{return } 0 \text{ if } z < Z(0) \\ \text{return } N + 1 \text{ if } z \ge Z(N) \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \text{return } i \text{ if } (Z(i-1) \le z) \cdot (z < Z(i)) \end{array} \right.$$

$U(z) := V(I(z))$

$z1 := Z(0) - 10 \cdot 10^{-9}$ $z1 = ▮$ $z2 := Z(N) + 10 \cdot 10^{-9}$ $dz := 0.01 \cdot 10^{-9}$

$Nz := \dfrac{z2 - z1}{dz}$ $Nz = ▮$ $p := 0..Nz$ $z_p := z1 + p \cdot dz$

$\frac{U(z_p)}{qe}$



$z_p \cdot 10^9$

Моделирование движения электрона через слоистые наноструктуры с помощью матриц пер

$$\gamma(m,E,U) := \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot (E - U)}{h^2}}$$

$$T00(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{-j \cdot (\gamma2 - \gamma1) z}$$

$$T01(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{-j \cdot (\gamma2 + \gamma1) z}$$

$$T10(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{j \cdot (\gamma2 + \gamma1) z}$$

$$T11(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{j \cdot (\gamma2 - \gamma1) z}$$

$$T(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) := \begin{pmatrix} T00(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) & T01(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) \\ T10(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) & T11(\gamma1,\gamma2,m1,m2,z) \end{pmatrix}$$

$$D(\gamma last,\gamma first,mlast,mfirst,T) := \frac{|\gamma last|}{|\gamma first|} \cdot \frac{mfirst}{mlast} \cdot \left(\left|\frac{T_{1,1} \cdot T_{0,0} - T_{0,1} \cdot T_{1,0}}{T_{1,1}}\right|\right)^2$$

$$R(T) := \left(\left|\frac{T_{1,0}}{T_{1,1}}\right|\right)^2$$

$$Bfirst(Afirst,T) := -\frac{T_{1,0}}{T_{1,1}} \cdot Afirst \qquad Alast(Afirst,T) := \frac{T_{1,1} \cdot T_{0,0} - T_{0,1} \cdot T_{1,0}}{T_{1,1}} \cdot Afirst$$

$$NextLayer(PreviousLayer,T) := T \cdot PreviousLayer$$

$$\gamma(E,i) := \gamma(m(i),E,V(i))$$

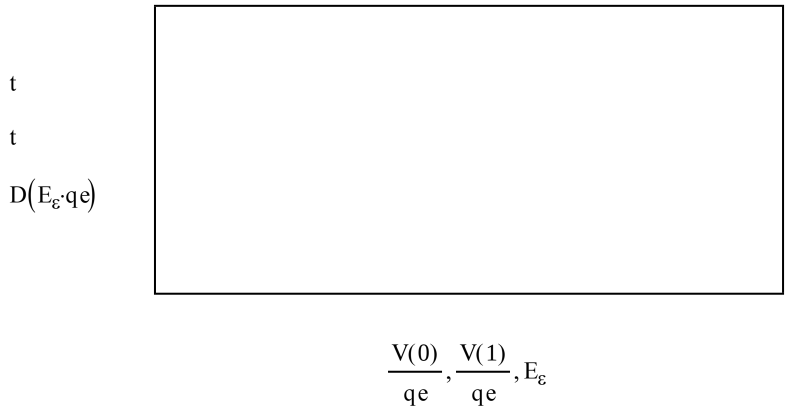
$$T(E,i) := T(\gamma(E,i),\gamma(E,i+1),m(i),m(i+1),Z(i))$$

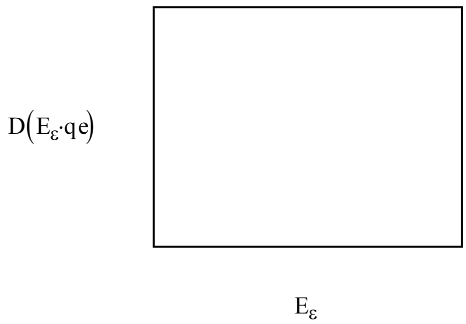
$$T(E) := \prod_{i=N}^{0} T(E,i)$$

$$D(E) := D(\gamma(E,N+1),\gamma(E,0),m(N+1),m(0),T(E))$$

$\varepsilon1 := 0.5 \qquad \varepsilon2 := 1.5 \qquad d\varepsilon := 0.00001$

$N\varepsilon := \frac{\varepsilon2 - \varepsilon1}{d\varepsilon} \qquad \varepsilon := 0..N\varepsilon \qquad N\varepsilon = \blacksquare \qquad E_\varepsilon := \varepsilon1 + \varepsilon \cdot d\varepsilon$





7 Создать в MatchCAD файл «Моделирование движения электрона через трехбарьерную структуру».

