```
public OdeResults Resolve(Func<Vector, Vector, Vector> func, Vector r0, Vector v0, double tMax, int N)
{
    double dt = tMax / N;

    OdeResults odeResults = new OdeResults(N + 1);

    odeResults.R[0] = r0;
    odeResults.V[0] = v0;

    for (int i = 1; i < N + 1; i++)
    {
        Vector a = func(odeResults.R[i - 1], odeResults.V[i - 1]);

        odeResults.V[i] = odeResults.V[i - 1] + (dt * a);

        odeResults.R[i] = odeResults.R[i - 1] + (dt * odeResults.V[i]);
    }

    return odeResults;
}
```

Рисунок 2 – Код функции Resolve, которая реализует метод Эйлера для решения системы дифференциальных уравнений

Функция принимает в качестве параметров систему дифференциальных уравнений *func*, начальные координаты частицы *r0*, начальную скорость частицы *v0*, время *tMax* и количество шагов *N*.

Результатом работы функции являются массивы координат и скоростей частицы на каждом из *N* шагов за *tMax* времени.

А. А. Гришечкина
(ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель)
Науч. рук. **В. Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

НАХОЖДЕНИЕ ЯВНОГО ВИДА ФУНКЦИЙ ГРИНА В РЕЛЯТИВИСТСКОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ДЛЯ *d*-СОСТОЯНИЙ

Для описания состояний рассеяния релятивистских систем двух частиц одинаковой массы m используются уравнения, функции Грина (ФГ) которых в импульсном представлении имеют вид:

$$G_{(1)}\left(E_q,k\right)=\left(\left(2E_k-2E_q-i0\right)E_k\right)^{-1};G_{(2)}\left(E_q,k\right)=m\big/\left(\left(E_k^{\,2}-E_q^{\,2}-i0\right)E_k\right);$$

$$G_{(3)}\left(E_q,k\right)=\left(E_k^{\,2}-E_q^{\,2}-i0\right)^{-1};G_{(4)}\left(E_q,k\right)=m\big/\left(\left(2E_k-2E_q-i0\right)E_k^{\,2}\right),\ (1)$$

где индекс j определяет вид уравнения: ($j=1$) $j=4$ – (модифицированное) уравнение Кадышевского, ($j=3$) $j=2$ –(модифицированное) уравнение Логунова-Тавхелидзе, $E_k=\sqrt{m^2+k^2}$, k – импульс.

Указанные уравнения могут быть сформулированы в релятивистском конфигурационном представлении (РКП) в интегральной форме. Функции Грина для этих уравнений в случае s - и p-состояний были найдены ранее [1, 2]. Для d-состояний выразим ФГ в РКП как:

$$G_{2(j)}\left(\chi_q,r,r'\right)=-2/\pi\int_0^\infty s_2\left(\chi_k,r\right)G_{(j)}\left(m\operatorname{ch}\chi_q,m\operatorname{sh}\chi_k\right)s_2^*\left(\chi_k,r'\right)E_k d\chi_k, \quad (2)$$

где χ_k – быстрота, связанная с импульсом k выражением $k=m\operatorname{sh}\chi_k$, $r\geq 0$– релятивистская координата, функция $s_2\left(\chi_k,r\right)$ имеет вид:

$$s_2\left(\chi_k,r\right)=\frac{\left(1+m^2r^2\right)\sin\chi_k mr+3mr\operatorname{cth}\chi_k\cos\chi_k mr-3\operatorname{cth}^2\chi_k\sin\chi_k mr}{\left(1-imr\right)\left(2-imr\right)}. \quad (3)$$

Рассмотрим нахождение явного вида ФГ в случае $j=1$. После подстановки (1) и (3) в (2) представим функцию $G_{2(1)}\left(\chi_q,r,r'\right)$ в виде:

$$G_{2(1)}\left(\chi_q,r,r'\right)=\frac{-\left(g_{2(1)}^{(-)}\left(\chi_q,r,r'\right)+g_{2(1)}^{(+)}\left(\chi_q,r,r'\right)\right)}{2\pi\left(mr'-i\right)\left(mr'-2i\right)\left(mr+i\right)\left(mr'+2i\right)},$$

