Стандартный метод перестановки: 1 – отображение «Кот Арнольда», 2 – отображение пекаря, 3 – отображение Чирикова; предлагаемый метод: 4 – отображение «Кот Арнольда», 5 – отображение пекаря, 6 – отображение Чирикова

Рисунок 2 – Значение коэффициента вертикальной корреляции

Следует отметить, что при стандартном методе перестановки с использованием отображения «Кот Арнольда» наблюдаются некоторые «всплески» коэффициентов корреляции. При использовании предлагаемого способа данное явление отсутствует.

Литература

1. Kumar, N. Review on Different Chaotic Based Image Encryption Techniques / N. Kumar [et al.] // International Journal of Information and Computation Technology. – 2014. – Vol. 5, № 2 – P. 197–206.

2. Wong, K. Image encryption using chaotic maps / K. Wong // Intelligent computing based on chaos / L. Kocarev [et al.]. – Berlin, 2009. – Ch. 16. – P. 333–354.

А.А. Шамына (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

АНАЛИЗ МОДЕЛИ ГВГ ОТ ТОНКОГО СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ GNLRGD В ДИЭЛЕКТРИКЕ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПАДАЮЩЕЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Введение. Ввиду разнообразия нелинейных электромагнитных явлений в современной электродинамике обнаруживаются всё новые задачи, требующие пристального внимания. Одной из них является исследование нелинейных эффектов в тонких слоях, получение которых становится всё проще в связи с развитием нанотехнологий. Явление генерации второй гармоники от поверхности центральносимметричных объектов ранее планировалось использовать для изучения процессов, происходящих в мембранах биологических клеток [1]. Поэтому исследования в этом направлении могут иметь ценность не только для физиков, но и для представителей смежных областей.

Постановка задачи. Введём сферическую и декартову системы координат. Ось Ox направим вверх, ось Oz вправо, а ось Oy перпендикулярно Ox и Oz. Пусть $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – это единичные орты декартовой системы координат, а $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$ – единичные орты сферической системы координат. Поместим диэлектрическую частицу сферической формы радиуса a в начало координат. Пусть она покрыта тонким слоем вещества толщиной $d_0 \ll a$, обладающим нелинейными оптическими свойствами. Показатели преломления окружающей среды для волн с частотой ω и 2ω обозначим $n^\omega = \sqrt{\varepsilon^\omega}$ и $n^{2\omega} = \sqrt{\varepsilon^{2\omega}}$ ($\mu^\omega = \mu^{2\omega} = 1$) соответственно. Схема задачи изображена на рисунке 1. Направим падающую плоскую электромагнитную волну по направлению оси Oz. Тогда её уравнение в системе СГС запишется в виде

$$\vec{E}^{in}(\vec{r}) = \vec{e}^{in} E_0 \exp\left(ik^\omega z - i\omega t\right), \tag{1}$$

где $\vec{e}^{in} = \mathbf{e}_x$ характеризует поляризацию падающей волны,

E_0 – её амплитуда,

$k^\omega = (\omega / c) n^\omega$ – модуль волнового вектора в окружающей среде.

Обобщённая модель Рэлея-Ганса-Дебая (gNLRGD) подразумевает, что рассеянные волны отсутствуют.

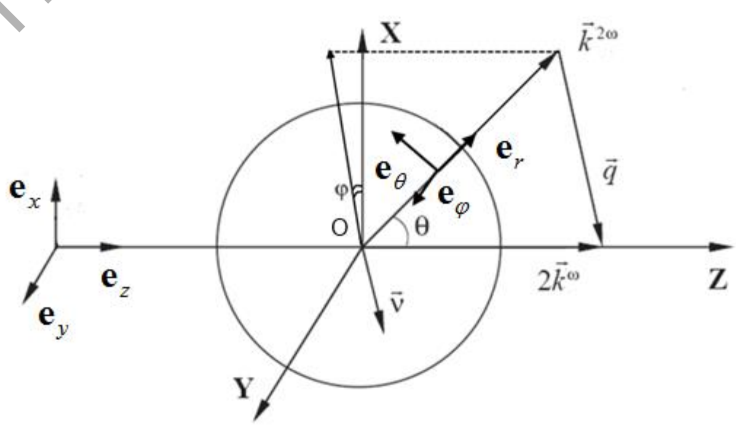

Рисунок 1 – Схема расположения нелинейного слоя

Это возможно в случае, если показатели преломления частицы и окружающей среды близки по значению на частотах ω и 2ω. Второе условие – слабая дисперсия в частице: $\xi = \left| n^{2\omega} / n^{\omega} - 1 \right| << 1$. В статье [1] указано, что такая модель описывает ГВГ с точностью до 10 % при радиусе частицы менее, чем $k^{\omega} a \approx 2$.