8 Рассмотреть гетероструктуру, состоящую из пяти нанослоёв:

1) $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ (x = 0,3) толщиной 10 атомных монослоёв,

2) GaAs (x = 0,3) толщиной 10 атомных монослоёв,

3) $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ (x = 0,3) толщиной 10 атомных монослоёв,

4) GaAs (x = 0,3) толщиной 10 атомных монослоёв,

5) $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ (x = 0.3) толщиной 10 атомных монослоёв, заключенную между полубесконечными областями GaAs.

9 Построить зависимости коэффициентов прохождения от энергии электрона в диапазоне от 0,5 до 1,5 эВ. Определить значение энергии резонансного туннелирования через структуру.

Основные константы

Масса электрона $me := 9.1093897\cdot 10^{-31}$

$j := \sqrt{-1}$

Заряд электрона $qe := 1.60217733\cdot 10^{-19}$

Постоянная Планка с чертой $h := \dfrac{6.6260755\cdot 10^{-34}}{2\pi}$

Свойства соединения $Al_xGa_{1-x}As$

$mn(x) := (0.067 + 0.083\cdot x)\cdot me$ (Г – минимум)

$Eg(x) := if\left(x < 0.45, 1.424 + 1.247\cdot x, 1.9 + 0.125\cdot x + 0.143\cdot x^2\right)\cdot qe$

$a0(x) := (0.56533 + 0.00078\cdot x)\cdot 10^{-9}$ –постоянная решетки

Движение электрона через трехбарьерную квантоворазмерную структуру

$N := 5$ число слоев в структуре, исключая внешние области.
Итого в задаче рассматривается N+2=5 областей

$x(i) := \mathrm{if}(\mathrm{mod}(i,2) = 0, 0, 0.3)$ $\quad i := 0..N + 1$ $\quad$ i – номер области

$A := (10\ \ 10\ \ 10\ \ 10\ \ 10)^T$ число атомных монослоев в каждом слое многослойной структуры (исключая внешние области)

$Eg(i) := Eg(x(i)) \qquad m(i) := mn(x(i)) \qquad V(i) := \dfrac{Eg(i)}{2}$

$d(n) := \mathrm{if}\left(n = 0, 0, A_{n-1} \cdot a0(x(n))\right)$ $\quad n := 1..N$ $\quad$ Толщина n-го слоя

$$Z(\zeta) := \sum_{k=0}^{\zeta} d(k)$$

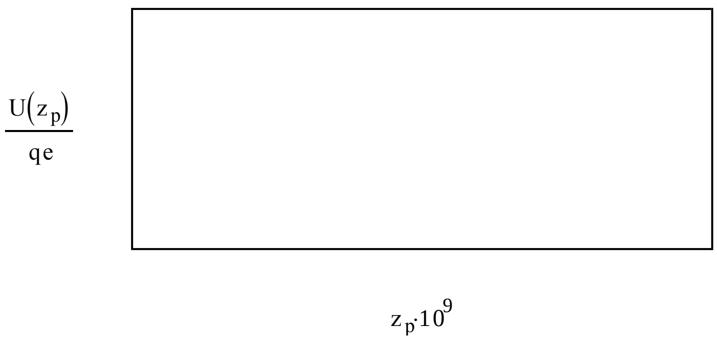
$\zeta := 0..N$ $\quad$ Координаты ζ-ной границы слоя

```
I(z) := | return 0 if z < Z(0)
        | return N + 1 if z ≥ Z(N)
        | for i ∈ 1..N
        |   return i if (Z(i − 1) ≤ z) · (z < Z(i))
```