где введено обозначение

$$g_{2(1)}^{(\pm)}\left(\chi_q,r,r'\right)=\mp\left(1/m+m\left(r^2+r'^2+m^2r^2r'^2\right)\right)I_0\left(r\pm r'\right)\pm \quad (4)$$
$$\pm 3\left(r\pm r'\right)\left(1\pm m^2rr'\right)I_1\left(r\pm r'\right)\pm\left(6/m+3m\left(r'^2\pm 3rr'+r^2\right)\right)I_2\left(r\pm r'\right)\mp$$
$$\mp 9\left(r\pm r'\right)I_3\left(r\pm r'\right)\mp 9/m\,I_4\left(r\pm r'\right).$$

Величины $I_n\left(\rho\right)$ в выражении (4) определяются по формуле

$$
I_n(\rho)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^\infty\left(\frac{\operatorname{ch}\chi_k}{\operatorname{sh}(\chi_k+i\gamma)}\right)^n\frac{\cos\chi_k mr}{\operatorname{ch}\chi_k-\operatorname{ch}(\chi_q+i\varepsilon)}d\chi_k,\ n=0,2,4;\\ \displaystyle\int_0^\infty\left(\frac{\operatorname{ch}\chi_k}{\operatorname{sh}(\chi_k+i\gamma)}\right)^n\frac{\sin\chi_k mr}{\operatorname{ch}\chi_k-\operatorname{ch}(\chi_q+i\varepsilon)}d\chi_k,\ n=1,3.\end{cases}\tag{5}
$$

В (5) бесконечно малая вещественная величина γ введена для сдвига особых точек подынтегральных функций с вещественной оси в комплексную плоскость. Полученные таким образом особые точки являются устранимыми, поэтому знак γ может быть произвольным.

Интегралы $I_0(\rho)$, $I_1(\rho)$ и $I_2(\rho)$ вычислены нами в работе [2]. Для нахождения интегралов $I_3(\rho)$ и $I_4(\rho)$ мы применили метод, использованный в работе [2]. Результат вычисления имеет форму

$$
I_3(\rho)=\frac{\pi}{4\operatorname{sh}(\pi m\rho)}\left[4\operatorname{cth}^3\chi_q\operatorname{sh}^{-1}\chi_q\operatorname{ch}\left((i\chi_q+\pi)m\rho\right)+\frac{\operatorname{ch}(\pi m\rho)}{(1-\operatorname{ch}\chi_q)}\times\right.
$$
$$
\left.\times\left(2-m^2\rho^2-(1-\operatorname{ch}\chi_q)^{-1}\right)-(1+\operatorname{ch}\chi_q)^{-1}\left(2-m^2\rho^2-(1+\operatorname{ch}\chi_q)^{-1}\right)\right],
$$
$$
I_4(\rho)=\frac{i\pi}{12\operatorname{sh}(\pi m\rho)}\left[12\frac{\operatorname{ch}^4\chi_q}{\operatorname{sh}^5\chi_q}\operatorname{sh}\left((i\chi_q+\pi)m\rho\right)+\frac{im\rho\operatorname{ch}(\pi m\rho)}{(1-\operatorname{ch}\chi_q)}\times\right.
$$
$$
\left.\times\left(8-m^2\rho^2-3(1-\operatorname{ch}\chi_q)^{-1}\right)-im\rho(1+\operatorname{ch}\chi_q)^{-1}\left(8-m^2\rho^2-3(1+\operatorname{ch}\chi_q)^{-1}\right)\right].
$$

