УДК 535.2+621.373 : 535

ПОТЕРИ НА СОГЛАСОВАНИЕ В ВОЛНОВОДНЫХ РЕЗОНАТОРАХ. ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА

Г. В. Мелехин и *Г. П. Мелехина*

Установлены рекуррентные соотношения между коэффициентами разложения волноводной моды по модам Эрмита—Гаусса. Рассмотрено влияние фазовых соотношений и размера перетяжки пучка на величину потерь. Определена зависимость потерь от расстояния зеркала до волновода.

Первые волноводные лазеры [1-3] показали возможность использования отрезков полых диэлектрических волноводов в качестве направляющих структур в оптических открытых резонаторах газовых лазеров. Интерес к такого типа лазерам обусловлен возможностью уменьшения диаметра капилляра, что сопровождается увеличением коэффициента усиления активной среды и возможностью повышения давления рабочей смеси газов [4]. При этом за счет изменения характера уширения линий излучения открывается возможность создания лазеров с полосой перестройки до 1 ГГц [5]. В большинстве случаев в волноводных лазерах использовались круглые волноводы [1-3, 6-8]. Основные характеристики волноводных резонаторов с круглыми волноводами были рассмотрены теоретически в работах [9-11]. Применение полых прямоугольных волноводов в оптических резонаторах [12, 13] требует для определения количественных характеристик аналогичного расчета.

В данной работе рассмотрим двумерную задачу, в которой волновод представляет собой две параллельные плоскости, бесконечные в направлении оси y, отстоящие друг от друга на расстоянии $2a$. С одного конца волновод закрыт идеально отражающим зеркалом, а из другого конца излучение распространяется к цилиндрическому зеркалу с радиусом кривизны R, удаленному на расстояние z.

Будем считать, что внутри волновода поле представляет волноводную моду низшего порядка и его распределение в поперечном направлении описывается выражением [14]

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos \frac{\pi x}{2a}. \tag{1}$$

Дифракционное поле на открытом конце волновода представим в виде разложения по модам Эрмита—Гаусса

$$\varphi_1(x) = \sum a_m \Psi_m(x), \tag{2}$$

$$\Psi_m(x) = \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w 2^m m!}\right)^{1/2} H_m\left(\frac{x}{w}\sqrt{2}\right) e^{-x^2/w^2}, \tag{3}$$

где

$$a_m = \int_{-a}^{a} \varphi_1(x)\, \Psi_m(x)\, dx. \tag{4}$$

Для нечетных m все коэффициенты a_m обращаются в нуль в силу нечетности функций $\Psi_m(x)$. Используя рекуррентные соотношения между полиномами

Эрмита разных порядков, можно получить рекуррентные соотношения для коэффициентов разложения

$$\left.\begin{aligned} a_m &= \sqrt{\frac{m-1}{m}}\, a_{m-2} - \sqrt{\frac{2}{m}}\, \frac{\pi}{2\xi_0}\, I_{m-1}, \\ I_n &= \sqrt{\frac{n-1}{n}}\, I_{n-2} + \sqrt{\frac{2}{n}}\, \frac{\pi}{2\xi_0}\, a_{n-1} - f(\xi_0)\, 4H_{n-1}(\xi_0) \left[\frac{1}{2^n n!}\right]^{1/2}, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

в которых

$$a_0 = \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\xi_0}\right]^{1/2} \int_{-\xi_0}^{\xi_0} \cos\frac{\pi\xi}{2\xi_0}\, e^{-\xi^2/2} d\xi, \tag{6}$$

$$I_1 = \frac{\pi}{\sqrt{2}\,\xi_0}\, a_0 - \frac{4}{\sqrt{2}} f(\xi_0). \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} f(\xi_0) &= \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\xi_0}\right]^{1/2} e^{-\xi_0^2/2}, \\ \xi_0 &= \frac{a}{w}\sqrt{2}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Соотношения (5) показывают, что все четные коэффициенты a_m выражаются в конечном счете через a_0 и $f(\xi_0)$. Для численного решения задачи при этом необходимо вычислять только один интеграл (6), что значительно сокращает машинное время. Нетрудно видеть, что коэффициенты разложения определяются отношением размеров волновода и характеристического параметра пучка. Наилучшая аппроксимация основной волноводной моды φ_1 гауссовой модой TEM_{00} получается при соотношении $c=w/a=0.7032$, при этом a_2 обращается в нуль. В работе [14] для этого отношения получено значение 0.69. Для расчета потерь в резонаторе характеристический размер гауссовского пучка w выбираем из условия, чтобы отраженное от зеркала излучение при входе в волновод имело такой же характеристический размер, как и при выходе из него, а радиус кривизны волнового фронта был бесконечным. Выполнение этого условия приводит к выражению