$U(z) := V(I(z))$

$z1 := Z(0) - 10 \cdot 10^{-9} \qquad z2 := Z(N) + 10 \cdot 10^{-9} \qquad dz := 0.01 \cdot 10^{-9}$

$Nz := \dfrac{z2 - z1}{dz} \qquad Nz = ▮ \qquad p := 0..Nz \qquad z_p := z1 + p \cdot dz$



Моделирование движения электрона через слоистые наноструктуры с помощью матриц пер

$$\gamma(m, E, U) := \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot (E - U)}{h^2}}$$

$$T00(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{-j \cdot (\gamma2 - \gamma1) z}$$

$$T01(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{-j \cdot (\gamma2 + \gamma1) z}$$

$$T10(\gamma1, \gamma2, m1, m2, z) := \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\gamma1}{\gamma2} \cdot \frac{m2}{m1}\right) \cdot e^{j \cdot (\gamma2 + \gamma1) z}$$

$$T11(\gamma 1,\gamma 2,m1,m2,z) := \frac{1}{2}\cdot\left(1+\frac{\gamma 1}{\gamma 2}\cdot\frac{m2}{m1}\right)\cdot e^{j\cdot(\gamma 2-\gamma 1)z}$$

$$T(\gamma 1,\gamma 2,m1,m2,z) := \begin{pmatrix} T00(\gamma 1,\gamma 2,m1,m2,z) & T01(\gamma 1,\gamma 2,m1,m2,z) \\ T10(\gamma 1,\gamma 2,m1,m2,z) & T11(\gamma 1,\gamma 2,m1,m2,z) \end{pmatrix}$$

$$D(\gamma last,\gamma first,mlast,mfirst,T) := \frac{|\gamma last|}{|\gamma first|}\cdot\frac{mfirst}{mlast}\cdot\left(\left|\frac{T_{1,1}\cdot T_{0,0}-T_{0,1}\cdot T_{1,0}}{T_{1,1}}\right|\right)^2$$

$$R(T) := \left(\left|\frac{T_{1,0}}{T_{1,1}}\right|\right)^2$$

$$Bfirst(Afirst,T) := -\frac{T_{1,0}}{T_{1,1}}\cdot Afirst \qquad Alast(Afirst,T) := \frac{T_{1,1}\cdot T_{0,0}-T_{0,1}\cdot T_{1,0}}{T_{1,1}}\cdot Afirst$$

$$NextLayer(PreviousLayer,T) := T\cdot PreviousLayer$$

$$\gamma(E,i) := \gamma(m(i),E,V(i))$$

$$T(E,i) := T(\gamma(E,i),\gamma(E,i+1),m(i),m(i+1),Z(i))$$

$$T(E) := \prod_{i=N}^{0} T(E,i)$$

$$D(E) := D(\gamma(E,N+1),\gamma(E,0),m(N+1),m(0),T(E))$$

$$\varepsilon 1 := 0.7 \qquad \varepsilon 2 := 1.5 \qquad d\varepsilon := 0.00001$$

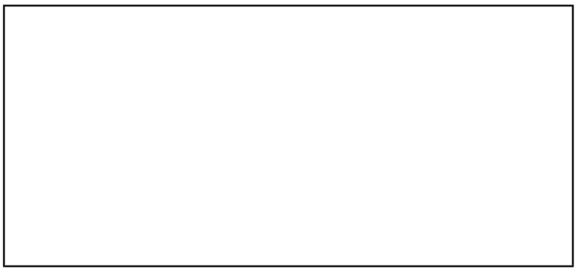
$$N\varepsilon := \frac{\varepsilon 2-\varepsilon 1}{d\varepsilon} \qquad \varepsilon := 0..N\varepsilon \qquad N\varepsilon = ▮$$

$$E_{\varepsilon} := \varepsilon 1 + \varepsilon\cdot d\varepsilon$$

t

t

$D(E_{\varepsilon}\cdot qe)$



$\frac{V(0)}{qe},\frac{V(1)}{qe},E_{\varepsilon}$

$D(E_{\varepsilon}\cdot qe)$

E_{ε}

Контрольные вопросы

1. Принцип формализации расчета амплитуд волн де Бройля и коэффициентов отражения и прохождения в многослойных средах с использованием метода матриц переноса ?
2. Принцип резонансного туннелирования