Решение. При выполнении последних условий нелинейная часть поляризации в слое будет задаваться следующим выражением [2]:

$$P_i^{2\omega}(\vec{x}) = \chi_{ijk}(\vec{x}) E_j^{in}(\vec{x}) E_k^{in}(\vec{x}), \tag{2}$$

где $\chi_{ijk}(\vec{x}) = \chi_1 n_i n_j n_k + \chi_2 n_i \delta_{jk} + \chi_3 (n_j \delta_{ki} + n_k \delta_{ij})$ – это тензор диэлектрической восприимчивости, сконструированный с использованием компонент единичного вектора нормали к поверхности n_i и дельта-символа Кронекера δ_{ij}, $E_j^{in}(\vec{x})$ – это j-я компонента вектора напряженности падающей волны. Тогда генерируемое поле второй гармоники можно найти, вычислив следующий интеграл по объёму слоя:

$$\vec{E}(\vec{r}) = (2\omega)^2 / c^2 (1 - \mathbf{e}_r \circ \mathbf{e}_r) \int_V \left(\exp\left(ik^{2\omega} |\vec{r} - \vec{x}| \right) / |\vec{r} - \vec{x}| \right) \vec{P}^{2\omega}(\vec{x}) d\vec{x}. \tag{3}$$

Аналитические преобразования для нахождения поля второй гармоники (3) занимают большой объём, поэтому приведём результат сразу:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -4\pi i \left((2\omega)^2 / c^2 \right) \left(\exp\left(ik^{2\omega} r \right) / r \right) d_0 a^2 E_0^2 (1 - \mathbf{e}_r \circ \mathbf{e}_r) \vec{f}, \tag{4}$$

где $\vec{f} = \vec{\nu} \left[\left(\vec{e}^{in} \vec{\nu} \right)^2 \Gamma_1^{(j)}(qa) - \left(\vec{e}^{in} \right)^2 \Gamma_2^{(j)}(qa) \right] - 2\vec{e}^{in} \left(\vec{e}^{in} \vec{\nu} \right) \Gamma_3^{(j)}(qa)$ зависит от функций

$$\begin{gathered} \Gamma_1^{(j)}(z) = \chi_1 j_3(z); \;\; \Gamma_2^{(j)}(z) = \chi_1 \left(j_1(z) + j_3(z) \right) / 5 + \chi_2 j_1(z); \\ \Gamma_3^{(j)}(z) = \chi_1 \left(j_1(z) + j_3(z) \right) / 5 + \chi_3 j_1(z), \end{gathered} \tag{5}$$

сконструированных с использованием сферических функций Бесселя, n-го порядка $j_n(z)$, а вспомогательные величины q и $\vec{\nu}$ вычисляются как

$$\begin{gathered} \vec{q} = 2\vec{k}^{\omega} - \vec{k}^{2\omega} = 2k^{\omega} \mathbf{e}_z - 2k^{\omega} \xi \mathbf{e}_r; \\ q = |\vec{q}| = 2k^{\omega} \sqrt{1 + \xi^2 - 2\xi \cos\theta}; \;\; \vec{\nu} = \vec{q} / |\vec{q}| \end{gathered} \tag{6}$$

и зависят только от волновых векторов падающей и излучённой волны.

Численный анализ. Построим диаграммы направленности (ДН) для генерации второй гармоники. Выберем значения показателей преломления такими, как у воды на длине волны 850 нм: $n^{\omega} = 1{,}33$ и $n^{2\omega} = 1{,}35$. Каждая ДН демонстрирует пространственное распределение мощности излучения, характерное для определённого типа анизотропии. На рисунках 2 и 3 слева направо поочерёдно рассмотрены варианты $(\chi_1 \neq 0, \chi_2 = 0, \chi_3 = 0)$, $(\chi_1 = 0, \chi_2 \neq 0, \chi_3 = 0)$, $(\chi_1 = 0, \chi_2 = 0, \chi_3 \neq 0)$.