$$w = \frac{a}{\sqrt{N_R}}\, [g(1-g)]^{1/4}, \tag{9}$$

в котором

$$g = \frac{z}{R}, \tag{10}$$

$$N_R = \frac{\pi a^2}{\lambda R}. \tag{11}$$

Соотношение (9) показывает, что для данного параметра N_R, т. е. фиксированных размеров волновода, длины волны и радиуса кривизны зеркала, зависимость характеристического размера гауссова пучка от g симметрична относительно значения $g=0.5$, при котором w достигает максимального значения $(w/a)_{\max}=(2N_R)^{-1/2}$. Для N_R в диапазоне $(0.1\div1)$ отношение w/a лежит в диапазоне (0.3—2.2) для значений g (0.01—0.5).

Моды Эрмита—Гаусса вследствие дифракционного расширения при распространении от волновода к зеркалу и обратно получают дополнительный набег фазы

$$2\alpha_m = (1+2m)\,\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{\lambda z}{\pi w^2}\right). \tag{12}$$

После отражения от зеркала поле, возвратившееся в волновод, будет иметь вид

$$\varphi_1' = \sum_{m=0}^{\infty} a_m e^{i2\alpha m}\, \Psi_m(x). \tag{13}$$

Это поле в волноводе дает вклад в различные волноводные моды, в том числе и в основную, т. е.

$$\varphi_1' = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \varphi_n, \tag{14}$$

где

$$b_n = \int_{-a}^{a} \varphi_1' \varphi_n dx. \tag{15}$$

В частности,

$$b_1 = \sum_{m=0}^{\infty} a_m^2 e^{i2\alpha_m}. \tag{16}$$

Квадрат амплитуды $|b_1|^2$ равен той доли энергии, которая после отражения от зеркала возвращается в основную волноводную моду. Поэтому относительная величина потерь энергии определяется из соотношения

$$L = 1 - |b_1|^2 = 2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_m^2 a_n^2 \sin^2(\alpha_n - \alpha_m). \tag{17}$$

Как показывает приведенное выражение, величина потерь определяется соотношением амплитуд a_m различных мод Эрмита—Гаусса и разностью фазовых набегов, получаемых за счет дифракционного расширения гауссовских пучков

$$\alpha_m - \alpha_n = (m - n) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{g}{1-g}}. \tag{18}$$

Амплитуды a_m однозначно определяются размером гауссова пучка.

Для выяснения влияния фазовых соотношений и размера пучка на величину потерь были рассчитаны зависимости потерь от нормированного расстояния

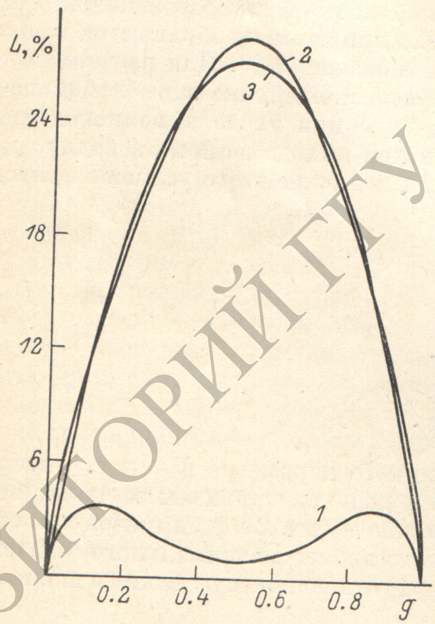

Рис. 1.

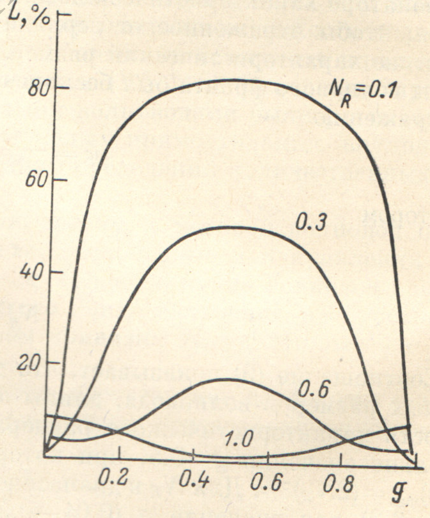

Рис. 2.

зеркала до волновода g при фиксированных значениях w/a=0.5, 0.7032, 1.0. При этом для каждого g получается свое значение параметра N_R (различные значения радиуса кривизны зеркала). На рис. 1 представлены указанные зависимости.

В соответствии с формулами (17), (18) при g=0 и g=1 различные моды Эрмита—Гаусса приходят в волновод с разностью фаз кратной 2π. При этом $\sin(\alpha_n - \alpha_m)$=0 и потери обращаются в нуль. Кривая *1*, соответствующая значению w/a=0.7032, показывает малые потери во всем диапазоне значений g и имеет минимум при g=0.5. Для этого значения g моды Эрмита—Гаусса ближайших порядков получают разность фаз π. Поэтому все слагаемые в (17), у которых индексы m и n отличаются на число, кратное четырем, дают нулевой вклад в потери. Следует заметить, что для $w/a=0.7032$ коэффициент $a_2=0$, а коэффициент a_0 имеет максимальное значение $a_0=0.9946$.

Кривые *2* и *3* соответствуют значениям w/a — 0.5 и 1. В обоих случаях уменьшается a_0 и a_2 становится отличным от нуля. Это приводит к значительному возрастанию потерь за счет нарушения оптимального согласования волноводной моды и основной гауссовой модой.

Перестройка резонатора по длине всегда сопровождается изменениями параметра пучка. Поэтому на рис. 2 приведены потери на согласование в зависимости от g для различных значений N_R.

Для малых N_R наименьшие потери получаются при расположении сферического зеркала вплотную к волноводу ($g=0$) или на расстоянии, равном радиусу кривизны ($g=1$). При увеличении N_R от 0.1 до единицы происходит возрастание потерь в этих двух положениях зеркала и уменьшение потерь при $g=0.5$. Причина этого заключается в том, что при увеличении N_R значения g, для которых $w/a=0.7032$, сближаются и стремятся к $g=0.5$.

Расчет потерь проводился на ЭВМ ЕС-1020 по формуле (17) с использованием двадцати коэффициентов разложения по модам Эрмита—Гаусса. Использование такого числа коэффициентов обеспечивает отличие от единицы выражения

$$P_m = \sum_{n=0}^{m-1} a_{2n}^2$$

не более чем на 0.0015 в области значений $w/a=(0.3\div1.3)$ и не более чем на 0.005 в области значений $w/a=(0.2\div2.1)$.

Литература

[1] P. W. Smith. Appl. Phys. Lett., *19*, 132, 1971.
[2] T. J. Bridges, E. G. Burkhardt, P. W. Smith. Appl. Phys. Lett., *20*, 403, 1972.
[3] R. E. Jensen, M. S. Tobin. Appl. Phys. Lett., *20*, № 12, 1972.
[4] E. A. J. Marcatili, R. A. Schmeltzer. Bell. Syst. Techn. J., *43*, 1783, 1964.
[5] R. L. Abrams. Appl. Phys. Lett., *25*, 304, 1974.
[6] С. А. Гончуков, С. Т. Корнилов, Е. Д. Проценко. Квант. электрон., *3*, 1827, 1976.
[7] В. А. Гончуков, С. Т. Корнилов, В. К. Петровский, Е. Д. Проценко, Ю. Г. Рубенский. Квант. электрон., *2*, 406, 1975.
[8] M. Beterov, V. P. Chebotaev, A. S. Provorov. IEEE J. Quant. Electr., *10*, 245, 1974.
[9] R. L. Abrams. IEEE J. Quant. Electr., *9*, 838, 1972.
[10] R. L. Abrams, A. Chester. Appl. Opt., *13*, 2117, 1974.
[11] J. J. Degnan, D. R. Hall. IEEE J. Quant. Electr., *9*, 901, 1973.
[12] R. L. Abrams, W. B. Bridges. IEEE J. Quant. Electr., *9*, 940, 1974.
[13] Дж. Х. Макелрой. ТИИЭР, *65*, 54, 1977.
[14] K. D. Laakmann, W. H. Steier. Appl. Opt., *15*, 1334, 1976.

Поступило в Редакцию 15 июня 1980 г.