Функции Грина всех четырех уравнений имеют достаточно громоздкий вид, поэтому приведем только первую из них:

$$
G_{2(1)}=\frac{(m\operatorname{sh}\chi_q)^{-1}}{2i}\cdot\frac{G_{2(1)}^{(-)}(\chi_q,r,r')+G_{2(1)}^{(+)}(\chi_q,r,r')}{(mr'-i)(mr'-2i)(mr+i)(mr+2i)},\tag{6}
$$
$$
G_{2(1)}^{(\pm)}(\chi_q,r,r')=\operatorname{sh}^{-1}\left(\pi m(r\pm r')\right)\left[\mp m^2\left(r^2+r'^2+(mrr')^2\right)\operatorname{sh}\left((i\chi_q+\pi)\times\right.\right.
$$
$$
\times m(r\pm r')\big)\mp 3im(r\pm r')(1\pm m^2rr')\operatorname{cth}\chi_q\operatorname{ch}\left((i\chi_q+\pi)m(r\pm r')\right)\pm
$$
$$
\pm 3m^2\left(r^2\pm 3rr'+r'^2\right)\operatorname{cth}^2\chi_q\operatorname{sh}\left((i\chi_q+\pi)m(r\pm r')\right)\pm 9im(r\pm r')\operatorname{cth}^3\chi_q\times
$$

$$\times \operatorname{ch}\left(\left(i\chi_q + \pi\right) m\left(r \pm r'\right)\right) \mp \left(1 - 3\operatorname{cth}^2 \chi_q\right)^2 \operatorname{sh}\left(\left(i\chi_q + \pi\right) m\left(r \pm r'\right)\right)\Big].$$

Проанализируем полученные ФГ при помощи графиков зависимости их действительной и мнимой частей от r, рассчитанных при $\chi_q = 1$, $r' = 1$ и $m = 1$ (рисунок 1 – 2).

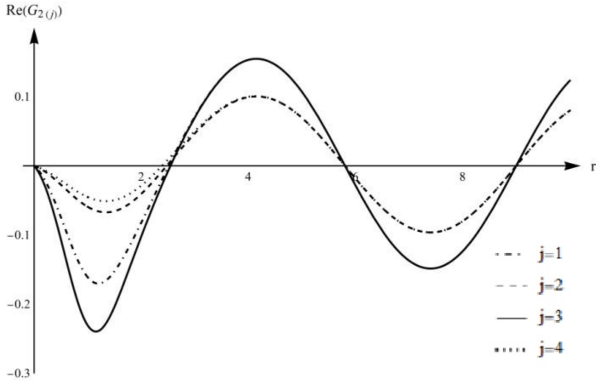

Рисунок 1 – Зависимость действительной части функций Грина (6) от координаты r

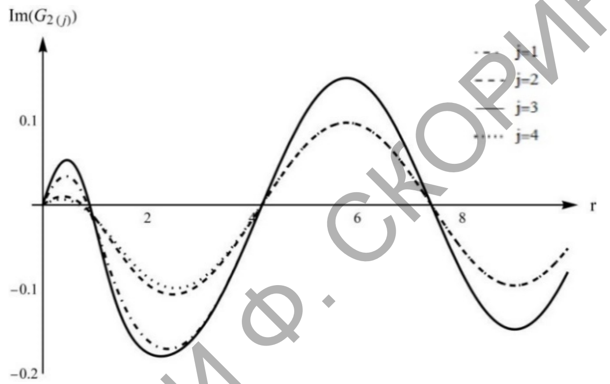

Рисунок 2 – Зависимость мнимой части функций Грина (6) от координаты r

Таким образом, в данной работе приведен результат вычисления парциальных функций Грина в релятивистском конфигурационном представлении для *d*-состояний.

Литература

1. Капшай, В. Н. Разложение по матричным элементам УНП группы Лоренца и интегральные уравнения для релятивистских волновых функций / В. Н. Капшай, Т. А. Алфёрова // Ковариантные методы в теоретической физике: сб. ст. // Ин-т физики НАН Беларуси. – Минск, 1997. – Вып. 4. – С. 88–95.
2. Капшай, В. Н. Релятивистские парциальные функции Грина состояний рассеяния, характеризующихся орбитальным квантовым числом *l* = 1 / В. Н. Капшай, А. А. Гришечкина // Проблемы физики, математики и техники. – 2021. – № 3 (48). – С. 7–13.