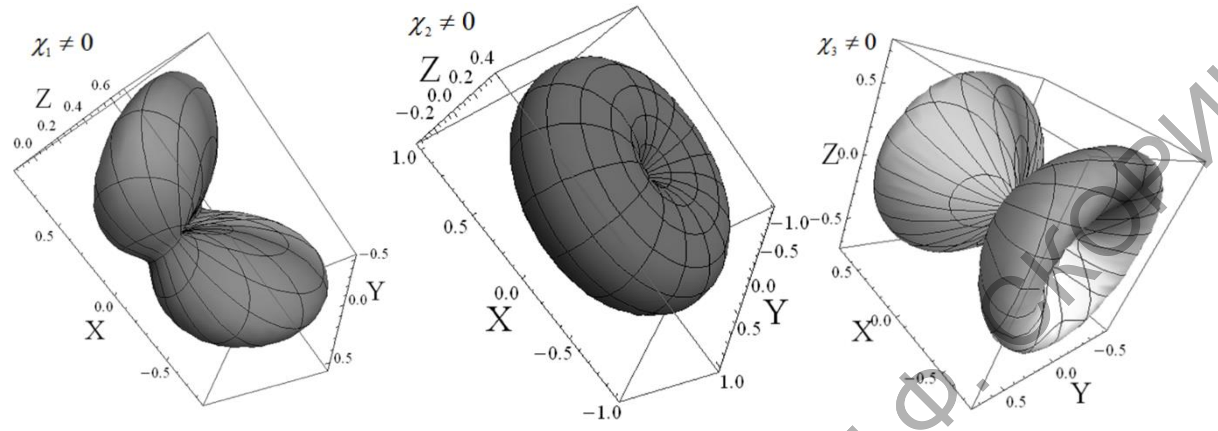

Рисунок 2 – ДН для частиц радиусом $k^{\omega}a = 0{,}1$

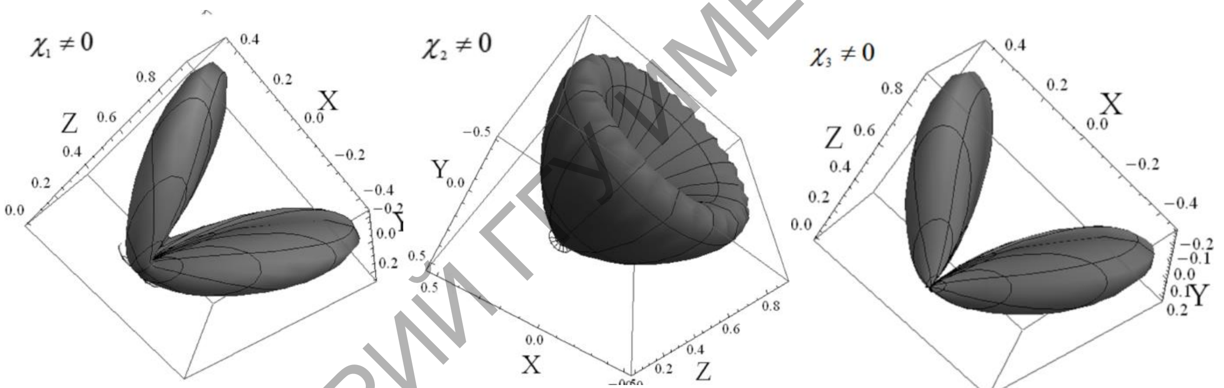

Рисунок 3 – ДН для частиц радиусом $k^{\omega}a = 2{,}0$

На рисунках прослеживается увеличение направленности излучения второй гармоники с увеличением радиуса сферического нелинейного слоя. При этом для случаев $\chi_1 \neq 0$ и $\chi_3 \neq 0$ происходит выделение двух главных лепестков и нескольких побочных. В случае $\chi_2 \neq 0$ побочный лепесток также наблюдается, однако сама диаграмма направленности обладает симметрией относительно оси, параллельной $\vec{k}^{\omega}$. Причём формы ДН особенно сильно отличаются для малых радиусов слоя.

Заключение. Приближение gNLRGD значительно упрощает решение задачи о нахождении поля второй гармоники. Это позволило найти аналитические выражения для пространственного распределения генерируемого излучения в дальней зоне. Численный анализ наглядно показывает, что диаграммы направленности зависят как от размеров диэлектрической частицы, так и от типа анизотропии, которым обладает слой.

Литература

1. Size dependence of second-harmonic generation at the surface of microspheres / S. Viarbitskaya, V. Kapshai, P. van der Meulen, T. Hansson // Physical Review A. – 2010. V. 81. – P. 053850.

2. Шен. И.Р. Принципы нелинейной оптики / И.Р. Шен; пер. с англ.; под ред. С.А. Ахманова. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1989. – 558 с.

Ю.В. Юревич (УО «МГУ им. А.А. Кулешова», Могилёв)
Науч. рук. **В.И. Борисов**, профессор, д-р физ.-мат. наук

ИМПУЛЬСЫ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ В МОДЕЛИ СВЕРХТОНКОГО ИНВЕРСНОГО СЛОЯ

Явление сверхизлучения (СИ) происходит как следствие взаимной фазировки элементарных излучателей, образующих активную среду, в условиях слабости проявления релаксационных механизмов в среде [1]. В результате в излучении формируется интенсивный импульс, мощность которого имеет особую зависимость от инверсии заселённостей – характерное время СИ обратно пропорционально числу активных диполей. В работе поставлена задача изучения особенностей СИ в тонком поверхностном слое с резонансной поляризацией. Отличием от уже решённых задач по тематике СИ является рассмотрение проблемы в рамках приближения сверхтонкого слоя, образованного полупроводниковой квантоворазмерной структурой. В используемых в лазерной физике полупроводниковых средах СИ развивается как коллективная спонтанная рекомбинация [2].

Модифицированная с учётом влияния локального вклада ближних полей диполей система укороченных уравнений Максвелла – Блоха записывается для напряжённостей действующего на атомы и излучаемого поля (E и E_R), а также вероятностных переменных отклика среды тонкой граничной плёнки – резонансной поляризованности ρ и инверсии n: